

## USO DE ALGORITMOS NÃO CONVENCIONAIS NO ENSINO DA ARITMÉTICA BÁSICA

O QUE DIZEM AS PESQUISAS?

*THE USE OF UNCONVENTIONAL ALGORITHMS IN TEACHING BASIC ARITHMETIC*

*What does the research say?*

*EL USO DE ALGORITMOS NO CONVENCIONALES EN LA ENSEÑANZA DE ARITMÉTICA BÁSICA*

*¿Qué dice la investigación?*

**João Paulo Machado Godoy**  
(Universidade de São Paulo, Brasil)  
[jpmgodoy@gmail.com](mailto:jpmgodoy@gmail.com)

**Raquel Milani**  
(Universidade de São Paulo, Brasil)  
[rmilani@usp.br](mailto:rmilani@usp.br)

Recibido: 07/03/2024

Aprobado: 20/11/2024

### RESUMO

Neste artigo, apresentamos resultados de uma pesquisa que tem como objetivo compreender em que medida uma prática de ensino de aritmética nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental que dá ênfase nos algoritmos alternativos, em contraposição aos convencionais, contribui com a educação matemática numa perspectiva mais dialógica e crítica. O aporte teórico utilizado é a vertente da Educação Matemática Crítica. Trata-se de uma pesquisa qualitativa em andamento na qual investigamos a nossa própria prática pedagógica enquanto educador de crianças dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, por meio de instrumentos como a observação participativa, diário de bordo, rodas de conversa, produções das crianças e materiais didáticos. Os dados estão sendo analisados à luz das teorias elencadas, na busca por unidades ou categorias que traduzam convergências. Espera-se, ao final, que a pesquisa busque entender as contribuições de uma prática de ensino fundada na valorização dos algoritmos alternativos. Atualmente, foi finalizada a revisão de literatura e o desenho do arcabouço teórico e metodológico da pesquisa, e alguns dados já foram coletados e analisados. Para este estudo, traremos 1) um panorama da pesquisa, com elementos do arcabouço teórico e metodológico escolhidos e 2) a revisão de literatura realizada, com as categorias encontradas.

Palavras-chave: aritmética. algoritmos. educação matemática crítica.

### ABSTRACT

The present work presents results of our research that aims to understand how an arithmetic teaching practice in the early years of elementary school that emphasizes alternative algorithms, as opposed to conventional ones, contributes to mathematics education in a more dialogic and critical perspective. The theoretical support used is Critical Mathematics Education. It is a qualitative research in which we will investigate our own pedagogical practice as an educator of children in the Elementary School, through instruments such as participant observation, field notes, conversation circles, children's productions and didactic material. The data will be analyzed with a lens of the mentioned theories, in search of units or categories. It is expected that the research brings some contributions of a teaching practice based on valuing alternative algorithms. Currently, the literature review and the design of the theoretical and methodological framework for the research have been completed, and some data have already been collected and analyzed. For this study, we will bring 1) an overview of the research, with elements of the theoretical and methodological framework of the research and 2) the literature review carried out, with the categories found.

Keywords: arithmetic. algorithms. critical mathematics education.

### RESUMEM

Este trabajo presenta resultados parciales de nuestra investigación que tiene como objetivo comprender cómo una práctica de enseñanza de la aritmética en los primeros años de la escuela primaria que enfatiza algoritmos alternativos, frente a los convencionales, puede contribuir a la educación matemática desde una perspectiva más dialógica y crítica. El soporte teórico utilizado es la vertiente de Educación en Matemática Crítica. Se trata de una investigación cualitativa en la que indagaremos en nuestra propia práctica pedagógica como educador de niños de los Primeros Años de Educación Primaria, a través de instrumentos como la observación participativa, bitácoras, círculos de conversación, producciones infantiles y materiales didácticos. Los datos serán analizados a la luz de las teorías enumeradas, en la búsqueda de unidades o categorías que traduzcan convergencias. En definitiva, se espera que la investigación busque comprender los aportes de una práctica docente basada en la apreciación de algoritmos alternativos. Actualmente se ha concluido la revisión de la literatura y el diseño del marco teórico y metodológico de la investigación, y ya se han recopilado y analizado algunos datos. Para este estudio brindaremos 1) un panorama general de la investigación, con elementos del marco teórico y metodológico de la investigación y 2) la revisión de la literatura realizada, con las categorías encontradas.

Palabras clave: aritmética. algoritmos. educación matemática crítica.

### Introdução

O Brasil apresenta problemas no que diz respeito ao alcance de patamares aceitáveis de aprendizagem matemática por sua população. Por exemplo, no Pisa 2018, o Brasil teve um dos 10 piores desempenhos do mundo em matemática, figurando na 70ª posição dos 80 países da OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico). Dois terços dos brasileiros de 15 anos sabem menos que o básico em matemática e, em termos de escolarização, os estudantes brasileiros estão três anos e meio atrás dos países quando o assunto é proficiência em matemática (Brasil, 2019). Isso exige de nós, pesquisadores da educação brasileira, um olhar mais acurado em relação aos possíveis problemas na formação matemática de nossos estudantes, o que reforça a necessidade de deitarmos o olhar para as raízes, no caso, a matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Ao nosso ver, pesa a necessidade de inserção de práticas que assumam como central o protagonismo da criança, o numeramento enquanto desvelamento do mundo, a progressiva tomada de consciência crítica da realidade e a motivação para a aprendizagem, e cremos que a valorização das pesquisas que busquem

evidências de práticas educativas dialógicas, populares e críticas podem ser altamente potencializadores para a melhoria deste quadro geral, ainda mais que digam respeito à aritmética básica, base para as demais construções conceituais em matemática. É neste sentido que pensamos a presente pesquisa.

## Os objetivos da pesquisa

Nossa pesquisa tem como objetivo geral entender quais contribuições o ensino pautado por algoritmos alternativos, em contraposição aos convencionais, pode dar nas aulas de aritmética dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, no sentido de um ensino mais dialógico e crítico. Cumpre esclarecer que, por algoritmos convencionais, temos entendido as formas usuais apresentadas na escola para a resolução das operações básicas: a adição com reserva (“vai um”), a subtração com recurso à ordem superior (“pega emprestado”), a multiplicação por coluna e a divisão por chave. Por sua vez, caminhos alternativos seriam quaisquer outras formas de resolução para além destas, como o desenho, a contagem nos dedos, a decomposição, o cálculo mental, etc. A partir do objetivo geral acima elencado, traçamos os seguintes objetivos específicos: a) entender o processo de desenvolvimento histórico da aritmética básica, os diversos algoritmos produzidos ao longo da história e a inserção e normalização dos algoritmos convencionais na escola básica brasileira; b) analisar, a partir da pesquisa de campo, uma prática de ensino em aritmética para Anos Iniciais do Ensino Fundamental que busca esta valorização de caminhos alternativos, buscando c) estabelecer relações entre tal prática e uma educação numa perspectiva mais dialógica e crítica, dialogando com as perspectivas teóricas eleitas para a pesquisa.

O referencial teórico escolhido para este trabalho contempla a vertente da Educação Matemática Crítica (EMC). A EMC constitui um conjunto de preocupações relativas à educação matemática, preocupações que giram em torno de alguns conceitos principais: à indefinição da matemática e, portanto, à maleabilidade com que ela atende a interesses socio-político-econômico diversos, devendo por isso a educação matemática atentar-se para o seu uso crítico e reflexivo; à consideração do background dos estudantes (de onde estamos partindo) e sobretudo de seu foreground (suas possibilidades futuras); à didática baseada tão-somente no paradigma do exercício e a sua necessária ampliação para cenários de investigação; à possibilidade de leitura de mundo a partir da matemática, sintetizada no conceito de matemacia; dentre outras (SKOVSMOSE, 2015). Para estas preocupações, torna-se necessário atentar-se para alguns elementos de sala de aula, e o diálogo é um destes principais elementos (Alrø; Skovsmose, 2021; MILANI, 2020). Assumir uma Educação matematicamente crítica requer do educador estar disposto a correr riscos, a aceitar uma relação mais igualitária em sala de aula e a romper com a lógica exclusiva do exercício e partir também para cenários investigativos (Alrø; Skovsmose, 2021). Consideramos a EMC uma tendência importante para a pesquisa, pois é atenta para a escuta do outro, busca o seu empowerment, e se compromete com os alcances político-sociais do ensino dos números. A aritmética cotidiana praticada pelas crianças e adolescentes em contextos de brincadeira, de rua e de trabalho é rica de algoritmos não-escolares de somar, multiplicar, subtrair e dividir, que nos parecem, no entanto, subaproveitadas na escola. Assim, os alcances antropológicos e políticos da referida vertente serão importantes para a nossa pesquisa.

Para alcançar o objetivo da investigação, optamos pela pesquisa qualitativa, na qual investigaremos a nossa própria prática pedagógica enquanto educador de crianças dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, por meio de instrumentos como a observação participativa, diário de bordo, rodas de conversa, produções das crianças e materiais didáticos utilizados. Na pesquisa qualitativa, tem-se: a) o ambiente como fonte direta de dados e o pesquisador como seu instrumento; b) dados predominantemente descritivos; c) processo é mais importante que o produto; d) significados atribuídos pelos sujeitos devem ser valorizados e e) a análise de dados tende a seguir um processo indutivo (Lüdke; André, 1986). Optamos, dentro do escopo qualitativo, por uma abordagem etnográfica, referenciada a partir de André (2005) e Lüdke e André (1986). A etnografia proposta pelas autoras, por focalizar a investigação nas experiências e vivências de indivíduos que participam e constroem o cotidiano escolar, nos pareceu muito pertinentes para a presente pesquisa, já que a nossa submersão na realidade investigada é intensa, por sermos, ao mesmo tempo, professor e pesquisador da nossa prática. Além

disso, também nos orientamos pela pesquisa crítica em educação matemática, nos termos propostos por Ole Skovsmose e Marcelo Borba (2004), que delineiam uma proposta de pesquisa cujo foco são mudanças em sala de aula e que guarde ressonância com as preocupações da educação matemática crítica. Esses autores trazem o desenho de uma pesquisa que não apenas se preocupa em entender como as coisas são, mas, também, como elas poderiam ser, ou seja, preocupam-se com a investigação de alternativas à uma dada realidade.

## Estado atual da pesquisa

Atualmente, foi finalizada a revisão de literatura e o desenho do arcabouço teórico e metodológico da pesquisa, e alguns dados já foram coletados e analisados. Uma vez que estes ainda não estão prontos para apresentação, focaremos, neste texto, nos dados trazidos da revisão bibliográfica e as categorias encontradas. É por isso que o título do presente texto indaga: “Uso de algoritmos não convencionais no ensino da aritmética básica: que dizem as pesquisas?”.

Inicialmente, destacamos alguns estudos realizados a partir da década de 1980 que foram importantes para o entendimento dos prejuízos que a supervalorização dos algoritmos convencionais pode ocasionar na aquisição de competências matemáticas pelos estudantes.

Um deles foi o estudo da estadunidense Constance Kamii e suas parceiras (dentre outros: Kamii, Livingston, 1995), que realizaram ao longo de mais de três décadas diversas entrevistas clínicas e investigações em sala de aula, numa abordagem piagetiana, perscrutando a aprendizagem em aritmética básica pelas crianças. Descobriu-se, por exemplo, que o algoritmo convencional exige da criança uma compreensão do sistema de numeração decimal que ela ainda não domina totalmente, o que induz a uma falsa aprendizagem aritmética na medida em que algumas regras algorítmicas, como o “vai um” na adição ou o “pega emprestado” na subtração, são decoradas pelos estudantes mas não fazem sentido para eles. Afirmam que

Quando crianças utilizam o algoritmo tradicional para resolver problemas como o que segue  $987 + 345$  elas se esquecem do valor posicional e começam a pensar e falar da seguinte forma: “Sete mais cinco dá doze, fica o dois e vai um (ou dez). Um mais oito e mais quatro dá treze, fica o três e vai um (ou dez). Um mais nove e mais três, dá treze”. O algoritmo é conveniente para os adultos, se já compreenderam o valor posicional dos números. Para as crianças no primário, contudo, que têm tendência para pensar em cada coluna como unidade, o algoritmo acaba por reforçar essa ideia. Em contrapartida, se as crianças são incentivadas a inventar maneiras próprias de resolver problemas, [...] fortalecem e ampliam suas ideias sobre valor posicional. (Kamii, Livingston, 1995, p. 57-58)

Assim, defendem que a valorização dos algoritmos convencionais força o aluno a desistir de seu próprio raciocínio, “desensina” o valor posicional e torna a criança dependente do arranjo espacial dos números e de outras pessoas (Kamii, Livingston, 1995). Para elas, mesmo as crianças que acertam o algoritmo convencional não estão efetivamente compreendendo o que está “em jogo”.

Os estudos da argentina Delia Lerner e parceiras vão em sentido semelhante. As autoras abordam suas preocupações com o ensino da aritmética em sua relação com o ensino do sistema de numeração decimal (dentre outros: Lerner, Sadovsky, Wolman, 1996), e afirmam que os algoritmos convencionais fazem a criança perder de vista o número que se está operando, por exigirem que se soma ou subtraia em coluna, o que não ocorre quando elas colocam em prática caminhos de decomposição numérica para a resolução dos problemas. Além disso, os algoritmos por decomposição permitem com que elas realizem as operações da esquerda para a direita e também tenham um melhor controle do resultado. Por isso, afirmam:

Por que pensar em algoritmos alternativos? Porque os procedimentos que as crianças elaboram para resolver as operações têm vantagens que não podem ser depreciadas se comparadas com os procedimentos usuais na escola. [...] É uma opção didática levar em conta ou não o que as crianças sabem, as perguntas que se fazem, os problemas que se formulam e os conflitos que devem superar. É também uma decisão didática

levar em consideração a natureza do objeto de conhecimento e valorizar as conceitualizações das crianças à luz das propriedades desse objeto. (Lerner; Sadovsky, Wolman, 1996, p. 119)

Outros estudos importantes neste particular são os da brasileira Terezinha Nunes e parceiros, ao investigar a aritmética praticada por crianças e adultos dentro e fora da escola (dentre outros: Nunes, Carraher, Schliemann, 2011). No livro “Na vida, dez; na escola, zero”, foram investigados contextos sociais de uso de contas aritméticas, como por exemplo o de crianças cujos pais eram feirantes do Recife e que auxiliavam nas transações (vendiam frutas, verduras, cocos, pipoca, milho, amendoim torrado, etc.). Ali, perceberam que havia inúmeros problemas de matemática que eram resolvidos sem a utilização de lápis e papel, e “embora ocasionalmente apareçam erros de cálculo, há grande predominância de acertos entre as crianças responsáveis por essas transações comerciais” (Nunes, Carraher, Schliemann, 2011, p. 48). Estas mesmas crianças, que dos 63 problemas propostos na feira obtiveram 98,2% de acertos, foram convidadas para a realização de um teste escolar com lápis e papel, e obtiveram apenas 36,8% de acertos, para as mesmas operações. As conclusões desta investigação é a de que há uma distância entre a matemática escolar e a matemática da vida cotidiana, e que o fracasso das crianças na escola pode, na verdade, significar o fracasso da própria escola, em sua

a) incapacidade de aferir a real capacidade da criança; b) no desconhecimento dos processos naturais que levam a criança a adquirir conhecimento; c) na incapacidade de estabelecer uma ponte entre o conhecimento formal que deseja transmitir e o conhecimento prático do qual a criança, pelo menos em parte, já dispõe. (Nunes, Carraher, Schliemann, 2011, p. 60-61).

Neste sentido, percebe-se que os estudos alertam para os prejuízos de um ensino focado somente na memorização de regras algorítmicas tradicionais.

A partir da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações, identificamos 494 monografias com os descritores “matemática/aritmética”, “ensino/educação/aula(s)” e “algoritmo(s)/continha(s)/conta armada/procedimento canônico”, das quais reduzimos para um universo de 45, a partir de um processo rigoroso de “peneiração”, lendo e relendo títulos, resumos e capítulos inteiros destas produções, selecionando apenas aquelas que dialogavam mais diretamente com a nossa pesquisa (excluímos, por exemplo, os trabalhos que não diziam respeito à aritmética básica trabalhada nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental).

As 45 produções analisadas podem ser categorizadas em estudos que investigam a relação dos educandos com os algoritmos convencionais das quatro operações básicas, que operam números naturais, e/ou sua relação com algoritmos não-convencionais, bem como o seu ensino e aprendizagem, sendo que, dentro destes estudos, temos A) estudos que investigam algoritmos/procedimentos de adição e subtração, B) estudos que investigam algoritmos/procedimentos de multiplicação e divisão, C) estudos que investigam todas as quatro operações; D) estudos que tratam, especificamente, da estratégia do cálculo mental aplicada na aritmética básica (que poderiam estar nas categorias anteriores, mas separamo-las aqui pela especificidade e recorrência); E) estudos que analisam a relação íntima entre a aprendizagem do Sistema de Numeração Decimal por parte dos educandos e educadores e a aprendizagem dos algoritmos convencionais e/ou não-convencionais da aritmética básica; F) estudos que analisam a perspectiva dos professores em ensinar aritmética básica a partir dos algoritmos convencionais e/ou não-convencionais, os desafios, as perspectivas, bem como as possibilidades de formação docente para o ensino de matemática numa perspectiva menos atrelada a técnicas e regras algorítmicas; G) trabalhos que tratam da história dos algoritmos da aritmética e de sua inserção na Educação Básica brasileira.

## Uma síntese das produções encontradas

Passaremos a analisar brevemente as 45 produções, a partir das categorias mencionadas anteriormente.

Quadro 1 - Monografias da Revisão de Literatura

Monografia	Tipo	Autor	Ano	Categoria
------------	------	-------	-----	-----------



Análise de dificuldades de alunos com o algoritmo da subtração	Dissertação de Mestrado	Mello, Elisabete Marcon	2008	A
Explorando a resolução de problemas de estrutura aditiva usando diferentes tipos de representações: reta numérica e material manipulativo	Dissertação de Mestrado	Ventura, Luciana de Souza	2006	A
Problemas de adição e subtração: soluções em diferentes circunstâncias	Dissertação de Mestrado	Freitas, Marcia Beatriz Amplatz de	2005	A
Contando nos dedos: aprendizagem e desenvolvimento numérico	Dissertação de Mestrado	Cunha, Élisson Rixadson Araújo	2019	A
Relações entre a abstração reflexiva e o conhecimento aritmético de adição e subtração em crianças do ensino fundamental	Dissertação de Mestrado	Lopes, Shiderlene Vieira de Almeida	1997	A
A multiplicação na Escola Fundamental I: análise de uma proposta de ensino	Tese de Doutorado	Starepravo, Ana Ruth	2010	B
Algoritmos de multiplicação: uma experiência no ensino fundamental	Dissertação de Mestrado	Zonzini, Cleudiana dos Santos Feitoza	2016	B
Reflexões sobre a construção da operação de divisão em crianças de 1. e 2. séries de classes multisseriadas	Dissertação de Mestrado	Wallauer, Andréa	2006	B
Sentidos e significados do conceito de divisão provenientes de Atividade Orientadora de Ensino	Dissertação de Mestrado	Santos, Suzana Maria Pereira dos	2016	B
Sistema de numeração posicional e a lógica da divisão de inteiros	Dissertação de Mestrado	Soares Neto, Edson de Souza	2013	B
Um estudo sobre o cálculo operatório no campo multiplicativo com alunos de 5ª série do ensino fundamental	Dissertação de Mestrado	Bonanno, Aparecida de Lourdes	2007	B
Problemas verbais multiplicativos de quarta-proporcional: a diversidade de procedimentos de resolução	Dissertação de Mestrado	Barreto, Isva Maria Almeida	2001	B
Representação e solução de problemas aritméticos de divisão: um estudo dos procedimentos empregados por alunos do ensino fundamental I	Tese de Doutorado	Molinari, Adriana Maria Corder	2010	B
Gelosia e Divisão Americana: uma experiência motivadora com esses algoritmos operatórios pouco explorados no ensino fundamental	Dissertação de Mestrado	Brittes, Eduardo Castro	2016	B
Estado da arte das pesquisas brasileiras sobre práticas pedagógicas e o desenvolvimento da linguagem matemática no ensino fundamental (1977 - 2017)	Dissertação de Mestrado	Longo, Letícia Dias Candido,	2020	C
Uma abordagem didática para o ensino das operações básicas dos números fracionários e o uso de tecnologias digitais e não-digitais	Dissertação de Mestrado	Boucinhas, Gabriel Cacau	2019	C
A representação gráfica como recurso didático na educação matemática para a resolução de problemas aritméticos	Dissertação de Mestrado	Cardoso, Cristiane Terezinha	2019	C
Aprendizagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental	Dissertação de Mestrado	Daniel, Jane Eletra Serafini	2015	C
As quatro operações básicas: uma compreensão dos procedimentos algorítmicos	Dissertação de Mestrado	Bezerra, Maria da Conceição Alves	2008	C
Como as crianças constroem procedimentos matemáticos: reconhecendo o fazer matemática na escola entre modelos e esquemas	Dissertação de Mestrado	Almeida, Elissandra de Oliveira de	2006	C
Compartilhando conhecimentos no ensino de matemática nas séries iniciais: uma professora no contexto de tarefas investigativas	Dissertação de Mestrado	Bertini, Luciane de Fatima	2009	C
O aprendizado de regras matemáticas: uma pesquisa de inspiração wittgensteiniana com crianças da 4ª série no estudo da divisão	Dissertação de Mestrado	Silva, Paulo Vilhena da	2011	C
O uso de diferentes formas de comunicação em aulas de matemática no Ensino Fundamental	Dissertação de Mestrado	Hoffman, Bernardete Verônica Scheffer	2012	C
Revisitando os algoritmos para operações aritméticas	Dissertação	Moraes, Emmanuel	2015	C

fundamentais	de Mestrado	Cristiano Lopes de		
A prática regular de cálculo mental para ampliação e construção de novas estratégias de cálculo por alunos do 4º e 5º ano do ensino fundamental	Tese de Doutorado	Guimarães, Sheila Denize	2009	D
Estratégias de cálculo mental de alunos da 5ª série/6º ano do ensino fundamental	Dissertação de Mestrado	Santos, Daniel Moreira dos	2014	D
As relações entre as estratégias de resolução de cálculos mentais e escritos e os níveis de construção das operações aritméticas	Tese de Doutorado	Bariccatti, Karen Hyelmager Gongora	2010	D
Mudança de base e o ensino das operações elementares	Dissertação de Mestrado	Ramos, Pamela Jéssika Balotin	2019	E
A pesquisa de intervenção no desenvolvimento de competências matemáticas: um estudo com alunos do 5º Ano do Ensino Fundamental	Dissertação de Mestrado	Lopes, Maria Juliana de Freitas Carvalho	2015	E
Articulando características do sistema de numeração decimal para o ensino de números	Dissertação de Mestrado	Weslei Lima de Figueiredo	2019	E
Crianças, algoritmos e sistema de numeração decimal	Dissertação de Mestrado	Signorini, Marcela Boccoli	2007	E
Sistema de numeração decimal: saberes docentes e conhecimentos discentes do 3º ano do ensino fundamental	Dissertação de Mestrado	Silva, Renato Carneiro da	2013	E
Saberes e práticas de docentes que atuam no 5º ano do ensino fundamental sobre as operações de adição e subtração à luz da cifranavização	Tese de Doutorado	Silva, Renato Carneiro da	2021	F
A construção do conceito de número natural e o uso das operações fundamentais nas séries iniciais do ensino fundamental: uma análise conceitual	Dissertação de Mestrado	Santos, Joelma Nogueira dos	2013	F
Algoritmos : uma perspectiva de professores de quarta e quinta séries do ensino fundamental	Dissertação de Mestrado	Gonçalves, Alex Oleandro	2010	F
Cálculo mental: estudo sobre concepções e práticas de professores polivalentes	Dissertação de Mestrado	Marciano, Lilian Ceile	2019	F
Compreensões de professores das séries iniciais sobre o ensino dos procedimentos matemáticos envolvidos nos algoritmos convencionais da adição e da subtração com reagrupamento	Dissertação de Mestrado	Minotto, Rosana	2006	F
Formação inicial de professoras mediada pela escrita e pela análise de narrativas sobre operações numéricas	Tese de Doutorado	Megid, Maria Auxiliadora Bueno Andrade	2009	F
Resolução de problemas e o ensino dos conceitos aritméticos: percepções dos professores dos anos iniciais do ensino fundamental	Dissertação de Mestrado	Faxina, Josiane	2017	F
A condução do ensino das operações aritméticas nas séries iniciais: do tradicional ao intuitivo (entre a segunda metade do século XIX até a terceira década do século XX)	Tese de Doutorado	Salvador, Heloisa Hernandez de Fontes	2017	G
A prática social do cálculo escrito na formação de professores: a história como possibilidade de pensar questões	Tese de Doutorado	Souza, Eliana da Silva	2004	G
Algoritmos matemáticos na educação básica	Dissertação de Mestrado	Farias, José Carlos De Sales	2015	G
Análise histórica do estudo escolar de algoritmos da aritmética com base em explicações teóricas e exercícios propostos em livros didáticos de matemática (1870 – 1930)	Dissertação de Mestrado	Batista, Fernando da Silva	2017	G
Os algoritmos no contexto da história: uma experiência na formação de professores pedagogos	Dissertação de Mestrado	Pedroso, André Pereira	2008	G
Tópicos da história da matemática e suas contribuições para o ensino básico	Dissertação de Mestrado	Lustosa, João Batista Siqueira	2021	G

Encontramos 5 pesquisas acerca do uso de caminhos diversos ao canônico na resolução especificamente de problemas de adição e subtração (categoria A). Investigou-se a relação das crianças com o algoritmo

convencional (Lopes, 1997), bem como a utilização de caminhos alternativos e materiais, como o algoritmo da compensação (Mello, 2008), a reta numérica (Ventura, 2006), o dinheiro de papel e outros recursos materiais (Freitas, 2005) e a contagem pelos dedos das mãos (Cunha, 2019). Em todas estas monografias, concluiu-se que a possibilidade de utilização de caminhos alternativos poderia contribuir com o ensino destas operações.

Por sua vez, identificamos 9 trabalhos que giravam em torno exclusivamente do ensino do campo multiplicativo (categoria B). Starepravo (2010), Zonzini (2016) e Barreto (2001) tratam mais especificamente de operações multiplicativas; Wallauer (2006), Santos (2016), Soares Neto (2013), Molinari (2010) e Brittes (2016) de operações de divisão; Bonnano (2007), de ambas. Essas dissertações e teses exploram um ensino pautado em estratégias variadas de multiplicação e divisão, investigando procedimentos espontâneos e algoritmos variados (como o da Gelosia e a Divisão Americana). Em geral, detectou-se interesse e envolvimento dos educandos quando trabalhados estes caminhos. Além disso, nas pesquisas que investigam os procedimentos próprios dos educandos, percebeu-se que os mesmos fazem opções mais intuitivas, com maior significação para eles, ainda que menos econômicas, como estratégias de contagem e correspondência, subtrações sucessivas, dentre outras, e concluem por recomendá-las.

Identificamos 10 dissertações e teses que, de maneira mais ampla, investigam caminhos alternativos ao algoritmo em todas as quatro operações (categoria C), sendo que, de um modo geral, seus achados giram em torno da constatação de que as crianças cometem muitos erros no uso dos algoritmos convencionais, o que se deve a uma falta de compreensão dos conceitos subjacentes a eles (Daniel, 2015; Silva, 2011). Por sua vez, constata-se a potência de materiais manipuláveis, procedimentos espontâneos e caminhos alternativos para a aprendizagem da aritmética básica (Cardoso, 2019; Moraes, 2015; Bezerra, 2008; Almeida, 2006; Hoffman, 2012; Boucinhas, 2019), além da valorização das diversas linguagens (Longo, 2020) e uma necessária mudança na forma como se dá as relações na sala de aula e a organização das aulas (Almeida, 2006; Bertini, 2009; Hoffman, 2012; Boucinhas, 2019).

Encontramos 3 pesquisas que enfatizam a utilização do cálculo mental (categoria D) para o ensino da aritmética básica (Guimarães, 2009; Baricatti, 2010; Santos, 2014). Apesar de, em tese, podermos categorizá-las dentro das categorias anteriores (vez que o cálculo mental é realizado em operações de adição/subtração/multiplicação/divisão), nos pareceu interessante apartá-las em categoria própria, haja vista sua recorrência. Além disso, a estratégia do cálculo mental constitui-se num caminho não-convencional promissor, por exigir do sujeito a exploração das características e relações numéricas em jogo. Todas as três pesquisas concluíram pela defesa do seu uso para o ensino de matemática, entendendo-a como um caminho importante para a valorização do pensamento do estudante e elaboração de estratégias diversificadas ao algoritmo convencional.

Encontramos 5 trabalhos que tratam mais especificamente da relação entre a compreensão do sistema de numeração decimal e o ensino dos algoritmos na aritmética básica (categoria E). Embora estes também pudessem, em tese, serem colocados dentro das categorias anteriores (adição, subtração, multiplicação, divisão), a ênfase dada na investigação da relação entre o Sistema de Numeração Decimal (SND) e a aprendizagem da aritmética básica nos pareceu digna de apartá-los em categoria própria, pela riqueza das compreensões deles advindas. Essas monografias revelam que as crianças (Signorini, 2007) e mesmo a professora (Silva, 2013) submetidas ao ensino pautado nos algoritmos convencionais não compreendem a relação entre os seus procedimentos e os princípios e as propriedades do SND. Também demonstram que os algoritmos alternativos tornam mais clara as relações entre o SND e as operações (Lopes, 2015; Figueiredo, 2019).

Encontramos 7 dissertações que tratam mais especificamente da perspectiva dos professores acerca do ensino de uma aritmética menos formal e presa nos algoritmos tradicionais e reflexões em torno dos desafios e possibilidades de formação de professores neste sentido (categoria F). Os trabalhos ressaltam, por um lado, uma defasagem dos professores no domínio dos conceitos que subjazem as regras e procedimentos dos algoritmos convencionais (Santos, 2013; Minotto, 2006; Faxina, 2017; Silva, 2021)



evidenciando uma perspectiva de ensino pautada pela mecanização e reprodução de procedimentos, ainda que, no discurso, haja a defesa por eles de uma maior autonomia e liberdade no pensar matemático pelas crianças (Gonçalves, 2010; Marciano, 2019). Há, também, evidências de que uma boa formação de professores, que efetivamente dê conta de provocar a superação dessa perspectiva de ensino, deve ser pautada pelo acolhimento e escuta dos educadores, liberdade para discussão, trabalho em grupo e rompimento de crenças limitantes (Minotto, 2006; Megid, 2009; Silva, 2021).

Por fim, encontramos 6 produções que tratam mais especificamente da história dos algoritmos ou do ensino de aritmética, estabelecendo conexões entre a prática atual e suas origens pretéritas (categoria G). Algumas tratam da aritmética da segunda metade do século XIX até o início do século XX (Salvador, 2017; Batista, 2017), outras apresentam essa história numa amplitude temporal maior, abrangendo mais séculos, da Idade Antiga à Contemporaneidade (Souza, 2004; Farias, 2015; PEDROSO, 2008; LUSTOSA, 2021). Algumas delas, ainda, apresentam, para além de tópicos de história da matemática, uma preocupação de entender a perspectiva historicamente construídas dos professores e das escolas, propondo inclusive formação de professores a partir do estudo da história da matemática (Souza, 2004; Pedroso, 2008), ou estratégias metodológicas para além dos algoritmos convencionais (Lustosa, 2021). Em geral, todas as 6 produções convergem para a compreensão dos algoritmos como algo histórico, social, cultural, refletindo o desafio de povos na lida com a aritmética, no tempo e no espaço, reforçando que nem sempre a humanidade somou, subtraiu, multiplicou ou dividiu da forma como convencionalmente é estudada na escola, o que contrapõe-se, muitas vezes, ao pensamento dos professores e comunidade escolar, no sentido de pensar-se que matemática “sempre foi assim” (referindo-se aos algoritmos convencionais).

### **Análise das pesquisas e o caráter inédito da nossa**

Após categorizar os estudos encontrados e analisá-los um a um, juntamente com os estudos de Kamii, Lerner, Nunes e parceiros, passamos a buscar interpretações mais abrangentes para os trabalhos. Em sua maioria, os estudos encontrados convergiram para 1) a crítica à supervalorização de aspectos procedimentais da matemática na educação aritmética e a referência aos prejuízos de dar ênfase na aplicação de um conjunto de regras e técnicas que devem ser memorizadas pelos educandos e 2) a valorização e defesa de um ensino mais conceitual e menos instrumental dos procedimentos algorítmicos, que explicita as relações e conceitos em jogo, sendo que, em algumas monografias, há também 3) o incentivo a caminhos alternativos, não-convencionais ou valorização de procedimentos criados pelos próprios educandos, para a solução dos problemas aritméticos, que poderiam ser explorados lado a lado ao ensino dos algoritmos convencionais ou mesmo 4) ensinados de forma anterior aos algoritmos convencionais, neste caso, por compreender-se, dentre outras coisas, que alguns caminhos alternativos respeitam mais as próprias conceitualizações dos mesmos em relação a esses objetos de estudo, recomendando-se deixar o ensino dos algoritmos convencionais, mais herméticos, para o final do processo. Em alguns casos, 5) defende-se a exclusão do ensino dos algoritmos convencionais nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, por entenderem que os mesmos são prejudiciais ao desenvolvimento aritmético e numérico da criança. A numeração de 1 a 5 pode ser entendida como uma régua vertical (vertical na medida em que se aprofunda na importância que dá aos algoritmos alternativos), régua esta que mediria um “grau de intensidade” de uma proposta de ensino de aritmética que rompe com a centralidade dos algoritmos convencionais, sendo 1 a menos radical e 5 a mais radical. Há, no nosso levantamento, mais trabalhos que vão até o “grau” 3 dessa régua que em relação aos “graus” 4 e 5.

Por exemplo, poderíamos situar no ponto 2 da régua os trabalhos de Moraes (2015) e Daniel (2015), dentre outros; no ponto 3, estariam Almeida (2006), Bezerra (2008) e outras. Para nós, muito embora todas as pesquisas contribuam sobremaneira para o tema, não nos parece bastar, por exemplo, o movimento em sala de aula de explicação dos conceitos que subjazem os algoritmos convencionais; é preciso, além disso, confrontar a própria centralidade do ensino aritmético pautado nos algoritmos convencionais e incentivar o uso de caminhos alternativos, conforme as pesquisas de referência

apresentadas, como Kamii e Livingston (1995), Lerner, Sadovsky e Wolman (1996) e Nunes, Carraher e Schliemann (2011).

Além disso, percebemos, também, uma régua horizontal, que poderia classificar as pesquisas do nosso levantamento, desde aquelas que, ao abordarem o ensino de aritmética e questionarem os algoritmos convencionais, focam no estudante e suas aprendizagens ou expandem-se para a sala de aula, a escola e a comunidade/sociedade em geral (régua horizontal, portanto, na medida em que o foco é apenas o estudante, ou abrange outros elementos de seu contexto escolar e social). Neste sentido, os estudos poderiam ser divididos em: 1) estudos que focam sobretudo na melhoria da aprendizagem dos sujeitos quando submetidos a essa proposta de ensino ou que enfatizam o que acontece “dentro da cabeça” do educando; 2) pesquisas que investigam as relações entre essa proposta de ensino e uma necessária mudanças em estratégias didáticas dentro da sala de aula, como a abertura para ouvir os alunos, incentivo ao diálogo entre educandos, trabalho em equipe, construção coletiva de conhecimentos, etc., compreendendo a relação entre valorização de algoritmos alternativos e valorização de práticas dialógicas em sala de aula; 3) pesquisas que avançam para os desafios de, com essa proposta, assumir-se uma nova perspectiva de ensino de matemática (e não só da aritmética), menos mecanizado, menos atrelado a regras e convenções e que estimule mais o pensamento do aluno e que rompa com a lógica tradicional da relação professor-aluno, portanto, a valorização dos algoritmos alternativos seria apenas um aspecto de uma proposta maior de ensino de matemática e 4) estudos que investigam as relações do ensino de algoritmos alternativos e construção de uma educação matemática mais crítica, cultural e política, que vai contra a dominação de sujeitos e avança para uma perspectiva social transformadora, portanto, a valorização de algoritmos alternativos seria não só um aspecto de um ensino de matemática, mas um aspecto de um ensino mais crítico.

Da mesma forma que a régua vertical, na régua horizontal há, a partir do que levantamos, mais dissertações e teses que vão até o “grau” 3 dessa régua que em relação ao “grau” 4. Por exemplo, as pesquisas de Mello (2008) e Ventura (2006), que investigam a eficácia, respectivamente, do uso do algoritmo da compensação e do material reta numérica para as operações de somar e subtrair, estariam localizadas no grupo daquelas pesquisas cujo foco é a melhoria da aprendizagem das crianças (número 1 da régua). Já Boucinhas (2019), por exemplo, analisou não só os benefícios da utilização de recursos manipuláveis e caminhos alternativos para os estudantes, mas manteve a defesa de, ao mesmo tempo, quebrarem-se paradigmas como os de que a matemática é inalcançável e objetivos como o de se permitir a formação de cidadãos um pouco mais críticos na sociedade em que vivem, o que seria, portanto, uma pesquisa localizada entre os números 3 e 4 da régua. cremos que, longe de desmerecer as pesquisas de “graus” 1 e 2, aquelas situadas a partir do “grau” 3 estão mais em sintonia com o que acreditamos, por atender, na nossa opinião, um conjunto um pouco mais amplo de preocupações de uma educação matemática crítica, conforme Skovsmose (2015), Alrø e Skovsmose (2021) e Milani (2020).

A partir daí, percebemos o caráter de ineditismo de nossa monografia, pois ela busca investigar se uma prática de ensino aritmético pautada nos algoritmos alternativos pode, de fato, constituir-se numa proposta “carro-chefe” para o ensino da aritmética básica, na linha do que investigam os trabalhos situados nos “graus” 4 e 5 da régua vertical, tanto quanto investigar os benefícios desta proposta no atendimento à preocupações educativas mais amplas, permitindo um ensino de matemática mais dialógico e crítico, portanto, para além do “grau” 3 da régua horizontal. Nenhuma das 45 dissertações e teses investigadas, ao nosso ver, fazem isso simultaneamente.

## Conclusões

cremos que a nossa pesquisa tem potencial para descortinar novas perspectivas no ensino de aritmética pautado em algoritmos alternativos, em especial, pelo fato de o nosso olhar estar marcado pelas preocupações da EMC. Cabe indagarmos: qual é o papel dos algoritmos na escola e fora dela? Por que, historicamente, as pessoas são avaliadas por saberem ou não matemática a partir da correta operacionalização dos algoritmos convencionais? Que forças históricas, políticas e culturais definem estes saberes matemáticos? Em que a Educação Matemática Crítica e suas noções, como “paradigma do

exercício”, “absolutismo burocrático”, “cenários para investigação”, “atos dialógicos”, “matemacia”, dentre outros, podem relacionar-se com os algoritmos?

Embora no início, nossa pesquisa consegue entrever que, em sala de aula, a valorização dos algoritmos não convencionais pode permitir ao educador permitir a dinamização e o debate em sala de aula, possibilitando a troca de ideias e a colaboração entre os educandos bem como entre educador-educandos. Os caminhos escolhidos pelos educandos revelam o seu domínio próprio dos números e suas próprias conceitualizações em torno do sistema de numeração decimal, constituindo-se estes momentos cenários para investigação, no qual o que está sendo investigado é a própria aritmética básica e as articulações e mobilizações de saberes realizadas pelos educandos para a manipulação dos números em jogo. Assim, o diálogo em suas diversas interpretações podem se fazer presentes: enquanto movimento de ir até aonde o outro está, enquanto discussão, enquanto participação...

A exploração de diversos caminhos operacionais pode potencializar os alunos e valorizar os seus saberes e os de sua cultura, em contraposição a uma perceptível despotencialização quando colocamos os algoritmos convencionais e suas regras na centralidade do processo educativo. Politicamente, parece haver uma abertura para a democracia quando se produzem e se valorizam algoritmos não-convencionais, vez que, diferentemente dos convencionais, se dão em territorialidades múltiplas do ponto de vista sócio-cultural e econômica. Diferentemente, os algoritmos convencionais, tradicionalmente localizados no território escolar, são marcados por movimentos opressores, já que suas mecânicas e regras flertam com o paradigma do exercício e o absolutismo burocrático escolar, podendo produzir fracasso e exclusão.

## Referências da revisão de literatura

Almeida, Elissandra de Oliveira de. *Como as crianças constroem procedimentos matemáticos: reconhecendo o fazer matemático na escola entre modelos e esquemas*. 2006. 250 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade de Brasília, Brasília, 2006.

Bariccatti, Karen Hyelmager Gongora. *As relações entre as estratégias de resolução de cálculos mentais e escritos e os níveis de construção das operações aritméticas*. 2010. 183 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2010.

Barreto, Isva Maria Almeida. *Problemas verbais multiplicativos de quarta-proporcional: a diversidade de procedimentos de resolução*. 2001. 123 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

Batista, Fernando da Silva. *Análise histórica do estudo escolar de algoritmos da aritmética com base em explicações teóricas e exercícios propostos em livros didáticos de matemática (1870 – 1930)*. 2017. 120 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2017.

Bertini, Luciane de Fátima. *Compartilhando conhecimentos no ensino de matemática nas séries iniciais: uma professora no contexto de tarefas investigativas*. 2009. 128 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Humanas) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2009.

Bezerra, Maria da Conceição Alves. *As quatro operações básicas: uma compreensão dos procedimentos algorítmicos*. 2008. 138 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2008.

Bonanno, Aparecida de Lourdes. *Um estudo sobre o cálculo operatório no campo multiplicativo com alunos de 5ª série do ensino fundamental*. 2007. 129 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

Boucinhas, Gabriel Cacao. *Uma abordagem didática para o ensino das operações básicas dos números fracionários e o uso de tecnologias digitais e não-digitais*. 2019. 96 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2019.

Brittes, E. C. *Gelosia e Divisão Americana: uma experiência motivadora com esses algoritmos operatórios pouco explorados no ensino fundamental*. 2016. 107 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2016.

Cardoso, Cristiane Terezinha. *A representação gráfica como recurso didático na educação matemática para a resolução de problemas aritméticos*. 2019. 134 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2019.

Cunha, Élisson Rixadson Araújo. *Contando nos dedos: aprendizagem e desenvolvimento numérico*. 2019. 96f. Dissertação (Mestrado em Psicologia) - Centro de Ciências Humanas, Letras e Artes, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2019.

Daniel, Jane Eletra Serafini. *Aprendizagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental*. 2015. 102 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2015.

Farias, José Carlos de Sales. *Algoritmos matemáticos na educação básica*. 2015. 93 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico ou Profissional) - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2015. Disponível em: <<http://siduece.uece.br/siduece/trabalhoAcademicoPublico.jsf?id=89097>> Acesso em: 19 de fevereiro de 2024

Faxina, Josiane. *Resolução de problemas e o ensino dos conceitos aritméticos: percepções dos professores dos anos iniciais do ensino fundamental*. 2017. 168 f. Dissertação (Mestrado em Educação Básica) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – Faculdade de Ciências, Bauru, 2017.

Figueiredo, Weslei Lima de. *Articulando características do sistema de numeração decimal para o ensino de números*. 2019. 150 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2019.

Freitas, Marcia Beatriz Amplatz de. *Problemas de adição e subtração: soluções em diferentes circunstâncias*. 2005. 80 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2005.

Gonçalves, Alex Oleandro. *Algoritmos: uma perspectiva de professores de quarta e quinta séries do ensino fundamental*. 2010. 294 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2010.

Guimarães, Sheila Denize. *A prática regular de cálculo mental para ampliação e construção de novas estratégias de cálculo por alunos do 4º e 5º ano do ensino fundamental*. 2009. 262 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2009.

Hoffman, Bernadete Verônica Schaeffer. *O uso de diferentes formas de comunicação em aulas de matemática no ensino fundamental*. 2012. 290 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Educação, Vitória, 2012.

Longo, Leticia Dias Candido. *Estado da arte das pesquisas brasileiras sobre práticas pedagógicas e o desenvolvimento da linguagem matemática no ensino fundamental (1977 - 2017): State of the art of brazilian research on pedagogical practices and the development of mathematical language in elementary education (1977 - 2017)*. 2020. 1 recurso online ( 141 p.) Dissertação (mestrado) -



Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Física Gleb Wataghin, Campinas, SP. Disponível em: <https://hdl.handle.net/20.500.12733/1638920>. Acesso em: 19 fev. 2024.

Lopes, Maria Juliana de Freitas Carvalho. *A pesquisa de intervenção no desenvolvimento de competências matemáticas: um estudo com alunos do 5o ano do ensino fundamental*. 2015. 228 f. Dissertação (Mestrado em Processos de Desenvolvimento Humano e Saúde) - Universidade de Brasília, Brasília, 2015.

Lopes, Shiderlene Vieira de Almeida. *Relações entre a abstração reflexiva e o conhecimento aritmético de adição e subtração em crianças do ensino fundamental*. 1997. 146 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1997.

Lustosa, João Batista Siqueira. *Tópicos da história da matemática e suas contribuições para o ensino básico*. 77 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Matemática, Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, Paraíba, Brasil, 2021. Disponível em: <http://dspace.sti.ufcg.edu.br:8080/jspui/handle/riufcg/21757>

Marciano, Lilian Ceile. *Cálculo mental: estudo sobre concepções e práticas de professores polivalentes*. 2018. 242 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2018.

Megid, Maria Auxiliadora Bueno Andrade. *Formação inicial de professoras mediada pela escrita e pela análise de narrativas sobre operações numéricas*. 2009. 208 p. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. Disponível em: <https://hdl.handle.net/20.500.12733/1609794>. Acesso em: 19 fev. 2024.

Mello, Elisabete Marcon. *Análise de dificuldades de alunos com o algoritmo da subtração*. 2008. 139 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

Minotto, Rosana. *Compreensões de professores das séries iniciais sobre o ensino dos procedimentos matemáticos envolvidos nos algoritmos convencionais da adição e da subtração com reagrupamento*. 2006. 153 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Paraná – UFPR, Curitiba, 2006.

Moliarini, Adriana Maria Corder. *Representação e solução de problemas aritméticos de divisão: um estudo dos procedimentos empregados por alunos do ensino fundamental I*. 2010. 252 p. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. Disponível em: <https://hdl.handle.net/20.500.12733/1611885>. Acesso em: 19 fev. 2024.

Moraes, Emmanuel Cristiano Lopes de. *Revisitando os Algoritmos para Operações Aritméticas Fundamentais*. 2015. 94 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação) - Universidade de Brasília, Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Brasília, 2015.

Pedroso, André Pereira. *Os algoritmos no contexto da história: uma experiência na formação de professores pedagogos*. 2008. 174 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008.

Salvador, Heloisa Hernandez de Fontes. *A condução do ensino das operações aritméticas nas séries iniciais: do tradicional ao intuitivo (entre a segunda metade do século XIX até a terceira década do século XX)*. 2017. 222 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2017.



Santos, Daniel Moreira dos. *Estratégias de cálculo mental de alunos da 5ª série/6º ano do ensino fundamental*. 2014. 172 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2014.

Santos, Joelma Nogueira dos. *A construção do conceito de número natural e o uso das operações fundamentais nas séries iniciais do ensino fundamental: uma análise conceitual*. 2013. 180 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Fortaleza, 2013.

Santos, Suzana Maria Pereira dos. *Sentidos e significados do conceito de divisão provenientes de Atividade Orientadora de Ensino*. 2016. 137 f. Dissertação (Mestre em Docência para Educação Básica) – UNESP, Faculdade de Ciências, Bauru, 2016.

Signorini, Marcela Boccoli. *Crianças, algoritmos e sistema de numeração decimal*. 2007. 124 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e o Ensino de Matemática) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2007.

Silva, Paulo Vilhena da. *O aprendizado de regras matemáticas: uma pesquisa de inspiração wittgensteiniana com crianças da 4ª série no estudo da divisão*. 2011. 102 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Belém, 2011. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas.

Silva, Renato Carneiro da. *Saberes e práticas de docentes que atuam no 5º ano do ensino fundamental sobre as operações de adição e subtração à luz da cifranavização*. Orientador: Paulo Meireles Barguil. 2021. 498 f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2021.

Silva, Renato Carneiro da. *Sistema de numeração decimal: saberes docentes e conhecimentos discentes do 3º ano do ensino fundamental*. 2013. 140f. – Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira, Fortaleza (CE), 2013.

Soares Neto, Edson de Souza. *Sistema de numeração posicional e a lógica da divisão de inteiros*. 2013. 36 f. Dissertação (Mestrado em Álgebra; Análise matemática; Ensino de matemática; Geometria e topologia; Matemática aplicada) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2013.

Souza, Eliana da Silva. *A prática social do cálculo escrito na formação de professores: a história como possibilidade de pensar questões*. 2004. 278p. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. Disponível em: <https://hdl.handle.net/20.500.12733/1598628>. Acesso em: 19 fev. 2024.

Starepravo, Ana Ruth. *A multiplicação na Escola Fundamental I: análise de uma proposta de ensino*. 2010. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010. doi:10.11606/T.48.2010.tde-13092010-125231. Acesso em: 2024-02-19.

Ventura, Luciana de Souza. *Explorando a resolução de problemas de estrutura aditiva usando diferentes tipos de representações: reta numérica e material manipulativo*. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2006.

Wallauer, Andréa. *Reflexões sobre a construção da operação de divisão em crianças de 1. e 2. séries de classes multisseriadas*. 2006. 205 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

Zonzini, Cleudiana dos Santos Feitoza. *Algoritmos de multiplicação: uma experiência no Ensino Fundamental*. 2016. 67 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade de Brasília, Brasília, 2016.

## Referências

- Alrø, Helle; Skovsmose, Ole. *Diálogo e aprendizagem em educação matemática*. 3ª Edição. Belo Horizonte: Autêntica, 2021.
- André, M. *Etnografia da prática escolar*. São Paulo: Papirus, 2005
- Brasil. *Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira*. Pisa 2018. 2019.
- Kamii, Constance. Livingston, Sally J. *Desvendando a Aritmética: implicações da teoria de Piaget*. Campinas, SP: Papirus, 1995.
- Lerner, Delia; Sadovsky, Patricia; Wolman, Susana. O sistema de numeração: um problema didático. In: PARRA, Cecília; SAIZ Irma (Org.). *Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 73-155.
- Lüdke, Menga; André, Marli. *Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU, 1986.
- Milani, R. Diálogo em Educação Matemática e suas Múltiplas Interpretações. *Boletim de Educação Matemática. Bolema*, v. 34, p. 1036-1055, 2020.
- Nunes, Terezinha. Carraher, David. Schliemann, Analucia. *Na vida dez, na escola zero*. 16ª Edição. São Paulo: Cortez, 2011.
- Skovsmose, Ole; Borba, Marcelo. Research Methodology And Critical Mathematics Education. In: Valero, Paola; Zevenbergen, Robyn (Orgs.). *Researching the Socio-Political Dimensions of Mathematics Education: Issues of Power in Theory and Methodology*. Mathematics Education Library, vol 35. Springer, Boston, MA, 2004. [https://doi.org/10.1007/1-4020-7914-1\\_17](https://doi.org/10.1007/1-4020-7914-1_17)
- Skovsmose, Ole. *Um convite à educação matemática crítica*. [Recurso eletrônico], Papirus, 2015.