

27

PROMETEICA

REVISTA DE FILOSOFÍA Y CIENCIAS

ISSN 1832-9488

(07/2023 – 10/2023)

Núm. 27

Invierno

2023

DOSIER:

12TH MATHEMATICS EDUCATION AND
SOCIETY CONFERENCE

EDITORES INVITADOS

Renato Marcone José de Souza

(Universidade Federal de São Paulo, Brasil)

Patricia Rosana Linardi

(Universidade Federal de São Paulo, Brasil)

Raquel Milani

(Universidade de São Paulo, Brasil)

Amanda Queiroz Moura

(Instituto Federal do Rio Grande do Sul, Brasil)

João Pedro Antunes de Paulo

(Universidade Federal do Sul e Sudeste Pará, Brasil)

Michela Tuchapesk da Silva

(Universidade de São Paulo, Brasil)

Miriam Godoy Penteado

(Universidade Estadual Paulista, Brasil)

Ole Skovsmose

(Universidade Estadual Paulista, Brasil)

<https://periodicos.unifesp.br/index.php/prometeica/index>
prometeica@unifesp.br

Editor en jefe - Filosofía

Emiliano Aldegani (Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina)

Editor en jefe - Ciencias

Flaminio de Oliveira Rangel (Universidade Federal de São Paulo, Brasil)

Editores Adjuntos

Ivy Judensnaider (Universidade Paulista, Universidade Estadual de Campinas, Brasil)

Jimena Yisel Caballero Contreras (Universidad Nacional Autónoma de México, México)

Editores Invitados

Renato Marcone José de Souza (Universidade Federal de São Paulo, Brasil)

Patricia Rosana Linardi (Universidade Federal de São Paulo, Brasil)

Raquel Milani (Universidade de São Paulo, Brasil)

Amanda Queiroz Moura (Instituto Federal do Rio Grande do Sul, Brasil)

João Pedro Antunes de Paulo (Universidade Federal do Sul e Sudeste Pará, Brasil)

Michela Tuchapesk da Silva (Universidade de São Paulo, Brasil)

Miriam Godoy Penteado (Universidade Estadual Paulista, Brasil)

Ole Skovsmose (Universidade Estadual Paulista, Brasil)

Secretaria de redacción

Jimena Yisel Caballero Contreras (Universidad Nacional Autónoma de México, México)

Comité editorial

Agustin Adúriz Bravo (Universidad de Buenos Aires, Argentina), Alberto Clemente De La Torre (Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina), Ana Paula Bispo (Universidade Estadual da Paraíba, Brasil), Arindam Bose (Tata Institute of Social Sciences (TISS), India), Charbel El-Hani (Universidade Federal da Bahia, Brasil), Fernando Santiago dos Santos (Instituto Federal de São Paulo, Brasil), Xavier Ruiz Collantes (Universitat Pompeu Fabra de Barcelona, España), Jimena Yisel Caballero Contreras (Universidad Nacional Autónoma de México, México), Lucas Emmanuel Misseri (Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, Argentina), Maria Elice Brzezinski Prestes (Universidade de São Paulo, Brasil), Mariano Nicolás Hochman (Universidad de Buenos Aires, Argentina), Renato Marcone José de Souza (Universidade Federal de São Paulo, Brasil), Silvia Dotta (Universidade Federal do ABC, Brasil), Thais Cyrino de Mello Forato (Universidade Federal de São Paulo, Brasil), Vasil Gluchman (University of Prešov, Eslováquia), Waldmir Nascimento de Araujo Neto (Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil).

Asesores académicos externos

Abigail Vital – Centro Federal de Educação Tecnológica – RJ, Brasil, Alexandre Bagdonas – Universidade Federal de Lavras, Brasil, André Noronha – Instituto Federal de São Paulo, Brasil, Boniek Venceslau da Cruz Silva – Universidade Federal do Piauí, Brasil, Breno Arsioli Moura – Universidade Federal do ABC, Brasil, Carlos Eduardo Ribeiro – Universidade Federal do ABC, Brasil, Carlos Roberto Senise Júnior – Universidade Federal de São Paulo, Brasil, Daniel Quaresma Figueira Soares – Universidade de São Paulo, Brasil, Danilo Cardoso – Universidade de São Paulo, Brasil, Denilson Cordeiro – Universidade Federal de São Paulo, Brasil, Esdras Viggiano – Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Brasil, Evaldo Araujo de Oliveira Filho – Universidade Federal de São Paulo,

Francisco Ângelo Coutinho – Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil, Guilherme Brockington – Universidade Federal do ABC, Brasil, Helio Elael Bonini Viana – Universidade Federal de São Paulo, Brasil, Isabelle Priscila Carneiro de Lima – Instituto Federal da Bahia, Brasil, Ivã Gurgel – Universidade de São Paulo, Brasil, Jose Antonio Ferreira Pinto – Universidade Estadual da Paraíba, Brasil, Leonardo André Testoni – Universidade Federal de São Paulo, Brasil, Luciana Caixeta Barboza – Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Brasil, Luciana Monteiro de Moura – Universidade Federal de São Paulo, Brasil, Luciana Zaterka – Universidade Federal do ABC, Brasil, Lúcio Costa – Universidade Federal do ABC, Brasil, Marco Braga – Centro Federal de Educação Tecnológica – Rio de Janeiro, Brasil, Maria Inês Ribas Rodrigues – Universidade Federal do ABC, Brasil, Maria Luiza Ledesma Rodrigues – Universidade Estadual Paulista, Brasil, Marlon Cesar de Alcântara – Instituto Federal Sudeste de Minas Gerais, Brasil, Nadja Magalhães – Universidade Federal de São Paulo, Brasil, Nei de Freitas Nunes Neto – Universidade Federal da Grande Dourados, Brasil, Renato Kinouchi – Universidade Federal do ABC, Brasil, Renato Marcone José de Souza – Universidade Federal de São Paulo, Brasil, Simone Alves de Assis Martorano – Universidade Federal de São Paulo, Simone Nakaguma – Universidade Federal de São Paulo, Winston Schmiedecke – Instituto Federal de São Paulo, Brasil.

Formato de la publicación

Digital: Portable Document Format (PDF), Hyper Text Markup Language (HTML), Extensible Markup Language (XML).

Idiomas aceptados

Castellano, portugués e inglés (lenguas de la publicación).

Normas de publicación

<https://periodicos.unifesp.br/index.php/prometeica/about/submissions>

Contacto

prometeica@unifesp.br

Responsables

Emiliano Aldegani (Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina)

Flaminio de Oliveira Rangel (Universidade Federal de São Paulo, Brasil)

Diseño de isologo

Victoria Reyes (<http://www.victoriareyes.com.ar>)

Imagen de portada

Arte de Xandi Vaz - [@xandivaz](#)

Editorial	7
A voz e a vez da crítica.....	7
Artículos.....	8
Impacto de la COVID-19 en estudiantes hispanoparlantes.....	8
Darwin y el nexo entre divergencia y competencia.....	22
Uma filosofia da educação em ciências no horizonte da hermenêutica filosófica	39
Consideraciones epistemológicas de la contabilidad ambiental.....	56
Autocontención y humanidad fronteriza.....	71
La ética profesional en la formación y en el ejercicio profesional del contador público.....	88
Hegelian dialectics and ethnoclass differences	100
Derivas y tensiones en la materialización de la utopía	117
La creación de imaginarios y la disolución de la trama mediante la tipificación que anula las catálisis.....	133
Reflexiones sobre la ciencia, la técnica y la tecnología en el pensamiento de evandro agazzi.....	147
Debates	158
Los retos para la filosofía, la ética y la antropología en tiempos de pandemia.....	158
Reseñas.....	169
Una filosofía del miedo.....	169
Übermensch und ewige wiederkehr.....	171
Editorial Dossier.....	175
Mathematics education and society.....	175
Artículos Dossier	178
A Etnomatemática e a reforma curricular brasileira.....	178
Unincorporated.....	189
Institutional and Instructional Decolonizing Mathematics Education.....	199
Community college mathematics instructors of color on the pursuit of supporting developmental students' self-efficacy	210
Manifestações da ideologia da certeza em livros didáticos de Matemática	220
Calling for critical interrogations of white supremacy and settler colonialism in mathematics education research	231
Sustainability and mathematical modelling in 5 th grade	241
Experiencing critical mathematics education.....	252
Students' perspectives on Critical Mathematics Education	263
Uma abordagem marxista de Educação Financeira em uma escola do campo	274
Motivos para a aprendizagem	285
Approximate Reasoning and the Ethnomathematics of Cooking.....	295
Possible dialogues between power, mathematics and cryptography	306
Simulation-based mathematics and social justice activities.....	316
Mathematics Educations of Helplessness	327
Conveying different types of values via mathematical tasks	336

Discussions on Inclusion in times of biopolitics and neoliberalism.....	347
Dialogicity as an educational practice with significant social implications.....	356
Explorando o conhecimento do conteúdo pedagógico matemático de professores em formação.....	366
Caracterizando nuestras concepciones de ser profesor(a) de matemáticas	378
Microagressões raciais nas ciências exatas	389
Integrating ethnomathematics approach in teaching school mathematics	400
Conflicting mathematical worldviews.....	410
Os Moxihatëtë thëpë e a Educação Matemática?	421
For a mathematics education beyond reproduction	432
Research as experienced	443
Reflexões sobre o contexto histórico, respaldo legal e ensino de Matemática para pessoas em tratamento de saúde	453
Empoderamento docente e Educação Matemática Crítica.....	464
Investigaciones desde enfoques socio políticos de la educación matemática en colombia	473
Pessoas constituindo-se como sujeitos sociais na apropriação de práticas de numeramento.....	483
The quadratic glass ceiling and its consequences.....	494
A experiência de formação de professores de ciências e matemática em um curso interdisciplinar.....	505
Reflecting on mathematics.....	513
Red de Educadores Matemáticos Críticos.....	524
A pesquisa em educação das relações étnico-raciais na educação matemática brasileira.....	535
Escenarios de investigación como construcción participativa	544
Can math teaching challenge institutional racism?	554
Computational Thinking and The Algebra Project.....	565
From gazing to understanding.....	575
A aprendizagem baseada em problemas na educação básica.....	586
(Re)production of knowledge within mathematics education.....	595
Educação matemática colorida e fora do armário	602
Discourses in Colombian and Swedish Syllabuses	613
El profesor de matemáticas deseado participe de una fábrica.....	623
Equitable and inclusive mathematics classrooms?	630
Educação matemática crítica como um direito humano	640
Ethics as part of mathematical reasoning in sharing.....	649
Aspectos da cultura Kyikatêjê em uma experiência de ensino de Matemática	658
Researching for a mathematics rhizocurrere for culturally responsive teaching.....	668
Being inclusive or reinforcing of social stereotypes.....	679
Trabalho como unidade estruturante de educação matemática de alunos do campo.....	689
Twenty years of law 10.639.....	699
Mathematics as a tool of oppression in the united states	710
Educação matemática crítica e projetos de trabalho	720
A educação de superdotados na educação matemática crítica	731
Alternative Curricular Experiences for Young Prisoners	741
Questões de gênero e formação de professores de matemática.....	752

Cultivating mathematical proficiencies and identities through culturally and community inspired activities	761
“O mérito da sua nota alta está na sua cor do pecado”	772
Educação pela experiência	783
Mathematics curricula in francophone countries.....	793
Foregrounding Black African Immigrants in Mathematics Education Research	803
Unlocking the gate.....	813
Towards a critical epistemology of mathematics	825
Investigating race consciousness within teachers’ and leaders’ visions of equitable mathematics instruction in the U.S.	834
Normas para los autores	842

A VOZ E A VEZ DA CRÍTICA

Em 2010 nascia a *Prometeica – Revista de Filosofia e Ciências*, com o intuito de dar voz e vez à crítica dos limites das relações entre a Filosofia e a Ciência, a partir da perspectiva científica e sócio-histórica de mundo, na qual o próprio homem é, concomitantemente, sujeito e objeto de reflexão. Nascia uma revista multimídia, de origem latino-americana, de acesso aberto, online, para oferecer um espaço público, gratuito e livre de diálogo interdisciplinar.

Nestes 13 anos de existência, buscamos autores e revisores nas diversas áreas de conhecimento e nos diversos países, dispostos a compartilhar esses objetivos. Além de autores isolados, trouxemos alguns colegas como editores convidados para coordenar dossiês temáticos, aglutinar e publicar pesquisas internacionais associadas ao tema. Colaboramos, assim, para a ampla circulação de ideias científicas que são, inicialmente, discutidas junto a públicos restritos como nos encontros por área de conhecimento.

Como exemplo, em 2022, o prof. Dr. Nicola Liberati coordenou a edição do dossiê *Living in the New Era* (时代 · 新生), que representava parte do debate do congresso de mesmo nome, ocorrido em novembro de 2021 na Universidade de Shanghai Jiao Tong, China. Considerando o crescimento chinês associado às tecnologias digitais e a integração digital do mundo, os pesquisadores se propunham a debater os efeitos dessas mudanças, mantendo a China no centro da pesquisa.

Em 2023, convidamos o Dr. José Maria Gil e a Dr.^a Mariela Blanco para coordenarem o dossiê *Os Outros Borges*, em que os autores da Argentina, México, França, China e EUA buscavam, sob diferentes perspectivas, os aportes do pensador argentino Jorge Luis Borges às ciências.

Neste número 27 da *Prometeica* temos o prazer de anunciar a publicação do dossiê com os principais artigos apresentados à *12th Mathematics Education and Society Conference*, iniciada em julho de 2023, na Universidade Federal de São Paulo – *campus* Diadema. As Conferências de Educação Matemática e Sociedade visam reunir educadores matemáticos de todo o mundo em torno de questões claramente vinculadas a temas sociais/políticos/culturais/éticos. A Conferência realizada no Brasil contou com a participação de pesquisadores de 25 países, representando os cinco continentes. Os artigos foram submetidos em janeiro, avaliados em formato aberto em abril pelos pareceristas e as versões finais, devidamente aprovadas, entregues entre maio e junho.

Tendo colaborado, desde o início, com a organização e a divulgação da *12th Mathematics Education and Society Conference*, a *Revista Prometeica* sugeriu que os membros da equipe de coordenação da conferência se tornassem editores convidados. Desta forma, agradecemos aos organizadores, aos autores e aos avaliadores, pela confiança, pela parceria e pela publicação de tão importante trabalho científico.

Flaminio de Oliveira Rangel
(Universidade Federal de São Paulo, Brasil)
flaminio.rangel@unifesp.br

IMPACTO DE LA COVID-19 EN ESTUDIANTES HISPANOPARLANTES*IMPACT OF COVID19 ON SPANISH-SPEAKING EDUCATION**IMPACTO DO COVID-19 EM ESTUDANTES DE LÍNGUA ESPANHOLA***Cristian Araneda***(Departamento de Producción Animal, Facultad de Ciencias Agronómicas, Universidad de Chile)*
craraned@uchile.cl**Sergio G. Rodríguez Gil***(Centro de Estudios Parasitológicos y de Vectores - CONICET-UNLP Asoc. CIC, Argentina)*
sergio.rodriguezgil@cepave.edu.ar**Luis Pascual Calaforra***(Departamento de Genética, Universidad de Valencia, España)*
luis.pascual@uv.es**Samanta Peschi***(Departamento de Humanidades, Universidad Católica de La Plata, Argentina)*
samantapeschi@gmail.com**Iván Servín***(Facultad de Psicología, Universidad Nacional de la Plata, Argentina)*
ivserrin95@gmail.com**América Nitxin Castañeda-Sortibrán***(Laboratorio de Genética y Evolución, Departamento de Biología Celular, Universidad Nacional Autónoma de México)*
nitxin@ciencias.unam.mx

Recibido: 28/07/2022

Aprobado: 10/06/2023

RESUMEN

La pandemia del SARS-CoV-2 ha creado un desafío sin precedentes para la educación. En 2020, como resultado de las medidas para reducir la propagación del SARS-CoV-2, muchas instituciones educativas pasaron del aprendizaje presencial al aprendizaje remoto. Sin embargo, este modelo educativo puede generar estrés y ansiedad adicionales a la ansiedad provocada por la pandemia. Los objetivos del presente estudio fueron: 1) comparar las perspectivas de estudiantes y docentes sobre el número de horas dedicadas a las clases, y 2) determinar las principales dificultades que enfrentan docentes y estudiantes, respectivamente, al pasar al sistema de educación en línea. Para realizar esta investigación se realizó una encuesta online en países de habla hispana, utilizando una muestra de 1.048

participantes anónimos. A través de los datos recopilados. Se analizaron el uso de plataformas, los tipos de equipos, los niveles de angustia y las posibles razones de esta angustia. Esta pandemia es una de las amenazas de salud pública más importantes de la historia reciente y ha afectado nuestras vidas de manera significativa, siendo una de las más importantes la futura adaptación de escuelas, estudiantes y docentes a una nueva forma de aprender.

Palabras clave: COVID-19. SARS-CoV-2. pandemia. educación. países hispanos.

ABSTRACT

The SARS-CoV-2 Pandemic has created an unprecedented challenge for education. In 2020, as a result of measures to reduce the spread of SARS-CoV-2, many educational institutions shifted from on-site to remote learning. However, this educational model can cause stress and anxiety in addition to the anxiety caused by the pandemic. The objectives of the present study were: 1) to compare the perspectives of students and teachers regarding the number of hours devoted to classes, and 2) to determine the main difficulties faced by teachers and students, respectively, upon shifting to the online education system. To perform this research, an online survey was conducted in Spanish-speaking countries, using a sample of 1,048 anonymous participants. Through the data collected. platform usage, types of equipment, levels of distress, and possible reasons for this distress were analyzed. This pandemic is one of the most important public health threats in recent history and it has affected our lives in a significant way, one of the most important concern the future adaptation of schools, students, and teacher to a new way of learning.

Keywords: COVID-19. SARS-CoV-2. pandemic. education. hispanic countries.

RESUMO

A pandemia de SARS-CoV-2 criou um desafio sem precedentes para a educação. Em 2020, como resultado de medidas para reduzir a disseminação do SARS-CoV-2, muitas instituições de ensino passaram do aprendizado presencial para o remoto. No entanto, esse modelo educacional pode causar estresse e ansiedade além da ansiedade causada pela pandemia. Os objetivos do presente estudo foram: 1) comparar as perspectivas de alunos e professores em relação ao número de horas dedicadas às aulas e 2) determinar as principais dificuldades enfrentadas por professores e alunos, respectivamente, ao mudar para o sistema de ensino online. Para realizar esta pesquisa, foi realizada uma pesquisa online em países de língua espanhola, utilizando uma amostra de 1.048 participantes anônimos. Através dos dados coletados. uso da plataforma, tipos de equipamentos, níveis de angústia e possíveis razões para essa angústia foram analisados. Esta pandemia é uma das ameaças de saúde pública mais importantes da história recente e tem afetado as nossas vidas de forma significativa, uma das mais importantes diz respeito à futura adaptação das escolas, alunos e professores a uma nova forma de aprender.

Palavras-chave: COVID-19. SARS-CoV-2. pandemia. educação. países hispânicos.

Introducción

La pandemia asociada al virus SARS-CoV-2, causante de la enfermedad conocida como ‘enfermedad por coronavirus 2019’ (COVID-19), ha planteado un desafío sin precedentes en lo que respecta a la provisión de educación (Noticias ONU, 2020a, 2020b). Las restricciones gubernamentales implementadas para reducir la propagación del COVID-19 han tenido un gran impacto en millones de estudiantes, docentes, centros educativos y familias en todo el mundo al limitar el acceso a la educación. Para cumplir con las medidas de distanciamiento social, al comienzo de la pandemia los centros educativos cerraron sus puertas a la modalidad presencial y, en algunos casos, dichos cierres duraron meses (Noticias ONU, 2020a). La Universidad Nacional Autónoma de México y la Universidad de Chile suspendieron las clases presenciales el 23 de marzo de 2020 y el 16 de marzo de 2020, respectivamente, y las instituciones educativas de Argentina suspendieron las clases presenciales por decreto gubernamental (Toquero, 2020, Ministerio de Educación Argentina). A mediados de marzo, 95% de los estudiantes de América Latina, en todos los niveles de la educación formal, habían sido retirados del sistema de educación presencial (Noticias ONU, 2020a). Todos los países que ordenaron el cierre de las escuelas debieron desarrollar rápidamente nuevas estrategias para garantizar el derecho a la educación de los estudiantes (Universidad Nacional Autónoma de México, s.f.; Dwivedi et al., 2020). Dichos esfuerzos requirieron aportes y colaboración de todas las partes involucradas, incluidas las autoridades educativas, las familias y los propios niños, niñas y adolescentes (UNICEF, 2020).

De acuerdo con Mary Guinn Delaney, Asesora Regional en Educación para la Salud y el Bienestar del Buró Regional de América Latina y el Caribe, el cierre de instituciones como medida de contención podría tener un impacto negativo en la salud mental de los estudiantes a corto y mediano plazo, dado que las instituciones educativas son espacios de apoyo y protección (Noticias ONU, 2020a).

Para muchas instituciones educativas en diferentes países, el aprendizaje remoto representó una solución a las restricciones de la educación presencial. El aprendizaje remoto requiere que los estudiantes tengan acceso a dispositivos electrónicos, como computadoras, tabletas o teléfonos celulares, y también a una conexión a Internet; por lo tanto, esta solución no es del todo realista, especialmente en América Latina, porque, debido a los niveles de pobreza, se excluyen a los estudiantes que carecen de al menos una de estas dos herramientas, equipos y/o conectividad (Noticias ONU, 2020a). Por ello, según Delaney, se espera que esta crisis tenga el mayor impacto en los grupos más vulnerables (Noticias ONU, 2020a). El cambio de un entorno de aula física, donde los estudiantes se sientan juntos, a un sistema de videoconferencia, donde las posturas y la vestimenta de los estudiantes ya no son importantes, ha provocado una transformación en ambas partes (estudiantes y docentes) del sistema educativo. Además, para garantizar el derecho a la educación de los estudiantes, fue necesario realizar el cambio de un sistema físico a uno “virtual” con bastante rapidez. El impacto de este cambio repentino en el método de enseñanza-aprendizaje ha sido estudiado en varios países, particularmente a nivel universitario, con especial énfasis en la educación en medicina y áreas afines (Alsoufi et al., 2020; Assunção Flores and Gago, 2020; Crawford et al., 2020; Kanneganti et al., 2020; Karalis and Raikou, 2020; Liguori and Winkler, 2020; Mohamedbhai, 2020; Murphy, 2020; Seymour-Walsh and Bell, 2020).

Por otro lado, las medidas de confinamiento implementadas en las sociedades han traído ventajas a docentes y estudiantes, como eliminar la necesidad de invertir tiempo y recursos en el transporte a las escuelas o universidades (Bozkurt, 2020, OECD, 2020, OMS, 2020). Sin embargo, el confinamiento domiciliario propuesto por varios gobiernos también podría impactar negativamente en la salud mental. Según Pietrabissay y Simpson (2020), considerando el contexto de COVID-19, la interrupción de las rutinas diarias, los sentimientos de soledad, las dificultades financieras y el duelo en respuesta a la muerte de seres queridos podrían afectar particularmente la salud mental de la población. Además, la duración más larga de la cuarentena, los temores de infección, la frustración, el aburrimiento, los suministros inadecuados, la información inadecuada, las pérdidas financieras y el posible estigma social, es decir rechazar a una persona o a un grupo por considerarles diferentes, como fue el caso de los trabajadores de la salud o personas que estaban en contacto con enfermos de COVID19 versus aquellos que no estaban en esas condiciones (Brooks et al. 2020). De igual forma, otros estudios han encontrado que,

junto con los miedos relacionados con la pandemia, como el miedo al contagio, el acceso a suministros básicos y a la información adecuada, y las restricciones a las libertades personales (Brooks et al., 2020), el aislamiento prolongado y la soledad representan importantes problemas de salud. factores de riesgo (Holt-Lunstad et al., 2020).

Los nuevos estilos de vida impuestos durante la pandemia han cambiado el modelo educativo (que en sí mismo puede causar estrés y ansiedad severos), y también han creado dificultades para coordinar la rutina laboral con las dinámicas y exigencias del entorno familiar; tales dificultades pueden generar sentimientos de imprevisibilidad, frustración y sensación de falta de control, todos los cuales tienen efectos negativos en la salud mental y cognitiva, como el fomento del estrés y la ansiedad (Mineka y Kihlstrom, 1978; Quezada-Scholz, 2020).

Este estudio se propuso indagar acerca del impacto que ha tenido la pandemia en las y los estudiantes hispanoamericanos. Describimos los resultados de la encuesta de Percepciones de los Estudiantes sobre la Enseñanza y el Aprendizaje Remoto, la cual se administró a una muestra aleatoria de 1.048 participantes con los siguientes objetivos: 1) comparar las perspectivas de los estudiantes y docentes con respecto a la cantidad de horas dedicadas a las clases, en una muestra de escuelas en Hispanoamérica y 2) determinar las principales dificultades que experimentaron docentes y estudiantes al cambiar al sistema de educación en línea.

Materiales y métodos

Para evaluar, entre la población de habla hispana, el impacto del COVID-19 en los sistemas educativos y las metodologías de enseñanza, se diseñó y administró una encuesta en línea entre el 25 de abril y el 25 de agosto de 2020. La encuesta se desarrolló utilizando Google Forms (Google LLC) que estaba vinculado a una planilla de cálculos que recopilaba automáticamente los datos. La herramienta de recopilación de información se probó de manera privada durante una semana con 53 participantes. Primero, la encuesta recopiló datos personales de los encuestados, como la edad, el género y el rol en la educación (estudiante/tutor o docente). Una vez completado este paso, la encuesta se dividió en dos secciones separadas, una para docentes y otra para estudiantes (o, alternativamente, para padres, madres y/o tutores que respondieron en nombre de sus hijos). Esta sección incluía preguntas sobre horas de estudio, país de residencia e institución afiliada, percepciones de los sujetos de estudio, tipo de conexión a Internet y equipo utilizado para conectarse a Internet. Ambos tipos de cuestionarios contenían una sección con ítems sobre el estado personal y las posibilidades de regresar a las clases presenciales. La muestra fue reclutada mediante un diseño no probabilístico casual; es decir, el muestreo se realizó sin ningún criterio de selección (Hernández Sampieri, Fernández-Collado y Baptista Luciom, 2014). No fue posible realizar una encuesta probabilística debido a las limitaciones de financiamiento, al aislamiento social y las cuarentenas impuestas por varios gobiernos en los países objetivo. La encuesta fue promocionada en redes sociales durante un período a través de publicidad paga, y también fue publicada en prensa en PrimeraPagina.info (2021). Aunque el modelo de recolección de datos no permite la extrapolación a sociedades enteras, y los porcentajes no se deben extrapolar linealmente, la información obtenida es útil para formar una primera impresión de los impactos del COVID-19 en la educación en los países de habla hispana. Todas las participaciones fueron anónimas.

Se aplicó una prueba de homogeneidad de chi-cuadrado para comparar, entre estudiantes y docentes, el número de horas dedicadas a las clases y las dificultades experimentadas por cada grupo (Steel y Torrie, 1985). Se aplicó la corrección de continuidad de Yates para el análisis de tablas de 2×2 . Para las tablas de 2×3 y aquellas con más celdas, si no se cumplían los requisitos de chi-cuadrado, se aplicó una prueba de G o prueba de razón de verosimilitud, con corrección de Williams, 2×3 (Sokal y Rohlf, 1981). Todos los análisis matemáticos se realizaron utilizando el software estadístico R (Ihaka y Gentleman, 1996).

Resultados

Caracterización de la muestra

Participaron en el estudio un total de 1.048 personas, de las cuales 896 cumplieron correctamente la encuesta. De estos, 37,16 % eran profesores, 58,26 % estudiantes y 4,58 % tutores/padres/madres. Las respuestas de este último grupo se agruparon con las de los alumnos. La proporción de estudiantes universitarios y de posgrado en la muestra de estudiantes fue de 84,2 %, mientras que 61,60 %, 14,10 % y 13,50 % de docentes que trabajaban en educación universitaria, secundaria y terciaria, respectivamente.

En cuanto a los estudiantes, 30,90 % fueron varones, 68,74 % mujeres y 0,36 % se identificó con otro género. En el grupo docentes, 31,53 % fueron varones, 67,87 % mujeres y 0,60 % otro género. La distribución por género entre estudiantes y docentes fue homogénea ($G_{2gl} = 0,30121$, $p = 0,8602$).

Trece países estuvieron representados en la muestra de encuestados. En cuanto a docentes, 32,50 % fueron de Argentina, 31,30 % de México, 13,00 % de España y 7,50 % de Paraguay; estos países fueron los mejor representados. En el grupo de estudiantes, 36,90 % fueron de España, 24,70 % de México, 22,40 % de Argentina y 9,60 % de Chile, que fueron los países mejor representados. En cuanto a las áreas académicas de estudio, 62,30 % de las y los estudiantes y 58,90 % de docentes se encontraban en la carrera/enseñanza de ciencias biológicas y de la salud, en tanto que 13,70 % de estudiantes y 19,20 % de docentes se encontraban en la carrera/enseñanza de ciencias humanas.

Comparaciones entre estudiantes y docentes

Al evaluar la disponibilidad de tiempo en clase, 50,80 % de los estudiantes informaron que, en relación con la educación a distancia, sentían que los profesores tenían menos disponibilidad, mientras que 18,50 % informaron que sentían que los profesores tenían más disponibilidad. Mientras tanto, al responder a la misma pregunta, 75,70 % de docentes dijo que sentía que estaba más disponible, mientras que 7,50 % dijo que sentía que estaba menos disponible (Tabla 1). Los dos grupos no fueron homogéneos en su percepción de la disponibilidad de los docentes para atender a los alumnos ($\chi^2_{2gl} = 301,15$, $p < 0,00001$).

Tabla 1. Caracterización de la muestra

		Profesores		Estudiantes y otros	
		37,16 %	333	62,84 %	563
País	Argentina	32,50 %	108	España	36,90 %
	México	31,30 %	104	México	24,70 %
	España	13,00 %	43	Argentina	22,40 %
	Paraguay	7,50 %	25	Chile	9,60 %
	Otros	15,70 %	52	Otros	6,40 %
Disciplina	Ciencias biológicas y de la salud	58,90 %	196	Ciencias biológicas y de la salud	62,30 %
	Ciencias humanas	19,20 %	64	Ciencias humanas	13,70 %
	Otras	21,90 %	73	Otras	24,00 %
		Profesores		Estudiantes y otros	
Hombres		31,52 %	282	30,90 %	277
Mujeres		67,87 %	608	68,74 %	616
Otro género		0,60 %	5	0,36 %	3
Estudiantes (A)		Tutores/pares/madres (B)			
58,26 %		4,58 %		522	
				41	

Cuando se comparó la educación a distancia y la presencial, 50,80 % de estudiantes y 75,70 % de docentes indicaron que la educación a distancia consumía más tiempo, mientras que 32,10 % de los

estudiantes y 7,50 % de los docentes informaron que consumía menos tiempo. Dijeron que no notaron la diferencia 17,10 % de los estudiantes y 16,80 % de los profesores (Tabla 2). Los dos grupos no fueron homogéneos en su percepción de la carga horaria ($\chi^2_{2gl} = 76,834$, $p < 0,00001$).

Tabla 2. Comparación de las percepciones del tiempo dedicado a asistir a alumnas y alumnos entre docentes y estudiantes

	Tiempo disponible			Total
	Menor	Igual	Mayor	
Estudiantes	286	173	104	563
Docentes	25	56	252	333
Total	311	229	356	896

a mayoría de los docentes (56,50 %) y la mayoría de los estudiantes (78,20 %) consideraron que el cambio de educación presencial a remota tuvo un impacto negativo en la formación de competencias. Por su parte, 5,50 % de estudiantes y 24,90 % de docentes consideraron que ha tenido un impacto positivo en la formación de habilidades (Tabla 3). Los grupos presentaron diferencias significativas ($\chi^2_{2gl} = 76,603$, $p < 0,00001$); la percepción de los estudiantes fue más negativa que la de los profesores.

Tabla 3. Comparación de las percepciones de estudiantes y profesores sobre la carga horaria.

	Carga horaria			Total
	Menor	Igual	Mayor	
Estudiantes	181	96	286	563
Docentes	25	56	252	333
Total	206	152	538	896

En cuanto a cómo reaccionaron ante el cambio, 20,40 % de los estudiantes consideró abandonar su curso, mientras que 54 % no hizo tales consideraciones. Por el contrario, 82,30 % de los docentes consideró esta nueva situación como un reto, mientras que 9,90 % dijo que hubiera preferido no comenzar un curso.

Solo 13,50 % de los estudiantes y 28,23% de los docentes manifestaron que pudieron mantener sus rutinas diarias habituales durante los meses en que se realizó la encuesta. Esta diferencia entre los dos grupos fue altamente significativa ($\chi^2_{2gl} = 29,86$, $p < 0,00001$).

Entre la muestra general, 74,78 % informó sentirse angustiado por el cambio de la educación presencial a la remota. Considerando que cada grupo fue por separado, 84,42 % de los estudiantes reportaron sentirse angustiados, mientras que 61,86 % de los docentes reportaron sentirse angustiados. Los dos grupos no fueron homogéneos en sus sentimientos de angustia ($\chi^2_{1gl} = 45,783$, $p < 0,00001$).

Análisis de angustia

Al considerar la muestra en su conjunto, se observó una asociación significativa entre sentir angustia por la educación a distancia y el mantenimiento de las rutinas diarias ($\chi^2_{2gl} = 73,024$, $p < 0,00001$). El sentimiento de angustia fue mayor en el grupo que refirió no lograr mantener sus rutinas diarias (Tabla 4).

Tabla 4. Comparación de la percepción entre estudiantes y docentes sobre el cambio del modelo de educación presencial a remoto

	Percepción			Total
	Tiene o tendrá un impacto positivo	No tiene o no tendrá impacto	Tiene o tendrá un impacto negativo	
Estudiantes	31	92	440	563
Docentes	83	61	188	332
Total	114	153	628	895

Se observó una asociación significativa similar entre sentir malestar y la percepción del cambio de modelo educativo ($\chi^2_{2gl} = 92,512$, $p < 0,00001$), observándose mayor malestar entre quienes percibieron que el cambio de modelo presencial a un modelo de educación a distancia tuvo o tendría un impacto negativo en la educación (Tablas 5 y 6).

Tabla 5. Sentimiento de angustia por el cambio de modelo educativo y el mantenimiento de las rutinas diarias.

Tuvo angustia	Mantenimiento de rutinas diarias			Total
	No	No sabe	Si	
Si	497	84	89	670
No	101	44	81	226
Total	598	128	170	896

Tabla 6. Sentimiento de angustia por el cambio de modelo educativo y percepción sobre el cambio de educación presencial a remota

	Percepción			Total
	Tiene o tendrá un impacto positivo	No tiene ni tendrá un impacto	Tiene o tendrá un impacto negativo	
Si	58	85	527	670
No	56	68	101	225
Total	114	153	628	895

Uso de canales y dispositivos de comunicación

En cuanto a los canales de comunicación, los estudiantes utilizaron su correo electrónico (83,48 %), Zoom (55,42 %), YouTube (47,78 %), WhatsApp (44,58 %), campus institucionales (38,90 %) y Google Classroom (33,75%), mientras que Los docentes utilizaron su correo electrónico (82,88 %), WhatsApp (60,96 %), Zoom (56,76 %), YouTube (43,84 %) y campus institucionales (39,64 %). Los dos grupos fueron homogéneos en el uso de correo electrónico ($\chi^2_{2gl} = 0,0194$, $p = 0,8892$), Zoom ($\chi^2_{2gl} = 0,1028$, $p\text{-value} = 0,7485$), YouTube ($\chi^2_{1gl} = 1,1501$, $p = 0,2835$), y campus institucionales ($\chi^2_{2gl} = 0,0221$, $p = 0,8818$), y heterogénea en el uso de WhatsApp ($\chi^2_{2gl} = 21,805$, $p < 0,00001$). Cuando se consideraron los cinco canales de comunicación más utilizados, se observó que, en general, no se prefirió ningún canal de comunicación; se utilizaron todos, con 72 encuestados (8,03 %) utilizando todos los canales (Figura 1).

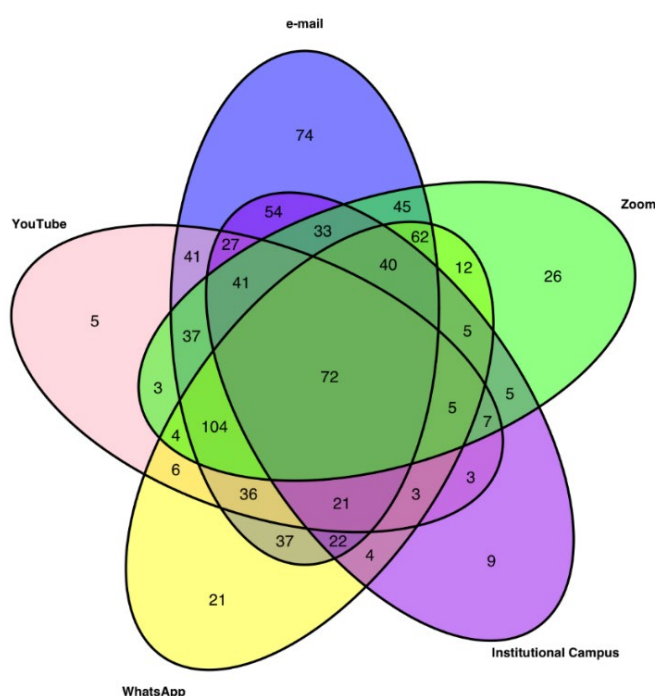


Figura 1. Canales de comunicación utilizados por profesores y estudiantes. Las personas utilizaron diferentes canales para dar o asistir a clases durante el período de la encuesta.

En cuanto al pago de la conexión a Internet, 66,60 % de las y los estudiantes y 87,98 % de docentes pagaron siempre su conexión con recursos propios (Castañeda- Sortibrán et al 2020 – Tabla S1); los dos grupos fueron heterogéneos en el uso de internet pago ($\chi^2_{2gl} = 72,769$, $p < 0,00001$). Se observó que 91,29 % de docentes y 77,44 % de estudiantes nunca se conectaron a Internet utilizando redes financiadas por terceros (Castañeda- Sortibrán et al 2020 – Tabla S2), siendo ambos grupos nuevamente heterogéneos en este sentido ($\chi^2_{2gl} = 72,769$, $p < 0,00001$). Esta distribución fue seguida docentes y estudiantes que utilizaron datos de sus suscripciones de telefonía móvil, 11,37 % y 24,92 %, respectivamente. Sólo 33,33 % de los teléfonos de las y los docentes y 33,75 % de los de estudiantes nunca usaron datos de teléfonos móviles (Castañeda- Sortibrán et al 2020 – Tabla S3). Los dos grupos fueron heterogéneos con respecto a esta variable ($\chi^2_{2gl} = 32,249$, $p < 0,00001$).

Los equipos que siempre o con mayor frecuencia utilizaron estudiantes y docentes fueron las computadoras portátiles (67,85 % vs. 78,08 %, respectivamente), los teléfonos inteligentes (32,68 % vs. 34,83 %, respectivamente), las computadoras de escritorio (20,78 % vs. 27,63 %, respectivamente) y las tabletas (5,86 % vs. 6,61 %, respectivamente) (Figura 2); 'otros dispositivos' recibió un uso menor (1,07 % frente a 2,4 %, respectivamente). Los dos grupos fueron homogéneos en el uso de teléfonos inteligentes ($\chi^2_{2gl} = 5,7843$, $p = 0,1226$), computadoras de escritorio ($\chi^2_{2gl} = 6,3522$, $p = 0,0957$), tabletas ($\chi^2_{2gl} = 5,1303$, $p = 0,1626$), y otros dispositivos ($G_{3df} = 4,5102$, $p = 0,2114$). Sin embargo, fueron heterogéneos en el uso de computadoras portátiles ($\chi^2_{2gl} = 14,841$, $p = 0,0020$; Castañeda- Sortibrán et al 2020 – Tabla S5).

Considerando los cuatro tipos de equipos de uso frecuente, la computadora portátil fue, en general, el tipo de equipo preferido tanto por docentes como por estudiantes; solo ocho personas (0,89 %) utilizaron todo tipo de equipos (Figura 2).

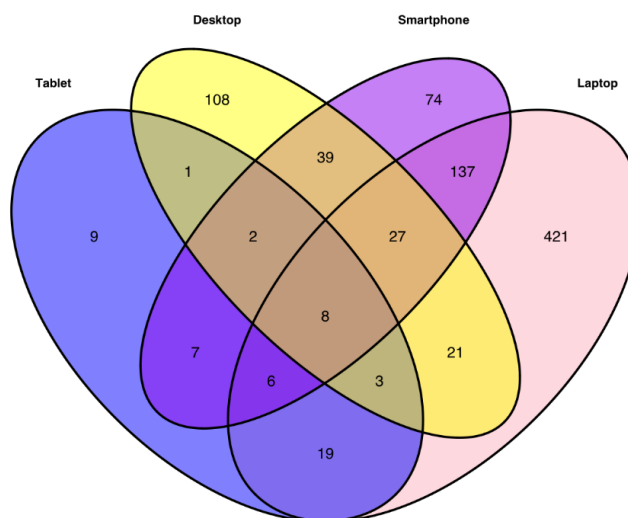


Figura 2. Dispositivos utilizados por profesores y estudiantes. Las personas utilizaron diferentes dispositivos para dar o asistir a clases durante el período de la encuesta.

De toda la muestra de estudiantes, 183 estudiaron en instituciones pagas (19,72 %) y 35 de estos participantes (19,13 %) tuvieron conocimiento de personas que se vieron obligadas a interrumpir sus estudios por falta de fondos.

Al analizar la posibilidad de que los gobiernos recopilen datos personales privados y los utilicen para determinar la movilidad de una persona 26 % del total de participantes respondió que no estaría dispuesto a renunciar a las libertades individuales, 19,60 % estaba dispuesto a renunciar a todas las libertades y 54,40 % indicó que dependía de qué libertades perderían. Estudiantes y docentes mostraron opiniones homogéneas respecto a esta variable ($\chi^2_{2gl} = 0.1454$, $p = 0.9299$).

Cuando se les preguntó si preferían la educación presencial o a distancia, 75,45 % de los participantes dijo que prefería volver a las clases presenciales, 18,42 % dijo no tener seguridad en la decisión y 6,14 % prefería continuar con la educación a distancia. Las opiniones de estudiantes y docentes fueron homogéneas en cuanto a regresar a las clases presenciales ($\chi^2_{2gl} = 3.6609$, $p = 0.1603$). En tanto que 76,12 % informó que solo se debería regresar cuando la COVID-19 ya no representara un riesgo, incluso si aún no había vacuna disponible, mientras que 17,3 % informó que solo se debería regresar cuando hubiera una vacuna disponible.

Discusión

En total, 76 % de las personas participantes informaron sentirse angustiados en el momento de la encuesta. Estos datos concuerdan con los hallazgos de Brooks et al. (2020) sobre los temores derivados de la situación de pandemia. Según Holt-Lunstad et al. (2015), los centros médicos y de salud mental deben ser alertados e informados sobre cómo manejar las consecuencias de esta forma de angustia.

El término "educación a distancia" se sustituye comúnmente por "educación virtual"; este cambio se debe al discurso popular y al uso extensivo de este último término. Si bien el término correcto es 'educación a distancia' (tanto para la educación síncrona como para la asíncrona), aplicando la definición de la Real Academia Española (www.rae.es) de la palabra 'virtual' (es decir, 'algo que solo existe de forma aparente y no es real') indica que el término 'educación virtual' implica que esta forma de educación es meramente aparente y no real; en otras palabras, es inexistente. Esto contradice la realidad

de la educación, que es que existe en un espacio diferente a la educación presencial, tiene características únicas y no representa una discontinuidad de la educación. Los resultados del presente estudio, en el que se evaluó la educación desde ambos lados de la diada educativa (es decir, las perspectivas de estudiantes y docentes), proporcionan evidencia de que la educación de los estudiantes continuó durante el período de educación remota. Afirmar que no hubo educación sería desconocer el trabajo realizado por docentes para enfrentar el desafío de educar a los estudiantes mientras las escuelas estaban físicamente cerradas y las poblaciones eran un contexto confinado.

Esta investigación tuvo algunas limitaciones, como el hecho de que el enfoque se restringió a los países de habla hispana y que la mayoría de los participantes eran de nivel universitario, el mismo nivel que los investigadores que diseñaron la investigación. Otra limitación es que solo pudieron participar en la encuesta las personas con acceso a una conexión a Internet y una computadora, por lo que no era posible llegar a quienes no tenían estos recursos. Sin embargo, a pesar de estas limitaciones, se obtuvieron algunos datos importantes.

A pesar de haber existido otro posible sesgo en la percepción del efecto de la pandemia en el presente estudio, es que 84,17 % de las personas participantes se encontraban en cuarentena o en aislamiento social total o parcial al momento de la encuesta.

Este último aspecto es relevante porque la restricción de la libre circulación como consecuencia de los confinamientos pudo aumentar el riesgo de infección por el virus (ya que las personas no podían salir en áreas con un alto número de casos), lo que coloca a las personas en situaciones de peligro. Esto pudo conducir a serias dificultades de socialización ya que la “virtualidad” adquirió un papel preponderante. La pandemia de COVID-19 y las restricciones asociadas provocaron un fenómeno global de malestar generalizado (Twenge & Joiner, 2020). La intromisión del Estado en las libertades individuales pueden alcanzar ribetes peligrosos como los sucedidos en el célebre caso *Buck & Bell* (caso 274 US 200), en el que se esterilizó a una mujer con el argumento de

“En más de una ocasión se ha comprobado que el bienestar de la sociedad requiere que los mejores ciudadanos den la vida por ella. Carecería entonces de sentido que no se pudiese exigir un sacrificio mucho menor a quienes ya debilitan a la sociedad, para evitar que seamos derrotados por los incapaces. Máxime cuando estas personas a menudo no van ni siquiera a percibir dicho sacrificio. Lo mejor para todo el mundo, en lugar de esperar a que las nuevas hornadas de degenerados cometan crímenes, o a que se mueran de hambre a causa de su retraso mental, es evitar que tengan descendientes aquellos que son manifiestamente incapaces para procrear y cuidar de sus hijos. Tres generaciones de imbéciles son suficientes”.

Esta determinación ignoró otra decisión judicial de 1914 del juez Benjamin Cardozo en el caso de *Schloendorff contra Society of New York Hospitals* que dictaminó “*Cada ser humano de mayor edad tiene el derecho de determinar qué hacer con su propio cuerpo.*”. Esta pandemia puso en discusión cuáles son los derechos que se pueden anular y cuáles no, discusión que se mantiene al día de hoy (Ethics Wrapped, s/f). En el caso que nos compete, la pandemia de COVID19, el Alto Comisionado para los Derechos Humanos de las Naciones Unidas (ONU) y otros expertos en derechos humanos han planteado preocupaciones sobre el impacto de las restricciones impuestas por los gobiernos durante la pandemia, las medidas que restringen el disfrute de los derechos humanos y la retórica que las acompaña pueden abrir el camino al abuso de las normas de emergencia y la extralimitación de los poderes ejecutivo, lo que está pasando después de la emergencia también debe revisarse y monitorearse constantemente para evitar abusos., como los descriptos líneas arriba.

Este malestar, más o menos pronunciado según las características subjetivas de cada individuo, apareció luego en el ámbito educativo, donde el cambio educativo impuesto por las restricciones de la pandemia y la imposibilidad de mantener las rutinas diarias provocó mayor malestar entre los estudiantes que entre los docentes. Las percepciones de ambos lados de esta diada sobre los efectos del cambio en el enfoque educativo fueron diametralmente opuestas; mientras que la mayoría de los estudiantes informaron que sus docentes estaban menos disponibles, la parte docente percibió que estaban más tiempo disponibles.

Ambos lados de la diáda coincidieron en que la educación a distancia demandó más tiempo y que tuvo un impacto negativo en la formación de estudiantes. Tener una percepción de que el cambio tendría un posible impacto negativo en la educación y la incapacidad para mantener las rutinas diarias se asociaron con una mayor angustia. La mayoría de las personas encuestadas demostraron una alta predisposición a perder algunas libertades personales, siempre que supiera cuáles serían esas libertades; la mayoría de las personas participantes no estaban dispuestas a perder todas sus libertades. La libertad y el disfrute de la misma fue analizada por Rousseau, los resultados de esta encuesta coinciden con los propuestos por el filósofo, en los que se evalúa qué libertades se pierden y la mayoría de las personas no están dispuestas a perder todas las libertades individuales (Daros, 2006).

La mayoría aseguró que su conexión a la educación en línea se realizó utilizando sus propios recursos, ya sea a través de conexiones a Internet pagas o mediante el consumo de paquetes de datos de comunicación celular.

Los estudiantes utilizaron equipos más diversos que docentes, quienes en su mayoría utilizaron computadoras portátiles; las tabletas rara vez se usaron. El uso de los canales de comunicación fue bastante similar, aunque con un mayor uso de WhatsApp por parte de docentes.

Un número significativo de participantes conocía a personas que se vieron obligadas a abandonar los cursos debido a la falta de capacidad para pagar instituciones educativas.

Las diferencias de equipamiento entre las partes de la diáda (docentes-alumna/os), y el abandono de ciertos alumnos coincide con lo planteado por Rousseau en cuanto a las desigualdades que trae consigo la sociedad, por lo que las personas más ricas podían continuar con sus estudios y las más pobres debían abandonarlos (Daros, 2006). En el mismo sentido se había expresado la ONU (2020 a) al señalar que la pandemia incrementaría las desigualdades educativas.

La transición a la educación a distancia, lejos de ser una solución fuertemente planificada para la cual existían las capacidades requeridas entre los diferentes actores y sistemas en su conjunto, en realidad representó el único medio de emergencia para garantizar la continuidad pedagógica. Por ello, es común referirse a esta forma de continuidad pedagógica como ‘educación a distancia de emergencia’ (UNESCO, 2020).

Conclusiones

La incertidumbre social derivada de la pandemia y el confinamiento social asociado, junto con la transición de la educación presencial a la remota, generaron un mayor malestar entre las personas en los entornos educativos, desde la educación preescolar hasta la universitaria.

Los resultados del presente estudio indican que el malestar provocado por esta situación afectó más a estudiantes que a docentes. Ante este cambio drástico, para el que ninguna de las dos partes estaba preparada, estudiantes y docentes desarrollaron percepciones diferentes, como por ejemplo en cuanto al tiempo que se tardaba en impartir la clase y en estudiar. Las diferencias planteadas por ambos lados de la diáda fueron que, mientras que del lado docente tenían que repasar el currículo en un tiempo mucho más rápido, la parte de estudiantes se sentían desprotegidos y requerían más atención por parte de sus docentes.

Según los resultados de este estudio, no fue fácil mantener la nueva rutina diaria, ya que implicó un gran cambio y el establecimiento de nuevas prioridades y hábitos, que no siempre parecían ser asimilados positivamente por los sujetos o actores. Esta situación se vio agravada por la falta de ayuda o apoyo psicológico por parte de los Estados y de los centros educativos. Esta falta de apoyo psicológico, al menos entre los centros educativos, podría ser una primera explicación del nivel de malestar observado en los resultados de este estudio.

La diversidad de herramientas y el uso limitado de los campus observados podrían indicar que las instituciones tenían una baja capacidad para adaptar sus sistemas educativos al modelo de educación a distancia. Al mismo tiempo, la amplia gama de opciones de conectividad mencionadas en la encuesta podría indicar que los docentes comenzaron a 'probar' qué plataforma era la más apropiada para el desarrollo educativo, y este 'ensayo y error' podría haber contribuido a la angustia y la falta de apoyo reportada por el estudiantes y profesores. Esto también podría ser la base del miedo al fracaso reportado en varias ocasiones. El uso del enfoque de "ensayo y error" también podría interpretarse como una consecuencia de la falta de capacitación de los docentes en relación con la educación a distancia. De haberse encontrado con un sistema capacitado para realizar educación a distancia se habría migrado directamente a los campus propios de cada institución.

La cantidad de participantes, tanto docentes como estudiantes, que reportaron tener que pagar los servicios de internet con sus propios recursos, indica que ninguna política estatal a gran escala proporcionó una buena conectividad a internet para esta comunidad. Esta puede ser otra explicación para el alto nivel de angustia observado y el alto número de estudiantes que reportaron considerar dejar la escuela. Esto coincide con Cabero-Almenara y Llorente-Cejudo (2020), quienes argumentan que dos factores han influido fuertemente en la llamada 'brecha digital': la conectividad y la falta de recursos digitales. Cabero-Almenara y Llorente-Cejudo argumentan que ambos deben ser abordados con urgencia y profundidad para el futuro; una posible acción en este sentido es la incorporación de recursos tradicionales que anteriormente se han utilizado en la formación a distancia, como la televisión y la radio. De manera similar, Brown y Salmi (2020) sugirieron que, para facilitar la transición al aprendizaje en línea, los gobiernos deberían considerar tres tipos de medidas a nivel nacional: 1) paquetes de estímulo financiero para estudiantes con préstamos educativos, 2) flexibilidad en los requisitos de garantía de calidad y 3) iniciativas de creación de capacidad.

Esta pandemia ha puesto de manifiesto que la mayoría de los países de habla hispana no estarían preparados para adoptar la educación a distancia; más de 70 % de las personas participantes informaron que preferían regresar a las clases presenciales. Otra lectura de estos resultados también podría ser que el ser humano al ser social prefiere sociabilizar y realizar actividades en conjunto antes que encerrado, privado de libertades, aunque estas libertades sean beneficiosas para su entorno social.

Las Naciones Unidas afirmaron que la educación a distancia podría excluir a algunas personas, y nuestros resultados respaldan esta percepción. Se deben considerar varios factores si se continúa con el uso de este tipo de educación remota, como la conectividad y el acceso a equipos que permitan a las familias realizar actividades simultáneamente.

Los costos de los servicios de conexión a Internet deben ser discutidos en los futuros convenios salariales de los docentes y deben ser considerados dentro del ámbito de la educación pública.

Finalmente, quedan preguntas con respecto al término "educación virtual". ¿Es simplemente un sinónimo de aprendizaje remoto o debe interpretarse como una forma de menospreciar/despreciar este tipo de educación?

Bibliografía

274 US 200. *Sentencia Buck vs. Bell* (1927).
<https://lecturasconstitucionalesuea.juridicas.unam.mx/sentencias-tseu/buck-vs-bell-1927/>

Alsoufi, A., Alsuyihili, A., Msherghi, A., Elhadi, A., Atiyah, H., Ashini, A., Ashwieb, A., Ghula, M., ben Hasan, H., Abudabuos, S., Alameen, H., Abokhdhir, T., Anaiba, M., Nagib, T., Shuwayyah, A., Benothman, R., Arrefae, G., Alkhwayildi, A., Alhadi, A., Zaid, A. Elhadi, M. (2020). Impact of the COVID-19 pandemic on medical education: Medical students' knowledge, attitudes, and practices regarding electronic learning. *PLOS ONE*. 15(11). e0242905.
<https://doi.org/10.1371/journal.pone.0242905>

Assunção Flores, M., & Gago, M. (2020). Teacher education in times of COVID-19 pandemic in Portugal: national, institutional and pedagogical responses. *Journal of Education for Teaching*. 46(4). 507–516. <https://doi.org/10.1080/02607476.2020.1799709>

Brooks, S.K.; Webster, R.K.; Smith, L.E.; Woodland, L.; Wessely, S.; Greenberg, N.; Rubin, G.J. (2020). The Psychological Impact of Quarantine and How to Reduce It: Rapid Review of the Evidence. *Lancet* 395. 912–920. doi: [10.1016/S0140-6736\(20\)30460-8](https://doi.org/10.1016/S0140-6736(20)30460-8)

Brown, C.; Salmi, J. Putting Fairness at the Heart of Higher Education. *University World News. The Global Window on Higher Education*. Revisado <<https://www.universityworldnews.com/post.php?story=20200417094523729>> [Accessed 27 July 2022].

Cabero-Almenara, J.; Llorente-Cejudo, C. (2020). Covid-19: transformación radical de la digitalización en las instituciones universitarias.” *Campus Virtuales* 2020. 9(2). 25–34. Revisado <<http://www.uajournals.com/campusvirtuales/images/numeros/17.pdf>> [Accessed 27 July 2022].

Crawford, J.; Butler-Henderson, K.; Rudolph, J.; Malkawi, B.; Glowatz, M.; Burton, R.; Magni, P. A.; Lam, S. (2020). COVID-19: 20 Countries’ Higher Education Intra-Period Digital Pedagogy Responses. *Journal of Applied Learning & Teaching* 2020. 3(1). doi: [10.37074/jalt.2020.3.1.7](https://doi.org/10.37074/jalt.2020.3.1.7)

Dwivedi, Y. K., Hughes, D. L., Coombs, C., Constantiou, I., Duan, Y., Edwards, J. S., Gupta, B., Lal, B., Misra, S., Prashant, P., Raman, R., Rana, N. P., Sharma, S. K., & Upadhyay, N. (2020). Impact of COVID-19 pandemic on information management research and practice: Transforming education, work and life. *International Journal of Information Management*. 55. 102211. <https://doi.org/10.1016/j.ijinfomgt.2020.102211>

Ethics Unwrapped. s/f. *Autonomia del paciente y consentimiento informado*. <https://ethicsunwrapped.utexas.edu/case-study/autonomia-del-paciente-consentimiento-informado?lang=es>

Hernández Sampieri, R.; Fernández-Collado, C.; Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la Investigación*. 6th ed. McGraw-Hill Interamericana. México.

Holt-Lunstad, J.; Smith, T.B.; Baker, M.; Harris, T.; Stephenson, D. (2015). Loneliness and Social Isolation as Risk Factors for Mortality: A Meta-analytic Review. *Perspect Psychol Sci* 10(2). 227–237. doi: [10.1177/1745691614568352](https://doi.org/10.1177/1745691614568352)

Ihaka R.; Gentleman, R. R. (1996). A Language for Data Analysis and Graphics. *J Comput Graph Stat* 5(3). 299–314. doi: [10.2307/1390807](https://doi.org/10.2307/1390807)

Kanneganti, A., Lim, K. M. X., Chan, G. M. F., Choo, S., Choolani, M., Ismail-Pratt, I., & Logan, S. J. S. (2020). Pedagogy in a pandemic – COVID-19 and virtual continuing medical education (vCME) in obstetrics and gynecology. *Acta Obstetrica et Gynecologica Scandinavica*, 99(6). 692–695. <https://doi.org/10.1111/aogs.13885>

Karalis, T., & Raikou, N. (2020). Teaching at the Times of COVID-19: Inferences and Implications for Higher Education Pedagogy. *International Journal of Academic Research in Business and Social Sciences*. 10(5). <https://doi.org/10.6007/ijarbss/v10-i5/7219>

Liguori, E., & Winkler, C. (2020). From Offline to Online: Challenges and Opportunities for Entrepreneurship Education Following the COVID-19 Pandemic. *Entrepreneurship Education and Pedagogy*. 3(4). 346–351. <https://doi.org/10.1177/2515127420916738>

- Mineka, S.; Kihlstrom J.(1978). Unpredictable and Uncontrollable Events: A New Perspective on Experimental Neurosis. *J Abnorm Psychol* 87. 256–271. doi: [10.1037//0021-843x.87.2.256](https://doi.org/10.1037//0021-843x.87.2.256)
- Mohamedbhai, G. (2020). COVID-19: What Consequences for Higher Education. *University World News*. Recuperado <<https://www.universityworldnews.com/post.php?story=20200407064850279> > [Accessed 27 July 2022].
- Murphy, M.P.A. (2020). COVID-19 and Emergency eLearning: Consequences of the Securitization of Higher Education for Post-Pandemic Pedagogy. *Contemporary Security Policy* 2020. 41(3). 492–505. doi: <https://doi.org/10.1080/13523260.2020.1761749>
- Noticias ONU. (2020 a). *Cierre de escuelas por el coronavirus: hay 850 millones de niños y jóvenes afectados*. [online] Recuperado <<https://news.un.org/es/story/2020/03/1470641> > [Accessed 27 July 2022].
- Noticias ONU. (2020 b). *Diez recomendaciones para estudiar a distancia durante la emergencia del coronavirus*. [online] Recuperado <<https://news.un.org/es/story/2020/03/1471342> > [Accessed 27 July 2022].
- Pietrabissa, G.; Simpson, S.G. (2020). Psychological Consequences of Social Isolation during COVID-19 Outbreak. *Front Psychol* 11. 2201. doi: <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.02201>
- PrimeraPagina.info. (2020). Los Científicos Quieren Saber Qué Pasará. La ciencia necesita tu ayuda: encuesta sobre los efectos del Covid19 en la educación. Revisado <https://web.archive.org/web/20200806015129/http://primerapagina.info/nota/1482/la-ciencia-necesita-tu-ayuda--encuesta-sobre-los-efectos-del-covid19-en-la-educacion/> [Accessed 27 July 2022].
- Quezada-Scholz, V.E. (2020). Miedo y psicopatología: la amenaza que oculta el COVID19. *Cuadernos de Neuropsicología/Panamerican Journal of Neuropsychology* 14(1). 19–23. doi: [10.7714/CNPS/14.1.202](https://doi.org/10.7714/CNPS/14.1.202)
- Seymour-Walsh, A.E.; Bell, A. (2020). Practical Approaches to Pedagogically Rich Online Tutorials in Health Professions Education. *Rural Remote Health* 20(2). 6045. doi: <https://doi.org/10.22605/RRH6045>
- Sokal, R.R., Rohlf, F.J. (1981). *Biometry*. New York: W.H. Freeman and Co. USA.
- Steel, R.G.D.; Torrie, J.H. (1985). *Bioestadística: Principios y Procedimientos*. McGraw-Hill. Colombia.
- Toquero, C. M. (2020). Challenges and Opportunities for Higher Education amid the COVID-19 Pandemic: The Philippine Context. *Pedagogical Research*. 5(4). em0063. <https://doi.org/10.29333/pr/7947>
- UNESCO IESALC. Hacia el acceso universal a la educación superior: tendencias internacionales UNESCO IESALC. Revisado <<https://www.iesalc.unesco.org/wp-content/uploads/2020/11/acceso-universal-a-la-ES-ESPAOL.pdf> > [Accessed 27 July 2022].
- UNICEF (Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia). *La educación y el nuevo coronavirus*. (2020, 14 diciembre). Recuperado <<https://www.unicef.es/educa/covid-19> > [Accessed 27 July 2022].
- Universidad Autónoma de México. Recuperado <www.unam.mx> [Accessed 27 July 2022].

DARWIN Y EL NEXO ENTRE DIVERGENCIA Y COMPETENCIA

UNA REVISIÓN CRÍTICA

DARWIN AND THE NEXUS BETWEEN DIVERGENCE AND COMPETITION

A critical review

DARWIN E O NEXO DIVERGÊNCIA-COMPETIÇÃO

Uma revisão crítica

Daniel Labrador Montero

(Universidad de Salamanca, España)

danilabra@usal.es

Recibido: 19/09/2022

Aprobado: 14/07/2023

RESUMEN

Este artículo tiene como objetivo ofrecer una revisión y reinterpretación al problema teórico en la teoría de Darwin en el que se pone en relación el principio de divergencia y la competencia entre los seres vivos. Respecto a este asunto ha habido dos interpretaciones fundamentales. La primera de ellas es la de aquellos que defienden que la divergencia se ve favorecida porque implica una reducción de la competencia a la que se enfrentan los seres vivos que se desplazan de nicho ecológico. Por otro lado, algunos abogan — aunque es una posición menos extendida — por una interpretación en la que la reducción de la competencia no es la ventaja, sino que lo es la especialización y, por tanto, el incremento en la competitividad, es decir, el tener mejores herramientas o capacidades para competir. En este artículo se defiende esta última tesis, fundamentalmente sostenida por William Tammone, pero desde otra perspectiva y sustentada en otros argumentos que se nutren de la propuesta de Trevor Pearce acerca de la noción de economía natural de Darwin.

Palabras clave: Darwin. especialización. nicho ecológico. economía de la naturaleza. lucha por la existencia.

ABSTRACT

This article offers a review and reinterpretation of the theoretical problem in Darwin's theory in which the principle of divergence and competition between living beings are related. There have been two fundamental interpretations of this issue. The first is that of those who argue that divergence is favoured because it implies a reduction in the competition faced by living beings that move from one ecological niche to another. On the other hand, - although this is a less widespread position - some advocate an interpretation in which reduced competition is not the advantage, but rather specialisation and, therefore, the increase in competitiveness, which means having better tools or capabilities to compete. This last thesis is defended in this article, fundamentally supported by William Tammone, but from another perspective and supported by other arguments that feed on Trevor Pearce's proposal about Darwin's notion of natural economy.

Keywords: Darwin. specialization. ecological niche. economy of nature. struggle for existence.

RESUMO

Este artigo pretende oferecer uma revisão e reinterpretação do problema teórico na teoria de Darwin, na qual o princípio da divergência e da competição entre seres vivos está relacionado. Houve duas interpretações fundamentais sobre esta questão. A primeira delas é a daqueles que argumentam que a divergência é favorecida porque implica uma redução da competição enfrentada pelos seres vivos que se deslocam de um nicho ecológico para outro. Por outro lado, embora esta seja uma posição menos difundida - alguns defendem uma interpretação em que a redução da competição não é a vantagem, mas sim a especialização e, portanto, o aumento da competitividade, ou seja, ter melhores ferramentas ou capacidades para competir. Este artigo defende esta última tese, fundamentalmente apoiada por William Tammone, mas de outra perspectiva e com o uso de argumentos que se baseiam na proposta de Trevor Pearce sobre a noção de economia natural de Darwin.

Palavras-chave: Darwin. especialização. nicho ecológico. economia da natureza. luta pela existência.

1. Introducción

El principio de divergencia de Darwin ha sido fuente de discusión en las últimas décadas entre los especialistas en la teoría del naturalista inglés. Especialmente desde finales de los años 70, grandes estudiosos de la obra de Darwin, tales como Ernst Mayr (1992), Silvan Schweber (1980, 1985), David Kohn (1985, 2009) o Stephen J. Gould (2002), entre otros, han remarcado los principales problemas relacionados con dicho principio, así como el papel y armonía de este con el resto de la teoría darwinista. La discusión se situó, incluso, desde diferentes perspectivas, en torno al momento exacto e influencias en la génesis de este principio (cf. Sulloway, 1979; Brackman, 1980; Browne, 1980; Schweber, 1980; Ospovat, 1981; Beddall, 1988; Kohn, 1981, 1985; Gruber, 1984).

A pesar de los diferentes y variados trabajos que han tratado el tema del principio de divergencia, existen todavía desacuerdos acerca de diversos aspectos sobre la propuesta de Darwin a este respecto y su concordancia con otros elementos de su teoría. El objetivo de este artículo es intentar clarificar, en la medida de lo posible, los puntos esenciales causantes de las desavenencias respecto a uno de esos problemas teóricos: la correlación entre la divergencia y la competencia entre organismos en la obra de Darwin. La importancia de emprender tal tarea radica en que el principio de divergencia es imprescindible para entender la teoría de Darwin, sobre todo si se tiene en cuenta la importancia que su propio autor le confiere, como se argumentará en el siguiente apartado. Por otro lado, el concepto de competencia es un elemento teórico central del principio de selección natural. Por tanto, sin llegar a una conclusión acerca de cuál es la relación que Darwin estipula entre la divergencia y la competencia, resulta imposible entender los procesos de especiación y extinción, que son fenómenos nucleares de su teoría de la evolución.

La necesidad de una clarificación acerca del tema concreto de la relación entre la divergencia y la competencia proviene, por otra parte, de la necesidad de una revisión tanto de la postura predominante como de las propuestas discrepantes. La posición más extendida entre gran parte de los estudiosos del tema es que las variedades divergentes se ven beneficiadas, según Darwin, de una competencia reducida gracias a que pueden apoderarse de nuevos nichos. La tesis que se pretende defender en este artículo, en cambio, es que la divergencia no lleva aparejada una reducción de la competencia en un sentido estricto y complejo de dicha relación. Esta es la conclusión que intentó sostener William Tammone (1995), pero sus argumentos también necesitan una cierta revisión, del mismo modo que también es necesario un análisis más profundo de ciertos conceptos. Para llevar a cabo esta labor, se parte del reconocimiento de

las ambigüedades conceptuales y teóricas de Darwin y de la dificultad de desentrañar la gran red de fenómenos expuestos en su teoría. Por esta razón, es menester, primero, remarcar las raíces del desacuerdo y, desde ahí, ir avanzando hacia una aclaración de algunos elementos e implicaciones del principio de divergencia y sus conceptos relacionados.

2. El principio de divergencia como piedra angular

Antes de comenzar con el desarrollo de la argumentación y en aras de una mayor claridad, resulta oportuno introducir brevemente qué es el principio de divergencia y cuál es su papel dentro de la teoría darwiniana sin entrar en los aspectos causantes de la discordia. El principio de divergencia es introducido por Darwin en el cuarto capítulo de *El origen de las especies*, dedicado a la selección natural. Lo mismo sucede en su inacabado *Natural Selection* —en este caso en el Capítulo 6— (Darwin, 1975, p. 227). Tal decisión por parte del autor inglés puede suscitar la siguiente pregunta: ¿por qué un principio tal es expuesto junto o incluso asimilado por el de selección natural? La respuesta más plausible es que Darwin quería argumentar que la divergencia era una consecuencia derivada de la selección natural sobre los individuos. Y es que, aunque Darwin los categoriza como principios diferenciados (incluso a veces también une a estos dos el de extinción), realmente asume que se trata de una intrincada y “compleja interacción” entre diversos fenómenos en distintos planos (cf. Darwin, 1975, p. 238).

Al principio de divergencia le fue encomendada la labor de dar explicación de la gran diversidad de géneros, especies y variedades presentes en la naturaleza, lo cual implicaba también desvelar los mecanismos de especiación. En otras palabras, el principio de divergencia debía dar cuenta de los procesos que provocan la división de un linaje en varios taxones diferentes (cf. Gould, 2002, p. 225), es decir, resolver por qué el “árbol de la vida” se ramifica y ensancha su copa de manera continua, aun partiendo de un tronco común. La divergencia, por tanto, supone un proceso en el que los descendientes progresivamente se van separando y diferenciando de la línea ancestral, de tal forma que las distintas variedades de una misma especie, con el paso de numerosas generaciones, pueden acabar desembocando en especies bien diferenciadas.

La diversificación y la adaptación eran los ejes fundamentales de su teoría, pensaba Darwin, por lo que parecía buena idea darles explicación a través de dos principios que se estructuraran armónicamente. Esto adquirió aún más sentido dado que Darwin hacía años que había cambiado sus ideas acerca de la especiación. En un principio defendía la especiación alopátrica, o sea, provocada por el aislamiento geográfico. En cambio, una vez se convenció de que la especiación simpátrica era lo común, esto es, sin barreras geográficas, las presiones selectivas pasaban a ser el principal motor de la especiación, por lo que la divergencia entraba en escena con un rol central al tener que haber una relación indispensable entre la adaptación competitiva, la diversificación y la especiación. En realidad, el principio de divergencia, en su patente y estrecha relación con el principio de selección natural (o como consecuencia derivada de este), implica que la selección tenga aún más importancia, pues supone que esta última por sí sola fue capaz de generar las grandes divisiones y diferencias observables en el mundo vivo (cf. Bowler, 1989, p. 182).

Por estas razones, Darwin concibió el principio de divergencia como la otra piedra angular de su teoría. Así, en una carta a Joseph Hooker en junio de 1858 destaca que “the ‘principle of Divergence,’ which with ‘Natural Selection’ is the keystone of my Book & I have very great confidence it is sound” (Burkhardt y Smith, 1991, VII, p. 102). De la misma manera ya había escrito a su amigo Asa Gray el 5 de septiembre de 1857:

Otro principio, que podría denominarse principio de divergencia, desempeña, a mi juicio, un papel importante en el origen de las especies. El mismo lugar albergará más vida si está ocupado por formas muy

diversas: lo vemos en las numerosas formas genéricas que hay en una yarda cuadrada de césped (Burkhardt y Smith, 1991, VI, p. 448) (traducción propia)¹.

También, tanto en *Natural Selection* como en el *Origen de las especies* califica al principio de divergencia como de “gran importancia” para su teoría (Darwin, 1859, p. 111; 1975, p. 227). Por tanto, parece manifiesto que, sea el que sea su papel real en la teoría, para Darwin tal principio era imprescindible y lo consideraba un descubrimiento y logro solo equiparable al de la selección natural. Como defiende Mayr (1985, pp. 759-760): “siempre se refería a él con gran emoción, como si hubiera supuesto un cambio radical en su forma de pensar anterior” (traducción propia)². Muchos otros expertos han confirmado la importancia del principio y del concepto de división del trabajo para Darwin (Browne, 1980; Schweber, 1980; Kohn, 1985, 2009; Bowler, 1989; Young, 1990; Tammone, 1995; Gould, 2002; Pearce, 2010; Richards, 2012; D’Hombres, 2013, 2015). Otros, como Kottler (1985, pp. 380-4), han argumentado que el principio de divergencia darwiniano era más complejo, completo y relevante para su teoría que en la propuesta de Alfred R. Wallace. Así las cosas, en el *Origen*, Darwin (1859, p. 111) comienza el apartado dedicado a la divergencia indicando: “El principio, que he designado con este término, es de gran importancia en mi teoría, y explica, según creo, varios hechos importantes” (traducción propia)³. Y esto se debe a que Darwin necesitaba el principio de divergencia para todo aquello que no podía explicar la selección natural, como sus hipótesis sobre la plenitud ecológica o sus modelos filogenéticos ramificados. Por tanto, sin entender bien el principio de divergencia y lo que implica, no se puede comprender correctamente la teoría de Darwin, y, por este motivo, es pertinente intentar dilucidar algunas cuestiones relacionadas con lo que se abordará en este artículo.

3. Algunos factores causantes de la controversia

En los párrafos precedentes se señalaba que el principio de divergencia ha sido fuente de desavenencias entre los estudios de Darwin desde enfoques históricos y filosóficos. Esto se debe fundamentalmente a dos causas: i) la intrincada red de implicaciones que hay entre los diferentes fenómenos expuestos en la teoría darwiniana y ii) las ambigüedades conceptuales y los problemas argumentativos propios y desencadenados por el principio de divergencia. Así, las diferentes discusiones, interpretaciones y críticas han girado en torno a temas como la relación existente entre la selección y la especiación, los beneficios de la divergencia o la tensión entre el plano explicativo individualista y la recurrencia de Darwin al nivel variedad-especie al tratar la divergencia (cf. Schweber, 1980; Gould, 2002). Todos estos problemas tienen que ver con la disensión, fruto de la complejidad y, en ocasiones, cierta oscuridad del propio Darwin acerca de la relación entre la divergencia —y, con ello, la especialización— y la competencia.

Esta sección está destinada al señalamiento de algunos problemas argumentativos con los que se encontró Darwin al tratar el principio de divergencia y a los que se han enfrentado sus estudiosos. A continuación, se mostrará una lista de algunas sombras en la argumentación de Darwin que podrían ser el origen de las diferentes posturas acerca de la relación entre la divergencia y la competencia.

3.1. La divergencia como característica seleccionable

El primer problema argumentativo se encuentra en la propia tesis central del principio de divergencia. Según el naturalista británico, las variedades más divergentes tienen ventaja sobre las formas intermedias y las de sus antecesores. Para explicar esto, Darwin acudió al siguiente principio: “Podemos suponer que los descendientes modificados de cualquier especie tendrán tanto más éxito cuanto más diversificada sea su estructura, y estén así capacitados para invadir lugares ocupados por otros seres” (Darwin, 1872, p.

¹ Texto original: “One other principle, which may be called the principle of divergence plays, I believe, an important part in the origin of species. The same spot will support more life if occupied by very diverse forms: we see this in the many generic forms in a square yard of turf”.

² Texto original: “he referred to it always with great excitement, as if it had been a major departure from his previous thinking”.

³ Texto original: “The principle, which I have designated by this term, is of high importance on my theory, and explains, as I believe, several important facts”.

90) (traducción propia)⁴. En otras palabras, los seres más divergentes tienen ventaja y perviven porque tienen la capacidad de ocupar más y diferentes lugares en la economía de la naturaleza (nichos ecológicos, en terminología actual).

Ahora bien, ¿por qué las “variantes más divergentes” han de tener mayor ventaja a la hora de apoderarse de nuevos nichos? ¿Cómo explicar entonces la extinción de las variedades intermedias y antecesoras? Darwin intenta acudir a la acumulación hereditaria como argumento, pues, según asevera, las “formas más diferenciadas”, por utilizar los términos de Darwin, conservarían aquellas características que dieron ventaja a sus predecesores. Sin embargo, esto no parece llevar aparejado como resultado que dicha variedad se especialice a nivel ecológico, sino, más bien, lo contrario, implicaría que dicha variedad fuera más generalista, es decir, tendría una mayor amplitud de nicho, por utilizar lenguaje contemporáneo. La cuestión es que no hay motivos para creer que una mayor divergencia otorgue una mayor capacidad de adaptarse a las diferentes situaciones. Es más, como explica Robert J. Richards (2012, p. 262), en la lucha por la existencia las características extremas suelen ser, por lo general, perjudiciales y no beneficiosas. Además, resulta del todo incoherente hablar de características extremas teniendo solo en cuenta a las variedades emparentadas y no a los entornos habitados y por ocupar. Que una característica sea extrema o radical no la convierte en seleccionable, a no ser que represente una verdadera ventaja en la lucha por la existencia; y no hay forma de demostrar que una mayor divergencia conlleve una mayor competitividad.

De acuerdo con Richards, Darwin se excede en el traslado de determinadas cuestiones desde los procesos de la selección artificial a los de selección natural. Las analogías y las metáforas son herramientas imprescindibles en la actividad y teorización científica, pero si no se usan con cuidado pueden conllevar extralimitaciones. Richards puede tener razón, al menos en cierta medida, ya que, en ocasiones, el naturalista de Down House traslada la estructura argumentativa de cómo el criador escoge las variedades más extremas a los casos naturales. Esto es algo que se puede apreciar en el *Origen* (1859, pp. 212-13), donde Darwin argumenta que en la naturaleza se puede “aplicar” un “principio análogo” al del criador que selecciona las variantes más diversificadas. Richards lo explica de la siguiente manera:

Así, el criador selecciona los rasgos más extremos y acaba obteniendo un individuo morfológicamente muy extremo. Darwin creía que la naturaleza actuaba de forma análoga: elige rasgos extremos en cada iteración y finalmente produce una especie bastante distinta. La ventaja obtenida sería un dominio más seguro de los recursos y un mayor número [...]. Lo que parece haber escapado a su atención reflexiva, sin embargo, fue la notable diferencia entre la naturaleza y el criador: el colomófilo puede detectar rasgos extremos y seleccionar cuidadosamente de su bandada solo aquellas aves que muestran tales rasgos y aparear a los individuos entre sí. La naturaleza, al parecer, no puede realizar una hazaña similar (Richards, 2012, pp. 262-263) (traducción propia)⁵.

En definitiva, no hay forma de que la selección natural escoja lo más extremo o divergente, pues esto requeriría de una providencia, pero tampoco hay modo de justificar que los más divergentes obtengan algún tipo de ventaja en la ocupación de nuevos nichos, lo que supone un escollo difícil de superar a nivel argumentativo.

3.2. Maximización de la cantidad de vida

Aunque Darwin nunca utilizó el término ‘maximización’, algunos autores (Schweber, 1980, p. 240; D’Hombres, 2015) consideran que en la formulación del principio de divergencia darwiniano hay implícita una tesis de corte económico que se deriva de la idea de que la diversificación en un territorio

⁴ Texto original: “We may assume that the modified descendants of any one species will succeed so much the better as they become more diversified in structure, and are thus enabled to encroach places occupied by other beings”.

⁵ Texto original: “The breeder thus selects the most extreme traits and ultimately winds up with a morphologically very extreme individual. Darwin believed nature acted analogously: she chooses extreme traits at every iteration and finally produces a quite distinct species. The advantage realized would be a more secure hold on resources and greater numbers [...]. What seems to have escaped his reflective notice, however, was the salient difference between nature and the breeder: the pigeon fancier can detect extreme traits and carefully select out of his flock just those birds that display such traits and mate the individuals together. Nature, it would seem, cannot accomplish a comparable feat”.

lleva aparejada el aumento constante del rendimiento en cuanto a lo que en la actualidad se denomina “capacidad de carga”, es decir, la divergencia de caracteres permite que un mayor número de habitantes puedan convivir en un determinado lugar. Como muestran los trabajos de Limoges (1994), Schweber (1980) y D’Hombres, (2013, 2015), el principio de divergencia se nutre del concepto de división fisiológica del trabajo de Milne-Edwards y, al menos indirectamente a través del zoólogo francés, del concepto de división del trabajo de los economistas políticos. Darwin, de hecho, cita el concepto metafórico de la teoría fisiológica de Milne-Edwards (Darwin, 1859, p. 115-6) y alude a que sucede algo semejante en la economía de la naturaleza. Sin embargo, la divergencia o la división ecológica del trabajo darwiniana, como la han denominado algunos autores (Schweber, 1980; D’Hombres, 2015), en lugar de asemejarse a la división técnica del trabajo dentro de una fábrica como en la propuesta de Milne-Edwards, se asemeja más a las consecuencias de la división social del trabajo. Muchos economistas políticos afirmaban, de la mano de Adam Smith⁶, que la división social del trabajo lleva aparejada un aumento de la población. De manera similar, Darwin consideraba que un territorio tiene una mayor capacidad de asimilar una mayor cantidad de vida cuanto más divergentes sean las estructuras y los hábitos de los seres que lo habitan, pues esto les permite ocupar más y diferentes lugares en la economía de la naturaleza. El propio naturalista de Down House confirma dicha relación con la división social del trabajo en un manuscrito de 1856 (DAR205.5 171): “La ventaja de que cada grupo sea lo más diferente posible puede compararse con el hecho de que mediante la división del trabajo se puede sustentar [*supported*] a la mayoría de las personas en cada país” (Darwin, 1856) (traducción propia)⁷.

Hay desacuerdo respecto a si la maximización de la cantidad de vida es motor o consecuencia de la divergencia. Sin embargo, lo que es evidente es que Darwin consideraba como algo bueno dicha maximización, y esto tiene un estrecho vínculo, a su vez, con el postulado principio de superfecundidad al que Darwin tuvo que acudir al desvincular el origen de las variaciones de la utilidad adaptativa (cf. Gruber, 1984, p. 218; Labrador Montero, 2019, pp. 414-417). Schweber (1980)⁸ y Gould (2002, p. 229) consideran esta recurrencia a la maximización como la introducción de un “objetivo natural”, un principio metafísico que implica asumir las bondades de una mayor biomasa:

El argumento de Darwin sobre la divergencia comienza con una premisa incuestionable que hoy nos resulta curiosa (...), pero que resuena con un tema central del siglo de Darwin: el “bien” claro e inherente de maximizar la cantidad de vida en cualquier región dada, y la consiguiente necesidad de una causa que asegure este objetivo natural. La maximización, argumenta Darwin, surge de la diversificación: cuantos más taxones haya en una zona determinada (y más diferentes), mayor será la cantidad total de vida (Gould, 2002, p. 229) (traducción propia)⁹.

El propio Darwin llevaba reflexionando sobre ese tema desde los albores de su teorización. Así en su *Notebook C* ya señalaba: “The end of formation of species & genera is probably to add to quantum of life possible with certain preexisting laws” (Darwin, 1838, p. 146) Sea como sea, puede ser controvertido y motivo de interpretaciones teleológicas la inclusión de un principio metafísico tal en la naturaleza, ya que Darwin no tenía una razón científica para considerar como provechoso que un territorio tenga una mayor cantidad de vida.

⁶ En el Capítulo 16 de la *Riqueza de las naciones*, Smith vincula de manera férrea el desarrollo de los países con la división del trabajo. Al mismo tiempo, considera que el aumento de la población es un signo distintivo de prosperidad: “The most decisive mark of the prosperity of any country is the increase of the number of its inhabitants” (Smith, 1904, p. 72). Y es que la división del trabajo y el aumento de la población en una teoría como la de Smith son correlativos. La división del trabajo está limitada por la extensión del mercado, y esta está limitada por el tamaño y concentración de la población (cf. Smith, 1904, pp. 19-23). Por el lado contrario, solo a través de la acumulación de capital y de la división del trabajo y el florecimiento de una diversidad de empleos es posible que aumente la densidad poblacional.

⁷ Texto original: “The advantage of each group becoming as different as possible, may be compared to the fact that by division of labour most people can be supported in each country”.

⁸ En este artículo, Schweber esboza toda una argumentación que vincula el principio de divergencia de Darwin con el principio de maximización benthamiano y el concepto de optimización económica.

⁹ Texto original: Darwin’s argument about divergence begins with an unquestioned premise that strikes us as curious today (...), but resonates with a central theme of Darwin’s century—the clear and inherent “good” of maximizing the amount of life in any given region, and the consequent necessity for a cause to insure this natural goal. Maximization, Darwin argues, arises by diversification: the more taxa in a given area (and the more different), the greater the total quantity of life.

3.3. El swamping argument

En 1867, Fleeming Jenkin explicitó anónimamente en la revista *North British Review* un problema argumentativo, del que Darwin ya era de alguna manera consciente, conocido como el *swamping argument*, y que el naturalista inglés llegó a considerar como la réplica más importante que se había hecho a su teoría (cf. Morris, 2009). Como se señalaba *supra*, el papel esencial del principio de divergencia en la teoría de Darwin se debe, fundamentalmente, a sus intentos de explicar la especiación a través de mecanismos simpátricos. Pero esto implicaba un problema: cómo justificar que no se perdieran por el camino aquellas variaciones individuales valiosas para un entorno indicado en el cruce con otros individuos que no poseen tal variación¹⁰. Todo esto teniendo en cuenta que la mayor divergencia se produce en poblaciones amplias (los géneros grandes, sostuvo Darwin, son los que dan lugar a más variedades fructíferas que terminarán convirtiéndose en especies diferenciadas) y que son las barreras ecológicas —y no las geográficas— y las presiones selectivas las que producen comúnmente dicho fenómeno. Bowler (1983, p. 182) lo explica de la siguiente manera:

El problema de la especiación simpátrica surge cuando consideramos que en el darwinismo tradicional todos los cambios deben ser lentos y graduales. Resulta difícil imaginar cómo la selección natural puede impedir el entrecruzamiento entre dos partes de la población, si existe una zona intermedia en la que no actúan las presiones de selección, habitada por individuos que aún pueden aparearse con los de uno y otro extremo (traducción propia)¹¹.

A esta objeción Darwin no pudo dar una respuesta satisfactoria o convincente, pues resultaba complicado argumentar cómo una variación beneficiosa, si estas se dan únicamente en los individuos, puede mantenerse y extenderse sin perderse en el cruce con otras variaciones. En la sexta edición de *El Origen*, Darwin intenta dar una solución provisional afirmando que, por un lado, muchas variaciones no son meramente diferencias individuales y, si bien no tienen por qué ser transmitidas directamente a la descendencia, sí que ha de heredarse la tendencia a variar en el mismo sentido. Por otro lado, intenta apoyarse en la selección sexual y asevera que los individuos semejantemente modificados se agrupan y crían juntos (cf. Darwin, 1872, pp. 71-2).

3.4. Confusiones con la noción de variedad

Una de las ambigüedades conceptuales que puede causar problemas en la interpretación del principio de divergencia es el uso, aparentemente indiferenciado, de dos conceptos distintos de *variedad*. Como expone Mayr (1992, p. 343), Darwin usa ‘variedad’, en primer lugar, como subespecie o población geográficamente delimitada y, en segundo término, como variantes intrapoblacionales, es decir, como aquellos individuos que se diferencian de la mayoría de la población en algún tipo de carácter. Tanto Schweber (1980) como Gould (2002) han dado cuenta de cómo en lo referente al principio de divergencia Darwin deambula entre el plano individual y el plano tipológico de variedad-especie. Esta tensión entre ambos niveles es causante de numerosas dificultades a la hora de interpretar las páginas dedicadas al principio de divergencia.

4. Divergencia y competencia

Estas dificultades anteriormente señaladas pueden haber influido o implicado problemas interpretativos para comprender algunos aspectos fundamentales sobre cómo se relacionan la divergencia y la especialización con la competencia en la obra de Darwin y, posiblemente, se encuentren en la raíz de que haya dos posturas fundamentales a este respecto: i) la divergencia se favorece por una disminución de la competencia para aquellos seres que se apoderan de nuevos nichos; ii) el beneficio de la divergencia

¹⁰ Se debe tener en consideración que no conocía la genética mendeliana, por lo que se antojaba todavía más difícil hacer frente a esta crítica.

¹¹ Texto original: “The problem with sympatric speciation arises when we consider that in traditional Darwinism all changes must be slow and gradual. It is difficult to imagine how natural selection can prevent interbreeding between two halves of the population, if there is an intermediate area where selection pressures do not operate, inhabited by individuals who still can mate with those and either extreme”.

es que la especialización otorga una mayor capacidad competitiva. Por tanto, no habría una reducción de la competencia sino una especialización y sofisticación de esta.

La disensión comienza con la publicación por parte de Tammone (1995) de un artículo titulado *Competition, the Division of Labor, and Darwin's Principle of Divergence*, donde expone una crítica a autores como, Donald Worster, Frank Sulloway, Peter Bowler o Ernst Mayr. La crítica consiste en atacar “la creencia generalizada” entre los estudiosos de Darwin de que el proceso de divergencia conlleva una continuada reducción de la competencia¹² entre especies relacionadas simpátricamente (Tammone, 1995, p. 109). La clave de la argumentación de estos autores, explica Tammone, es que consideran erróneamente que los seres aventajados por su divergencia acceden a “nichos desocupados”.

Así las cosas, se pueden encontrar tanto semejanzas como diferencias en las propuestas de los autores que defienden una competencia reducida como ventaja de la divergencia. Si se toma a Bowler y Mayr como ejemplos paradigmáticos, se puede observar tal circunstancia. Bowler (1983, p. 183) expone:

Si dos especies fueran muy parecidas tendrían tendencia a competir entre sí lo que sería perjudicial para las perspectivas de futuro de ambas. Sería ventajoso que pudieran divergir, especializándose cada una en un modo de vida diferente y disminuyendo así las posibilidades de competencia. Además, la misma zona de territorio sustentaría un componente mucho mayor de seres vivos si estos se dividieran en una amplia gama de formas, cada una capaz de explotar los recursos de la zona de forma diferente. Dado que la selección natural actúa en beneficio de cada forma, tenderá a aumentar el nivel de diversidad, especializando constantemente a cada una para su propio estilo de vida, incluso cuando el entorno permaneciera estable. He aquí, por fin, un principio de diversidad que convertiría la selección natural en una fuerza activa con las propiedades deseadas por Darwin (traducción propia)¹³.

Por su parte, Mayr (1995, p. 344), en una acudida cita cuando se trata este tema, argumenta que:

El punto básico del principio de divergencia es la simplicidad misma: cuanto más difieran entre sí los cohabitantes de una zona en sus requisitos ecológicos, menos competirán entre sí; por tanto, la selección natural tenderá a favorecer cualquier variación hacia una mayor divergencia. La razón de la importancia de este principio para Darwin es que parecía arrojar algo de luz sobre el mayor de sus enigmas: la naturaleza y el origen de la variación y de la especiación (traducción propia)¹⁴.

El telón de fondo de ambas citas es el supuesto de que la postura darwiniana acerca de la maximización de la cantidad de vida implica considerarla como un beneficio y objetivo natural, como se explicaba *supra*. Ambos también están de acuerdo en que, para Darwin, existe una ligazón entre la competencia y la divergencia, de tal modo que la divergencia supone el beneficio de gozar de una competencia reducida. Sin embargo, Bowler parece insinuar que el logro de una competencia reducida es la causa que impulsa a la ocupación de nuevos nichos, y lo hace desde un vocabulario que se podría calificar de teleológico. Incluso parece sugerir que la razón por la que los seres divergen es para evitar la severa competencia con sus semejantes. Por el otro lado, Mayr, mucho más cauto, sitúa a esa disminución de la competencia como consecuencia de dicho traslado. Además de esto, es patente que ambos conciben la especialización como el resultado unívoco, lo cual, a su vez, permite que un área pueda soportar más vida.

Además de los ya citados, en textos de Sulloway, Worster y Schweber (1980; 1985) encontramos el argumento de la reducción de la competencia, cada uno con sus diferentes matices. Sulloway (1982, pp.

¹² La idea proviene de lejos, pues el mismo Alfred R. Wallace (1890, pp. 105-110) afirma que la ocupación de puestos vacantes en la naturaleza implica el acceso a lugares donde la competencia es menos severa.

¹³ Texto original: “If two species were very similar, there would be a tendency for them to compete with each other, which would be detrimental to the future prospects of both. It would be to their advantage if they could diverge, each specializing for a different way of life and thus lessening the chances of competition. The same area of territory, furthermore, would support a far larger component of living things if they were divided into a wide range of forms, each capable of exploiting the area's resources in different way. Because natural selection works for the advantage of each form, it thus will tend to increase the level of diversity, constantly specializing each for its own life-style even when the environment remained stable. Here at last was a principle of diversity that would turn natural selection into an active force with properties Darwin desired”.

¹⁴ Texto original: “The basic point of the principle of divergence is simplicity itself: the more the coinhabitants of an area differ from each other in their ecological requirements, the less they will compete with each other; therefore natural selection will tend to favor any variation toward greater divergence. The reason for the principle's importance to Darwin is that it seemed to shed some light on the greatest of his puzzles -- the nature and origin of variation and of speciation”.

35-6) asocia de manera íntima la disminución de la competencia con la supervivencia, y llega a la conclusión de que Darwin no utilizó el ejemplo de los pinzones como argumento y justificación de la divergencia, precisamente, porque no tenía información acerca de cómo las diferentes formas de los picos ayudaban en la disminución de la lucha por la existencia. Esto se debe a que, según él, no se apreciaba una diferencia de hábitos entre las distintas especies que provocara dicha reducción. Worster (1977, p. 162), por su parte, intenta desbancar a la competencia como única ley que gobierna en las relaciones naturales. Así, defiende que “la variación, la individualidad y la desviación” son mecanismos poderosos que permiten a los seres vivos alejarse de la confrontación. Por último, Schweber (1980, p. 212) sostiene que la reducción de la competencia es una ventaja adaptativa y que lo que hace Darwin es “biologizar” la doctrina de la ventaja competitiva de la división del trabajo de Adam Smith. De este modo, argumenta que, para Darwin, la divergencia de carácter es fruto de la especialización provocada por el provecho que se obtiene al gozar de una competencia reducida. Esto sería semejante a cuando Smith argumenta que la diferencias entre las personas que ocupan puestos muy diferentes en la sociedad son el efecto y no la causa de la división del trabajo, pues los humanos son, en naturaleza y capacidad, fundamentalmente iguales (Schweber, 1980, p. 265).

Desde el lado opuesto, autores como Dov Ospovat (1981) y Tammone (1995) argumentan que la maximización no es alcanzada gracias a esa reducción de la competencia, sino al aumento de la competitividad entre seres más especializados. Por otra parte, Richards (2012) tiene una postura más comedida al argumentar que, para Darwin, la competencia reducida es una consecuencia derivada de la especialización, pero nunca la causa ni el motivo por el que es favorecida la divergencia por la selección natural. D’Hombres (2015), finalmente, atribuye al uso por parte de Darwin de dos conceptos diferentes de división del trabajo el hecho de que haya esas dos interpretaciones.

Ahora bien, es importante señalar que todos están de acuerdo en que, para Darwin, la divergencia es un rasgo que se favorece en pro de la maximización. Sin embargo, difieren en cuanto al motivo por el que se favorece. Unos consideran que la reducción de la competencia es el beneficio, mientras que para otros la ventaja está en el aumento de la competitividad de las nuevas variedades fruto de la especialización, lo cual no conlleva una reducción de la competencia. Es más, desde esta postura, la reducción de la competencia no sería ventajosa, pues supondría el freno para la selección natural y la divergencia. La disensión radica, por tanto, en que desde una óptica se pone el acento solamente en el traslado de los seres más divergentes a un nuevo nicho o lugar en la economía de la naturaleza, mientras que, desde el otro lado, el foco se pone sobre la especialización como ventaja competitiva, es decir, no como un medio para *evitar* la competencia, sino como un medio para *vencer a* la competencia (Tammone, 1995, p. 110).

Al igual que ya hizo Tammone, en este artículo se intenta atacar la idea de que la divergencia tiene asociada una reducción de la competencia, ya sea como causa o consecuencia. Sin embargo, es necesario ir más allá de las críticas expuestas por dicho autor. Por ejemplo, Tammone (1995, p. 114-5) trata erróneamente como una razón en favor de su enfoque el hecho de que Thomas Huxley y Francis Darwin, como las personas más cercanas al naturalista británico, no fueron conscientes de tal “perturbación apaciguadora” de la divergencia en la lucha por la existencia. Esto, sin embargo, no aporta ningún tipo de prueba acerca del contenido de la teoría darwiniana. Por otro lado, Tammone tampoco ofrece buenas razones cuando entabla uno de los puntos centrales de su crítica. Según él, el error fundamental de autores como Mayr o Bowler es que consideran que las variedades divergentes se trasladan a nichos desocupados. Coincidiendo en que tal cosa es un desacierto, es necesario recalcar en mayor medida tanto la oscuridad de Darwin acerca de dicho tema como la complejidad del asunto. Además de esto, utiliza la premisa de que las variedades divergentes ocupan puestos ya ocupados por otros seres para argumentar que no hay una reducción de la competencia debido a que sigue habiendo competencia interespecífica. Sin embargo, aquí se olvida de que Darwin¹⁵ consideraba mucho más severa la lucha por la existencia intraespecífica que entre diferentes especies, por lo que, en la lógica darwiniana, la competencia intraespecífica a la que estaban sometidas las variedades “migrantes” en el antiguo nicho sería mucho más exigente que la interespecífica a la que tienen que enfrentarse en el nuevo puesto ocupado. Luego

¹⁵ En el capítulo 3 de *El Origen* hay un subapartado dedicado a este tema bajo el título *Struggle for life most severe between individuals and varieties of the same species: often severe between species of the same genus*.

este no puede ser el motivo del rechazo del tratamiento que hacen los autores que intenta criticar. Además, Tammone no hace un análisis lo suficientemente profundo de un concepto absolutamente necesario para la comprensión de la divergencia en Darwin: la noción de “lugar en la economía de la naturaleza”. A este respecto, Pearce (2010) aporta pruebas relevantes que apoyan la hipótesis defendida en este artículo.

Ante esto, es necesario explicitar algunos argumentos complementarios a los de Tammone acerca cuáles son las debilidades a nivel conceptual y argumentativo de la perspectiva de la disminución de la competencia. Estas provienen de dos elementos fundamentales: i) la oscuridad acerca de lo que es esa reducción de la competencia que va de la mano de la divergencia y ii) el concepto de lugar en la economía de la naturaleza. Se pasará, por tanto, a analizar estas dos cuestiones fundamentales en los siguientes apartados.

5. Problemas interpretativos relacionados con la idea de reducción de la competencia

Entre las diferentes interpretaciones y actitudes de los autores que defienden la reducción de la competencia existen una serie de aspectos que no quedan del todo claros respecto a la naturaleza de dicho aminoramiento de la lucha por la existencia. En primer lugar, no especifican a qué momento aluden ni durante cuánto tiempo se da dicho “desahogo” competitivo. En segundo lugar, si bien especifican que, según su interpretación de Darwin, dicha reducción de la competencia se produce por la ocupación de nuevos nichos, no explicitan cómo es posible que Darwin pudiera mantener, junto a tal sentencia, que la extinción de sus parientes menos diversificados es un producto fundamental de la divergencia. Por último, y en relación con lo anterior, no explican cómo se produce el traslado a nuevos nichos de las variedades divergentes.

Respecto a la primera de estas cuestiones, resulta esencial entender a qué hacen alusión con la expresión “reducción de la competencia” o “competencia reducida”. La interpretación más plausible de la tesis que dichos autores exponen es que se produce una minimización de la lucha por la existencia de las variedades divergentes con respecto a las variedades con las que están emparentadas una vez se trasladan a un nicho nuevo. Sin embargo, difícilmente se puede afirmar que dicha reducción de la competencia sea prolongada, pues, teniendo como base la doctrina malthusiana y el principio de superfecundidad defendidos por Darwin, en un lapso de pocas generaciones el número de individuos de la variedad divergente habría ascendido tanto que la escasez de recursos llevaría de nuevo a una severa competencia intraespecífica en ese lugar concreto dentro de la economía de la naturaleza. Además, dicha pugna sería entre seres más especializados o mejor adaptados. Por lo tanto, dicha tesis solo tendría sentido para un período indicado de tiempo, medido en generaciones.

Ahora bien, ni siquiera estableciendo estos límites temporales la tesis puede sustentarse. Esto se debe a que, como se señalaba precedentemente, Darwin vinculaba de manera extraordinaria la extinción con este principio de divergencia. Lo hacía bajo la siguiente lógica:

La selección natural actúa únicamente mediante la conservación de variaciones en cierto modo ventajosas, que por consiguiente perduran. Debido a la elevada tasa geométrica de crecimiento de todos los seres orgánicos, cada zona está ya totalmente poblada de habitantes, y de ello se deduce que, a medida que las formas favorecidas aumentan en número, por lo general, las menos favorecidas disminuyen y se vuelven raras. La rareza, como nos dice la geología, es la precursora de la extinción. [...] Pero podemos ir más lejos, porque a medida que se producen nuevas formas, a menos que admitamos que las formas específicas puedan seguir aumentando indefinidamente en número, muchas formas antiguas deben extinguirse (Darwin, 1872, p. 85) (traducción propia)¹⁶.

¹⁶ Texto original: “Natural selection acts solely through the preservation of variations in some way advantageous, which consequently endure. Owing to the high geometrical rate of increase of all organic beings, each area is already fully stocked with inhabitants, and it follows from this, that as the favoured forms increase in number, so, generally, will the less favoured decrease and become rare. Rarity, as geology tells us, is the precursor to extinction. [...] But we may go further than this; for as new forms are produced, unless we admit that specific forms can go on indefinitely increasing in number, many old forms must become extinct”.

Por tanto, son las formas aventajadas, que para Darwin generalmente son aquellas que se separan más de la línea parental y pueden ocupar más y mejor nuevos nichos, las que causan en la lucha por la existencia la extinción de las “formas antiguas e intermedias”. Asalta, entonces, la siguiente duda: ¿si las variantes extremas se ven favorecidas en aquellos nichos a los que finalmente se trasladan, por qué prevalecen también en los nichos antiguos hasta el punto de provocar la extinción de sus antecesores y otras variantes intermedias? La respuesta de Darwin a esta cuestión es la siguiente: mientras las variedades divergentes se adaptan al nuevo nicho, mantienen todas las adaptaciones de sus antecesores, de tal forma que estos descendientes conservan las características competitivas de sus progenitores a la vez que añaden algún tipo de capacidad extra que les será ventajosa en otros nichos, en los cuales finalmente se desarrollarán y especializarán de generación en generación dando lugar a una paulatina diferenciación respecto de la línea parental (cf. Darwin, 1872, p. 91). Esto parece conllevar que, mientras se producen los traslados de nicho, sigue compitiendo con sus parientes menos divergentes llegando a provocar su extinción.

Esta argumentación de Darwin indica que el traslado a nuevos lugares en la economía de la naturaleza no es algo inmediato, sino que tiene un carácter procesual. Se trata de un proceso lo suficientemente largo como para que las viejas formas se extingan. Antes de extenderse a nuevas áreas y nichos, una variedad debe haber salido victoriosa en la pugna con sus competidores más cercanos. Así lo expresa Darwin: “lo que es más importante, que las nuevas formas producidas en grandes superficies, que ya han vencido a muchos competidores, serán las que se difundirán más ampliamente y darán lugar al mayor número de nuevas variedades” (Darwin, 1872, p. 83) (traducción propia)¹⁷. O también lo hace patente en la explicación de su famoso diagrama ramificado: “pero durante el proceso de modificación, representado en el diagrama, otro de nuestros principios, el de la extinción, habrá desempeñado un papel importante” (Darwin, 1872, p. 93) (traducción propia)¹⁸. Por tanto, las nuevas formas que sobreviven a la inmensa urdimbre de relaciones competitivas en un territorio amplio y abierto son las que posteriormente se extenderán y darán lugar a las nuevas variedades que pasarán por el mismo proceso. Ahora bien, lo importante es que Darwin explica que los que consiguen vencer en la lucha por la existencia son los que se extienden, en lugar de indicar que salen victoriosos evadiendo la competencia, precisamente, gracias a dicho éxodo.

El gradualismo propio de la evolución lo es en el desarrollo adaptativo de las diferentes variedades y, por tanto, también es gradual el traslado y ajuste a los diferentes nichos (cf. Darwin, 1872, p. 98). En suma, la propia adaptación es gradual y, por lo tanto, también la ocupación de nuevos nichos. Además, los individuos varían en grados diferentes, por lo que a unos organismos les será más fácil intentar ocupar nuevos nichos y a otros, aunque ventajoso, no tanto, de tal forma que se acomoden mejor a pervivir en la “frontera” entre nichos. Por ejemplo, si una variedad de una especie de ave obtiene una modificación de su pico que le permite alimentarse de un recurso al que antes no tenía acceso, los individuos con dicha capacidad tenderán a aprovecharse de este alimento en mayor o menor magnitud dependiendo de en qué medida hayan obtenido la ventaja. Es decir, algunos de los pájaros que han obtenido de forma leve la modificación del pico, probablemente tengan que seguir recurriendo a alimentarse del mismo recurso que sus parientes no modificados en ese sentido, aunque ocasional o frecuentemente puedan acudir al nuevo recurso que les brinda la alteración que han sufrido. En otras palabras, no existen fronteras tajantes en cuanto a la ocupación de nichos, pues los organismos y, por tanto, las variedades, en su gama de grados de variación, pueden ocupar más de un nicho y con distinta actividad en cada uno de ellos (cf. Darwin, 1872, p. 81).

En la siguiente cita, el naturalista británico expone cómo todo este proceso sistémico se da de forma lenta y gradual, tanto el surgimiento de variedades diferenciadas (y, por tanto, también las adaptaciones), como la creación y la ocupación de nichos. Dicho de otra manera, las diferentes variedades van

¹⁷ Texto original: “what is more important, that the new forms produced on large areas, which already have been victorious over many competitors, will be those that will spread most widely, and will give rise to the greatest number of new varieties and species”.

¹⁸ Texto original: But during the process of modification, represented in the diagram, another of our principles, namely that of extinction, will have played an important part.

apoderándose de los lugares en la economía natural en la medida en que se van consolidando lentamente como variedades:

Admito plenamente que la selección natural suele actuar con extrema lentitud. Solo puede actuar cuando hay lugares en la política natural de un distrito que pueden ser mejor ocupados por la modificación de algunos de sus habitantes existentes. La aparición de tales lugares dependerá a menudo de los cambios físicos, que generalmente se producen muy lentamente, y de que se impida la inmigración de formas mejor adaptadas. A medida que algunos de los antiguos habitantes se modifican, las relaciones mutuas de los demás se verán a menudo perturbadas, y esto creará nuevos lugares, listos para ser ocupados por formas mejor adaptadas; pero todo esto tendrá lugar muy lentamente. Aunque todos los individuos de la misma especie difieran entre sí en algún grado ligero, a menudo pasaría mucho tiempo antes de que se produjeran diferencias de naturaleza apropiada en diversas partes de la organización. El resultado se vería a menudo muy retrasado por el entrecruzamiento libre. Muchos exclamarán que estas causas son suficientes para neutralizar el poder de la selección natural. Yo no lo creo así. Pero sí creo que la selección natural actuará generalmente muy lentamente, solo a largos intervalos de tiempo, y solo sobre unos pocos de los habitantes de la misma región. Creo además que estos resultados lentos e intermitentes concuerdan bien con lo que la geología nos dice del ritmo y la manera en que los habitantes del mundo han cambiado (Darwin, 1872, p. 84) (traducción propia)¹⁹.

Hay que tener en consideración que en esta cita se señalan dos cuestiones fundamentales que serán de vital importancia posteriormente. En primer lugar, Darwin afirma que los cambios en las relaciones entre los seres pueden provocar la fundación de nuevos nichos y, en segundo término, que tanto esta creación como la invasión son procesos muy lentos.

En vista de todo lo expuesto, la conclusión a extraer es que la tesis de la reducción de la competencia es indefendible. Primero, porque, en el proceso de mudarse a un nuevo nicho en el que obtiene una ventaja competitiva, la variedad divergente sigue conviviendo y compitiendo con sus parientes en el viejo nicho. En segundo término, porque en dicho curso paulatino de traslado, el nuevo nicho se irá llenando, dejando la competencia reducida como una cuestión breve, de pocas generaciones. Por ende, si se quiere mantener que una competencia menos severa es la causa que provoca el cambio a un nuevo nicho de las variantes divergentes, tiene que asumirse que es porque se trata de algo así como una vía de escape de una competencia feroz en el anterior nicho, lo cual no tiene sentido cuando se tiene en cuenta que son estas mismas variantes divergentes las que provocan la extinción de las formas viejas. Por otro lado, en caso de ser una consecuencia y no una causa, sería en un sentido muy local y ridículamente corto en plazos evolutivos.

6. Lugares en la economía de la naturaleza y divergencia

La noción de lugar en la economía de la naturaleza es el segundo elemento que requiere de una aclaración mayor para poder hacer una apreciación adecuada de la relación que puede haber entre la divergencia y la competencia en la obra de Darwin. Las preguntas fundamentales que responder son: ¿los nichos a los que se trasladan las variedades divergentes están desocupados o mal ocupados? ¿Dichos nichos preexisten o son creados? A su vez, dar respuesta a esta última cuestión ofrecería una resolución a si son los puestos en la economía natural limitadores de los caminos que puede tomar la divergencia o, en cambio, la divergencia es condición de posibilidad de la fundación de nuevos nichos.

Como subraya Tammone, la razón esencial por la que tantos autores defienden la tesis de la competencia reducida es que consideran que los nuevos nichos a ocupar por las variantes divergentes están

¹⁹ Texto original: “That natural selection generally acts with extreme slowness I fully admit. It can act only when there are places in the natural polity of a district which can be better occupied by the modification of some of its existing inhabitants. The occurrence of such places will often depend on physical changes, which generally take place very slowly, and on the immigration of better adapted forms being prevented. As some few of the old inhabitants become modified the mutual relations of others will often be disturbed; and this will create new places, ready to be filled up by better adapted forms; but all this will take place very slowly. Although all the individuals of the same species differ in some slight degree from each other, it would often be long before differences of the right nature in various parts of the organization might occur. The result would often be greatly retarded by free intercrossing. Many will exclaim that these several causes are amply sufficient to neutralize the power of natural selection. I do not believe so. But I do believe that natural selection will generally act very slowly, only at long intervals of time, and only on a few of the inhabitants of the same region. I further believe that these slow, intermittent results accord well with what geology tells us of the rate and manner at which the inhabitants of the world have changed”.

desocupados. De esta manera, se olvidarían de la competencia interespecífica. Acudiendo a *El origen de las especies*, la cuestión no parece quedar del todo clara. Allí Darwin en algunas ocasiones hace referencia a nichos desocupados y otras veces a nichos no perfectamente ocupados. Algo que sucede, en ocasiones, en una misma oración: “[...] la selección natural actuará siempre en función de la naturaleza de los lugares desocupados o no perfectamente ocupados por otros seres; y esto dependerá de relaciones infinitamente complejas” (Darwin, 1872, p. 92) (traducción propia)²⁰. Sin embargo, se pueden encontrar un mayor número de referencias que resaltan el papel de la competencia a la que se expondrán aquellos seres que migran a otros nichos o cambian de hábitos. De esta manera, gana fuerza la tesis de que generalmente los nichos que están expuestos a ser ocupados o invadidos son puestos mal ocupados, y no vacíos, en la economía natural. Sirva de ejemplo la siguiente cita de una parte central de la sección dedicada exclusivamente a explicar el principio de divergencia, donde además también desvela la complejidad de lo que implica ‘cambiar de lugar en la economía de la naturaleza’:

Tomemos el caso de un cuadrúpedo carnívoro cuyo número de individuos haya llegado desde hace tiempo al promedio que puede mantenerse en un país cualquiera.. Si se deja que actúe su poder natural de crecimiento, solo podrá aumentar (sin que cambien las condiciones del país) por el hecho de que sus diversos descendientes ocupen los lugares que actualmente ocupan otros animales: algunos de ellos, por ejemplo, podrán alimentarse de nuevas clases de presas, vivas o muertas; otros habitarán nuevos lugares, treparán a los árboles, frecuentarán el agua y otros, quizá, se volverán menos carnívoros (Darwin, 1872, pp. 87-8) (traducción propia)²¹.

Unos párrafos después, el autor británico vuelve a hacer referencia a cómo las variantes divergentes se apoderan de nichos ocupados. Por tanto, en los párrafos fundamentales en los que trata acerca del principio de divergencia, Darwin se cuida mucho de determinar este factor.

Ahora bien, en esta discusión no se están teniendo en cuenta ciertos aspectos fundamentales del concepto darwiniano de economía de la naturaleza. La economía de la naturaleza se compone fundamentalmente de la compleja interdependencia entre los diferentes seres y las condiciones naturales, cuyo eje organizativo y autorregulador consiste en la ocupación de diferentes lugares o puestos en dicha economía por parte de las diversas especies. Por ello, la adaptación siempre lo es a un lugar en dicha economía. Lo anterior tiene como principal corolario que la economía de la naturaleza en un espacio geográfico dado preexiste a las diferentes alteraciones y, por ende, acota los posibles caminos de la selección y la divergencia. En consecuencia, los lugares a ocupar también son previos a la ocupación. Dicho de otro modo, Darwin mantiene la idea linneana de que hay un orden preestablecido. Sin embargo, que dicho orden sea algo preexistente no quiere decir que sea algo estático y teleológico, sino que, al contrario, es dinámico, histórico, complejo y sistémico, como lo consideraba Lyell. Los elementos fundamentales que determinan los puestos disponibles en la economía de la naturaleza son tres: los accidentes geográficos, las condiciones climáticas y las complejas relaciones entre los diferentes seres (Pearce, 2010, pp. 515-517). Ciertamente, las circunstancias geográficas y climáticas son cambiantes, pero más aún aquella intrincada red de relaciones entre los seres de un mismo hábitat (cf. Darwin, 1872, p. 98). Se podría decir que el constante surgimiento de nuevas variedades y los diferentes saltos de puestos en la economía de algunas de estas provocan un continuo movimiento organizativo en el que las relaciones competitivas son alteradas. Esto provoca la continua alteración y fundación de nichos. No se puede obviar que Darwin frecuentemente utiliza el término ‘coadaptación’, con lo cual quiere resaltar tanto el equilibrio o armonía entre los cambios del entorno o “condiciones físicas de vida” y de los seres vivos que habitan en él como la interdependencia adaptativa entre las diferentes especies y organismos que conviven.

Ahora bien, a pesar de este dinamismo, los posibles nichos a ocupar y, por ende, las variedades que se pueden ver beneficiadas dependen del estado de la economía de la naturaleza en aquel momento dado.

²⁰ Texto Original: “natural selection will always act according to the nature of the places which are either unoccupied or not perfectly occupied by other beings; and this will depend on infinitely complex relations”.

²¹ Texto original: “Take the case of a carnivorous quadruped, of which the number that can be supported in any country has long ago arrived at its full average. If its natural power of increase be allowed to act, it can succeed in increasing (the country not undergoing any change in conditions) only by its varying descendants seizing on places at present occupied by other animals: some of them, for instance, being enabled to feed on new kinds of prey, either dead or alive; some inhabiting new stations, climbing trees, frequenting water, and some perhaps becoming less carnivorous”.

Así, una sola variedad no crea como tal un nuevo nicho, sino que necesita que dicho nicho preexista y que este le posibilite tener ventaja respecto a sus competidores. Una vez se van ocupando los nichos preexistentes, las relaciones cambian y se produce una reestructuración del sistema. “Así pues, la divergencia depende de la economía de la naturaleza, aunque esta economía se vea continuamente modificada por la divergencia.” (Pearce, 2010, p. 518) (traducción propia)²². Por esta razón, pensar que las relaciones de competencia se ven disminuidas por la ocupación de nuevos nichos es tomar una perspectiva estática ante un proceso dinámico y gradual, pues tras pocas generaciones se habrá producido una reestructuración de las relaciones competitivas tanto intraespecíficas como interespecíficas y, con ello, la economía de la naturaleza se reinventa. La propia creación de nichos es extremadamente lenta y depende de innumerables factores, entre los que entra la propia ocupación de estos y la forma en que son ocupados. Pearce (2010, pp. 518-9) describe cómo se da esta retroalimentación:

a cuestión de si la economía de la naturaleza o la divergencia es primaria está mal planteada, porque son codeterminantes: la economía de la naturaleza es una restricción externa a la divergencia, en el sentido de que limita los posibles caminos que esta puede tomar, pero la divergencia también altera la economía de la naturaleza. [...] Por ejemplo, si la temperatura de una región aumenta, la economía de la región cambia, lo que a su vez altera las limitaciones de la divergencia; la divergencia y la selección natural continúan a buen ritmo, y las modificaciones (limitadas) provocan más cambios en la economía de la región. Este proceso es complejo e interminable, pero siempre está limitado por una economía preexistente. [...] El papel del azar en la divergencia está limitado por la organización preexistente del mundo natural: esto es lo que explica la sucesión ecológica regular descrita por Darwin. Así pues, la economía de la naturaleza, aunque sea dinámica y variable, siempre limita las vías de divergencia (traducción propia)²³.

La restricción del estado de la economía de la naturaleza a los cauces que puede tomar la divergencia implica, a su vez, el gradualismo, pues el traslado a un nuevo nicho no puede darse a la mínima variación. Solo podrán extenderse en la economía de la naturaleza (y con esto provocar su reestructuración) aquellas variedades que han vencido en la pugna con sus competidores y que han ido “perfeccionando” lentamente las peculiaridades que les permitirán ser competitivos una vez extiendan su dominio. Darwin manifiesta tanto el gradualismo y la necesidad de fases previas antes del traslado como el hecho de que la extensión de una variedad genera un cambio en las relaciones competitivas, pero no una reducción de estas: “Cada nueva forma, además, en cuanto se haya perfeccionado mucho, podrá extenderse por la zona abierta y continua, y entrará así en competencia con muchas otras formas” (Darwin, 1872, p. 83) (traducción propia)²⁴.

7. Conclusiones

A modo de conclusión, un resultado relevante a extraer es que la discusión acerca de este problema ha de tener como base el plano más complejo del concepto de competencia. No se ha de olvidar que, para Darwin, la lucha por la existencia es una noción sumamente “amplia y metafórica” donde el elemento fundamental es la codependencia entre los diferentes organismos que cohabitan y donde el concepto de supervivencia implica el “éxito en dejar prole” (cf. Darwin, 1872, p. 50). Dicho de otra manera, incluso la supervivencia es una cuestión lenta y gradual, porque salir victorioso de la lucha por la existencia es, no solo sobrevivir, sino dejar el máximo número posible de descendencia y perpetuar aquellas características valiosas para la supervivencia. Darwin evaluaba el *fitness* de una variación respecto a la extensión y consolidación de un determinado taxón del que esta fue predecesora. Con esto

²² Texto original: “Así pues, la divergencia depende de la economía de la naturaleza, aunque esta economía se vea continuamente modificada por la divergencia”.

²³ Texto original: “The question of whether the economy of nature or divergence is primary is ill posed, for they are co-determining: the economy of nature is an external constraint on divergence, in that it constrains the possible paths that the latter can take, but divergence also alters the economy of nature. [...] For instance, if the temperature of a region increases, the region’s economy changes, which in turn alters the constraints on divergence; divergence and natural selection continue apace, and the (constrained) modifications lead to more changes in the economy of the region. This process is complex and never-ending, but is always constrained by a pre-existing economy. [...] The role of chance in divergence is limited by the pre-existing organization of the natural world – this is what explains the regular ecological succession described by Darwin. Thus the economy of nature, although it is dynamic and variable, always limits the paths of divergence”.

²⁴ Texto original: “Each new form, also, as soon as it has been much improved, will be able to spread over the open and continuous area, and will thus come into competition with many other forms”.

se pretende señalar que el propio concepto de competencia implica relaciones y reorganizaciones a largo plazo y, por ende, la clave del principio de divergencia no puede estar en una supuesta competencia reducida en un momento indicado y, mucho menos, se puede pensar que dicha disminución se da de forma dilatada, pues supondría un freno para la selección natural y la evolución, es decir, implicaría que la divergencia acarrearía la paulatina parálisis del dinamismo natural. Es más, el propio Darwin subraya que aquellas especies expuestas a competencias menos severas tienden a producir menos variaciones y diversificación (cf. Darwin, 1872, p. 99).

En suma, la tesis de que la divergencia lleva aparejada una rebaja de la competencia como ventaja ecológica y evolutiva no se sostiene: i) porque no encaja con los tiempos y el gradualismo del resto de fenómenos en la teoría de la selección natural; ii) porque no se ajusta al principio de extinción expuesto por Darwin en el que son las nuevas formas las que provocan la extinción de las viejas; iii) porque implica una simplificación del concepto de economía de la naturaleza y de las relaciones que se producen en ella; iv) porque no tiene en cuenta la complejidad de la dialéctica entre la divergencia y la economía de la naturaleza y, por ello, v) no ofrece una explicación sólida de cómo se producen los traslados de nicho ecológico de las variedades divergentes.

Referencias

- Beddall, Barbara G. (1988). Darwin and Divergence: The Wallace Connection. *Journal of the History of Biology*, 21(1), 1-68.
- Bowler, Peter (1989). *Evolution. The History of an Idea*. Berkeley: University of California Press.
- Brackman, Arnold C. (1980). *A Delicate Arrangement: The Strange Case of Charles Darwin and Alfred Russel Wallace*. London: Times Books.
- Browne, Janet (1980). Darwin's Botanical Arithmetic and the Principle of Divergence, 1854-1858. *Journal of the History Biology*, 13(1), 53-89.
- Burkhardt, Frederick y Smith, Sydney (eds.) (1991). *The Correspondence of Charles Darwin*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Darwin, Charles R. (1838). *Notebook C: [Transmutation of Species (1838.02-1838.07)]*. CUL-DAR122. Disponible en: <http://darwin-online.org.uk/>
- Darwin, Charles R. (1856). *NS II Principle of Divergence, transitional-155 Note*. DAR 205.5: 171r. Disponible en: <https://cudl.lib.cam.ac.uk/view/MS-DAR-00205-00005/346>
- Darwin, Charles R. (1859). *On the Origin of Species by Means of Natural Selection, or the Preservation of Favoured Races in the Struggle for Life*. 1st Edition. London: John Murray.
- Darwin, Charles R. (1872). *The Origin of Species by Means of Natural Selection or the Preservation of Favoured Races in the Struggle for Life*, 6th Edition. London: John Murray.
- Darwin, Charles R. (1975). *Charles Darwin's Natural Selection. Being the Second Part of His Big Species Book Written from 1856 to 1858*. R. C. Stauffer (ed.). Cambridge: Cambridge University Press.
- D'Hombres, Emmanuel (2013). The 'Division of Physiological Labour': The Birth, Life and Death of a Concept. *Journal of the History of Biology*, 45, 3-31.
- D'Hombres, Emmanuel (2015). The Darwinian Muddle on the Division of Labour: An Attempt at Clarification, *History and Philosophy of the Life Sciences*, 38, 1-22.

- Gould, Stephen J. (2002). *The Structure of Evolutionary Theory*. Cambridge, Massachussets y Londres: The Belknap Press of Harvard University Press.
- Gruber, Howard (1984). *Darwin sobre el hombre. Un estudio psicológico de la creatividad científica*. Madrid: Alianza.
- Kohn, David (1981). On the Origin of the Principle of Divergence [Review of A. C. Brackman, A delicate arrangement]. *Science*, 213, 1105-1108.
- Kohn, David (1985). Darwin's Principle of Divergence as Internal Dialogue. En: David Kohn (ed.), *Darwinian Heritage* (pp. 245-258). New Jersey: Princeton University Press.
- Kohn, David (2009). Darwin's Keystone: The Principle of Divergence. En: Michael Ruse y Robert J. Richards (eds.), *The Cambridge Companion to the Origin of Species* (pp. 87-108). Cambridge: Cambridge University Press.
- Kottler, Makobn J. (1985). Charles Darwin and Alfred Russel Wallace: Two Decades of Debate over Natural Selection. En David Kohn (ed.), *The Darwinian Heritage* (pp. 367-432). Princeton: Princeton University Press.
- Labrador Montero, Daniel (2019). La evolución de la biología y la biología evolucionista: especie y finalidad, *Revista de Humanidades de Valparaíso*, (14), 395-426.
- Limoges, Camille (1994). Milne-Edwards, Darwin, Durkheim and the Division of Labour: A Case Study in Reciprocal Conceptual Exchanges Between the Social and the Natural Sciences. En: I. Bernard Cohen, (ed.), *The Natural Sciences and the Social Sciences* (pp. 317-343). Kluwer Academic Publishers.
- Mayr, Ernst (1985). Darwin's Five Theories of Evolution. En: David Kohn (ed.), *The Darwinian Heritage* (pp. 755-772). New Jersey: Princeton University Press.
- Mayr, Ernst (1992). Darwin's Principle of Divergence. *Journal of the History of Biology*, 25(3), 343-359.
- Morris, Susan W. (2009). Fleeming Jenkin and The Origin of Species: a Reassessment. *The British Journal of the History of Science*, 27(3), 313-343.
- Ospovat, Dov (1981). *The Development of Darwin's Theory: Natural History, Natural Theology and Natural Selection, 1838-1859*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Pearce, Trevor (2010). «A Great Complication of Circumstances»— Darwin and the Economy of Nature. *Journal of the History of Biology*, (43), 493-528.
- Richards, Robert J. (2012). Darwin's Principles of Divergence and Natural Selection: Why Fodor Was almost Right. *Studies in History and Philosophy of Biological and Biomedical Sciences*, 43(1), 256-268.
- Schweber, Silvan (1980). Darwin and the Political Economist: Divergence of Character. *Journal of the History of Biology*, 13(2), 195-289.
- Schweber, Silvan (1985). The Wider British Context in Darwin's Theorizing. En David Kohn (ed.), *The Darwinian Heritage* (pp. 35-69). New Jersey: Princeton University Press.
- Smith, Adam (1904). *An Inquiry into the Nature and Cuases of the Weatlh of Nations*. Vol. 1. Edwin Cannan. London.
- Sulloway, Frank J. (1979). Geographical Isolation in Darwin's Thinking: The Vicissitudes of a Crucial Idea". *Stud. Hist. Biol.*, 3, 23-65.

Sulloway, Frank J. (1982). Darwin and His Finches: The Evolution of a Legend. *Journal of the History of Biology*, 15(1), 1-53.

Tammone, William (1995). Competition, the Division of Labor, and Darwin's Principle of Divergence. *Journal of the History of Biology*, 28(1), 109-131.

Wallace, Alfred R. (1890). *Darwinism: An Exposition of the Theory of Natural Selection*. New York: Macmillan.

Worster, Donald (1977). *Nature's Economy: A History of Ecological Ideas*. Cambridge: Cambridge University Press.

Young, Robert M. (1990). Darwinism and the División of Labour. *Science as Culture*, 1(9), 110-124.

UMA FILOSOFIA DA EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS NO HORIZONTE DA HERMENÊUTICA FILOSÓFICA

*A PHILOSOPHY OF SCIENCE EDUCATION IN THE HORIZON OF PHILOSOPHICAL
HERMENEUTICS*

*UNA FILOSOFÍA DE LA EDUCACIÓN EN CIENCIAS EN EL HORIZONTE DE LA
HERMENÉUTICA FILOSÓFICA*

Ana Paula Carvalho do Carmo

(Universidade Federal do Paraná, Brasil)

anacarmo@ufpr.br

Robson Simplicio de Sousa

(Universidade Federal do Paraná, Brasil)

robson.simplicio@ufpr.br

Maria do Carmo Galiazzi

(Universidade Federal do Rio Grande, Brasil)

mcgaliazzi@gmail.com

Recibido: 16/01/2023

Aprobado: 25/06/2023

RESUMO

Dentre as diversas problemáticas que permeiam a Educação em Ciências (EC), destaca-se a ênfase nos modos de ensino e aprendizagem com foco em aspectos conceituais e cognitivos. O presente ensaio tem por objetivo apresentar uma Filosofia da Educação em Ciências (FEC) baseada na Hermenêutica Filosófica (HF) de Hans-Georg Gadamer com o intuito de promover uma via ontológica para a EC que possa contornar a ênfase acima mencionada. A FEC é constituída pela intersecção de três campos acadêmicos: Filosofia, Filosofia da Educação e Filosofia da Ciência. Na Filosofia, o movimento de compreender a compreensão de modo ontológico explorado por Gadamer possibilita ver a Hermenêutica para além de um caráter metodológico. Na Filosofia da Educação, a HF amplia a apropriação dos conhecimentos agregando a formação pessoal em que há a exposição à dúvida, a valorização do diálogo, o ouvir o outro e buscar uma compreensão do mundo, mas também de si. Na Filosofia da Ciência, a perspectiva gadameriana permite uma visão do trabalho científico em uma racionalidade que está imbricada em aspectos históricos, filosóficos e culturais por meio de uma aproximação entre a Hermenêutica e as Ciências Naturais. Apontamos que uma EC na articulação entre esses campos com um viés gadameriano promove mudanças na dinâmica escolar, na disposição do(a) aluno(a) e do(a) professor(a), no modo de compreender sobre si, sobre o mundo e sobre a linguagem científica.

Palavras-chave: educação em ciências. hermenêutica filosófica. filosofia da educação em ciências.

ABSTRACT

Among the various issues that permeate Science Education (SE), emphasis is placed on teaching and learning modes with a focus on conceptual and cognitive aspects. This essay aims to present a Philosophy of Science Education (PSE) based on Hans-Georg Gadamer's Philosophical Hermeneutics (PH) in order to promote an ontological path for SE that can circumvent the aforementioned emphasis. The PSE is constituted by the intersection of three academic fields: Philosophy, Philosophy of Education and Philosophy of Science. In Philosophy, the movement of understanding understanding in an ontological way explored by Gadamer makes it possible to see Hermeneutics beyond a methodological character. In the Philosophy of Education, PH extends to the appropriation of knowledge, adding personal training in which there is exposure to doubt, appreciation of dialogue, listening to the other and seeking an understanding of the world, but also of oneself. In the Philosophy of Science, the gadamerian perspective allows a vision of scientific work in a rationality that is intertwined with historical, philosophical and cultural aspects through an approximation between Hermeneutics and Natural Sciences. We point out that an SE in the articulation between these fields with a gadamerian bias promotes changes in school dynamics, in the disposition of the student and the teacher, in the way of understanding about oneself, about the world and about scientific language.

Keywords: Science education. philosophical hermeneutics. philosophy of science education.

RESUMEN

Entre los diversos temas que permean la Educación en Ciencias (EC), se enfatizan los modos de enseñanza y aprendizaje con foco en los aspectos conceptuales y cognitivos. Este ensayo tiene como objetivo presentar una Filosofía de la Educación en Ciencias (FEC) basada en la Hermenéutica Filosófica (HF) de Hans-Georg Gadamer con el fin de promover un camino ontológico para la EC que pueda sortear el énfasis mencionado. La FEC está constituida por la intersección de tres campos académicos: Filosofía, Filosofía de la Educación y Filosofía de la Ciencia. En Filosofía, el movimiento de comprender entender de manera ontológica explorado por Gadamer permite ver la Hermenéutica más allá de un carácter metodológico. En la Filosofía de la Educación, la HF se extiende a la apropiación del conocimiento, agregando una formación personal en la que hay exposición a la duda, valoración del diálogo, escucha del otro y búsqueda de la comprensión del mundo, pero también de uno mismo. En la Filosofía de la Ciencia, la perspectiva gadameriana permite una visión del trabajo científico en una racionalidad que se entrelaza con aspectos históricos, filosóficos y culturales a través de una aproximación entre la Hermenéutica y las Ciencias Naturales. Señalamos que una EC en la articulación entre estos campos con sesgo gadameriano promueve cambios en la dinámica escolar, en la disposición del alumno y del docente, en la forma de entenderse a sí mismo, al mundo y al lenguaje científico.

Palabras clave: enseñanza de las ciencias. hermenéutica filosófica. filosofía de la educación en ciencias.

Introdução

No Brasil, a área de pesquisa em Educação em Ciências (EC) iniciou entre 1960 e 1970 com a criação das sociedades científicas e dos primeiros programas de pós-graduação a ela destinados (Delizoicov, 2004). Dentre as várias linhas de estudo que iniciaram com a abertura dessa área de pesquisa, ganham destaque os modos de ensino e de aprendizagem de conceitos científicos, uma hegemonia notada a nível nacional (Gaudêncio et al., no prelo) e internacional (Lee, Wu & Tsai, 2009). A valorização conceitual na Educação em Ciências pode ser identificada a partir das principais teorias pedagógicas, guias da área

no século passado e que ainda são estudadas, tais como o *movimento das concepções alternativas* e aprendizagem por *mudança conceitual* (Rosa & Rosa, 2012). Estes movimentos consideram importante verificar os conceitos prévios dos alunos, porém tendem a enxergá-los como um empecilho no entendimento de *como a Ciência realmente é*, e para aprendê-la, é preciso corrigi-los frente aos conceitos científicos, conforme argumenta Eger (1992). Nesta perspectiva, direciona-se o foco do ensino e da aprendizagem para conceitos científicos, partindo, em geral, dos modelos abstratos, com valorização prioritária de aspectos cognitivos.

A problemática do enfoque na cognição na Educação em Ciências não é atual e nem limitada ao contexto brasileiro. Dahlin, Østergaard e Hugo (2009) apontam para o mesmo cenário em um contexto internacional. Os autores discorrem que esse enfoque na cognição na Educação em Ciências é, em certa medida, o reflexo do próprio modo como a ciência foi construída historicamente. Com a Revolução Científica do século XVI, ocorreu uma “algebrização” e uma “matematização” dos fenômenos naturais cujas fórmulas e modelos matemáticos ganharam vida própria, ao passo que eram vistos como mais reais do que as próprias experiências vividas das quais foram originados (Dahlin, Østergaard & Hugo, 2009). Soma-se a isso, uma prática que ganhou notoriedade com os trabalhos de Galileu Galilei (1564-1642) que, ao estudar a queda livre dos corpos, ignorou fatores como fricção e resistência do ar, prática essa que Dahlin (2001) denomina como *purificação galileana*. Esse movimento mostrou a possibilidade de construir modelos matemáticos sem considerar a experiência cotidiana em uma situação idealizada em que todos os fatores contingentes se tornaram invisíveis.

A visão iluminista de uma racionalidade científica técnica e instrumental iniciada séculos atrás perdura na sociedade, nas comunidades científicas e na escola, influenciando nos modos com que se ensina Ciências. Com isso, muitos alunos deixam de ter interesse pela ciência por conta, em parte, da distância entre os modelos científicos apresentados e suas experiências cotidianas (Eger, 1992). O próprio modo com que se ensina Ciências reforça a ideia de que existem conceitos supostamente definitivos, imutáveis, ao passo que, muitas vezes, as suas limitações não são consideradas, nem seu contexto histórico, tampouco se abre espaço para que o aluno questione as teorias existentes (Leiviskä, 2013). Quando atividades são propostas para sala de aula, é comum que a percepção, a dúvida, o diálogo e a criatividade cedam espaço para a explicação e verificação (Dahlin, Østergaard & Hugo, 2009). Solicita-se que os alunos expliquem o que fora explicado pelo professor com base nas teorias estudadas, fomentando a dominação entre o aluno, o sujeito, e o fenômeno que é objetificado (Dahlin, Østergaard & Hugo, 2009; Leiviskä, 2013).

Alguns caminhos podem ser propostos na tentativa de contornar essa problemática. Flickinger (2010) aponta para um direcionamento promissor: a reflexão filosófica na Educação, especialmente para educadores. O autor apresenta a Filosofia da Educação como uma

preocupação intelectual capaz de levar os integrantes do processo educativo a um comportamento refletido que os obrigue a se dar conta dos pressupostos e das implicações determinantes do perfil profissional do educador. Sem esse comportamento, os profissionais da área ficarão presos a uma racionalidade que, de modo oculto, orienta seu agir (Flickinger, 2010: 99-100).

Mesmo se constituindo como elemento nevrálgico para educação, a Filosofia da Educação historicamente se encontrou marginalizada na formação de professores de ciências e, consequentemente, na prática escolar desses (Matthews, 2017). Schulz (2017), no entanto, argumenta que a Educação em Ciências possui especificidades e, na verdade, carece de um campo filosófico próprio para tratá-las, campo este denominado pelo autor de *Filosofia da Educação em Ciências* (FEC).

Um dos primeiros estudos em língua inglesa que se preocupou em retratar aspectos filosóficos específicos da Educação em Ciências foi realizado por Martin Eger (1992) em seu artigo “*Hermeneutics and Science Education: an introduction*”, autor que posteriormente realiza um programa de pesquisa sobre a temática com diversos artigos (Sousa & Galiuzzi, 2023). No entanto, foi somente na primeira década deste século que Roland Schulz, em sua tese de doutorado (Schulz, 2010), estruturou a Filosofia

da Educação em Ciências como um campo de pesquisa independente formado pela intersecção entre três campos acadêmicos: a Filosofia, a Filosofia da Educação e a Filosofia da Ciência.

O valor da filosofia para a Educação em Ciências, de acordo com Schulz (2017), permanece subestimado tanto no campo de pesquisa como na sala de aula. Garcia e Sousa (2021), ao analisarem currículos de cursos de formação de professores de Química do Paraná, argumentam que há neles uma busca por contornar a insuficiência filoeducacional denunciada pela literatura, mas também apontam uma preponderância da Filosofia da Ciência em detrimento da Filosofia e da Filosofia da Educação. Essa formação filosófica para o professor de Ciências é fundamental, pois de acordo com Matthews (2017)

Para que os professores de ciências sejam verdadeiros educadores (e não meros treinadores, instrutores ou professores de uma matéria), eles precisam de habilidades apropriadas para sua matéria, habilidades fundamentais - especialmente filosóficas - e conhecimento da história e da filosofia da ciência e, finalmente, desenvolver uma sólida filosofia da educação (Matthews, 2017: 522, tradução pelos autores).

A partir disso, pretende-se neste artigo explorar aspectos teóricos acerca da Filosofia da Educação em Ciências de modo a justificar sua importância. Articularemos a FEC nos campos que a compõe com a Hermenêutica Filosófica de Hans-Georg Gadamer. Para tanto, faremos essa articulação por meio de uma escrita ensaística. De acordo com Larrosa (2003), o ensaio possui uma liberdade temática e formal, de modo que assume um caráter temporário. O ensaio não possui uma forma mecânica ou arquitetônica. Além disso, ele não adota a lógica do princípio e do fim, tendo em vista que ele não tem a pretensão de esgotar o tema ensaiado.

Segue-se a tradição iniciada por Martin Eger na década de 90 (Eger, 1992; 1993a; 1993b), pelo aprofundamento de Schulz (2010; 2014; 2017) acerca da relevância da Hermenêutica Filosófica de Gadamer para a Educação em Ciências. Essa tradição tem sido seguida também por autores brasileiros (Sousa & Galiuzzi, 2017; 2018; 2019; Carmo, Sousa & Galiuzzi, 2022).

Encara-se essa aproximação entre a HF e a FEC como modo de contornar as problemáticas levantadas inicialmente na Educação em Ciências. De acordo com Sousa e Galiuzzi (2019), o caráter interpretativo da hermenêutica busca a compreensão do mundo a partir da experiência, também na Educação em Ciências. O experienciar é próprio de cada um, já que só se percebe aquilo que está, de alguma forma, ligado à historicidade de quem percebe (Gadamer, 1999). No entanto, envolve também uma postura de abertura, uma busca por suspender os preconceitos e prestar atenção no que o outro tem a dizer. Dessa forma, na experiência interpretativa, a compreensão que está em jogo não é somente sobre as coisas do mundo, mas sobre a própria existência, ou seja, uma experiência hermenêutica consiste também em compreender mais sobre si mesmo a partir da Educação em Ciências (Sousa & Galiuzzi, 2017). Essa postura de abertura frente ao novo, pode contribuir no enfrentamento do enfoque unilateral na cognição arraigado na tradição da Educação em Ciências, ao passo que fomenta uma experiência ontológica dos envolvidos na relação educativa. A hermenêutica pode contribuir para olhar uma EC para além da racionalidade técnico-instrumental (Leiviskä, 2013).

Para tanto, apresenta-se com base na Hermenêutica Filosófica os três campos acadêmicos que compõe a FEC. Pontua-se como esses três campos possibilitam a orientação de uma Filosofia da Educação em Ciências gadameriana. Ao reconhecer a importância e profundidade da temática, este estudo reforça a intenção de um programa de pesquisa que evidencia a pertinência do assunto ao apontar referenciais em cada campo da FEC.

Filosofia e Hermenêutica Filosófica de Hans-Georg Gadamer

Um dos campos que compõe a Filosofia da Educação em Ciências proposto por Schulz (2017) é a Filosofia. Tal campo estuda fundamentações, concepções de conhecimento, discussões sobre epistemologia e hermenêutica, teoria da linguagem, valores de ética e estética, dentre outros. Nesta seção, apresenta-se a Filosofia tomando como pano de fundo a Hermenêutica Filosófica. Para tanto,

realiza-se um sobrevoo histórico acerca da Hermenêutica até Gadamer, bem como alguns dos aspectos da HF que permitem articulá-la, posteriormente, com os demais campos da FEC.

A Hermenêutica foi vista historicamente por diferentes óticas, mas seu sentido primordial foi a arte de interpretação (Flickinger, 2010). Para Grondin (2012), existem três acepções históricas acerca da hermenêutica: clássica, metodológica e universal.

A obra do teólogo Johann Conrad Dannhauer (1603-1666), *Hermeneutica sacra sive methodus exponendarum sacrarum litterarum*, foi a primeira a abordar o termo hermenêutica, marcando o surgimento da Hermenêutica clássica (Grondin, 2012). Esta se desenvolveu, sobretudo, calcada em disciplinas relacionadas com a interpretação de textos sagrados ou canônicos, como a teologia, o direito e a filologia. A Hermenêutica clássica foi marcada por uma função auxiliar, para ajudar como um socorro frente a passagens de difícil interpretação, e normativa, pois ditava regras, baseadas na retórica, para uma interpretação adequada dos textos.

De acordo com Grondin (2012), foi Friedrich Schleiermacher (1768-1834) quem notou a carência de um método mais estruturado para Hermenêutica e a necessidade de reproduzir o mais fielmente possível o procedimento de escrita de quem escreve. Wilhelm Dilthey (1833-1911), reiterando os ideais de Schleiermacher, repensou a Hermenêutica sobre uma fundamentação lógica, epistemológica e metodológica. Esse movimento tentava tornar a Hermenêutica um método específico para as Ciências Humanas do mesmo modo como havia um método objetivo para as Ciências Naturais (Flickinger, 2014). Grondin (2012) reitera que, para os adeptos a essa visão de Hermenêutica, “se as ciências humanas quiserem se tornar ciências respeitáveis, devem basear-se em uma metodologia que cabe à Hermenêutica fazer surgir” (p. 13).

A Hermenêutica universal não assume mais um caráter metodológico, sua universalidade reside em uma mudança de perspectiva sobre o compreender. Martin Heidegger (1889-1976), figura importante para o desenvolvimento dessa abordagem universalista, aproximou-se da Hermenêutica pela Fenomenologia¹ motivado pelos escritos de Dilthey. Segundo Kahlmeyer-Mertens (2015), Heidegger combinou a Fenomenologia e a Hermenêutica corrigindo uma pela outra “trazendo a evidência indubitável da fenomenologia à hermenêutica, Heidegger a isenta do risco de relativismo; por outra mão, ao lastrear hermeneuticamente a essência do fenômeno na dimensão de fato da história, Heidegger libera a fenomenologia de sua tendência idealista” (p. 61). O que resulta disso é uma hermenêutica da facticidade em que os entes são compreendidos no âmbito da existência, refletindo o nosso próprio modo de ser no mundo (Kahlmeyer-Mertens, 2015). Tal compreensão não é mais produto de uma faculdade cognoscente ou de qualquer aspecto próximo a uma filosofia do sujeito, mas é uma “concretização de uma possibilidade ontológica do ser-aí no projeto de seu existir [...] isso implica dizer que o ser-aí não é um ente que, vez por outra, tem compreensão, mas ele é fundamentalmente compreensão” (Kahlmeyer-Mertens, 2017: 49). Logo, não existe uma compreensão única, um sentido único para o ser, esse sentido sempre está vinculado com a condição existencial, o termo ser-aí aponta para essa dinâmica, ele é uma possibilidade de ser que só o é na medida em que existe. Com essa virada existencial, Grondin (2012) ressalta, a Hermenêutica deixa de ser unicamente sobre textos para incidir sobre a própria existência.

Baseado nos escritos de Heidegger, Husserl e Dilthey, Hans-Georg Gadamer (1900-2002) cunhou a obra Verdade e método I - Traços fundamentais de uma Hermenêutica Filosófica (Gadamer, 1999), originando uma hermenêutica universal da linguagem ou Hermenêutica Filosófica (HF) (Grondin, 2012). Com Gadamer, o termo “hermenêutica” passa a ser o sujeito e o termo “filosófica” passa a ser o adjetivo, apontando justamente para sua universalidade que é uma condição para todo tipo de conhecimento (Flickinger, 2010). Para Gadamer, não há interpretação isenta de estruturas

¹ A Fenomenologia consiste em um ramo da filosofia originado com os trabalhos de Edmund Husserl no século XIX (Cerbone, 2014). Ela surge como uma crítica ao distanciamento dos modelos abstratos da Ciência com o mundo-vida e, portanto, propõe-se a voltar para “às coisas em si” de modo a valorizar a experiência (Dahlin, Østergaard & Hugo, 2009). A Fenomenologia husserliana precedeu diversas outras visões fenomenológicas como as de Martin Heidegger, Jean-Paul Sartre e Merleau-Ponty. Houve diversas aplicações da Fenomenologia desde seu início, tais como na filosofia do conhecimento, na abordagem de pesquisa qualitativa e no campo da Educação em Ciências (Østergaard, Dahlin & Hugo, 2008).

compreensivas prévias, as pré-compreensões² são condições iniciais para toda interpretação. A partir disso, o filósofo coloca a linguagem como terreno da experiência ontológica fundamental que “se lastreia nessa experiência linguística-viva desde a qual o ser-no-mundo compreende a si mesmo” (Kahlmeyer-Mertens, 2017: 54).

Gadamer foi um filósofo nascido em 1900 na cidade de Marburgo, na Alemanha. De acordo com Kahlmeyer-Mertens (2017), durante sua vida, Gadamer assumiu vários papéis sociais no âmbito universitário que demandavam muito de seu tempo e esforço, consequentemente, o filósofo não escreveu muitas publicações até a década de 50 em que iniciou os escritos de sua obra *Verdade e Método*. Essa empreitada de escrita se sucedeu por quase dez anos e contou com mais de quinhentas páginas de publicação. Quando Gadamer nomeia sua obra, seu intuito era apontar que não é apenas via método que se chega à verdade. Em nenhum momento o autor desconsidera o papel do método, pois ele viabiliza a compreensão no fazer científico das Ciências Naturais. No entanto, nem todo o saber necessita ser submetido a operações metodológicas, a verdade própria ao humano não pode ser submetida à doutrina do método (Kahlmeyer-Mertens, 2017).

A Hermenêutica de Gadamer, de acordo com Flickinger (2010), distancia-se de uma racionalidade instrumental calcada nos princípios iluministas. Para o autor, a experiência hermenêutica “é uma experiência ontológica que, como experiência, dá-se antes de toda atividade reflexionante” (Flickinger, 2010, p. 56). Dessa forma, o questionamento hermenêutico não se limita a parâmetros guiados por uma lógica determinadora, não possui uma pretensão de verdade absoluta, um sentido único e considera que cada linguagem precisa estar sujeita à interpretação em um processo de configuração de sentido possível, com pretensão de verdade própria. Esse processo, segundo Flickinger (2010), embora também seja de ordem racional, não se reduz a critérios de racionalidade lógica.

Para Hermann (2002), a racionalidade hermenêutica reside na tradição³, ao passo que essa racionalidade “nos permite acesso ao mundo pelo fato de que estamos desde já implicados no processo de conhecimento que de algum modo nos dá uma direção” (p. 74). Hermann (2002) amplia a ideia reiterando que o conhecimento, na HF, não é fruto da pura subjetividade transcendental, mas se dá na historicidade e na linguagem, linguagem essa que não é um instrumento, mas algo que interpela nosso ser, ela é o meio pelo qual se efetiva a compreensão a respeito de algo. Desse modo, o “nosso conhecimento não se dá pelo acesso direto à coisa enquanto coisa [...], mas pela relação com o mundo dentro de um determinado contexto. Nosso acesso às coisas se dá pela palavra, pela linguagem” (Hermann, 2002: 64).

A dinâmica do compreender se faz, perante a HF, como um processo de projeção de sentidos em que as pré-compreensões e a tradição histórica são pressupostos primordiais.

A compreensão pressupõe pré-compreensão e ela não ocorre sem uma projeção que antecipa o sentido. Assim, compreender um texto ou uma situação consiste na elaboração de um projeto prévio de sentido, que será substituído por novos projetos até que opiniões equivocadas sejam superadas (Hermann, 2002: 44).

Gadamer (1999) afirma que toda compreensão parte de preconceitos. O sentido pejorativo do termo com um juízo negativo advém do movimento racionalista *Aufklärung*, que duvidava de tudo o que não passava pelo crivo do método científico. Gadamer (1999) defende a tese de que os “preconceitos de um indivíduo são muito mais que seus juízos, a realidade histórica do seu ser” (p. 416), isso, pois não é a história que nos pertence, mas nós que a ela pertencemos. Desse modo, até mesmo a razão, para Gadamer (1999), somente existe como real e histórica, não é dona de si, pois está sempre pautada ao dado no qual se exerce. No entanto, o autor chama atenção para a importância de uma consciência hermenêutica no processo de projeção de sentidos, ou seja, uma posição de abertura em que se dá conta das próprias antecipações para que o texto se apresente em sua alteridade, isso não significa um auto-anulamento,

² Para Gadamer, a pré-compreensão parte de 'pré-conceitos' de conhecimento e está relacionada à existência histórica concreta, que não pode ser acessada por meio de um salto puramente conceitual (Lawn & Keane, 2011).

³ Ver em Leiviskä (2015).

mas um exercício de receptividade. O oposto de uma consciência hermenêutica, o que Gadamer denomina de consciência metódica, irá buscar também uma antecipação de sentidos, mas intenta controlá-los para ganhar uma compreensão *correta* a partir das coisas próprias (Gadamer, 1999).

Dessa forma, baseada na HF, Hermann (2002) ressalta que a estrutura prévia da compreensão, da qual derivam os preconceitos, torna necessário um estar entre o estranho e o familiar, consiste em um ponto intermediário entre a objetividade da distância histórica e o pertencimento a uma tradição. Essa ideia consiste em reconhecer que não há uma compreensão final, certa e acabada. A projeção de sentidos é um processo cíclico, afinal, na medida em que algo chama atenção se entra num jogo interpretativo, ambos os envolvidos se modificam no processo, de modo que sempre se pode compreender algo novo. Esse movimento consiste em uma fusão de horizontes de compreensão. “O horizonte é, antes, algo no qual trilhamos nosso caminho e que conosco faz o caminho. Os horizontes se deslocam ao passo de quem se move. Também o horizonte do passado, do qual vive toda vida humana e que se apresenta sob a forma de tradição, que já está sempre em movimento” (GADAMER, 2015: 402). A fusão de horizontes, por sua vez, “se constitui numa situação interpretativa única, na qual os enredamentos dialógicos em busca de compreensão não pertencem a um ou ao outro interlocutor, mas tornam-se horizonte comum em que as tradições de linguagem se encontram” (Sousa & Galiazzi, 2018: 272).

Os elementos apresentados até o momento abrem espaço para compreender a universalidade da Hermenêutica Filosófica de Gadamer. Essa universalidade deve ser entendida em um sentido linguístico, pois toda busca por interpretação, toda relação com o mundo, é necessariamente linguística.

Gadamer sustenta que a linguagem já é a articulação do próprio ser das coisas. Não se trata de um instrumento do qual dispomos. Trata-se, muito mais, do elemento universal no seio do qual se banham o ser e o entendimento. Esse elemento universal da dimensão linguística - habilita a hermenêutica a alimentar uma pretensão de universalidade. Desse modo, a hermenêutica ultrapassa o horizonte de uma reflexão sobre as ciências humanas para vir a ser uma reflexão filosófica universal sobre o próprio caráter linguístico de nossa experiência do mundo e do próprio mundo (Grondin, 2012: 78-79).

Esse movimento de compreender a compreensão de modo ontológico iniciado por Heidegger e explorado por Gadamer possibilitou ver a Hermenêutica para além de um caráter metodológico. A todo momento, interpreta-se o mundo, seja ao ler um texto, no diálogo em uma aula. Frente a isso, a HF abre espaço para compreender o ambiente escolar com outros olhos, com o intuito de fomentar um espaço que preza não somente pela cognição, pela busca de respostas prontas, por seguir passos para um fim pré-determinado, mas para um espaço de inventividade, de abertura, de uma consciência hermenêutica. Esses aspectos são explorados na próxima seção.

Filosofia da Educação e Hermenêutica Filosófica de Hans-Georg Gadamer

Outro campo acadêmico que compõe a Filosofia da Educação em Ciências proposto por Schulz (2017) é a Filosofia da Educação. Este campo se dedica a refletir sobre questões educacionais, interesses, ideologias, valores, metateorias, dentre outros. Hermann (2002) elenca uma série de argumentos que partem da HF para ampliar os horizontes de compreensão de aspectos educativos, dentre eles estão: o autoesclarecimento do agir pedagógico; a linguagem como espaço de compreensão mútua; a dimensão ética da práxis hermenêutica; a formação (*Bildung*) como experiência do compreender. Nesta seção, exploram-se esses pontos principais.

A aceção de Gadamer sobre a Hermenêutica como um modo de interpretação do mundo e de cada indivíduo a partir da existência permite aproximações com a Educação. Hermann (2002) ressalta que a Hermenêutica, como uma racionalidade que busca a verdade pelas condições humanas do discurso e da linguagem, permite interpretar as próprias bases de justificação da Educação por meio do debate das racionalidades que atuam no agir pedagógico.

Para Flickinger (2010) e Hermann (2002), a HF amplia o sentido da educação para além da normatividade técnico-científica em que o aluno é visto como um ser objetivado. O processo educativo

é uma experiência do próprio aluno que se realiza pela linguagem, em que se extrapola a relação sujeito-objeto ao passo que fomenta uma consciência hermenêutica, uma abertura do aluno frente ao novo a partir de experiências de estranhamento (Hermann, 2002).

A experiência educativa hermenêutica exige abertura ao risco, situações abertas e isso faz com que as próprias práticas educativas não possuam um único caminho (Hermann, 2002). Desse modo, não existe uma técnica ou um método único de ensino capaz de ensinar tudo a todos, pois “trata-se da lógica do acontecimento e não da lógica do conceito” (Hermann, 2002: 87). Não há problemas com técnicas para estruturação curricular, de políticas ou de ensino, no entanto, estas não devem guiar ações de modo mecânico e reprodutivo, sem explicitar as bases de seu procedimento, tampouco servir como modo de encerrar a produtividade de um processo que consiste em ouvir o outro (Hermann, 2002).

A HF contribui para compreender e repensar a própria dinâmica dos processos de ensino e de aprendizagem. Na educação, muito se fala sobre romper com as bases do ensino tradicional que consiste em uma educação baseada na transmissão de conhecimento em que o professor fala e o aluno escuta passivamente. Muitos professores têm feito algo para mudar essa situação, alguns realizam visitas exploratórias, apresentam filmes, realizam jogos, fomentam a elaboração de pesquisas, usam computadores, mas a realidade é que essas ações podem ser apenas um modo de mascarar um problema mais amplo: a pouca consideração das experiências do aluno, pois se toma como ponto de partida as abstrações e os modelos pré-prontos, muitas vezes, distantes da vida do aluno, provocando um desenraizamento⁴ destes (Dahlin, Østergaard & Hugo, 2009; Østergaard, 2017).

A compreensão na HF acontece pelo diálogo baseado na linguagem que parte sempre do horizonte compreensivo daquele que busca pelo compreender e, portanto, tudo o que se compreende já está enraizado no seu horizonte compreensivo. O diálogo autêntico pelo qual essa compreensão se concretiza (Gadamer, 1999) “busca a espontaneidade viva do perguntar e do responder, do dizer e deixar-se dizer” (Hermann, 2002: 90).

Em um cenário educacional, é no diálogo que o aluno se depara com um horizonte de compreensão além do seu e que precisa, muitas vezes, colocar seus preconceitos à prova. No diálogo, o aluno precisa exercitar a ética, a alteridade e ouvir o que o outro tem a dizer abertamente. Johann (2020) ressalta que quando o professor não possibilita que o aluno se expresse ou antecipa a sua pergunta ele pode constranger a possibilidade de perguntas do aluno. Flickinger (2010), por sua vez, aponta o quão difícil é formular uma pergunta adequada e, da mesma forma, encontrar uma resposta que corresponda à perspectiva de quem perguntou.

Flickinger (2014), no entanto, discorre sobre os diálogos deficientes. Este tipo de diálogo é aquele em que o professor busca chegar a resultados premeditados, busca convencer o aluno que seu ponto de vista é o mais correto. Há na educação um discurso construtivista que voga pela posição do aluno no centro do processo educativo, que preza pela construção do conhecimento, porém, ainda assim há uma preponderância de diálogos deficientes que acabam mascarando uma educação de caráter pragmático em detrimento de uma formação ontológica (Brown, 2012).

Hermann (2002) reitera que a formação, do ponto de vista hermenêutico, pode ser vista como uma experiência do compreender. Nesse movimento formativo, o aluno se afasta de si para se apropriar do sentido do mundo, um sentido que não pode ser reduzido a uma técnica, a procedimentos racionais prescritivos. Isso se desdobra em um movimento interpretativo em que o aluno irá fundir horizontes de compreensão, não apenas a partir de interpretações particulares, mas de interpretações dialógicas que emergem de uma tradição, de uma comunidade que busca compreender e que compartilha uma

⁴ Podemos considerar o *desenraizamento* como a desconexão com um lugar geográfico, com uma cultura, com uma língua, com o mundo-vida. Remete a uma sensação de não estar-aqui-agora, sentir-se distante do lugar. Refere-se a uma estranheza em relação ao mundo das experiências vividas e de inter-relações significativas. Esse desenraizamento é ainda mais notável na Educação em Ciências já que segundo Roth (2015), há um confronto entre a familiaridade do mundo dos alunos com conceitos baseados na ciência, pois os consideram estranhos e incompreensíveis, por isso Østergaard (2017) aponta que a Educação em Ciências atual causa desenraizamento.

linguagem e expectativas comuns. Essa formação é, na verdade, uma desparticularização do eu (Hermann, 2002).

Desse modo, a possibilidade compreensiva da hermenêutica permite que a educação, como processo formativo, vincule o “eu” e o mundo, de forma a dar sentido àquilo que não vem só de nós mesmos, reconhecer a verdadeira grandeza das produções culturais que abrem o mundo e com isso enriquecer nossa própria interioridade. A formação é assim uma abertura para o reconhecimento da alteridade, fazendo com que sejamos capazes de dar sentido àquilo que vem de fora de nós, o que significa compreender o outro e o saber cultural (Hermann, 2002: 102).

A partir do exposto, fica evidente que incorporar pressupostos da HF na educação é uma tarefa desafiadora que “ultrapassa a apropriação dos conhecimentos para nos conduzir à formação pessoal” (Hermann, 2002: 95). Esse movimento vai ao encontro com a frase de Gadamer que reitera que educar é educar-se (Gadamer, 2001). Não há um passo a passo em uma Filosofia da Educação hermenêutica, uma metodologia ou uma técnica pronta, pelo contrário, há a exposição à dúvida, a valorização do diálogo, o ouvir o outro e a busca de uma compreensão do mundo, mas também de si.

Filosofia da Ciência e Hermenêutica Filosófica de Hans-Georg Gadamer

Nas seções anteriores, foram apresentados alguns pressupostos filosóficos da Hermenêutica Filosófica e seu vínculo com a educação. Para que uma Filosofia da Educação em Ciências possa ser pensada, é preciso ainda articular a Filosofia da Ciência com os pressupostos hermenêuticos. Tal aproximação, embora tenha sido evitada pelos principais filósofos hermeneutas (Heidegger, Gadamer, Ricœur) passou a ser estudada com mais afinco no final do século XX (Videira, 2012). Crease (1997) aponta para uma possível explicação sobre o silêncio desses filósofos no tocante ao vínculo de suas filosofias às Ciências Naturais. Diferentemente de Husserl que discutia filosofia, mas tinha uma formação matemática que embasava suas discussões sobre a prática da Matemática, Gadamer, Heidegger e Ricœur, assim como vários outros hermeneutas, não tinham uma formação próxima às Ciências Naturais que favorecesse ver a atividade científica como uma atividade hermenêutica. Gadamer desenvolve sua hermenêutica filosófica em contraste com a hermenêutica tradicional da compreensão textual, mas não a articula à matemática e às ciências naturais (Schulz, 2004).

Videira (2012) aponta que o desinteresse por aproximações entre hermenêutica e as Ciências Naturais se deve, principalmente, pelo fato de que a hermenêutica não organizaria a Filosofia da Ciência, que estava, no fim do século passado, dispersa e com várias disputas internas. Até meados de 1960 uma visão lógico-empírica da Ciência, de caráter analítico, orientava a Filosofia da Ciência e prevalecia no mundo anglo-saxão. Esta era marcada, sobretudo, pelo Positivismo Lógico. A partir de 1970 ganhou notoriedade uma visão de Ciência continental que vinculou aspectos históricos e sociológicos. Nesse cenário de disputas, a Hermenêutica se mostrou como opção filosófica para aqueles que respeitam o vínculo da Ciência com aspectos históricos e sociológicos, mas que pretendem evitar os excessos cometidos pelo relativismo e pelo objetivismo radicais (Videira, 2012). A Hermenêutica, dessa forma, encontra-se em um ponto de equilíbrio, pois não abre mão do realismo e reconhece os resultados da Ciência, mas não os considera como “dados sensoriais diretos, neutros e não interpretados” (Videira, 2012: 19)

Para que uma aproximação entre Ciências Naturais e Hermenêutica se tornasse possível foi necessário rever tanto as bases positivistas da Ciência, quanto as visões clássicas a respeito da Hermenêutica (Videira, 2012). O intuito, nesta seção, é apresentar um panorama geral com alguns dos principais argumentos de estudiosos sobre o assunto com a finalidade de fundamentar nossas discussões posteriores acerca da Filosofia da Educação em Ciências.

Crease (1997) apresenta um panorama histórico dos estudos que aproximam a Hermenêutica e as Ciências Naturais. Em 1993, após o renascimento dos estudos de uma filosofia hermenêutica-fenomenológica, surgiu a *International Society for Hermeneutics and Science* (ISHS), como iniciativa de estudiosos europeus. De acordo com o Crease (1997, tradução pelos autores), “o conhecimento científico, como todo conhecimento, implica uma descoberta (o que é dito) de algo por alguém” (p. 259).

Logo, esse tipo de conhecimento lida com significados que são incorporados na linguagem e estão imbricados em uma cultura científica. Dessa forma, seria um erro pensar estes significados de um modo desvinculado da história ou mesmo pensar que representam algum “tipo natural” que possui origem transcendental (Crease, 1997).

Um dos pontos defendidos por Crease (1997) para articular a Hermenêutica e as Ciências Naturais possui como título prioridade do sentido sobre a técnica. Essa ideia segue uma crítica à visão positivista da Ciência que pensa na atividade científica exclusivamente de modo prático, pautada na aplicação de técnicas e métodos. Tal crítica se fundamenta na ideia de que os resultados e eventos do laboratório chegam ao ente por interpretação e podem passar por uma descrição errônea caso esse movimento interpretativo seja realizado de modo insuficiente, o que contraria uma visão positivista do conhecimento científico.

Pois um básico discernimento hermenêutico afirma que a geração do sentido em Ciência, como em outras atividades humanas, não procede exclusivamente pelo movimento da parte para o todo, mas por um processo em que os fenômenos são projetados por meio de uma estrutura de sentido já existente, dos quais as suposições são ao menos parcialmente trazidas para a questão, e por esta ação decididamente examinadas e refinadas no contínuo processo de interpretação (Crease, 1997: 262, tradução pelos autores).

Esse primeiro elo que liga a Hermenêutica às Ciências Naturais apontado por Crease (1997) está pautado em uma ideia de origem heideggeriana que foi reforçada por Gadamer (1999) por meio do círculo hermenêutico (Grondin, 2016). Um segundo argumento apresentado se refere à primazia do prático sobre o teórico. O autor faz uma crítica à separação entre sujeito e objeto feita no ato de interpretar, em que para ele a estrutura de sentido dessa interpretação acerca dos fenômenos deve ser compreendida cultural e historicamente e não somente por meio de instrumentos, textos e ideias.

O terceiro argumento de aproximação apresentado por Crease (1997) consiste na prioridade da situação sobre a formalização abstrata. Toda verdade é revelada de algo para alguém e se dá em um contexto cultural e histórico. Mesmo as verdades provenientes de procedimentos científicos não são abstrações generalizadas, não transcendem os engajamentos determinados historicamente. É sabido que um fenômeno pode se mostrar da mesma forma em diferentes contextos e culturas se devidamente controladas certas variáveis de medição, isso pode levar à aparência de que o conhecimento científico não é incorporado e particularizado. No entanto, Crease (1997), assim como Gadamer (1999), reitera que a compreensão não escapa do círculo hermenêutico, o trabalho científico se situa sempre em um envolvimento e uma compreensão a partir de uma situação concreta. Os paradoxos e as situações enigmáticas não são, frente a visão da Filosofia da Ciência hermenêutica, uma abstração transcendental, mas o estreitamento das relações de alguém com o mundo, uma vez que “a compreensão hermenêutica não alcança a correção de ideias falsas, mas a extensão da linguagem refletindo uma extensão do conceito” (Crease, 1997: 167).

Leiviskä (2013), assim como Crease (1997), ressalta as ligações entre a Hermenêutica Filosófica e a Filosofia das Ciências ao apontar a importância da HF para o desenvolvimento de um novo paradigma para a Filosofia da Ciência. Esse paradigma foi impulsionado, principalmente, pelos trabalhos de Patrick Heelan, Joseph Kockelmans e Martin Eger. Videira (2013), por sua vez, defende também a importância das pesquisas de Dimitri Ginev e cita outros autores com pesquisas filosóficas fundamentadas nesse campo.

Crease (1997) resume os principais argumentos de Heelan e Kockelmans para uma Filosofia da Ciência alinhada com a Hermenêutica Filosófica. Para Heelan, a percepção é um ato hermenêutico que ocorre mediante um engajamento entre o humano e aquilo que é percebido, não é uma ação automática e feita por um sujeito independente (Crease, 1997). Além disso, Heelan tece uma crítica em seus trabalhos sobre as visões que se têm sobre a prática científica e sua relação com a teoria. O autor reitera que o elemento de percepção recai tanto nos instrumentos de medição, quanto nos entes descritos teoricamente que os movem. Desse modo, o próprio ato de medir está impregnado de uma projeção de sentidos hermenêuticos, não é apenas uma ação passiva de observação. A teoria, por sua vez, também não possui

caráter instrumental ao passo que não aborda entes que existem separados do mundo-vida⁵ (Crease, 1997).

Kockelmans focaliza seu trabalho na tese de que o fazer científico depende de estruturas pré-existentes (Crease, 1997). Após analisar a trajetória científica de diversas pessoas vinculadas com a Ciência moderna, como Newton, Kepler, Copérnico e Galileu, Kockelmans identificou a prioridade da interpretação sobre a técnica. Ginev, por sua vez, tece um comentário importante acerca da discussão ao apontar que se a intenção é aproximar a Hermenêutica às Ciências Naturais é preciso se deter mais na prática científica e olhar como esta se deu ao longo da história (Videira, 2012). Muitas vezes, fica-se preso aos discursos positivistas da Ciência e de fato se acredita em sua objetividade e na existência de uma verdade. Porém, ao se entrar no movimento citado por Ginev, quando se observam evidências experimentais e como teorias acerca destas mudaram ao longo do tempo, é inegável notar uma aproximação entre a hermenêutica e o fazer científico.

Os argumentos apresentados vinculam-se à Hermenêutica de modo mais amplo. Contudo, há autores que vislumbram aproximações da Hermenêutica Filosófica de Gadamer com as Ciências Naturais.

[...] se a compreensão das ciências naturais for entendida como um problema hermenêutico, então a demanda de Gadamer por uma compreensão crítica pode ser transferida para as ciências naturais. Quem quiser entender as ciências naturais historicamente deve ser capaz de refletir sobre isso e de que maneira o conhecimento científico natural é inerente a um excedente histórico e isso vale até para o conceito de paradigma de Kuhn. (...) As ciências naturais são, por assim dizer, um sistema cultural que também pode ser visto com abordagens hermenêuticas (Gebhard, Höttecke & Rehm, 2017: 186).

Schulz (2004) aponta que Gadamer enfatizou que a Hermenêutica Filosófica não pretende ser uma "contra-ciência" para a Ciência Natural moderna. O que o filósofo aponta em sua obra é uma crítica do conceito objetivista e não histórico de experiência nas Ciências Naturais. Gadamer discorre que há um objetivismo predominante na área que faz com que esta não enxergue através de seus próprios preconceitos irrefletidos e despercebidos e, além de os ignorar, os exigem dogmaticamente dos outros (Schulz, 2004).

Embora Gadamer não tenha defendido uma Hermenêutica das Ciências Naturais, o autor apontou em suas obras que em todas as ciências há necessariamente algo a ser compreendido, argumentando inclusive que a formação de conceitos científicos nunca poderá ser totalmente desvinculada de nossa linguagem natural cotidiana (Schulz, 2004). Para que possa ser possível aproximar a HF das Ciências Naturais, torna-se necessário compreender a experiência científica não como uma experiência *positiva* – em que há passos esquematizados para se chegar a uma verdade –, mas como uma experiência hermenêutica, um acontecimento que é histórico, processual, negativo e finito, que abarca diferentes meios para se chegar à verdade que está sempre imbricada na linguagem e na tradição científica. Essa visão do trabalho científico para além de uma racionalidade técnica e instrumental possui implicações no modo de tratamento das Ciências Naturais nas salas de aulas, aspectos que serão discutidos na próxima seção.

Filosofia da Educação em Ciências e Hermenêutica Filosófica de Hans-Georg Gadamer

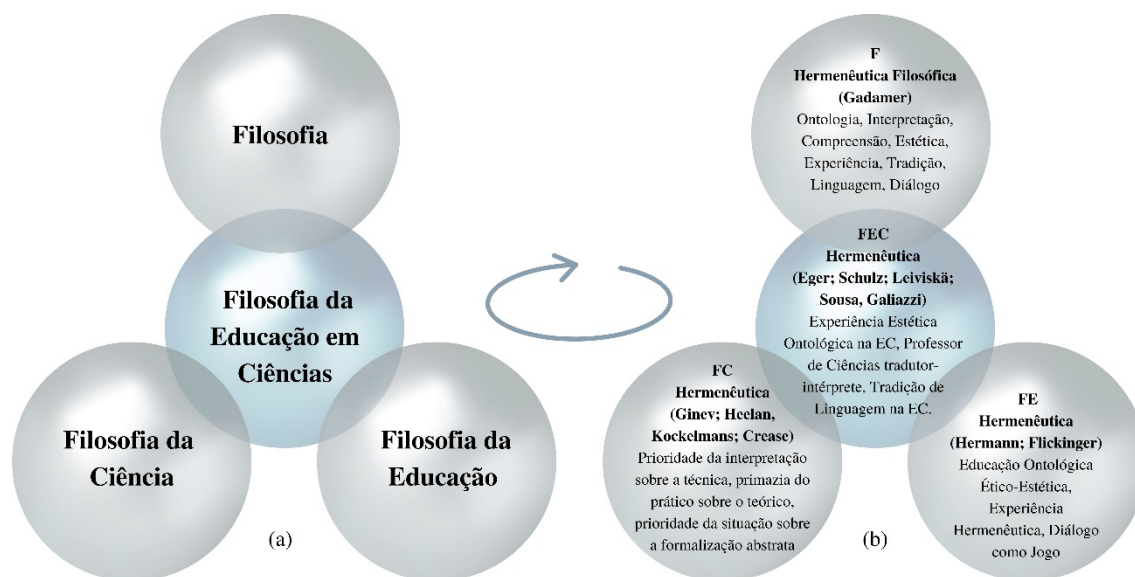
Nas seções anteriores, foram aproximados os três campos que compõem a Filosofia da Educação em Ciências (FEC) e a Hermenêutica Filosófica. Apresentam-se, neste item, como estas aproximações contribuem para situar uma FEC com caráter ontológico no horizonte da Hermenêutica Filosófica e como essa articulação promove reflexões sobre algumas das problemáticas presentes na Educação em Ciências.

⁵ “Mundo-Vida, traduzido da palavra alemã *Lebenswelt*, é entendido como a realidade constituída e produzida no movimento histórico cultural, que traz consigo o presente, o passado e o futuro em sua temporalidade. Não é um recipiente em que são colocadas as coisas e os seres mundanos, como conhecimento, teorias, etc. É o solo histórico e cultural em que habitamos.” (Bicudo, 2020: 36)

Dentre os aspectos que a Filosofia da Educação em Ciências proposta por Schulz (2017) propõe estudar estão os papéis da racionalidade teórica/técnica e prática, a avaliação das teorias de aprendizagem, a avaliação de documentos oficiais e, também, da alfabetização científica, bem como realizar uma meta-análise do campo para identificar perspectivas de mundo e culturas.

Na Figura 1a, apresentam-se os campos que constituem a FEC proposta por Schulz (2010; 2014). Na Figura 1b, mostra-se como esse campo pode ser vinculado com a Hermenêutica Filosófica, como se os respectivos campos estivessem em superposição. Para isso, elencam-se conceitos e autores relacionados com a Hermenêutica Filosófica em cada campo.

Figura 1: Articulação do (a) Campo da Filosofia da Educação em Ciências de acordo com Schulz (2010; 2014) e; (b) Campo da Filosofia da Educação em Ciências a partir da Hermenêutica Filosófica.



Fonte: autoria própria. Adaptado de Schulz (2010; 2014)

Em 1992, Martin Eger publica na revista *Science & Education* um artigo que abre seu programa de pesquisa acerca das contribuições da HF para a Educação em Ciências e, para isso, o autor argumenta sobre os aspectos linguísticos da ciência. Seu primeiro artigo sobre o assunto, intitulado “*Hermeneutics and Science Education: An introduction*” (Eger, 1992), logo recebe ampliações com “*Hermeneutics as an approach to Science: Part I*” (Eger, 1993a) e “*Hermeneutics as an approach to Science: Part II*” (Eger, 1993b), seguido por uma série de outros trabalhos que aprofundam o assunto.

Em um primeiro momento, Eger (1992) não retrata a tarefa do fazer científico diretamente, mas aponta que todo cientista da natureza precisa, antes de tudo, aprender sobre o conhecimento histórico da ciência, sobre leis e teorias pré-existentes. Para elucidar isso, o autor convida para que se pense na ciência não como pesquisa, mas como conhecimento. Como essa ciência se mostra para quem a encara pela primeira vez? Primeiramente, ocorre o encontro com uma linguagem pré-existente da ciência, linguagem que, antes de ser compreendida, é tão remota quanto qualquer outra. Essa mudança de foco da natureza para ciência implica em mudanças na Educação em Ciências. Aqueles que estão diante de uma língua estranha, nesse caso, o conhecimento científico, precisam interpretar, sejam textos, experimentos, leis, teorias. Dessa forma, no estudo das Ciências antes de encontrar a natureza em si, o aluno encontra uma linguagem historicamente construída sobre ela que deve ser interpretada e, nesse processo, o professor atua como o principal intérprete (Eger, 1992).

No estudo das Ciências Naturais, de modo mais específico, há um distanciamento entre o estudo das coisas e as coisas estudadas (Eger, 1992). Aqui, retomamos a problemática levantada no início deste trabalho, a Educação em Ciências parte de um viés cognitivista conceitual, com foco mais centrado nos modelos abstratos e distante das experiências vividas dos alunos (Dahlin, Østergaard & Hugo, 2009).

De modo geral, “os alunos não têm a oportunidade de descobrir algo novo ou questionar a teoria existente; em vez disso, espera-se que eles a confirmem” (Østergaard, 2017: 559, tradução pelos autores). Esta é uma herança do ponto de vista pautado numa dominação entre sujeito e objeto (Dahlin, 2001). Eger (1992), para contornar essa problemática, aposta na mudança de um ponto de vista epistemológico para um ontológico, ao considerar que a Hermenêutica ontológica questiona os modos pelos quais o aluno se relaciona com os “textos” do mundo, os textos da Ciência, em que não mais “olha” para a Ciência de fora.

O tratamento da EC com os pressupostos da HF apresenta uma perspectiva contrária aos movimentos pedagógicos preponderantes na área desde o século passado, como o movimento da mudança conceitual e o das concepções alternativas (*misconceptions*). Tais movimentos consideram os preconceitos dos alunos acerca de conceitos científicos como algo a ser superado, a ser substituído, em que o aluno é instruído a ver o erro na sua forma de interpretar algo, o que evidencia como a visão iluminista está arraigada na EC (Eger, 1992). Esse movimento consiste em uma explicação “epistemológica” e não em uma interpretação hermenêutica (Bevilacqua & Gianneto, 1995).

Para Eger (1992), pautado na HF, o professor de Ciências deve estimular uma consciência hermenêutica de abertura ao novo para que, no processo de projeção de sentidos, o aluno possa reconhecer seus preconceitos. Em um processo ontológico, o aluno pode ampliar seus horizontes a partir da interpretação do professor de Ciências que atua como um tradutor da linguagem científica à medida que o aluno também a interpreta, ou seja, a busca por uma fusão de horizontes (Sousa & Galiazzi, 2018). Essa ideia é corroborada por Leiviskä (2013) ao dizer que:

A problemática da Educação em Ciências está centrada no encontro entre o horizonte de ciência e os preconceitos iniciais dos estudantes. Na maioria dos casos, os conceitos envolvidos na linguagem científica são profundamente diferentes dos significados e do vocabulário que pertencem à linguagem inicial dos estudantes. (...) o objeto de compreensão científica já está pré-interpretado na linguagem natural que o estudante possui. A aprendizagem em ciências é sempre uma extensão da linguagem, ao invés de um modo de aprender uma nova linguagem em sua integralidade (Leiviskä, 2013: 523, tradução pelos autores).

Dessa forma, não cabe à Educação em Ciências fomentar a superação dos preconceitos de modo que os alunos aceitem os conceitos científicos provenientes de modelos abstratos de modo externo as suas experiências. Do mesmo modo, a Educação em Ciências baseada na HF busca problematizar a relação entre sujeito e objeto, em que o aluno, com base em suas teorias prévias, muitas vezes não incorporadas a sua vida, tenta explicar o mundo a sua volta. A Hermenêutica retira a posição de conforto das certezas, ao passo que toma como necessário

[...] expor os estudantes à experiência da finitude humana. A partir da perspectiva da hermenêutica filosófica, uma das mais importantes tarefas da educação em ciências é revelar que nosso conhecimento atual das coisas não está completo e, para conseguir ampliá-lo para uma visão mais compreensiva do mundo é necessária uma abertura em direção às experiências que podem negar nossos preconceitos atuais (Leiviskä, 2013: 525, tradução pelos autores).

Na experiência hermenêutica, reconhece-se a finitude do ser, as limitações e possibilidades dos modos de compreender, mas também as limitações de todos os modos de compreender, inclusive o científico. É comum em aulas de Ciências a ênfase nos conhecimentos atuais em detrimento do processo histórico de instauração daqueles sentidos (Eger, 1992). Ao interpretar a tradição da ciência, o aluno pode notar as discontinuidades do conhecimento científico e perceber que este conhecimento está em constante transformação e não é algo absoluto. Tal visão, discutida na seção que a aproxima a Hermenêutica das Ciências Naturais, defende uma ciência não determinística, instrumental e absoluta, a argumentar que

os modelos científicos devem ser reconhecidos como abstrações redutivas, não explicando tudo sobre um fenômeno, mas apenas aqueles aspectos dele que nós, por razões históricas contingentes, escolhemos considerar essenciais para nossa compreensão da realidade. Nem representam algo mais real do que nosso mundo da vida humano. No entanto, isso não diminui em nada seu valor ou importância; apenas os coloca em um horizonte mais amplo de experiência e compreensão (Dahlin, Østergaard & Hugo, 2009: 202).

Uma Educação em Ciências hermenêutica possibilita uma compreensão mais próxima do próprio fazer científico, não um fazer científico esclarecido que despreza tudo aquilo que não provém de um método rígido, mas um fazer científico imerso em uma tradição situada historicamente. Dessa forma, ensinar ciência é também valorizar a História das Ciências. Eger (1993b), para chamar atenção ao caráter interpretativo do fazer científico, traz episódios históricos vivenciados por cientistas que reforçam a necessidade dessa valorização. Segundo Eger (1992), muitos episódios históricos dão indícios de que a ciência, por mais que lide com fenômenos naturais, também envolve processos de interpretação, de criatividade, e que o cientista não lê o livro da natureza de modo neutro, seu modo de fazer ciência está imbricado em suas tradições, no seu modo de ser no mundo. Eger (1992) critica, com isso, o modo como se ensina Ciências que exalta os conhecimentos mais atuais, ao passo que desconsidera a tradição desse conhecimento.

Em componentes curriculares como Arte, Português, História, fomentar uma consciência hermenêutica pode não ser tão desafiante. Na Educação em Ciências, esse movimento consiste em questionar as tradições normativas de superioridade e racionalidade do conhecimento científico. Sousa e Galiuzzi (2017), a partir da Hermenêutica Filosófica, ampliam o próprio modo de ver a Educação em Ciências ao passo que a interpretam “como uma área da Educação cujas proposições acordadas socialmente estão voltadas à formação de sujeitos que interpretem tradições históricas das Ciências a partir de suas experiências ontológicas” (p. 284).

A Hermenêutica Filosófica aqui apresentada perpassa os campos que caracterizam a Filosofia da Educação em Ciências proposta por Schulz (2014). Reflexo disso, foi o movimento iniciado na década de 90 por Eger, de articular a HF com a Filosofia da Educação e a Filosofia da Ciência. O trabalho pretendeu apresentar a HF como uma influenciadora dos campos da FEC. Desenha-se, assim, um movimento de pensar a influência da Filosofia da Educação em Ciências baseada na Hermenêutica Filosófica em questões curriculares, de formação de professores, de processos avaliativos e demais questões típicas da Educação em Ciências.

Considerações Finais

No presente ensaio, evidenciaram-se aproximações entre a Hermenêutica Filosófica de Hans-Georg Gadamer e a Educação em Ciências de modo a fundamentar uma Filosofia da Educação em Ciências com caráter ontológico. Essa articulação possibilita reconhecer que a Educação em Ciências não é somente sobre aprender conceitos científicos. Envolve uma dimensão formativa integral em que se exercita a alteridade, a ética, o reconhecimento de que o ser humano é finito e histórico e que a compreensão sobre ciência e sobre o mundo nunca estará completa. Ressalta-se, ainda, que o movimento de aproximar os fundamentos filosóficos para uma Filosofia da Educação em Ciências realizado neste trabalho pode ser ampliado ou mesmo pensado com outras bases filosóficas como pano de fundo.

Argumenta-se, ao longo do ensaio, que a compreensão sobre Ciências consiste em interpretar uma linguagem historicamente construída e, portanto, esse movimento interpretativo envolve uma consciência hermenêutica, uma abertura frente ao novo em que o aluno é desafiado a colocar seus preconceitos à prova. Proporcionar experiências hermenêuticas na Educação em Ciências consiste em superar um ensino dogmático, calcado em uma visão de Ciência que aponta para a verdade única e insuperável. Consiste em ensinar não mais a partir de modelos abstratos distantes da vida dos alunos, mas a partir de experiências do mundo-vida. O professor, como tradutor-intérprete, contribui para a aproximação entre a linguagem do aluno e a linguagem científica. Uma Educação em Ciências ontológica envolve reconhecer que, assim como toda as compreensões sobre o mundo, as compreensões sobre Ciência não são fixas, seus conceitos não são absolutos, mas estão imersos em uma linguagem histórica que precisa ser percebida e interpretada nas salas de aula de ciências.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Referências

- Bevilacqua, F., & Giannetto, E. (1995). Hermeneutics and science education: The role of history of science. *Science & Education*, 4(2). 115-126.
- Bicudo, M. A. V. (2020). Pesquisa fenomenológica em Educação: possibilidades e desafios. *Revista Paradigma (Edición Cuadragésimo Aniversario: 1980-2020)*. 41. 30-56.
- Brown, T. (2012). *Mathematics education and language: Interpreting hermeneutics and post-structuralism*. Springer Science & Business Media.
- Carmo, A. P. C., Sousa, R. S., & Galiazzi, M. C. (2022). Experiências estéticas na formação de professores de ciências e matemática: influências da hermenêutica gadameriana. *Educação Matemática Pesquisa*. 24(2). 404-432.
- Crease, R. P. (1997). Hermeneutics and the natural sciences: Introduction. In R. P. Crease, (Org.), *Hermeneutics and the Natural Sciences*. Springer.
- Dahlin, B. (2001). The primacy of cognition—or of perception? A phenomenological critique of the theoretical bases of science education. *Science & Education*. 10(5). 453-475.
- Dahlin, B., Østergaard, E., & Hugo, A. (2009). An Argument for Reversing the Bases of Science Education - A Phenomenological Alternative to Cognitionism. *Nordic Studies in Science Education*, 5(2). 201-215.
- Delizoicov, D. (2004). Pesquisa em ensino de ciências como ciências humanas aplicadas. *Caderno Brasileiro de ensino de Física*. 21(2). 145-175.
- Eger, M. (1992). Hermeneutics and Science Education: an introduction. *Science & Education*. (1). 337-348.
- Eger, M. (1993a). Hermeneutics as an approach to Science: Part I. *Science & Education*. (2). 1-29.
- Eger, M. (1993b). Hermeneutics as an approach to Science: Part II. *Science & Education*. (2). 303-328.
- Flickinger, H.-G. (2010). *A caminho de uma pedagogia hermenêutica*. Autores Associados.
- Flickinger, H.-G. (2014). *Gadamer & Educação*. Autêntica Editora.
- Gadamer, H.-G. (1999). *Verdade e método I: traços fundamentais de uma hermenêutica filosófica* (3ª ed.). Vozes.
- Gadamer, H.-G. (2001). Education is self-education. *Journal of philosophy of education*. 35(4). 529-538.
- Galiazzi, M. C., & Sousa, R. S. (2023). O programa de pesquisa de Martin Eger: princípios da Hermenêutica Filosófica na Educação Em Ciências. *Educação em Revista*. 39. E38834.
- Garcia, M. S., & Sousa, R. S. (2021). A educação filosófica de professores de Química no estado do Paraná. *Revista Dynamis*. 27(1). 115-136.

- Gaudêncio, J. S., Silveira, R. M. F., Pinheiro, N. A. M., & Miquelin, A. F. (no prelo). Teorias de aprendizagem no ensino de Química: uma revisão de literatura a partir de artigos da revista Química Nova na Escola (QNEsc). *Química Nova na Escola*.
- Gebhard, U., Höttecke, D., & Rehm, M. (2017). *Pädagogik der Naturwissenschaften. Ein Studienbuch*. Springer VS Wiesbaden.
- Grondin, J. (2012). *Hermenêutica*. (Marcionilo, M. Trad.). Parábola Editorial. (Título original: hermeneutics).
- Grondin, J. (2016). The Hermeneutical Circle. In N. Keane, & C. Lawn (Eds.). *The Blackwell Companion to Hermeneutics* (pp. 299-305). John Wiley & Sons.
- Hermann, N. (2002). *Hermenêutica e Educação*. DP&A.
- Johann, M. R. (2020). *Linguagem, arte e educação ético-estética em perspectiva hermenêutica filosófica*. Unijuí.
- Kahlmeyer-Mertens, R. S. (2015). *10 lições sobre Heidegger*. Vozes.
- Kahlmeyer-Mertens, R. S. (2017). *10 lições sobre Gadamer*. Vozes.
- Larrosa, J. (2003). O ensaio e a escrita acadêmica. *Educação & realidade*. 28(2). 101-115.
- Lawn, C., Keane, N. (2011). *The Gadamer dictionary*. Continuum International Publishing.
- Lee, M. H., Wu, Y. T., & Tsai, C. C. (2009). Research trends in science education from 2003 to 2007: A content analysis of publications in selected journals. *International Journal of Science Education*. 31(15). 1999-2020.
- Leiviskä, A. (2013). Finitude, Fallibilism and Education towards Non-dogmatism: Gadamer's hermeneutics in science education. *Educational Philosophy and Theory*. 45(5). 516-530.
- Leiviskä, A. (2015). The Relevance of Hans-Georg Gadamer's Concept of Tradition to the Philosophy of Education. *Educational Theory*. 65(5). 581-600.
- Matthews, M. R. (2017). *La enseñanza de la ciencia: Un enfoque desde la historia y la filosofía de la ciencia*. FCE.
- Østergaard, E. (2017). Earth at Rest: Aesthetic Experience and Students' Grounding in Science Education. *Science & Education*. 26(5). 557-582.
- Østergaard, E., Dahlin, B., & Hugo, A. (2008). Doing phenomenology in science education: A research review. *Studies in science education*. 44(2). 93-121.
- Rosa, C. W., & Rosa, Á. B. (2012). O ensino de ciências (Física) no Brasil: da história às novas orientações educacionais. *Revista Iberoamericana de Educación*. 58(2). 1-24.
- Roth, W.-M. (2015). Enracinement or the earth, the originary ark, does not move: on the phenomenological (historical and ontogenetic) origin of common and scientific sense and the genetic method of teaching (for)understanding. *Cultural Studies of Science Education*. 10(2). 469-494.
- Schulz, R. (2004). *Naturwissenschaftshermeneutik: eine Philosophie der Endlichkeit in historischer, systematischer und angewandter Hinsicht*. Königshausen & Neumann.

- Schulz, R. M. (2010). *On the way to a philosophy of science education*. [Thesis, Ph.D., Simon Fraser University]. Summit Research Repository. <https://summit.sfu.ca/item/10045>
- Schulz, R. M. (2014). *Rethinking science education: philosophical perspectives*. Information Age Publishing.
- Schulz, R. M. (2017). Philosophy of Education and Science Education. In M. A. Peters, (Org.), *Encyclopaedia of Educational Philosophy and Theory* (pp. 1858-1863). Springer Singapore.
- Sousa, R. S., & Galiazzi, M. C. (2017). Traços da hermenêutica filosófica na educação em ciências: possibilidades à educação química. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*. 10(2). 279-304.
- Sousa, R. S., & Galiazzi, M. C. (2018) A tradição de linguagem em Gadamer e o professor de química como tradutor-intérprete. *ACTIO: Docência em Ciências*. 3(1). 268-285.
- Sousa, R. S., & Galiazzi, M. C. (2019). Experiências Estéticas na Pesquisa em Educação Química: Emergências Investigativas na Formação de Professores de Química em uma Comunidade Aprendente. *Revista de Educação, Ciências e Matemática*. 9(2). 107-126.
- Videira, A. A. P. (2012). Fenomenologia hermenêutica das ciências naturais: os desafios do Science Studies. *Ekstasis: Revista de Hermenêutica e Fenomenologia*. 1(2). 13-40.

CONSIDERACIONES EPISTEMOLÓGICAS DE LA CONTABILIDAD AMBIENTAL

ENFOQUES FUNCIONALISTA, INTERPRETATIVO Y CRÍTICO

EPISTEMOLOGICAL CONSIDERATIONS OF ENVIRONMENTAL ACCOUNTING

Functionalist, interpretive, and critical approaches

CONSIDERAÇÕES EPISTEMOLÓGICAS DA CONTABILIDADE AMBIENTAL

Abordagens funcionalistas, interpretativas e críticas

Ketty Marilú Moscoso Paucarchuco

(Universidad Nacional Autónoma de Huanta, Perú)
kmoscoso@unah.edu.pe

Edgar Gutiérrez Gómez

(Universidad Nacional Autónoma de Huanta, Perú)
egutierrez@unah.edu.pe

Angel Alcides Aronés Cisneros

(Universidad Católica de Trujillo, Perú)
a.arones@pucp.pe

Recibido: 29/08/2022

Aprobado: 23/06/2023

RESUMEN

La presente investigación, tiene por objeto delimitar las consideraciones epistemológicas de la contabilidad ambiental desde tres categorías: funcionalista, interpretativo y crítico, cada una de ellas con 16 subcategorías. La metodología utilizada es de carácter exploratoria, cualitativa, basada en un análisis documental de artículos científicos arbitrados en la más alta exigencia científica (SCOPUS), bajo filtros de búsqueda exacta, con procesamiento sistemático a través de ATLAS.ti9. Los resultados muestran un mayor enraizamiento en el enfoque crítico, destacando el impulso al cambio, los estudios de conflictos, la desigualdad estructural; seguido del enfoque funcionalista, donde predomina el interés por la claridad, el rigor conceptual, así como la pretensión demostrativa y el espíritu de precisión y certeza; finalmente, en el enfoque interpretativo se buscan prácticas racionalizadoras, con una intención comprensiva que impulse a un proceso de resolución.

Palabras clave: contabilidad ambiental. epistemología. funcionalista. interpretativo. crítico.

ABSTRACT

The purpose of this research is to delimit the epistemological considerations of environmental accounting from three categories: functionalist, interpretative and critical, each with 16 subcategories. The methodology used is exploratory, qualitative, based on a documentary analysis of refereed scientific articles in the highest scientific demand (SCOPUS), under exact search filters, with systematic processing through ATLAS.ti9. The results show a greater rootedness in the critical approach, highlighting the drive for change, conflict studies, structural inequality; followed by the functionalist approach, where the interest in clarity, conceptual rigor, as well as the demonstrative pretension and the spirit of precision and certainty predominate; finally, in the interpretative approach, rationalizing practices are sought, with a comprehensive intention that drives a resolution process. Keywords: environmental accounting. epistemology. functionalist. interpretive. critical.

RESUMO

O objetivo desta pesquisa é delimitar as considerações epistemológicas da contabilidade ambiental a partir de três categorias: funcionalista, interpretativa e crítica, cada uma com 16 subcategorias. A metodologia utilizada é exploratória, qualitativa, baseada em uma análise documental de artigos científicos revisados por pares no mais alto nível científico (SCOPUS), sob filtros de busca exatos, com processamento sistemático por meio do ATLAS.ti9. Os resultados mostram um maior enraizamento na abordagem crítica, destacando o impulso para a mudança, os estudos de conflito, a desigualdade estrutural; seguido da abordagem funcionalista, em que predomina o interesse pela clareza, o rigor conceitual, bem como a pretensão demonstrativa e o espírito de precisão e certeza; finalmente, na abordagem interpretativa, buscam-se práticas racionalizadoras, com uma intenção abrangente que impulsiona um processo de resolução.

Palavras-chave: contabilidade ambiental. epistemologia. funcionalista. interpretativa. crítica.

1. Introducción

La concepción de la contabilidad es cada vez más amplia, inclusiva e influyente (Sarmiento, 2020). “Desde la economía y la administración, es posible definir la contabilidad como una ciencia social con un enfoque normativo orientado al logro de metas económicas, sociales y ambientales centradas en la sostenibilidad integral” (González Cortés, 2020: 12). Es natural que las actividades empresariales tengan un impacto en el medio ambiente, en mayor o menor medida, en función del tamaño de la empresa o del sector de actividad, estas interfieren en el flujo de reconstitución y mantenimiento ambiental cuando extraen recursos naturales en forma de materias primas para su proceso de producción. Además, también degradan el medio ambiente cuando los residuos se eliminan de forma inadecuada en la naturaleza.

Esta situación ha sido problematizada desde hace tiempo por los directivos de las empresas y por la sociedad. Por ello, se han creado requisitos sociales y legales para regular las acciones ambientalmente de forma correcta en las empresas. En este contexto, los gestores se enfrentan al reto de gestionar y minimizar el impacto medioambiental para mantener unas normas medioambientales adecuadas. Las empresas han evolucionado hacia el establecimiento de la eficacia y eficiencia de los sistemas de producción. Sin embargo, el contexto de la actuación de las organizaciones en el ámbito medioambiental ha resultado insatisfactorio, debido a los crecientes problemas medioambientales de las últimas décadas. Este escenario amenaza el desarrollo humano, enfatizando la gestión sostenible que ha atraído cada vez más atención e interés, lo que requiere de registros en la contabilidad. En este sentido, la contabilidad

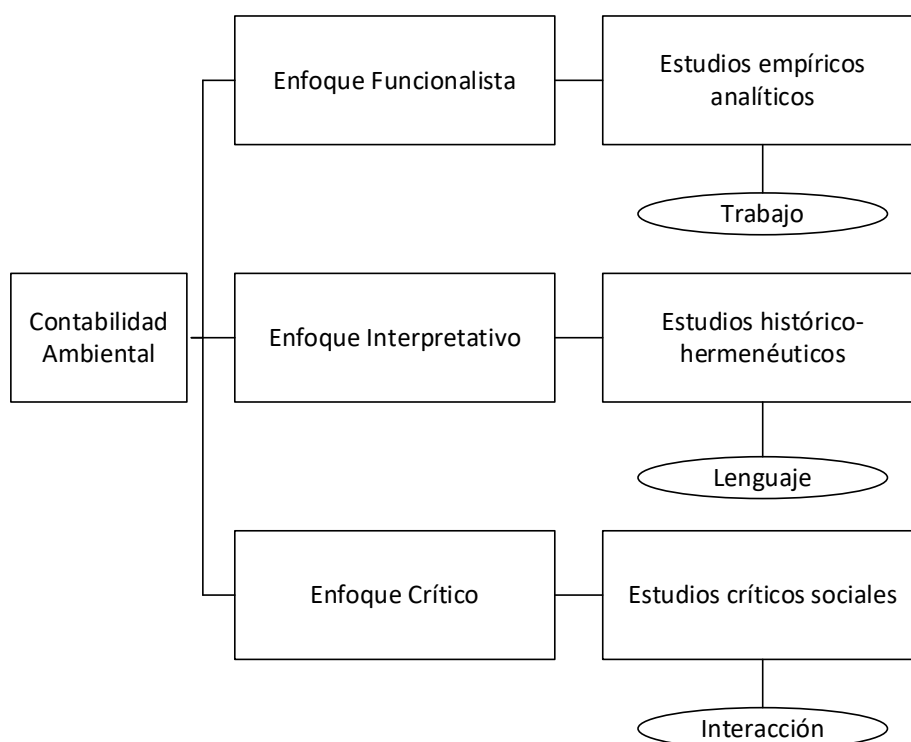
debe responder a estos retos, la respuesta encontrada de primera instancia sería la implementación de la contabilidad ambiental.

La palabra epistemología se encuentra relacionada como aquella ciencia, o parte de la ciencia encargada de la teoría del conocimiento (Jaramillo Echeverri, 2003); tiene por objeto conocer las cosas en su esencia y en sus causas, he ahí la importancia de advertir las directrices de una contabilidad de ejercicio reciente. La contabilidad ambiental contribuye a evidenciar y divulgar la información medioambiental, proporcionando datos útiles para la gestión y la toma de decisiones sobre aspectos ambientales en las organizaciones (Tisott et al., 2021), aparentemente una conceptualización clara de su utilidad. Para investigadores que publican en revistas de impacto, la epistemología de su aplicación es variada, es por ello que el presente artículo busca analizar las vertientes científicas de la contabilidad ambiental y las perspectivas de su futuro.

2. Metodología

La metodología de esta investigación se basa en un trabajo de análisis de literatura, que busca identificar consideraciones epistemológicas de la contabilidad ambiental, bajo enfoques funcionalistas, interpretativos y críticos, la variable se distribuyó en 3 categorías y 48 subcategorías (Sarmiento, 2020; Cardona Hernández, 2018).

Figura 1. Enfoques epistemológicos de la Contabilidad Ambiental



Nota. Criterios básicos de categorización, adaptado de Sarmiento (20209); Cardona Hernández (2018).

Este estudio es de carácter exploratorio, cualitativo, basado en una revisión documental de 30 artículos científicos de acceso abierto publicados a nivel SCOPUS, en los periodos 2020-2021-2022, cuya selección fue bajo criterios intencionales, con filtro por operadores de búsqueda: ambiental AND contable y su versión en inglés, su procesamiento se realizó a través del ATLAS.ti9. Primero se importaron los datos al programa, luego se realizó la codificación, la cual se estructuró en 3 categorías, se exploraron y organizaron los datos, creando códigos relacionados y visualizando la distribución en forma de diagramas de red y mapas de codificación, se analizaron patrones y relaciones entre códigos, se visualizaron los resultados y se exportaron los más importantes. En estos artículos se revisaron las conceptualizaciones y afirmaciones relacionadas con la variable, ubicándolas en la categoría

epistemológica correspondiente (funcionalista-interpretativa-crítica), lo que permitió comprender las tendencias del pensamiento contable ambiental y su conexión con el entorno científico actual.

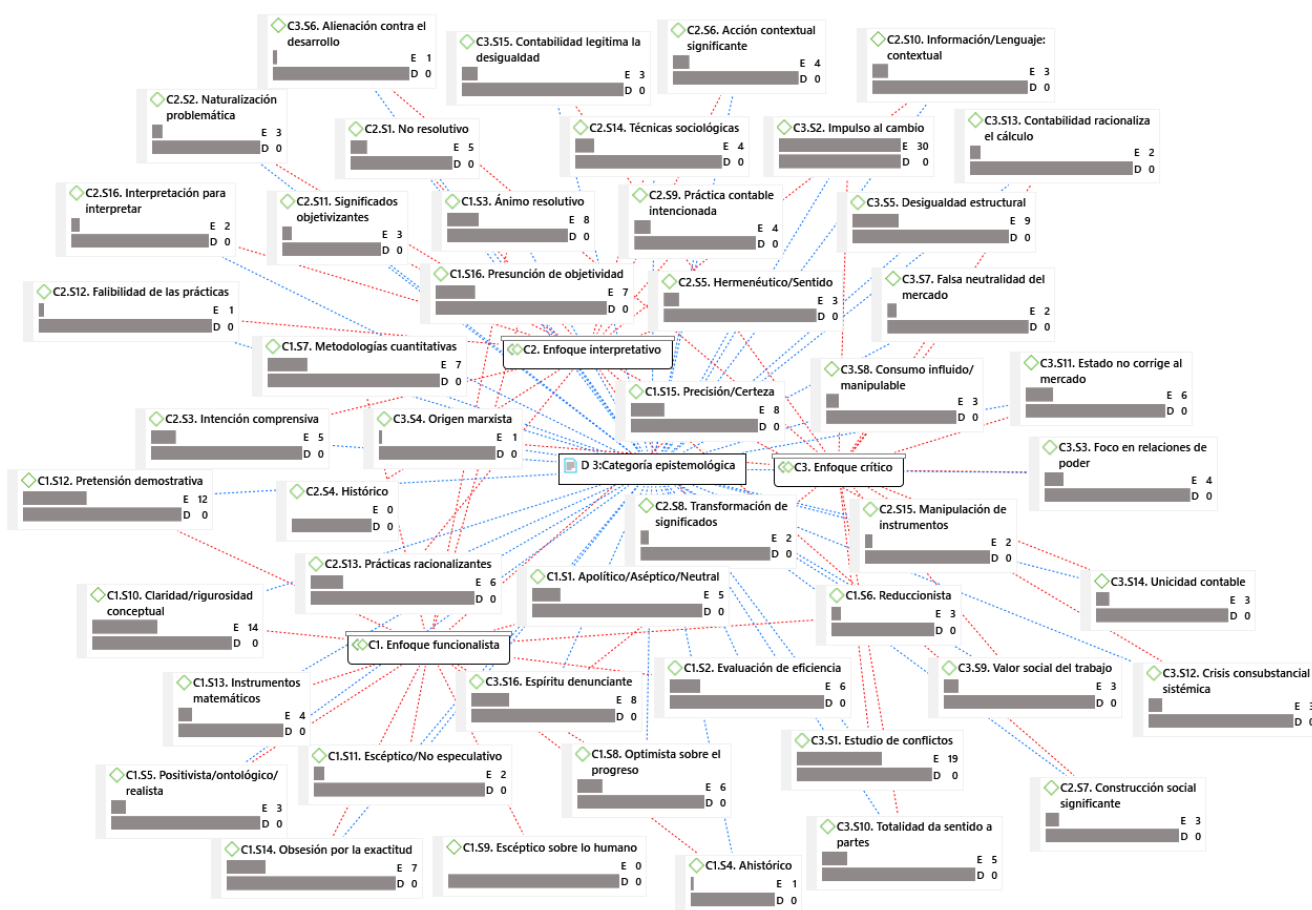
3. Discusión y reflexiones

A continuación, se presentan los resultados, divididos en el esquema de codificación, el enraizamiento de cada categoría y el análisis de la frecuencia de palabras.

3.1. Redes de codificación, grupos y citas

La codificación con barra de frecuencias se realizó mediante sistematización en ATLAS.ti9, lo que nos permitió analizar y codificar textos de forma eficiente, identificando temas, patrones y relaciones en grandes volúmenes de información. Esto puede ser especialmente útil para realizar investigaciones en filosofía de la ciencia, hermenéutica y otras áreas relacionadas. El estudio identificó 3 categorías y 16 subcategorías en cada categoría.

Figura 2. Redes de codificación respecto a cada categoría



















Nota. La primera barra de cada subcategoría es la frecuencia de su enraizamiento, la segunda es la frecuencia general, se observa que resalta el impulso al cambio, los estudios de conflictos, la desigualdad estructural, la pretensión demostrativa, así como la claridad y rigurosidad conceptual.

3.2. Categoría 1: enfoque funcionalista

El enfoque funcionalista de la contabilidad medioambiental se basa en la premisa de que la contabilidad desempeña un importante papel social y económico en relación con las cuestiones medioambientales. Este enfoque se centra en cómo la contabilidad puede ayudar a gestionar y controlar el impacto

medioambiental de las actividades empresariales y a promover la sostenibilidad. Esta categoría se distribuye en 16 subcategorías que se detallan en el cuadro siguiente.

Tabla 1. Enraizamiento de la C1: enfoque funcionalista

Mostrar códigos en grupo C1. Enfoque funcionalista				
	Nombre	Enraizamie...	Densidad	Grupos
○ ◇	C1.S10. Claridad/rigurosidad conceptual	 14	0	[C1. Enfoque funcionalista]
○ ◇	C1.S12. Pretensión demostrativa	 12	0	[C1. Enfoque funcionalista]
○ ◇	C1.S15. Precisión/Certeza	 8	0	[C1. Enfoque funcionalista]
○ ◇	C1.S03. Ánimo resolutivo	 8	0	[C1. Enfoque funcionalista]
○ ◇	C1.S07. Metodologías cuantitativas	 7	0	[C1. Enfoque funcionalista]
○ ◇	C1.S16. Presunción de objetividad	 7	0	[C1. Enfoque funcionalista]
○ ◇	C1.S14. Obsesión por la exactitud	 7	0	[C1. Enfoque funcionalista]
○ ◇	C1.S02. Evaluación de eficiencia	 6	0	[C1. Enfoque funcionalista]
○ ◇	C1.S08. Optimista sobre el progreso	 6	0	[C1. Enfoque funcionalista]
○ ◇	C1.S01. Apolítico/Aséptico/Neutral	 5	0	[C1. Enfoque funcionalista]
○ ◇	C1.S13. Instrumentos matemáticos	 4	0	[C1. Enfoque funcionalista]
○ ◇	C1.S05. Positivista/ontológico/realista	 3	0	[C1. Enfoque funcionalista]
○ ◇	C1.S06. Reduccionista	 3	0	[C1. Enfoque funcionalista]
○ ◇	C1.S11. Escéptico/No especulativo	 2	0	[C1. Enfoque funcionalista]
○ ◇	C1.S04. Ahistórico	 1	0	[C1. Enfoque funcionalista]
○ ◇	C1.S09. Escéptico sobre lo humano	 0	0	[C1. Enfoque funcionalista]

Nota. En el análisis resalta el enraizamiento de las subcategorías 10, 12, 15 y 3 principalmente.

Bajo un análisis de enfoque cuantitativo, la contabilidad ambiental estudia la acuicultura en estanques de agua dulce, que es un sistema de cultivo de peces predominante en todo el mundo, especialmente en los países en desarrollo. La sostenibilidad de estos sistemas no se ha evaluado y puede mejorarse a partir de análisis científicos adecuados; básicamente se busca el crecimiento de la producción bajo controles contables (Fonseca et al., 2022). Para Sinforoso Martínez et al., (2021) son importantes los informes ambientales, consumo de agua y reconocimiento contable, en empresas sustentables, sus hallazgos confirman las afirmaciones de la Teoría Tridimensional de la Contabilidad, donde adopta su implementación desde la perspectiva de los costos, los que contribuyen a la elaboración de reportes de sustentabilidad exigidos por las instituciones financieras.

Otros han disgregado al funcionalismo de la contabilidad ambiental como una aplicación de la contabilidad de “gestión” medioambiental, como es el caso de Nyahuna y Doorasamy (2021), quienes realizaron un estudio de gestión en pequeñas y medianas empresas, en las entrevistas el 77% confirman que utilizan información medioambiental física en sus operaciones. Rigurosidad parecida solicitan Stanescu et al. (2021) en su estudio del modelo conceptual para la integración del impacto ambiental en los Sistemas de Información de la Contabilidad, que se basa en la descripción del proceso tecnológico y la determinación del impacto ambiental en cada actividad, etapa o procedimiento, que la empresa integra a su valor monetario en el coste de producción y lo refleja en el sistema de contabilidad de gestión, utilizando instrumentos específicos de contabilidad ambiental. También, resulta importante delimitar un marco conceptual, en especial en la industria minera, que se muestre ecológica a través de prácticas de contabilidad de gestión medioambiental, eso permitiría la transparencia; la divergencia es que estos autores siguen apuntando a un enfoque de gestión (Nyakuwanika et al., 2021).

La pretensión demostrativa busca por ejemplo la optimización del reciclaje de residuos agrícolas basada en la Contabilidad de la Gestión Ambiental (Yang et al., 2021), donde se pueden analizar los costos de flujo de materiales, mejorando la sostenibilidad no sólo al disminuir el uso de insumos y las pérdidas de recursos, sino también al reducir la contaminación ambiental, a través de la visualización de la monetización de las pérdidas de recursos optimizados del reciclaje de estiércol mediante una mejor toma

de decisiones, una iniciativa interesante. Bajo estos lineamientos Huu Anh et al. (2020), interpreta el coste de capital, generando regresiones de dos etapas con el término de retardo para abordar cuestiones econométricas y mejorar la precisión de los coeficientes de regresión obteniendo un mayor rendimiento del cuidado del medio ambiente reflejado en la reducción de costes de capital. Preocupación similar demostró Saleh et al. (2020), en su estudio de implantación de la contabilidad medioambiental en hoteles.

Cuantificar de forma más amplia y especial el impacto de los cambios ambientales en la producción agrícola que se realiza en términos del Sistema de Contabilidad Nacional, fue la preocupación de Ionescu et al. (2021), que buscan modelar las disparidades regionales de la agricultura, considerando este un nuevo reto económico y medioambiental, otra investigación hizo hincapié en el desarrollo activo de la agricultura ecológica, incluso en el sector de la viticultura, lo que influye en las características cualitativas del vino ecológico y del vino elaborado con uvas ecológicas y el impacto de los factores externos e internos en el coste de la producción (Gutsalenko et al., 2020).

Al estudiar el rendimiento y contabilidad ambiental de los modelos de ciclo de nutrientes para estimar las emisiones de nitrógeno en la agricultura y su sensibilidad en la evaluación del ciclo de vida; Andrade et al. (2021) manifiestan que existen varios modelos en la literatura para estimar las emisiones agrícolas. Desde la perspectiva de la evaluación del ciclo de vida, no existe un procedimiento estandarizado para estimar las emisiones de nitrógeno u otros nutrientes, sin embargo es importante comparar modelos agrícolas con diferentes niveles de complejidad y comprobar su idoneidad y sensibilidad. El sector salud no es ajeno, Abe y El Khouri Miraglia, 2020) implementan el Sistema de Contabilidad Socioambiental para la gestión en salud. En los autores se ha notado su preocupación por la claridad y rigurosidad conceptual, muchos de ellos buscan demostrar su funcionalidad; a pesar de ello no hay ánimo resolutivo, precisión o certeza de los procedimientos contables ambientales.

3.3. Categoría 2: enfoque interpretativo

El enfoque interpretativo de la contabilidad medioambiental se basa en la comprensión e interpretación de los fenómenos contables relacionados con el medio ambiente desde una perspectiva social y cultural. Este enfoque se centra en cómo los agentes sociales, como las organizaciones, los contables y otras partes interesadas, dan sentido y atribuyen significado a los aspectos medioambientales de la contabilidad. Esta categoría se distribuye en 16 subcategorías que se detallan en el siguiente cuadro.

Tabla 2. Enraizamiento de la C2: enfoque interpretativo

Mostrar códigos en grupo C2. Enfoque interpretativo				
	Nombre	Enraizamie...	Densidad	Grupos
<input type="radio"/>	◇ C2.S13. Prácticas racionalizantes		6	0 [C2. Enfoque interpretativo]
<input type="radio"/>	◇ C2.S03. Intención comprensiva		5	0 [C2. Enfoque interpretativo]
<input type="radio"/>	◇ C2.S01. No resolutivo		5	0 [C2. Enfoque interpretativo]
<input type="radio"/>	◇ C2.S14. Técnicas sociológicas		4	0 [C2. Enfoque interpretativo]
<input type="radio"/>	◇ C2.S06. Acción contextual significativa		4	0 [C2. Enfoque interpretativo]
<input type="radio"/>	◇ C2.S09. Práctica contable intencionada		4	0 [C2. Enfoque interpretativo]
<input type="radio"/>	◇ C2.S11. Significados objetivizantes		3	0 [C2. Enfoque interpretativo]
<input type="radio"/>	◇ C2.S07. Construcción social significativa		3	0 [C2. Enfoque interpretativo]
<input type="radio"/>	◇ C2.S02. Naturalización problemática		3	0 [C2. Enfoque interpretativo]
<input type="radio"/>	◇ C2.S10. Información/Lenguaje: contextual		3	0 [C2. Enfoque interpretativo]
<input type="radio"/>	◇ C2.S05. Hermenéutico/Sentido		3	0 [C2. Enfoque interpretativo]
<input type="radio"/>	◇ C2.S15. Manipulación de instrumentos		2	0 [C2. Enfoque interpretativo]
<input type="radio"/>	◇ C2.S08. Transformación de significados		2	0 [C2. Enfoque interpretativo]
<input type="radio"/>	◇ C2.S16. Interpretación para interpretar		2	0 [C2. Enfoque interpretativo]
<input type="radio"/>	◇ C2.S12. Falibilidad de las prácticas		1	0 [C2. Enfoque interpretativo]
<input type="radio"/>	◇ C2.S04. Histórico		0	0 [C2. Enfoque interpretativo]

Nota. En el análisis resalta el enraizamiento de las subcategorías 13, 3, 1 principalmente

Según la intención comprensiva y hermenéutica de Siemons y Schneider (2022), para evaluar las implicaciones de la contabilidad ambiental, se considera una variedad de escenarios de cómo distintos países podrían comprometerse y decidir la elección del enfoque de contabilidad que puede afectar a las emisiones agregadas de países, concluyendo que estas podrían aumentar, disminuir o no verse afectadas, dependiendo de cuán respetuosos son del Artículo 6 del Acuerdo París, donde se busca el desarrollo sostenible y la integridad ambiental, con una participación voluntaria y cooperativa.

También se analiza la divulgación de información contable ambiental desde la perspectiva de los agentes múltiples, en China se ha explorado activamente planes de gobernanza ecológica, proponiendo el concepto de desarrollo verde, fijando el objetivo de construir una “bella China” y situando la construcción de la civilización ecológica en el estatus ontológico de los sistemas sociales y los objetivos nacionales (Qi et al., 2021). Se construye un modelo de juego evolutivo tripartito de divulgación de información contable ambiental con las empresas, los inversores y los medios de comunicación y se analiza el mecanismo interno de este proceso de información contable ambiental; del mismo modo, se consideran importantes los incentivos gubernamentales como acción contextual y construcción social significativa, es decir, que dan importancia a las decisiones políticas sobre la aplicación de este tipo de contabilidad. En el caso de los investigadores Agyemang et al. (2021), enfatizan su estudio inédito en la minería que se desarrolla a nivel de un país, denotando una muestra significativa, donde determinaron que el desempeño ambiental corporativo y la divulgación de información ambiental tienen una relación positiva y significativa. Tiene que existir presiones institucionales en la adopción de la contabilidad de gestión ambiental (Latif et al., 2020; Saleh y Jawabreh, 2020), la información es un factor importante en la toma de decisiones de gestión más para lograr la sostenibilidad en el ámbito del medio ambiente, tanto a nivel local, regional, nacional y mundial; demostrando con ello la búsqueda de una práctica racionalizante, bajo intenciones comprensivas.

Cantillo Orozco et al. (2020) busca analizar el proceso de contabilidad medioambiental, como sistema de gestión de información administrativa y financiera, desde las políticas públicas, contadores que ven con buenos ojos la adopción de unidades de medidas monetarias para el cálculo de intercambio ambiental. Como valor de acción contextual signifiante, asocian con frecuencia a la contabilidad ambiental con la economía circular (Scarpellini et al., 2020) y la responsabilidad social empresarial, generando dinamismo. La contabilidad de costes ambientales y el rendimiento financiero, juegan un papel mediador del rendimiento medioambiental (Al-Mawali, 2021), son estrategias que limitan la incertidumbre y promocionan el compromiso de la alta dirección (Appiah et al., 2020), su estudio contribuye a la literatura de la teoría de la contingencia y contabilidad de gestión al utilizar la modelización de ecuaciones estructurales para examinar las relaciones mencionadas, que han sido ignoradas en estudios anteriores, y al analizar datos más recientes desde la perspectiva de un país en desarrollo.

En Estados Unidos, Usman et al. (2020), evalúan el consumo de energías renovables y la política comercial en la degradación medioambiental mediante la contabilidad de la innovación, coaligada a la divulgación que la disminución de la degradación ambiental que puede atribuirse al aumento del consumo de energías renovables por sus efectos negativos en la huella ecológica, que prudentemente pueden ser registradas bajo una contabilidad ambiental. El enraizamiento del enfoque interpretativo, muestra prácticas racionalizantes con intención comprensiva, empleando técnicas sociológicas e intencionadas en acciones contextuales significantes, hasta donde se observa no hay algo resolutivo todavía.

3.4. Categoría 3: enfoque crítico

El enfoque crítico de la contabilidad medioambiental se basa en una perspectiva social y política que pretende analizar y cuestionar los aspectos problemáticos y las limitaciones de la contabilidad en relación con los problemas medioambientales. Este enfoque se centra en las desigualdades, injusticias e impactos

negativos que pueden derivarse de las prácticas contables y su relación con el medio ambiente. Esta categoría se distribuye en 16 subcategorías que se detallan en la siguiente tabla.

Tabla 3. Enraizamiento de la C3: enfoque crítico

Mostrar códigos en grupo C3. Enfoque crítico				
	Nombre	Enraizamie...	Densidad	Grupos
○ ◇	C3.S02. Impulso al cambio		30	0 [C3. Enfoque crítico]
○ ◇	C3.S01. Estudio de conflictos		19	0 [C3. Enfoque crítico]
○ ◇	C3.S05. Desigualdad estructural		9	0 [C3. Enfoque crítico]
○ ◇	C3.S16. Espíritu denunciante		8	0 [C3. Enfoque crítico]
○ ◇	C3.S11. Estado no corrige al mercado		6	0 [C3. Enfoque crítico]
○ ◇	C3.S10. Totalidad da sentido a partes		5	0 [C3. Enfoque crítico]
○ ◇	C3.S03. Foco en relaciones de poder		4	0 [C3. Enfoque crítico]
○ ◇	C3.S08. Consumo influido/manipulable		3	0 [C3. Enfoque crítico]
○ ◇	C3.S14. Unicidad contable		3	0 [C3. Enfoque crítico]
○ ◇	C3.S09. Valor social del trabajo		3	0 [C3. Enfoque crítico]
○ ◇	C3.S15. Contabilidad legitima la desigualdad		3	0 [C3. Enfoque crítico]
○ ◇	C3.S12. Crisis consubstancial sistémica		3	0 [C3. Enfoque crítico]
○ ◇	C3.S07. Falsa neutralidad del mercado		2	0 [C3. Enfoque crítico]
○ ◇	C3.S13. Contabilidad racionaliza el cálculo		2	0 [C3. Enfoque crítico]
○ ◇	C3.S04. Origen marxista		1	0 [C3. Enfoque crítico]
○ ◇	C3.S06. Alienación contra el desarrollo		1	0 [C3. Enfoque crítico]

Nota. En el análisis resalta el enraizamiento de las subcategorías 2, 1, 5 y 16 principalmente.

El impacto de las prácticas de información contable medioambiental en los resultados financieros fue motivo de estudio de Dhar y Ferdous Chowdhury (2021), quienes tuvieron la prudencia de analizar el sector bancario determinando entre las variables de control, el tamaño, el ratio de capital, los gastos generales y de préstamos mencionando que la contabilidad ambiental tiene un impacto significativo en los resultados financieros, impulsando a su práctica, lo que genera influencia y valor social.

Como parte de la crisis ecológica sistemática Martínez y Mesa (2021) se preguntan ¿la contabilidad ambiental es un mito o una realidad? Predominan con espíritu denunciante la existencia de algunos vacíos teóricos que seguirán haciendo de esta ciencia un mito para las economías emergentes, debido a la falta de políticas públicas; identifican que es necesario aplicar los conceptos de la contabilidad ambiental en las micro, pequeñas y medianas empresas; también analizar las relaciones entre los grupos de interés (proveedores, clientes, accionistas, etc.) en los informes ambientales, para evaluar su nivel de influencia en la toma de decisiones. El punto de partida de este análisis debería ser la metodología aplicada en las economías desarrolladas para hacer réplica en las de menor escala.

Cómo hacer que la contabilidad ambiental funcione: El caso de la industria minera (Olubukola et al., 2021), mencionan que el el gobierno no está haciendo lo suficiente para fomentar la aplicación de la contabilidad medioambiental; el sector minero se ha politizado, lo que dificulta la aplicación de las leyes medioambientales en este sector, mientras que, por otro lado, no hay leyes ni políticas eficaces que regulen las cuestiones de contabilidad medioambiental. Los núcleos de inestabilidad económica y agitación política en la nación han obligado a las empresas a concentrarse en su existencia económica continuada, sin hacer casi nada en materia de contabilidad medioambiental. También se ha observado que no existe una supervisión y control adecuados de las actividades mineras por parte de los responsables de la aplicación de la ley, lo que deja el entorno natural sujeto a actividades mineras insostenibles. No existen directrices de contabilidad medioambiental, lo que genera intereses particulares. Recomiendan que las organizaciones gubernamentales supervisen y controlen las

actividades mineras con independencia de la política y destinen recursos humanos y financieros a la investigación sobre la mejor manera de aplicar la contabilidad medioambiental.

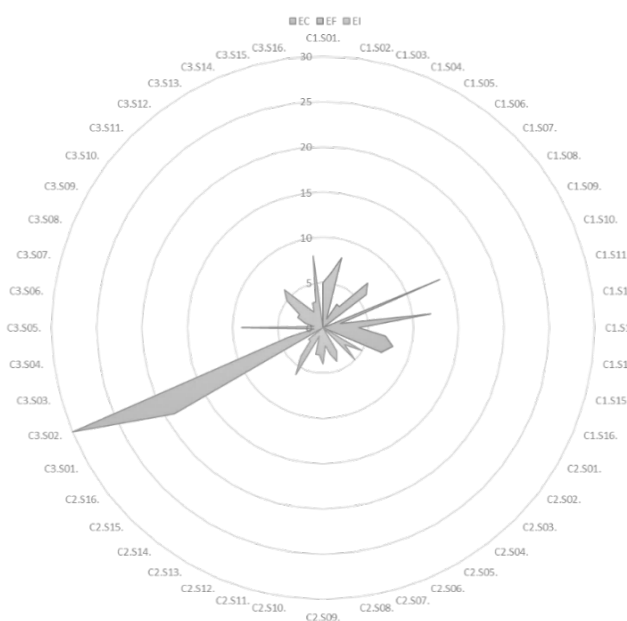
La crítica de Campos et al. (2020) se orienta a la medición de las rentas ambientales más allá de los marcos estándar de contabilidad nacional y de los ecosistemas, analiza el Sistema de Cuentas Nacionales criticando la omisión de costes de insumos ambientales y la degradación del activo fijo ambiental de los paisajes naturales de trabajo nacionales/subnacionales. Tratando de buscar el impulso al cambio se analiza la relación entre el comportamiento medioambiental y el rendimiento financiero de las empresas, hallando una correlación significativa (Sichigea et al., 2020).

Cabrera-Narváez y Quinche-Martín (2021), realizaron el ejercicio de la crítica en movimientos sociales, mediante la contabilidad social ambiental. Caracterizaron el sentido de las contra-cuentas, fungiendo como tecnologías de confrontación que viabilizan una crítica estructural o decolonial para promover la emancipación, resistir el conflicto, o ambas, a partir de la contestación o el diálogo. Analizaron los elementos de protestas y movimientos sociales alrededor de conflictos sociambientales y sus implicancias económicas. Las regulaciones contables no establecen diferencias entre empresas convencionales y empresas de Economía Social; y que el suministro de información contable dista mucho de ser totalmente transparente, homogéneo y completo. (Prieto e Yzaguirre, 2021).

La investigación actual también se orienta a medir las influencias de la intención de comportamiento para realizar prácticas de contabilidad medioambiental para la sostenibilidad de las empresas, donde los autores consideran que el coste real de los impactos ambientales de las operaciones se contabilizan de manera cuestionable en los sistemas de contabilidad convencionales (Chen et al., 2020), por tanto, es importante generar una especialización en control medioambiental que logre una pretensión demostrativa. La contabilidad ambiental tiene que ser precisa para enunciar la información, solo así se logrará el desarrollo sostenible (Giang et al., 2020), existe una desigualdad estructural porque no hay enfoques comunes en todo el mundo para identificar los indicadores de desarrollo sostenible, incluyendo su componente ambiental (Yermolenko et al., 2020). Bajo el enfoque crítico, resaltan los impulsos al cambio y la resolución de conflictos, especialmente en el sector minero, los gobiernos han generado una desigualdad estructural, despertando el espíritu denunciante, no hay indicios de encontrar estados que corrijan el mercado.

3.5. Análisis de las tres categorizaciones

Figura 3. Estadística de enraizamiento de 48 subcategorías



necesario resolver y establecer una base teórica que permita un sistema de clasificación de los servicios ecosistémicos, separando los procesos intraecosistémicos de los servicios ecosistémicos finales, permitiendo una integración de estos en las cuentas.

Se muestra una clara coincidencia en los resultados obtenidos por Sarmiento (2020), existe similitud de percepciones acerca de los temas de interés, el uso de marcos conceptuales comunes, la cercanía de los vínculos académicos, aunque los enfoques se encuentran aún dispersos. En su análisis basado en autores cuyas publicaciones inician en 1976, siendo el más reciente el 2018, sobresalió el enfoque interpretativo, seguido del enfoque crítico y funcionalista; el autor que no se atreve a generalizar cual es la vertiente epistemológica de la contabilidad ambiental-social. Este estudio determina que para los periodos 2020, 2021 y 2022 los enfoques de los profesionales de la contabilidad van inclinándose por la crítica y la función, más que por la interpretación, contradiciendo los resultados de este autor en este apartado.

Preocupación notoria es el análisis legal de la formación de la contabilidad ambiental como uno de los principales medios para determinar la eficacia de los objetivos de desarrollo sostenible, implica divulgación de la información que beneficia a los responsables de la toma de decisiones para gestionar y mejorar el rendimiento medioambiental (Le et al., 2020; Yermolenko et al., 2020). De la nutrida revisión documental, se observa un crecimiento pronunciado de la ciencia contable ambiental, ubicando futuras líneas de trabajo, una de ellas podría ser el estudio de los efectos de la implantación de la contabilidad ambiental en organizaciones desde ámbitos sociales y su evolución (Prieto y Yzaguirre, 2021), así como la relación con la innovación ecológica, la economía circular, la responsabilidad social empresarial, entre otros.

4. Conclusiones

Los enfoques epistemológicos de la contabilidad ambiental aún se encuentran dispersos, su crecimiento conceptual se manifiesta de manera desordenada, se entiende que en orden lógico debe partir de estudios empíricos y analíticos, por el contrario, se ha pasado a un estudio crítico social de interacción, sin profundizar en el estudio histórico hermenéutico, que define el lenguaje contable ambiental.

Los autores que investigan la contabilidad medioambiental han mostrado su preocupación por la claridad y el rigor conceptual, muchos de ellos pretenden demostrar su funcionalidad; a pesar de ello, no existe resolución, precisión ni certeza en los procedimientos de contabilidad medioambiental.

El enraizamiento del enfoque interpretativo de la contabilidad ambiental muestra prácticas racionalizadoras con intención comprensiva, empleando técnicas sociológicas e intencionales en acciones contextuales significativas, pero por lo que se puede observar, aún no hay algo concluyente.

Bajo la categorización del enfoque crítico, destacan los impulsos de cambio y resolución de conflictos, especialmente en el sector minero, los gobiernos han generado desigualdad estructural, despertando el espíritu de denuncia, hay indicios de estudios que analizan la operatividad de los Estados en función de corregir el mercado.

El estudio sienta las bases epistemológicas, lo que requiere una investigación más profunda, un análisis por periodos de tiempo, permite identificar la evolución de los conceptos y las inclinaciones de los investigadores de la contabilidad medioambiental.

Referencias

Abe, T. C., & El Khouri Miraglia, S. G. (2020). Socio-environmental accounting system in health management: A case study at the Vision Institute. *Sustentabilidade Em Debate*. 11(1). 195–210. <https://doi.org/10.18472/SustDeb.v11n1.2020.29639>

- Agyemang, A. O., Yusheng, K., Twum, A. K., Ayamba, E. C., Kongkuah, M., & Musah, M. (2021). Trend and relationship between environmental accounting disclosure and environmental performance for mining companies listed in China. *Environment, Development and Sustainability*. 23(8). 12192–12216. <https://doi.org/10.1007/s10668-020-01164-4>
- Al-Mawali, H. (2021). Environmental cost accounting and financial performance: The mediating role of environmental performance. *Accounting*. 7(3). 535–544. <https://doi.org/10.5267/j.ac.2021.1.005>
- Andrade, E. P., Bonmati, A., Esteller, L. J., Montemayor, E., & Vallejo, A. A. (2021). Performance and environmental accounting of nutrient cycling models to estimate nitrogen emissions in agriculture and their sensitivity in life cycle assessment. *International Journal of Life Cycle Assessment*. 26(2). 371–387. <https://doi.org/10.1007/s11367-021-01867-4>
- Appiah, B. K., Donghui, Z., Majumder, S. C., & Monaheng, M. P. (2020). Effects of environmental strategy, uncertainty and top management commitment on the environmental performance: Role of environmental management accounting and environmental management control system. *International Journal of Energy Economics and Policy*. 10(1). 360–370. <https://doi.org/10.32479/ijeep.8697>
- Cabrera-Narváez, A., & Quinche-Martín, F. L. (2021). Movimientos sociales y Contabilidad social y ambiental: el rol de las contra-cuentas como ejercicio de la crítica. *Innovar*. 31(82). <https://doi.org/10.15446/innovar.v31n82.98428>
- Campos, P., Oviedo, J. L., Álvarez, A., Ovando, P., Mesa, B., & Caparrós, A. (2020). Measuring environmental incomes beyond standard national and ecosystem accounting frameworks: testing and comparing the agroforestry Accounting System in a holm oak dehesa case study in Andalusia-Spain. *Land Use Policy*. 99(August). 104984. <https://doi.org/10.1016/j.landusepol.2020.104984>
- Cantillo Orozco, A., Rincón Rodríguez, I. C., Bernal Payares, O., & Chaparro Medina, J. E. (2020). Perspectivas de la política de contabilidad ambiental, sistemas de información administrativa y financiera. *Utopía y Praxis Latinoamericana*. 25(Extra3). 201–215. <http://doi.org/10.5281/zenodo.3907071>
- Cardona Hernández, J. D. (2018). Exhortación por una perspectiva crítica de investigación en contabilidad coherente. *Revista Visión Contable*. 5337(17). 159–184. <https://doi.org/10.24142/rvc.n17a6>
- Chen, X., Weerathunga, P. R., Nurunnabi, M., Kulathunga, K. M. M. C. B., & Samarathunga, W. H. M. S. (2020). Influences of behavioral intention to engage in environmental accounting practices for corporate sustainability: Managerial perspectives from a developing country. *Sustainability (Switzerland)*. 12(13). <https://doi.org/10.3390/su12135266>
- Dhar, S., & Ferdous Chowdhury, M. A. (2021). Impact of environmental accounting reporting practices on financial performance: Evidence from banking sector of Bangladesh. *International Journal of Asian Business and Information Management*. 12(1). 24–42. <https://doi.org/10.4018/IJABIM.20210101.0a2>
- Fonseca, T., Valenti, W. C., Giannetti, B. F., Gonçalves, F. H., & Agostinho, F. (2022). Environmental Accounting of the Yellow-Tail Lambari Aquaculture: Sustainability of Rural Freshwater Pond Systems. *Sustainability (Switzerland)*. 14(4). <https://doi.org/10.3390/su14042090>
- Giang, N. P., Binh, T. Q., Thu Thuy, L. T., Ha, D. N., & Loan, C. H. (2020). Environmental accounting for sustainable development: An empirical study in Vietnam. *Management Science Letters*. 10(7). 1613–1622. <https://doi.org/10.5267/j.msl.2019.12.005>

González Cortés, L. D. (2020). La ciencia contable: su epistemología y aportes a la solución de problemas emergentes en contribución al desarrollo sostenible. *Criterio Libre*. 18(33). 155–174. <https://doi.org/10.18041/1900-0642/criteriolibre.2020v18n33.7536>

Gutsalenko, L., Marchuk, U., Tsaruk, N., & Hutsalenko, O. (2020). Wine industry: Economic and environmental factors which influence development and accounting. *Economic Annals-XXI*. 181(1–2). 105–114. <https://doi.org/10.21003/ea.V181-09>

Huu Anh, N., La Soa, N., & Hanh, H. H. (2020). Environmental accounting practices and cost of capital of enterprises in Vietnam. *Cogent Economics and Finance*. 8(1). <https://doi.org/10.1080/23322039.2020.1790964>

Ionescu, R. V., Zlati, M. L., Antohi, V. M., & Stanciu, S. (2021). Modelling EU agriculture's regional disparities under the national accounting system's approach. The impact of the new economic and environmental challenges. *Economic Research-Ekonomska Istrazivanja*. 34(1). 902–928. <https://doi.org/10.1080/1331677X.2020.1805347>

Jaramillo Echeverri, G. L. (2003). ¿Qué es Epistemología? Mi mirar epistemológico y el progreso de la ciencia. *Cinta de Moebio*. 1(18). 0. <http://www.redalyc.org/pdf/101/10101802.pdf>

La Notte, A., & Rhodes, C. (2020). The theoretical frameworks behind integrated environmental, ecosystem, and economic accounting systems and their classifications. *Environmental Impact Assessment Review*. 80(August 2019). 106317. <https://doi.org/10.1016/j.eiar.2019.106317>

Latif, B., Mahmood, Z., San, O. T., Said, R. M., & Bakhsh, A. (2020). Coercive, normative and mimetic pressures as drivers of environmental management accounting adoption. *Sustainability (Switzerland)*. 12(11). <https://doi.org/10.3390/su12114506>

Le, T. M. H., Dang, L. A., & Le, T. H. (2020). Factors affecting the environmental management accounting implementation and the quality of environmental information for making decisions of fishery processing enterprises in Vietnam. *Accounting*. 6(4). 401–412. <https://doi.org/10.5267/j.ac.2020.5.001>

Martínez, S. S., & Mesa, A. P. (2021). An in-depth look at the status of environmental financial accounting in Mexico from the point of view of stakeholder theory: Myth or reality? *Revista Brasileira de Gestao de Negocios*. 23(2). 318–336. <https://doi.org/10.7819/rbgn.v23i2.4107>

Nyahuna, T., & Doorasamy, M. (2021). Application of environmental management accounting by small and medium enterprises in South Africa. *Environmental Economics*. 12(1). 103–111. [https://doi.org/10.21511/ee.12\(1\).2021.09](https://doi.org/10.21511/ee.12(1).2021.09)

Nyakuwanika, M., van der Poll, H. M., & van der Poll, J. A. (2021). A conceptual framework for greener goldmining through environmental management accounting practices (Emaps): The case of zimbabwe. *Sustainability (Switzerland)*. 13(18). <https://doi.org/10.3390/su131810466>

Olubukola, O. A., Tafadzwa, S., Obert, S., & Kudzanai, M. (2021). Making environmental accounting work: Case of the zimbabwe mining industry. *Universal Journal of Accounting and Finance*. 9(4). 722–734. <https://doi.org/10.13189/ujaf.2021.090418>

Prieto, M. M., & Yzaguirre, V. E. (2021). La Contabilidad ambiental como herramienta para la incorporación de la sostenibilidad ambiental en las empresas de Economía Social. *CIRIEC-Espana Revista de Economia Publica, Social y Cooperativa*. 103. 249–277. <https://doi.org/10.7203/CIRIEC-E.103.17838>

- Qi, Y., Yao, J., & Liu, L. (2021). Research on evolutionary game of environmental accounting information disclosure from the perspective of multi-agent. *PLoS ONE*. 16(8 August). 1–23. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0256046>
- Saleh, M. M. A., & Jawabreh, O. A. A. (2020). Role of environmental awareness in the application of environmental accounting disclosure in tourism and hotel companies and its impact on investor's decisions in Amman stock exchange. *International Journal of Energy Economics and Policy*. 10(2). 417–426. <https://doi.org/10.32479/ijeep.8608>
- Saleh, M. M. A., Jawabreh, O. A. A., Alsarayreh, M. N., & Malkawi, E. (2020). Environmental accounting as perspective for hotels of Aqaba special economic zone authority (Aseza). *Problems and Perspectives in Management*. 16(4). 169–185. [https://doi.org/10.21511/PPM.16\(4\).2018.15](https://doi.org/10.21511/PPM.16(4).2018.15)
- Sarmiento, H. J. (2020). Rasgos de identidad. Tres perspectivas epistemológicas de la contabilidad social y ambiental. *Contabilidad y Negocios*. 15(30). 99–123. <https://doi.org/10.18800/contabilidad.202002.006>
- Scarpellini, S., Marín-Vinuesa, L. M., Aranda-Usón, A., & Portillo-Tarragona, P. (2020). Dynamic capabilities and environmental accounting for the circular economy in businesses. *Sustainability Accounting, Management and Policy Journal*. 11(7). 1129–1158. <https://doi.org/10.1108/SAMPJ-04-2019-0150>
- Sichigea, M., Siminica, M. I., Circiumaru, D., Carstina, S., & Caraba-Meita, N. L. (2020). A comparative approach of the environmental performance between periods with positive and negative accounting returns of EEA companies. *Sustainability (Switzerland)*. 12(18). <https://doi.org/10.3390/SU12187382>
- Siemons, A., & Schneider, L. (2022). Averaging or multi-year accounting? Environmental integrity implications for using international carbon markets in the context of single-year targets. *Climate Policy*. 22(2). 208–221. <https://doi.org/10.1080/14693062.2021.2013154>
- Sinforoso Martínez, S., Álvarez Velázquez, E., & Salas Benítez, L. (2021). Environmental water accounting in sustainable companies established in Mexico. *Revista Venezolana de Gerencia*. 26 (Special Issue 5), 614–631. <https://doi.org/10.52080/rvgluz.26.e5.39>
- Stanescu, S. G., Cucui, I., Ionescu, C. A., Paschia, L., Coman, M. D., Nicolau, N. L. G., Uzla, M. C., & Lixandru, M. L. (2021). Conceptual model for integrating environmental impact in managerial accounting information systems. *International Journal of Environmental Research and Public Health*. 18(4). 1–21. <https://doi.org/10.3390/ijerph18041791>
- Tisott, S. T., Ribeiro, S. P., Araújo, T. S., Pontes, C. da C., & Silva, J. V. da. (2021). Nível de conhecimento dos profissionais de contabilidade de Três Lagoas (MS) sobre contabilidade ambiental, gestão e legislação ambiental. *REVISTA AMBIENTE CONTÁBIL - Universidade Federal Do Rio Grande Do Norte - ISSN 2176-9036*. 13(2). 208–230. <https://doi.org/10.21680/2176-9036.2021v13n2id20064>
- Usman, O., Alola, A. A., & Sarkodie, S. A. (2020). Assessment of the role of renewable energy consumption and trade policy on environmental degradation using innovation accounting: Evidence from the US. *Renewable Energy*. 150. 266–277. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2019.12.151>
- Yang, L., Xiao, X., & Gu, K. (2021). Agricultural waste recycling optimization of family farms based on environmental management accounting in rural China. *Sustainability (Switzerland)*. 13(10). <https://doi.org/10.3390/su13105515>

Yermolenko, V., Gafurova, O., Krasnova, M., & Krasnova, Y. (2020). Legal principles of environmental accounting as means of identifying sustainable development indicators in Ukraine. *European Journal of Sustainable Development*. 9(2). 263–279. <https://doi.org/10.14207/ejsd.2020.v9n2p263>

AUTOCONTENCIÓN Y HUMANIDAD FRONTERIZA

LA PROPUESTA DE RIECHMANN CONTRA EL CONSUMO DESMEDIDO Y UNA HUMANIDAD EN FUGA

SELF-RESTRAINT AND BORDER HUMANITY

Riechmann's proposal against excessive consumption and a humanity in fugue

AUTOCONTENÇÃO E HUMANIDADE FRONTEIRIÇA

A proposta de Riechmann contra o consumo excessivo e uma humanidade em fuga

Pehuén Barzola Elizagaray

(CONICET Mendoza, Argentina)

pehuen.be@gmail.com

Ofelia Agoglia

(Instituto Interdisciplinario de Ciencias Básicas, UNCUIYO/CONICET,

Facultad de Ciencias Agrarias, UNCUIYO, Argentina)

ofeagoglia@gmail.com

Camilo Arcos

(Instituto Interdisciplinario de Ciencias Básicas, UNCUIYO/CONICET, Argentina)

camiloarcos29@gmail.com

Mariela Gelman

(Instituto Interdisciplinario de Ciencias Básicas, UNCUIYO/CONICET, Argentina)

marielagelman@gmail.com

Recibido: 14/11/2022

Aprobado: 01/06/2023

RESUMEN

La saturación ecológica del planeta a la que hemos llegado hace insostenible el actual modo de vida de la humanidad, por lo que es necesario tomar medidas drásticas para reinsertar nuestras prácticas dentro de los límites biofísicos que nos impone. Para ello, es necesario hacer frente a dos tendencias de nuestra sociedad, que en la obra de Jorge Riechmann se desarrollan como: *consumo desmedido* y *humanidad en fuga*. Contra éstas, el autor propone la *autocontención* –una *ética de la suficiencia*– y el desarrollo de una *humanidad fronteriza*. El diálogo entre esta teoría y otros autores de la corriente crítica nos permite desentrañar las características de la sociedad actual que causan estas tendencias autodestructivas, como así también los principios filosóficos que sustentan la propuesta del autor. Consideramos que la *humanidad fronteriza* que propone Riechmann no debe fabricarse desde cero, en cambio, puede encontrarse en los márgenes de la civilización occidental, donde los modos de vida se han desarrollado históricamente dentro de los límites biofísicos que impone su ambiente. Nos referimos a países del sur global, culturas ancestrales y campesinas, que son menospreciadas por el pensamiento dominante de la modernidad tardía, muchas veces bajo

el mote de barbarie, y que, no obstante, cumplen con los principios éticos desarrollados en este trabajo.

Palabras clave: ética. alteridad. crisis ambiental. epicureísmo. barbarie.

ABSTRACT

The ecological saturation of the planet has rendered humanity's current way of life unsustainable, needing drastic measures to reinsert our practices within the biophysical limits it imposes on us. To do so, we must confront two societal trends identified by Jorge Riechmann as *excessive consumption* and *humanity in fugue*. In response, the author proposes self-restraint –an *ethic of sufficiency*– and the development of a *frontier humanity*. The dialogue between this theory and other authors of the critical current allows us to unravel the characteristics of today's society that cause these self-destructive tendencies, as well as the philosophical principles that support the author's proposal. We believe that the *frontier humanity* proposed by Riechmann can be found on the margins of Western civilization, where ways of life have historically developed within the biophysical limits imposed by their environment. We are referring to countries in the global south, ancestral and peasant cultures that are reviled by the dominant thinking of late modernity, often dubbed as barbaric, but which fulfill the ethical principles developed in this work.

Keywords: ethics. alterity. environmental crisis. epicureanism. barbarism.

RESUMO

A saturação ecológica do planeta a que chegamos torna insustentável o atual modo de vida da humanidade, por isso é necessário tomar medidas drásticas para reinserir nossas práticas dentro dos limites biofísicos que ela nos impõe. Para isso, é preciso enfrentar duas tendências em nossa sociedade, que na obra de Jorge Riechmann são desenvolvidas como: *consumo excessivo* e *humanidade em fuga*. Contra estes, o autor propõe a *autocontenção* –uma *ética de suficiência*– e o desenvolvimento de uma *humanidade fronteira*. O diálogo entre essa teoria e outros autores da corrente crítica nos permite desvendar as características da sociedade atual que causam essas tendências autodestrutivas, bem como os princípios filosóficos que sustentam a proposta do autor. Acreditamos que a humanidade fronteira proposta por Riechmann não deve ser fabricada a partir do zero, em vez disso, pode ser encontrada nas margens da civilização ocidental, onde os modos de vida se desenvolveram historicamente dentro dos limites biofísicos impostos por seu ambiente. Referimo-nos a países do sul global, culturas ancestrais e camponesas, que são desprezados pelo pensamento dominante da modernidade tardia, muitas vezes sob o apelido de barbárie, e que, no entanto, cumprem os princípios éticos desenvolvidos neste trabalho.

Palavras-chave: ética. alteridade. crise ambiental. epicureanismo. barbárie.

Introducción

Uno de los problemas inéditos que presenta la actual crisis socioambiental –que se puede concebir como crisis de la civilización occidental (Riechmann, 2004)– con respecto a otros momentos en la historia de la modernidad es que nuestra sociedad ha traspasado los límites biofísicos del planeta. Las consecuencias de todas nuestras acciones, individuales o colectivas, se ven magnificadas por la escala global en que hoy se manifiestan. El cúmulo de estas acciones, cuyo impacto individual se podría considerar nimio, genera hoy consecuencias ecológicas de mayor alcance espacial y temporal que en cualquier fase anterior de la historia humana (Riechmann, 2014: 47).

El modelo de desarrollo predominante, sobre todo desde principios del siglo XX, ha crecido hasta *llenar el mundo* (saturarlo biofísicamente). Ya no hay un “afuera”, han desaparecido las externalidades, por lo que se requiere un nuevo modelo de producción y consumo en el que el aumento del bienestar humano venga de la mano del decrecimiento material. Por su parte, la ética asociada al modelo de convivencia y aspiraciones sociales para una *vida buena* también debe recibir un tratamiento distinto ante las condiciones y límites que impone esta época.

En un artículo de 2005, el pensador ecosocialista madrileño Jorge Riechmann se enfrenta a este problema de haber *llenado el mundo* y propone la biomímesis para superar la crisis ambiental y el colapso de nuestro sistema con los límites del planeta. Esta categoría comprende el rediseño de la tecnosfera actual, desfasada de la biosfera, para reinsertarla dentro de sus límites biofísicos. Hacia el final del artículo introduce la autolimitación (o autocontención) como “clave inexcusable del desarrollo sostenible” (2005: 117) y como fundamento ético de cualquier propuesta viable de una nueva sociedad. El autor abordará esta última categoría en múltiples obras a lo largo de los años subsiguientes.

Las formulaciones éticas tradicionales se tornan insuficientes cuando nuestras acciones se consideran, no sólo en relación a un prójimo (próximo) que se manifiesta cercano, concreto, visible o congénere, sino a diversos Otros que muchas veces son invisibles —o invisibilizados—, lejanos en el espacio, abstractos, pertenecientes a generaciones futuras o a otras especies. Por tanto, se vuelve necesaria la que Riechmann llama *moral de larga distancia* o *de largo alcance*: espacial, social, temporal y específico (2016, cap. 6). El cambio hacia una comunidad moral ampliada amerita necesariamente cambios en los valores sociales.

En este trabajo abordamos esta cuestión a través de la categoría de autocontención que desarrolla el autor. Para ello, partimos de dos rupturas necesarias contra los valores dominantes en la sociedad actual: el consumo desmedido y la humanidad en fuga de su propia mortalidad.

Establecemos un diálogo entre Riechmann y otros pensadores de la corriente crítica que nos permite desentrañar las claves filosóficas de su propuesta ética y esclarecer los principios que rigen el cambio profundo que necesitamos en la subjetividad colectiva actual. Finalmente, presentamos la idea de que la humanidad fronteriza que propone el autor no debe buscarse mediante un diseño conceptual construido desde la centralidad de la sociedad tardomoderna, sino que puede encontrarse en sus márgenes, concebidos históricamente en occidente como sociedades o movimientos encarnados en la barbarie.

Límites internos y externos al sistema

Jürgen Habermas explicaba en 1973 que, desde mediados del siglo XX, el sistema mundial del capitalismo tardío había desplazado sus límites hasta tropezar con barreras de capacidad, tanto respecto de la naturaleza exterior del planeta como de la interior de la sociedad/humanidad. Sin embargo, “mientras que la perturbación del equilibrio ecológico indica el grado de explotación de los recursos naturales, para los límites de saturación de los sistemas de personalidad no existe una señal unívoca” (Habermas, 1999: 83). La integración de la naturaleza interior no tropieza con límites absolutos como sí lo hace la apropiación de la naturaleza exterior, por lo que el estudio de la misma se vuelve más intrincado.

Con relación a este choque con los límites exteriores, Riechmann plantea que es necesaria una reconversión cualitativa del sistema, que vaya de la producción de valores de cambio a valores de uso, en el mismo sentido que Marx, Habermas, Sacristán y tantos otros lo habían hecho. Aborda esto a través de categorías como biomímesis, ecosocialismo descalzo y gestión generalizada de la demanda.

Un sistema productivo sustentable no se puede basar en una mera sustitución de materiales tradicionales por otros hechos con tecnologías verdes, o de energías fósiles por energías renovables, si no se modifican los patrones de consumo de recursos.

[Las energías renovables] podrán proporcionar lo suficiente para cubrir las necesidades básicas de la enorme población humana actual, usando mucha menos energía primaria que hoy en día y reorganizando radicalmente nuestros sistemas socioeconómicos; pero no pueden garantizar el sobreconsumo energético al que los combustibles fósiles nos malacostumbraron. (Riechmann, 2018: 88)

En este sentido, una alternativa posible es una “contracción económica de emergencia” (ídem: 89), que se consigue generalizando los criterios económico-sociales de gestión de la demanda a “todos los demás ámbitos donde surgen problemas de recursos, contaminación o escala excesiva de la actividad humana” (Riechmann, 2014: 79), apuntando a una humanidad más austera pero más igualitaria, con lo cual el decrecimiento no puede ser uniforme sino sectorizado.

Pero el problema es que la estrategia actual de innovación para incremento de la oferta, como motivadora del consumo, está basada en una concepción ontológica según la cual el único modo de ser felices es consumiendo: *no soy sino lo que tengo*. La sobresaturación de los sentidos que genera una oferta virtualmente infinita y un ritmo cada vez más vertiginoso de circulación de mercancías constituye, también, una especie de salvapantallas contra nuestra mortalidad.

Por ello, hacia los límites internos, se hace necesario subvertir esa ontología en una del cuidado y el enriquecimiento espiritual –antes que el material–, de la mano de una redistribución del goce que reduzca las desigualdades sociales.

No hay forma de reducir drásticamente nuestro impacto sobre la biosfera, al mismo tiempo que aseguramos las condiciones favorables a una vida buena para cada ser humano, sin actuar profundamente sobre nuestra socialidad básica, desarrollándola y enriqueciéndola. Por eso el desarrollo sostenible, si nos lo tomamos de verdad en serio, implica antes que nada la exigencia de reinventar lo colectivo. (Riechmann, 2005: 117)

Si bien principios como el de ecoeficiencia o precaución pueden ayudar en el aspecto técnico, la clave ineludible del desarrollo sostenible pasa por la reconstrucción de los valores. En el siglo XXI –el Siglo de la Gran Prueba, como lo denomina Riechmann (2017)– existe ya en el mundo una cantidad tal de bienes materiales e inmateriales que supera las necesidades totales de la población. Es decir, la demanda total está excedida por los bienes y servicios que debieran satisfacerla. No obstante, existe una gran brecha entre quienes viven en la opulencia, sin carestía y quienes no tienen acceso a satisfactores básicos. Según el reporte global de desigualdad, los ingresos promedio del 10% más rico del planeta son casi 40 veces mayores que los del 50% más pobre (Chancel *et al.*, 2022).

La espantosa tragedia de nuestra época es que hoy existen mejores condiciones que nunca para que todos y todas (...) puedan vivir una vida buena y, sin embargo, la mayoría se ve excluida de ella, y los niveles de desigualdad social –aberrantes e históricamente inauditos– siguen creciendo cada vez más. (Riechmann, 2014: 297-298)

El hecho de contar con bienes y servicios suficientes, y con los medios y las tecnologías necesarias para hacerlos llegar a todas las personas, y que, así y todo, se extiendan por el mundo el hambre y la miseria, constituye para Riechmann el principal rasgo de la inmoralidad de nuestro tiempo. Frente a este escenario, el cambio de paradigma es un imperativo urgente e irrecusable.

Una parte de esta *incomodidad moral* se manifiesta en la subjetividad actual con la conciencia creciente sobre la crisis ambiental. El sujeto que nace en el seno de dicha crisis se siente permanentemente responsable de ella, sin ser culpable individual, aunque sí lo seamos colectivamente. Pero la exacerbación de la individualidad en la modernidad tardía lleva a que se busquen modificaciones en la conducta cotidiana como alicientes de dicho sentimiento de la culpabilidad. Y se traslada la responsabilidad de las corporaciones o Estados a los individuos, omitiendo las soluciones colectivas de reestructuración social y política.

Desde la corriente de pensamiento ambiental crítico, en la que contamos a la obra de Riechmann (Agoglia, 2011), la sustentabilidad no puede consistir en la exportación de insustentabilidad. No basta con que una sociedad sea ecológicamente sostenible, debe ser también humanamente habitable y socialmente justa. En ese contexto, la pregunta *¿cuánto es suficiente?* resulta capital para construir una

nueva moralidad en la que el decrecimiento se establezca como requisito *sine qua non*. Abordaremos su propuesta para la adecuación del sujeto contemporáneo a los límites internos que el actual sistema ha forzado a partir de las siguientes rupturas:

1. *Contra el consumo desmedido*
2. *Contra la ilusión de invulnerabilidad*

Ambas están íntimamente ligadas y, para superarlas, Riechmann propone algunos principios rectores que resume en su rescate del epicureísmo, a la vez que busca sacar nuevamente a la luz lo mortal y vulnerable de nuestra existencia. Recupera la comunidad e interdependencia como contraposición al individualismo y la competitividad.

Primera ruptura: contra el consumo desmedido

Siguiendo el camino abierto por Nicholas Georgescu-Roegen en los '70, Riechmann entiende que es fundamental analizar los sistemas socioeconómicos teniendo en cuenta su metabolismo. Una economía puede ser cada vez más ecoeficiente y a la vez más insostenible (Riechmann, 2014, cap. 4). Por ello, es necesario medir sus intercambios absolutos de materia y energía más que su eficiencia relativa de uso, a fin de evaluar si es sustentable o no en términos de entropía.

Para Riechmann, en las transiciones socioecológicas que la humanidad enfrentó en el pasado –de la caza-recolección a la agricultura, de ésta a la industrialización, y a la economía financiera y de plataformas– la sustentabilidad del nuevo sistema ha implicado siempre un aumento significativo y descoordinado en la explotación de recursos naturales (energía y materiales), es decir, de los metabolismos socioeconómicos. Lo complejo de la transición actual es que necesitamos exactamente lo contrario: una reducción drástica, urgente y planificada (Carpintero y Riechmann, 2013).

En el metabolismo de los seres vivos, se logra mantener el equilibrio interno produciendo y expulsando entropía al entorno. Mientras más acelerado sea este metabolismo, mayor entropía se acumula en el ambiente y más difícil es para el individuo mantenerse funcional, hasta que finalmente alcanza el equilibrio termodinámico con su entorno y muere. En términos de nuestra sociedad global, podemos entender que “nuestro modo de vivir, de consumir, de comportarnos, decide la velocidad del proceso entrópico, la rapidez con que se disipa la energía útil y, en último análisis, el periodo de supervivencia de la especie humana” (Riechmann, 2004: 214). Una vez que la energía útil en que se basa nuestro actual sistema socioeconómico se disipe, éste implosionará irreversiblemente.

Un ejemplo representativo lo constituye el consumo de combustibles fósiles del que depende nuestro sistema económico, productivo y social. Su formación ha llevado miles de millones de años de transformación biológica de elementos inorgánicos, incorporándolos a su estructura; degradación de la materia orgánica, y reducción química de los restos bajo condiciones de elevada presión y temperatura. Y apenas en dos siglos de industrialización, hemos consumido la mayor parte de las reservas accesibles. La mitad del consumo total de combustibles durante toda la historia de la humanidad ocurrió sólo desde 1990 hasta el presente (Riechmann, 2019, cap. 1) y durante el siglo XX consumimos 10 veces más energía que durante todo el milenio anterior. La irreversibilidad del proceso entrópico se entiende aún más cuando consideramos que la cantidad de combustibles fósiles que consumimos globalmente en un solo día equivale a 7.000 años de acumulación fotosintética (King y Slesser, 2006 en Riechmann, ídem).

En esta aceleración consiste el desarrollo moderno, cuyos valores se radicalizan en la modernidad “líquida” (Bauman, 2004) o “tardía” (Wallerstein, 1991). Y esta vorágine que ha ido modificando nuestro tecnosistema ha afectado también la conformación de nuestra subjetividad.

Para abordar esto desde la perspectiva de la construcción de dicha subjetividad, conviene recordar la concepción aristotélica de los momentos de la vida humana, cuando distingue entre aquellos regidos por la *necesidad*, que nos conmina al trabajo (*ασχολια*: *a-skholia*), y los regidos por el *ocio* (*σχολη*: *skhole*),

durante los cuales se persigue lo bello y noble, que forman parte de la esencia humana y nos conducen a –o consisten en– la felicidad o *vida buena* (εὐδαιμονία: *eudaimonia*).

La actualidad, regida por una perpetua necesidad de trabajo impide el placer de la *vida buena* al rechazar el ocio como fin o condición deseable. Los tiempos de la modernidad presentan características propias que llevan a su aceleración hasta la instantaneidad y a su linealización, en contraposición a los tiempos cíclicos de los procesos naturales y las sociedades agrícolas. Tras desarrollar esto y sus consecuencias sobre la subjetividad actual de consumo desmedido, abordamos la propuesta ética de Riechmann sobre la desaceleración y la suficiencia como caminos necesarios.

El tiempo instantáneo

Zygmunt Bauman define a la modernidad, entre otras cosas, como la historia del tiempo. La historia de cómo el tiempo se fue acelerando para dominar el espacio –desde la invención de la máquina de vapor hasta el internet– en la búsqueda frenética por incrementar la velocidad de producción y reproducción del capital. E indica que, en la actualidad tardomoderna (líquida), esa búsqueda alcanza su radicalización absoluta: la *instantaneidad*. Esta aceleración del capitalismo global se relaciona directamente con la productividad y su repercusión en la subjetividad sigue un derrotero parecido. Pasamos de la satisfacción de necesidades a partir de bienes o servicios, a la construcción del deseo para incrementar el consumo. Pero si bien la gratificación de los deseos contruidos es efímera, sus huellas son durables y, mientras duran, no se buscan nuevas gratificaciones. Desde el punto de vista del consumo, esa durabilidad hipoteca “las posibilidades de las gratificaciones de mañana” (Bauman, 2004: 137). Es por ello que consecutivamente el deseo fue reemplazado por su radicalización: el *anhelo*, que se liberándose del “principio del placer” y eleva la demanda del consumidor al nivel de las nuevas ofertas (ídem, cap. 2). En el anhelo la gratificación no dura, puesto que el consumo es casual, espontáneo y vacío. En este sentido, el capitalismo se vuelve un “enemigo declarado de la felicidad” por una necesidad intrínseca de evitar la saturación de la demanda que pondría en riesgo la acumulación de capital (Riechmann, 2014: 308). Ésta necesita una organización de la insatisfacción, que se vuelve su producción más importante.

El filósofo surcoreano/germano Byung-Chul Han retoma los planteos de Bauman y analiza la *sociedad del rendimiento* del siglo XXI. Siguiendo a Weber¹, considera que los orígenes de la ética dominante del *consumo* se encuentran en la doctrina protestante del siglo XVI, que postula la salvación a través del trabajo y la acumulación de bienes; luego secularizada y exportada al resto del mundo con el imperialismo británico. Esta herencia lleva a priorizar la acción sobre el descanso, tendencia que va creciendo a medida que avanza la modernidad (Han, 2015, cap. 12). En contraste a lo pensado por Aristóteles, el tiempo del trabajo, gobernado por la necesidad, se transforma en lo “esperable” desde el deber-ser, ya no (en el presente) porque salva nuestra alma, sino porque permite la realización del ser a través del tener. Y el tiempo del ocio, en el que para el griego se manifestaban las características esenciales de lo humano, es concebido como una “pérdida de tiempo”, una dilación de la acción tendiente a obtener medios para la satisfacción de anhelos.

Han retoma la concepción de instantaneidad de Bauman, en tanto que *inmediatez*, y le incorpora otro sentido que pone el foco en la *falta de duración*. El tiempo instantáneo en que vivimos, lo es en tanto que se encuentra disuelto en instantes o puntos inconexos entre medio de los cuales hay vacío. Un *tiempo de puntos* genera la necesidad compulsiva de suprimir o acortar los intervalos vacíos (Han, 2015), pero simultáneamente impide alcanzar una continuidad, conseguir una *duración* de los momentos llenos. Porque se ha desestimado la posibilidad de una vida contemplativa, del ocio como algo deseable, de los “tiempos lentos del ser” que añoraba Pier Paolo Pasolini: “las costumbres repetidas hasta el infinito, las relaciones duraderas y absolutas, las despedidas desgarradoras, los pasmosos regresos a un mundo que no ha cambiado” (1981: 149). Esta duración propia de los tiempos *lentos del ser* o tiempos *con aroma*

¹ Max Weber, La ética protestante y el espíritu de capitalismo, 1905.

de Han (2015) es enemiga de la instantaneidad y ha dejado de ser un valor para convertirse en un defecto (Bauman, 2004: 137).

A diferencia de lo que ocurría con el deseo, la satisfacción del anhelo no resulta un acto placentero o feliz, sino *compulsivo* que genera primero ansiedad y luego culpa. Se produce una aceleración “cada vez más histérica de la sucesión de acontecimientos o fragmentos, que se extiende a todos los ámbitos de la vida” (Han, 2015: 37). La acción *necesaria* se vuelve una entidad cada vez más extensa y va cubriendo los vacíos intermedios. Y el *ocio*, que para Aristóteles era central, queda relegado a mero intervalo entre acciones.

Tiempo lineal

Además de rápidos e inconexos, los tiempos de la modernidad industrial son eminentemente lineales. Los “*procesos lineales* que rigen en la tecnosfera industrial chocan violentamente contra los *procesos cíclicos* que prevalecen en la biosfera” (Riechmann, 2014: 72). Al sustituir la luz natural por artificial, los procesos naturales por mecánicos, la energía proveniente de cursos de agua, el viento o el sol, por energía eléctrica o fósil, etc.; nos hemos alejado cada vez más de las esperas necesarias y los tiempos cíclicos que caracterizaban, por ejemplo, a las sociedades agrícolas. A su vez, la lógica lineal de la modernidad industrial se traslada a la organización de procesos socioeconómicos de tipo insumo-producto-residuo, producción-comercialización-consumo, sujeto-objeto-conocimiento, tesis-antítesis-síntesis, en las que se funda la subjetividad occidental del progreso/desarrollo.

La racionalidad subyacente a los tiempos lineales supone la existencia de sumideros, la producción de residuos es una característica intrínseca de los procesos industriales modernos, que los *externaliza* y deposita en un arbitrario “afuera” del sistema. Es decir, descansa en el supuesto previo a la manifestación de la crisis ambiental, de vivir un “mundo vacío” con recursos inagotables y territorios vírgenes. Presupuesto fundamental de la lógica liberal del progreso indefinido, la cual ya no tiene asidero en el mundo actual, en que los límites y la finitud de la naturaleza se imponen: ya no hay afuera, en cada paso que doy siempre me encuentro con el Otro y lo afecto (Riechmann, 2004: 9).

Ética de la suficiencia

Este modo en que se conforma la subjetividad actual justifica la propuesta de Riechmann sobre la limitación de los deseos (anhelos) como clave de su ética. Para romper con la voracidad de los tiempos actuales es necesaria una reelaboración de los mismos, a partir de una *ética de la suficiencia* que rescata de los principios de vida buena epicúreos.

Para el filósofo de Samos, “todo gozo es cosa buena, por ser de una naturaleza afín a la nuestra, pero, sin embargo, no cualquiera es aceptable” (2012: 90). Entre los deseos, sigue diciendo Epicuro, hay algunos que son *necesarios* –para la felicidad, para la vida y para el bienestar del cuerpo–, otros son *naturales* y otros *vanos*: “los gustos sencillos producen igual satisfacción que un tren de vida suntuoso, siempre y cuando sea eliminado absolutamente todo lo que hace sufrir por falta de aquello” (ídem). En este sentido, a fin de aspirar a una vida buena, una vez garantizada la satisfacción de necesidades fundamentales debieran cultivarse las relaciones sociales y el crecimiento espiritual antes que el material, ya que son fuente de infelicidad tanto el temor –a la muerte, por ejemplo– como el deseo ilimitado y vano.

Para ello, Riechmann (2014) propone “reducir selectivamente la complejidad técnica y aumentar la complejidad social” (p. 318), reivindicando las tres enseñanzas o reglas fundamentales para la buena vida: *frugalidad no represiva, cultivo de la amistad y aventura interior*. Satisfacción de necesidades básicas, relaciones sociales, interdependencia, contemplación, conocimiento y arte. La buena vida, el buen vínculo, se oponen “a la autofrustrante acumulación bulímica de experiencias de consumo que no permiten un verdadero disfrute” (Riechmann, 2014: 323). Consignas de este pensamiento podrían ser

“menos trasiego de materiales y energía, y más comunicación humana. Menos automóviles y más erotismo. Menos turismo y más música en vivo. Menos segundas residencias y más poesía” (ídem).

En resumen, podemos decir que el avance de la modernidad ha ido acelerando los tiempos de producción y consumo a fin de satisfacer el crecimiento económico capitalista, para lo cual ha requerido de una subjetividad que no consuma para satisfacer sus necesidades, sino por una compulsión a hacerlo. Ya que las necesidades básicas son finitas, pero el anhelo no conoce límites y se impone como una necesidad que motoriza las acciones relacionadas al trabajo y la producción de valor. Pero esto trae aparejado un incremento exponencial del metabolismo social y la entropía de nuestro sistema que nos precipita al colapso termodinámico. A fin de revertir este camino es necesario el desarrollo de objetivos de desarrollo frugales materialmente, y asociados al ocio: vida en comunidad, espiritualidad, intelectualidad, arte, erotismo. Sin embargo, veremos que esta evolución de nuestra subjetividad moderna responde además a un movimiento de huida, a un miedo fundamental acerca de nuestra propia mortalidad. Un miedo por el que nos disociamos de nuestra realidad trágica, pero que se vuelve a poner en evidencia ineluctablemente con la emergencia de la crisis ambiental.

Segunda ruptura: contra la ilusión de invulnerabilidad

La modernidad industrial encuentra su herramienta más poderosa en la construcción de tecnologías que facilitan el desarrollo, en principio, y que terminan por motivarlo y justificarlo. Se impone hasta tal punto que desde mediados del siglo XX se alcanza un imperativo tecnológico que da forma a lo que conocemos como tecnociencia (Agoglia, 2011, cap. 2). Por ello, frente a la crisis ambiental, sectores mayoritarios confían ciegamente en que algún invento nuevo traerá las soluciones necesarias y, por ende, ello no haría necesario modificar radicalmente nuestros modos de vida. Esta esperanza utópica en la tecnología es llamada por Riechmann (2004) *tecnioentusiasmo*.

Bajo esta concepción, se argumenta que todas las crisis de la modernidad han sido superadas gracias a desarrollos tecnocientíficos inesperados que surgieron en el momento indicado (por ejemplo, la energía nuclear, la revolución verde, los OGM o las energías renovables). No obstante, dicha esperanza utópica oculta el hecho de que estos desarrollos vienen de la mano del incremento en la intensidad de los impactos sobre los recursos naturales. El tecnioentusiasmo socava las bases sobre las que se sustenta la vida a la que debe salvar, y desde diversas corrientes del pensamiento crítico se ha denunciado esta contradicción desde hace más de medio siglo.

El ser humano cegado por el espejismo de la tecnología, ha olvidado las verdades que están en la base de su existencia. Y así, mientras llega a la luna gracias a la cibernética, la nueva metalurgia, combustibles poderosos, la electrónica y una serie de conocimientos teóricos fabulosos, mata el oxígeno que respira, el agua que bebe, y el suelo que le da de comer y eleva la temperatura permanente del medio ambiente sin medir sus consecuencias biológicas. (Perón, 21 de febrero de 1972)

Como mencionamos, las transiciones entre regímenes socioecológicos pasadas se saldaron a costa la intensificación del consumo de recursos naturales y de generación de residuos per cápita. Pero ante la crisis actual, el salto o transición *hacia la sostenibilidad* implica una disminución radical de dichos regímenes socio-metabólicos (Carpintero y Riechmann, 2013).

El Siglo de la Gran Prueba nos sitúa en una encrucijada: a medida que se profundiza la crisis y dilatamos las acciones necesarias, disponemos de menos posibilidades y recursos para enfrentarla exitosamente. La dificultad para involucrarnos de lleno en ellas encomendándonos al desarrollo tecnocientífico que, figuramos ilusamente, nos hace invulnerables está relacionada con una humanidad que huye de sus condicionamientos y límites naturales, de su mortalidad, de su dependencia, de su materialidad, etc.

Una humanidad en fuga

La negación a aceptar la inminencia del colapso ambiental se manifiesta como un modo de existencia inauténtica colectiva (en un sentido heideggeriano). Riechmann describe la *huida hacia adelante*, como un desentendernos del presente angustioso, apostando a una solución que llegará en el futuro (Riechmann 2004, cap. 1) de la mano de la tecnología. La vecindad de la muerte engendra en la sociedad un terror potencialmente debilitante, que es gestionado a través del desarrollo y el mantenimiento de cosmovisiones culturales que la minimizan, al conferirle valor y significado a la posteridad (Riechmann, 2017, cap. 4). Pero la inercia de maquillar nuestra vulnerabilidad ha generado una *hybris* transhumanista que hoy nos precipita, adormecidos, hacia esa muerte negada. Riechmann sostiene que la prueba definitiva de la calidad de nuestra cosmología será la clase de vida que produzca y, por ende, debemos buscar sus fundamentos entre aquellas que muestren resultados vivificantes y diversificantes.

Las formas de negación o huida hacia adelante en este Siglo de la Gran Prueba se manifiestan principalmente desde los siguientes campos (Riechmann, 2004: 42-43):

- *Conquista del cosmos y dominio del tiempo*: especulaciones de astrofísica, astronáutica y física relativista.
- *Ingeniería genética*: búsqueda de creación de razas post-humanas, diseñadas “racionalmente”.
- *Cibernética, informática y robótica*: siliconización de la vida, que busca convertirnos en hombres-máquina, digitalizando la socialidad, traspasando la información contenida en nuestro cerebro a un ordenador y confiriéndole las funciones de la inteligencia humana a computadoras.
- *Biología y farmacología*: retraso de la muerte física, con el consecuente envejecimiento paulatino de la población.

Básicamente, el impulso es abandonar la condición humana ya sea hacia lo extraterrestre o lo transhumano. El principio protestante de *salvación espiritual* a través del trabajo, que dominó los comienzos la modernidad, muta hacia el de *salvación material* a través de la tecnociencia. Se huye del verdadero problema y la gran responsabilidad de nuestra época, eludiendo la decisión de qué tipo de sistema histórico construir para sobrevivir a la crisis socioambiental.

La comunidad científica se hace eco de la mentalidad de esta época y se aboca a estos campos de huida. Riechmann califica esta disposición *antropófuga* de la ciencia como una “masturbación mental de nuestros pensadores y científicos” (Riechmann, 2004: 46). Hay enormes presupuestos destinados a encontrar vida en otros planetas, dentro de nuestro sistema solar e incluso fuera de él, porque consciente o inconscientemente se figura más factible trasladar la humanidad a Marte que volver a hacer habitable la Tierra retrotrayendo el nivel de consumo y degradación ambiental.

Sin embargo, estas ilusiones *tecnoentusiastas* que quienes se dedican a la literatura de ciencia ficción pueden permitirse, no deberían ocupar las mentes ni los recursos del sector científico. En todo caso, la imaginación debería estar puesta en crear nuevas técnicas para hacer la vida buena y deseable en la Tierra.

Otro aspecto, que se investiga ya desde mediados del siglo XX, son las formas de modificar genéticamente distintos aspectos del metabolismo, la anatomía y la fisiología humana. Por ejemplo, darnos la capacidad de digerir celulosa o quitinas, ver en la oscuridad, ecolocalizar, vivir bajo el agua o convertirnos en máquinas de guerra más potentes (Riechmann, 2004: 43-44). También se incursiona en la fusión de nuestra forma de vida basada en el carbono con las basadas en el silicio: las humanidades *cyborg*. Pero no en los términos sociológicos que refiere Donna Haraway (1991), sino literalmente “perfeccionando” un cuerpo humano percibido como deficiente y percedero.

Por último, el traslado de las relaciones sociales hacia la red digital opera generando la ilusión de que es posible prescindir de la presencialidad y del contacto físico, carnal, así como de la materialidad (como si los sistemas digitales no poseyeran una base material concreta). En el curso del giro digital característico de nuestro siglo, abandonamos definitivamente el orden de lo terreno, que consta de muros,

límites y fortalezas, por un nuevo orden digital que es flexible, ingrátido y fluido: no susceptible de impresiones ni marcas duraderas (Han, 2014a, cap. 10). Todo lo deficiente del mundo analógico puede ser “perfeccionado” en el digital que, al extinguir tanto el devenir como el envejecimiento, se halla en conexión con otra forma de vida en la que no existe la *facticidad* de los cuerpos, la decadencia del tiempo ni la muerte.

Todos estos aspectos descritos comparten la característica de anular las metáforas de la modernidad, eliminando la distancia poética de quienes describieron sus contradicciones en el pasado, para hacerlas prosaicas, literales. Cuando Carlyle afirmaba que “los hombres se han vuelto mecánicos en su cabeza y en su corazón tanto como en sus manos” (1829: 4), hacía referencia a que ya no se perseguía la perfección interna, espiritual, sino por combinaciones, disposiciones y mecanismos externos. Pero hoy eso se busca realizar literalmente: suplementos mecánicos, cibernéticos o genéticos que reemplazan nuestra biología “imperfecta”. Cuando Heidegger explicaba en 1954 que en la estructura de emplazamiento donde se desarrolla la técnica las personas perdíamos nuestra esencia para pasar a ser meros instrumentos de la producción (Heidegger, 1994, cap. 1), significaba que nuestra existencia auténtica se anula en el proceso productivo que nos aliena. Pero hoy somos pensados por una parte de la industria como herramientas perfectibles tecnológicamente para mejor servir a la producción.

Como complemento a estas huidas *hacia adelante*, Riechmann se detiene en otra conducta *antropófuga* que va en sentido contrario. La *huida hacia las bestias* (animal pre-humano) se extiende desde ciertos integristas ecologistas hasta el ala “primitivista” del anarquismo (Riechmann, 2004, cap. 1). Estas corrientes preconizan un retorno a los estadios previos de hominización, según la creencia de que la cultura no es sino una alienación de lo natural y que el lenguaje mismo es una corrupción de nuestro estado de naturaleza auténtico. Pero esa nostalgia de la vida animal ¿adónde conduce?

Situar la Edad de Oro en un pasado inalcanzable por definición me parece reaccionario. Se trata de un ejemplo más –me temo– de la loca idealización de lo que nos queda lejos, lo más lejos posible, de manera que nuestro pensamiento desiderativo no tiene por qué arriesgarse en el contraste con la realidad –que suele ser doloroso.

(...) Si alguien propone de verdad una regresión semejante, lo primero que tendría que hacer es aventurar una respuesta a la pregunta: ¿qué hacemos con los aproximadamente 5.900 millones de seres humanos que sobran –teniendo en cuenta la capacidad de carga de los ecosistemas– en el mundo feliz pre-neolítico al que queremos llegar? (Riechmann, 2004: 40-41)

En todos los casos, la humanidad en fuga opta por el adormilamiento de los sentidos, que prefieren obnubilarse con soluciones irreales o de corto plazo para evitar hacerse cargo de una realidad dolorosa. Asumir la propia mortalidad, o nuestra inminente extinción colectiva, es el primer paso para comenzar los cambios que necesitamos en la construcción de subjetividad. Ni ángeles, ni máquinas, ni bestias: debemos encontrar la forma de rehumanizar nuestros objetivos colectivos. Reconocer nuestra condición nos permitirá encontrar, en las fronteras de la sociedad, una nueva humanidad a la que aspirar colectivamente.

El camino de desocultamiento

El riesgo que supone la crisis ecológica se debe a dos características de la modernidad tardía: la *velocidad* y la *globalización*. Un sistema se vuelve insostenible si “a) se acelera demasiado y no tiene tiempo de seleccionar las adaptaciones más viables y b) se globaliza demasiado, es decir, se vuelve incapaz de fracasar en algunas de sus partes sobreviviendo en otras, y se lo juega todo a una sola carta” (Riechmann, 2004: 216).

Pero estos aspectos tienen una consecuencia aún más profunda en términos de la construcción de subjetividad. Cuando la técnica se vuelve centro de la vida, las personas quedan subsumidas a una mera existencia encadenada a su estructura de emplazamiento (Heidegger, 2003, cap. 56). Este abandono nos deja sin fundamento esencial y ante un perpetuo comenzar desarraigado que se ve acrecentado a través

del progreso. Ante esto, la dificultad del camino de redescubrimiento, de rehumanización de la vida, no radica sólo en desandar el abandono, sino en que éste se encuentra oculto, encubierto. Para Heidegger, ese ocultamiento está dado por tres características predominantes de la sociedad moderna (ídem, cap. 58): a) el *cálculo*, el imperio del dato, no como mera reflexión sino como ley fundamental de comportamiento, que reemplaza al pensar, en sentido profundo, y al sentir—éstos dos, aspectos humanos, mientras que aquél es propio de las computadoras: no admite paradojas, ni da lugar al deseo o a la creatividad; b) la *rapidez*, el no resistir la tranquilidad del oculto crecer y de la espera, el reemplazo del *camino* por el *hipervínculo* y de la duración por los tiempos puntuales, y c) el *surgir de lo masivo*, que traído al siglo XXI se puede entender en el marco de la globalización digital: pasar de lo nacional a lo global, de la política a la administración basada en estadísticas y *big data*.

Estas tres características que identificaba Heidegger a comienzos del siglo XX, se encuentran radicalizadas en la sociedad globalizada del siglo XXI. Por ello, el paso de una humanidad en fuga a una nueva humanidad es arduo. Implica iluminar, primero, para luego poder desandar el camino hacia una reconstrucción de la subjetividad y los valores que definan un nuevo sujeto histórico.

El ontologismo moderno que define al sujeto actual se funda, entre otras cosas, en la idea de libertad individual, absoluta e incuestionada, del Yo. A través del avance hacia la modernidad tardía, esta libertad se restringe hasta manifestarse estrictamente como libertad de consumo (Bauman, 2004). La cual ya no es viable a largo plazo, pues se ve limitada (coartada) externamente por la finitud biofísica del planeta.

El objetivo de una nueva humanidad, a la que Riechmann denomina *humanidad fronteriza*, debería ser, entonces, la recuperación del ocio como límite externo al trabajo (no como mero descanso entre las horas productivas, sino como objetivo en sí mismo). Un volver a regocijarse en los lentos tiempos del ser de Pasolini, pero también, fundamentalmente, en el ser-con-el-otro.

Para Riechmann “reducir el impacto ambiental asociado con el consumo, a la vez que se mantiene e incluso aumenta la calidad de vida, exige reinventar lo colectivo: reconstruir aspectos básicos de la socialidad humana” (2014: 278). En el redescubrir de lo colectivo como esencia de la humanidad, la individualidad se ve limitada por la interdependencia y la búsqueda del bien común. Así, la libertad individual —y con ella la libertad de consumo— no es absoluta e incuestionada como el Ser esencial de occidente, sino que responde a una previa responsabilidad por el Otro (en sentido levinasiano), siendo éste, hombre, mujer o disidencia; humano o no humano; contemporáneo o porvenir.

La humanidad fronteriza

En la humanidad fronteriza la libertad del sujeto queda circunscrita, limitada: el sujeto cartesiano da paso a un sujeto autolimitado que busca su realización dentro de los márgenes que la realidad compleja y trágica le permite. Deja la expansión material en pos del desarrollo espiritual y comunitario.

Lejos de desear convertirse en un “espíritu puro”, ángel o máquina, el ser humano fronterizo reafirma su ahí, se sabe cuerpo y se sabe animal, se sabe consciencia e inconsciente, se sabe anclado en el tiempo y el espacio, se sabe finito. Corporalidad, vulnerabilidad, dependencia, contingencia y mortalidad son rasgos de la específica finitud de lo humano. (Riechmann, 2004: 69)

Identificamos cuatro factores fundamentales que limitan ética y ontológicamente al sujeto fronterizo: a) la aceptación de su mortalidad, b) el Otro y el bien común, c) la finitud del ambiente, y d) la entropía y el principio de precaución. Para concluir con el presente trabajo, desarrollaremos los primeros dos puntos, asociados específicamente a la subjetividad de la humanidad fronteriza y su posibilidad de convivencia sin dominación.

Asumir la propia mortalidad

La posibilidad de muerte impone límites al accionar humano y acota la libertad (Han, 2012, cap. 4). Reconocer esa finitud de nuestra existencia nos permite luego reconocer la finitud del mundo y respetar los límites que éste impone a nuestras acciones.

Al distraerse de la muerte y vivir inmersa en una negación de consumismo desaforado, el sujeto no vive en la plenitud de sus posibilidades, como parece creer, sino que vive excediéndolas al punto que precipita su acontecer y el de los demás. Negar la muerte es negar también la necesidad de estar-con-los-otros (Heidegger, 1997, cap. 2.1), en cambio, asumirla como condición insuperable permite comprender también el co-estar y el poder-ser de los demás.

La huida de la muerte es, en cierta forma, la huida del dolor. En la sociedad actual, la espera por los grandes placeres –que resulta angustiosa–, el sufrimiento y la pasión dejan paso a meros sentimientos agradables y a excitaciones sin consecuencias y sin espera, regidos por el cálculo y la inmediatez carente de aroma (Han, 2015, cap. 5). Se positivizan las experiencias vitales y las relaciones con el mundo, y hasta el amor es domesticado como mera fórmula de consumo sin responsabilidades duraderas. En este contexto, incluso la sexualidad está dictada por el rendimiento, y el riesgoso deseo del Otro es suplantado por la cómoda inmanencia de lo igual (Han, 2014b, cap. 3). Esto vuelve a la humanidad invulnerable a las sensaciones profundas y carnales, y semejante al esclavo hegeliano: resigna la vida buena en pos de una supervivencia sin dolores, sin riesgos.

Desde esta concepción, la trágica condición de mortalidad es la que permite el amor. La condición del mundo –de la hermosura del mundo– es precisamente el carácter perentorio de las cosas, y el amor y el disfrute son posibles en tanto que somos mortales y sufrimos esa mortalidad. Quien se insensibiliza o adormece frente al dolor, pierde también la capacidad de sentir el amor y percibir la imperfecta belleza del mundo.

En algunos ejemplos de la filosofía y la literatura se pueden encontrar ilustraciones de este pensamiento. En 1912 Miguel de Unamuno recomendaba: “no hay que darse opio, sino ponerse vinagre y sal en la herida del alma, porque cuando te duermas y no sientas ya el dolor, es que no eres” (2003: 244). Arthur Schopenhauer sentenciaba lacónico en 1850 que “la manera más segura de no llegar a ser muy infeliz es no querer ser muy feliz” (2012: 10). En 1831, Honoré de Balzac describía a un hombre “sin placeres por no tener ya ilusiones, y sin dolor por no tener ya placeres”:

Uno de esos modernos Tántalos, que viven al margen de todos los goces de su siglo, uno de esos avaros sin tesoro, que juegan puestas imaginarias; un como loco cuerdo, que se consolaba de sus miserias, acariciando una quimera. (1980: 11)

Es en este sentido que Riechmann considera necesario acercarse al dolor para *conectar con lo sagrado* de la existencia. Lo que la hace a la vez trágica, pues no puede sino serlo la condición del ser vivo que es consciente del carácter universal del sufrimiento y de la irrevocabilidad de la muerte. No se trata aquí de un fomento de la morbosidad, sino un intento de revertir la anestesia de los sentidos a través del cálculo, la mercantilización y el consumo. Referenciando el poema *El Anfora* de Eugenio Montejo, dice que “el cuerpo que puede ser amado es el cuerpo mortal, henchido con el tiempo dentro, el cuerpo que vive de aquello mismo que poco a poco lo deteriora y destruye. No aceptar este límite es renunciar a lo humano” (Riechmann, 2004: 70).

No hay un sentido secreto del mundo, no hay un Creador escondido que pudiera redimirnos del dolor y de la muerte, el fondo del universo es caos y no cosmos; y, sin embargo, desde la fragilidad e invalidez humana, podemos dar sentido a la aventura de nuestra existencia, podemos proponernos atenuar el sufrimiento evitable y podemos hacer brillar la luz de la comunidad. (Riechmann, 2017: 150)

De esta cita se desprende que el objetivo de esta re-humanización tampoco está puesto sobre el placer como objetivo último del individuo. La humanidad fronteriza no busca hedonísticamente el placer como objetivo en sí mismo de un individuo, sino la comunión con los demás: el bien común. “Las lágrimas

son, tal vez, eso. Desfallecimiento del ser cayendo en la humanidad, que no ha sido juzgada digna de retener la atención de los filósofos” (Levinas, 2017: 13).

Democracia fronteriza

Complementando lo anterior, cabe aclarar que no basta con asumir la mortalidad, si ello no lleva aparejada una renuncia a la *dominación*, tanto de las personas como de la naturaleza. Asumirnos mortales para enfrentar nuestra extinción sólo podrá salvarnos si reemplazamos las relaciones de competencia por las de cooperación y las de dominación por las de interconexión. Este sentimiento puede constituir una suerte de espiritualidad social que armonice con el principio de *aventura interior* epicúreo.

Destruída la ilusión de una historia hegeliana, de leyes universales y necesarias, lo único que puede *salvar* el avance de la sociedad es un deseo de una comunidad humana justa, movido por una ética de compasión y respeto por el Otro (Riechmann, 2017, cap. 5).

Sólo quien se autolimita puede concebir la otredad y convivir con ella sin que la expansión ilimitada de su propia libertad individual la absorba o destruya. Esta idea se opone radicalmente a la ilusión de omnipotencia del Yo que considera la libertad del individuo originaria y absolutamente inalienable. Para Levinas la vulnerabilidad del Otro me pide explicaciones, cuestiona mi libertad obligándome a justificarme, a responder ante todo a mi responsabilidad, con lo cual mi acción espontánea ya no se asume libre (Levinas, 2002, cap. 1.3).

De acuerdo a Cornelius Castoriadis, la democracia es esencialmente el régimen de la *autolimitación*, ya que a falta de un poder superior y absoluto “somos nosotros quienes debemos encontrar las leyes que hemos de adoptar; los límites no están trazados de antemano, la *hybris* es siempre posible” (en Riechmann, 2004: 156-157). Por lo tanto, la democracia libera a la vez que limita, al “hacer libres a los ciudadanos para permitirles establecer, individual y colectivamente, sus propios límites” (Riechmann, 2004: 157).

El problema del pensamiento democrático futuro está en resolvernos a dar cabida en su paisaje a la comunidad, sin distraer la atención de los valores supremos del individuo; acentuando sobre sus esencias espirituales, pero con las esperanzas puestas en el bien común. (pgfo. XXI)

Hay una libertad irrespetuosa ante el interés común, enemiga natural del bien social. No vigoriza al *yo* sino en la medida que niega al *nosotros*, y ni siquiera se es útil a sí misma para proyectar sobre su actividad una noble calificación. (Perón, marzo de 1949, pgfo. XIV)

Y agrega, como desafío, el deber de difundir la justicia y la posibilidad de alcanzar el placer, pero “no sobre el disfrute privado del bienestar, sino por la difusión de ese disfrute, abriendo sus posibilidades a sectores cada vez mayores de la humanidad: he aquí el camino” (pgfo. XI).

Excursus: humanidad fronteriza y barbarie

Finalmente, queremos dejar esbozada una discusión conceptual que surge al leer la obra de Riechmann desde un punto de vista latinoamericano. No consideramos pertinente profundizar en esta discusión en el presente trabajo, sino en cuanto se refiere a la definición de la humanidad fronteriza riechmaniana.

La dicotomía civilización-barbarie ha estado presente durante milenios en la construcción de la racionalidad de occidente. La expansión moderna al resto del mundo se realizó a través de un mecanismo sistemático de civilizar territorios conquistados y colonizados. En algunos de sus textos, Riechmann propone resignificar esta dicotomía, asignando al capitalismo el término *barbarie*, por su voracidad al arrasar el mundo; quedando la *civilización* circunscrita al “reconocimiento recíproco de nuestra humanidad, que pugna por abrirse paso a través de los siglos, en contra de las maquinarias terribles de la guerra, el patriarcado, la dominación y la explotación” (2017: 181).

No secundamos esta reconceptualización. Por un lado, da por sentada la bondad de la civilización en detrimento de la barbarie. Por otro lado, deja de lado la carga histórico-valorativa de esta dicotomía en tanto que herramienta de imposición de un discurso universal occidental sobre los territorios y sujetos subalternizados. Pero, sobre todo, desperdicia el potencial disruptivo de la barbarie en el monólogo de la civilización.

Es necesario recordar que el término barbarie surge como exónimo peyorativo para definir o tematizar lo “exterior” o “desconocido” como indeseable e inferior, por el Yo universal de la civilización. Desde ella, específicamente la moderna (europea o norteamericana), se ha *relatado* el mundo, se ha ordenado estableciendo jerarquías y decidiendo sobre lo moral y lo inmoral, lo verdadero y lo falso, lo lícito e ilícito, lo adecuado y lo censurable, lo deseable y lo deleznable.

En este sentido, la barbarie constituye la potencial ruptura exterior a este relato, a estas categorizaciones y a estas jerarquías, que resignifica a través de su presencia el sistema ordenado de la modernidad. Contrariamente a lo que dicta el sentido común sobre este término: desorden, irracionalidad, incultura y violencia; la barbarie está constituida por órdenes, culturas y tematizaciones del mundo, sólo que exógenas y realizadas desde un lenguaje que no es el propio de la modernidad.

Desde Latinoamérica resulta interesante la posición que busca reivindicar a la barbarie, afirmando que desde ella han emergido los procesos más interesantes de transición hacia relaciones de mayor justicia social y ambiental (Agoglia, 2020). En esta región (al igual que ocurrió en Asia y África), la corriente civilizatoria decimonónica impuso una estructura de apropiación desigual de los recursos naturales y explotación social, con la consigna clara de arrasar con toda forma de barbarie. Hecho que se repite en distintas etapas del siglo XX y XXI bajo diversas modalidades. En este estigma se incluyeron, a lo largo de la historia, tanto a los sectores sistemáticamente despojados de sus condiciones materiales de reproducción social y ambiental, como así también

a todas aquellas vertientes políticas y corrientes ideológicas que, desde el periodo independentista en adelante, hayan propuesto un tipo de organización social, política y económica, sostenido sobre un modelo de distribución más equitativo, que trastocara los intereses de la burguesía nacional concentrada en torno a la extracción primaria. (Agoglia, 2020: 132).

Desde esta perspectiva, en términos levinasianos podemos afirmar que la barbarie es el Otro de la civilización: cuando ésta cree haberla comprendido, contenido, ella se escapa y la desborda. Entendida así, la emergencia de la barbarie semeja a la visión del rostro del Otro levinasiano, que “está presente en su negación a ser contenido” (Levinas, 2002: 207) y que “destruye en todo momento y desborda la imagen plástica que él me deja, la idea a mi medida y a la medida de su *ideatum*: la idea adecuada” (p. 74).

Consideramos que la humanidad fronteriza se acerca más a una humanidad bárbara, absolutamente exterior, desde la cual –sólo desde la cual– es posible trascender la civilización (occidental y moderna) que ha generado la crisis ambiental y social actual.

Siguiendo esta reflexión, si realmente se pretende que los países “civilizados” trasciendan la humanidad tecnoentusiasta y consumista, deben buscar ejemplos a seguir en los países y los movimientos históricamente nominados bárbaros. Particularmente, considerando que son éstos los que, aún hoy, cuando se han rebasado todos los límites biofísicos del planeta, continúan circunscritos dentro de los suyos propios y subsidian la bulimia consumista de los más desarrollados.

Conclusiones

Immanuel Wallerstein afirma que una crisis de sistema es

aquella circunstancia extraordinaria en la que un sistema histórico evoluciona a tal punto, que los efectos acumulativos de sus contradicciones internas hacen imposible la “resolución” de sus dilemas con simples

“ajustes” en sus patrones institucionales existentes. Una crisis es una situación en la que el colapso evidente del sistema histórico existente es inminente y que, por lo tanto, presenta a quienes se encuentran dentro, con una elección fundamental: qué tipo de sistema histórico nuevo construir o crear. (1991: 104)

Frente a la actual crisis socioambiental, advertimos que estamos ante una consecuencia lógica de las contradicciones internas de la modernidad capitalista, la cual lleva a una expansión sobre el medio natural, fundada en ilusiones como la infinitud del ambiente y la posibilidad del progreso ilimitado, la omnipotencia del sujeto occidental y su tecnociencia. El sistema se ha expandido hasta chocar con los límites externos del planeta, pero también los límites internos del sujeto moderno han sido violentados. Si bien esto último es más difícil de determinar, las corrientes críticas aportan herramientas teóricas útiles para estudiar sus consecuencias, dilucidar sus causas profundas y proponer alternativas concretas para revertirlos.

En sus últimas obras, Riechmann (2019) deja manifiesto que para él el colapso ambiental resulta ya inevitable, y que lo mejor que podemos hacer es empezar a construir la sociedad para ese mundo que sobrevendrá con el agotamiento del petróleo. De manera que la contracción económica de emergencia vendrá más temprano que tarde, ya sea de manera planificada o caótica (y, por ende, más destructiva). Según esta perspectiva deberemos reinsertarnos dentro de los límites de la biosfera forzosamente o perecer, para lo que será necesaria una ética de la suficiencia que abogue por una reducción material de las economías, menores metabolismos socioprodutivos y una mayor complejidad del desarrollo espiritual y la interdependencia. El retorno a las relaciones cara-a-cara con los demás y a lo local como principal ámbito de desarrollo de las relaciones sociales.

Ello implica un decrecimiento material del consumo, pero un retorno a la materialidad de la vida, a las relaciones corpóreas e interpersonales. El retorno a lo carnal implica aquello que no está mediado digital y financieramente en el mundo globalizado. Se trata de una reducción radical de los intercambios metabólicos a fin de contrarrestar el intensivo incremento entrópico de nuestros sistemas. Para ello, debemos volver a sincronizarnos con los tiempos cíclicos y lentos de lo natural, cuyos sistemas se desarrollan en fútil resistencia a la segunda ley termodinámica.

La propuesta de una humanidad fronteriza de Riechmann se basa en un delicado ajuste entre movimientos parcialmente contradictorios, a saber: debemos aprender a morir para saber vivir, retornar a la materialidad (previo decrecimiento) para crecer espiritual y socialmente, y defender la libertad de autolimitarnos.

Esta humanidad, es una tal que asume su carnalidad, su erotismo, su contingencia, su mortalidad, su vulnerabilidad y su interdependencia interna y externa. La crisis ambiental nos llama a actuar éticamente y convivir con los demás seres, de los que nos alimentamos y abrigamos, pero que a la vez dependen de nosotros, de nuestras acciones y de nuestro propio cuerpo.

Este mundo hace un reclamo sobre nosotros, sobre nuestra propia carne, sobre la carne que siempre se sustenta haciendo que otros pasen hambre, sobre la carne que apetece y, eventualmente, satisface el hambre de otro. (...) Nuestros esfuerzos por ser justos no pueden abstraerse de la intimidad concreta de tales encuentros y eventos ni de las particularidades históricas y materiales en que surgen, pues es precisamente en la proximidad, en el cara-a-cara, carne-a-carne, frontera-a-frontera, que la política animal [o podríamos decir ambiental] nos llama a la justicia. (Halls, 2012: 65)

En fin, que esta *humanidad fronteriza*, objetivo de una filosofía y ética humanistas, ecosocialistas y ecofeministas, está compuesta por *gente que no quiere viajar a Marte*, ni la transustanciación al silicio, que se identifica y construye en lo colectivo: en el vínculo afectivo que sólo es posible con el cariño del tiempo compartido, la intimidad que se genera con lo duradero (lo no instantáneo). “Hablamos de criaturas vulnerables con sus propias motivaciones, preferencias, valores, ideas, pálpitos y sueños; con sus traumas, sus incoherencias, sus secretos, sus conjeturas y sus anhelos de felicidad” (Riechmann, 2004: 53). Hablamos –agregamos nosotros– de una suerte de *cronopios* ecologistas y feministas.

Pero que no se cometa el error de pensar que es preciso inventar una nueva humanidad. Es posible encontrarla en las *fronteras* de la sociedad global. Si se reflexiona sobre las características que le atribuye Riechmann, la humanidad fronteriza habita su otredad en los barrios marginales y las subculturas de las grandes urbes, en las culturas, políticas y filosofías *ecosistémicas*² bárbaras del Sur global, en las comunidades de pueblos originarios y campesinas de todo el mundo, o se remonta en la historia cuando rescatamos (recordamos) los saberes ancestrales olvidados. La imaginación que se requiere hoy no es, pues, para inventar algo nuevo, ideal, sino para dirigir la mirada donde antes no se veía más que “lo indeseable”. Encontrar aquellas realidades que permanecen ocultas por la masificación, el cálculo y la rapidez del modelo de dominación cultural y ampliar su alcance al resto del mundo. Consiste en aprender a mirar distinto el mundo en que vivimos y los Otros con quienes lo compartimos.

Bibliografía

- Agoglia, O. (2011). *La crisis ambiental como proceso. Un análisis reflexivo sobre su emergencia desarrollo y profundización desde la perspectiva de la teoría crítica*. Editorial Académica Española. Saarbrücken.
- Agoglia, O. (2020). ¿Civilización sin barbarie? Crónica de un eterno retorno. Reflexiones desde la corriente crítica latinoamericana. *PAPELES*. 150. 131-162. | [Ir](#)
- Balzac, H. (1980). *La piel de zapa*. Bruguera. Barcelona.
- Bauman, Z. (2004). *Modernidad líquida*. Fondo de Cultura Económica. Buenos Aires.
- Carlyle, T. (1829). Signs of the times. *Edinburgh Review*. 98. 1-9. | [Ir](#)
- Chancel, L.; Piketty, T.; Saez, E.; Zucman, G. (cords.) (2022) World Inequality Report 2022. Digital. World Inequality Lab. | [Ir](#)
- Epicuro (2012). Epístola a Meneceno. En J. Vara (ed. y trad.), *Obras completas*, pp. 87-92. Cátedra. Madrid.
- Habermas, J. (1999). *Problemas de legitimación en el capitalismo tardío*. Cátedra. Madrid.
- Halls, D. (2012). Agency, vulnerability, and *societas*: towards a Levinasian Politics of the animal. En W. Edelglass, J. Hartley y C. Diehm (ed.) *Facing nature: Levinas and environmental thought*. pp. 41-65. Pittsburgh: Duquesne University Press.
- Han, B.C. (2012). *La sociedad del cansancio*. Herder. Barcelona.
- Han, B.C. (2014a). *En el enjambre*. Herder. Barcelona.
- Han, B.C. (2014b). *La agonía del Eros*. Herder. Barcelona.
- Han, B.C. (2015). *El aroma del tiempo: un ensayo filosófico sobre el arte de demorarse*. Herder. Madrid.
- Haraway, D. (1991). *Simians, cyborgs and women: the reinvention of nature*. Routledge. Nueva York.
- Heidegger, M. (1994). *Conferencias y artículos*. Serbal. Barcelona.
- Heidegger, M. (1997). *Ser y Tiempo*. Universitaria. Santiago de Chile.
- Heidegger, M. (2003). *Aportes a la filosofía: acerca del evento*. Biblos. Buenos Aires.
- Levinas, E. (2002). *Totalidad e infinito. Ensayo sobre la exterioridad*. Sígueme. Salamanca.
- Levinas, E. (2017). *Humanismo del otro hombre*. Siglo XXI. México, D.F.
- Pasolini, P.P. (1981). *El caos: contra el terror*. Crítica. Barcelona.

² Aquellas que, al día de hoy, se encuentran circunscritas dentro de su propio *espacio ambiental*, es decir cuya huella ambiental es menor que la biocapacidad de su territorio. Se establece por oposición a las culturas *biosféricas*, que explotan los recursos de otros países para sustentar su actual nivel de consumo y contaminación, y que, por ende, tienen un mayor nivel de responsabilidad por la crisis ambiental (Riechmann, 2014: 217 y ss.).

- Perón, J.D. (marzo de 1949). *La Comunidad Organizada*. En I. Fernando Cruz (Pdte.) Primer Congreso Nacional de Filosofía. Universidad Nacional de Cuyo. Mendoza, Argentina. | [Ir](#)
- Perón, J.D. (21 de febrero de 1972). *Mensaje ambiental a los pueblos y gobiernos del mundo*. Carta Abierta. Madrid, España. | [Ir](#)
- Riechmann, J. (2004). *Gente que no quiere viajar a Marte. Ensayos sobre ecología, ética y autolimitación*. Libros de la Catarata. Madrid.
- Riechmann, J. (2005). ¿Cómo cambiar hacia sociedades sostenibles? Reflexiones sobre biomímesis y autolimitación. *Isegoría*. 32. 95-118. | DOI: 10.3989/isegoria.2005.i32.459
- Riechmann, J. (2014). *Un buen encaje en los ecosistemas. Segunda edición (revisada) de Biomímesis*. Libros de la Catarata. Madrid.
- Riechmann, J. (2017). *¿Vivir como buenos huérfanos? Ensayos sobre el sentido de la vida en el Siglo de la Gran Prueba*. Libros de la Catarata. Madrid.
- Riechmann, J. (2018). (comp.) *Ecosocialismo descalzo: tentativas*. Icaria. Barcelona.
- Riechmann, J. (2019). *Otro fin del mundo es posible, decían los compañeros. Sobre transiciones ecosociales, colapsos y la imposibilidad de lo necesario*. MRA. Barcelona.
- Schopenhauer, A. (2012). *Los dolores del mundo*. Arte Gráfico. Buenos Aires.
- Unamuno, M. de (2003). *Del sentimiento trágico de la vida*. Losada. Buenos Aires.
- Wallerstein, I. (1991). *Geopolitics and geoculture: essays on the changing world-system*. University Press. Cambridge.

LA ÉTICA PROFESIONAL EN LA FORMACIÓN Y EN EL EJERCICIO PROFESIONAL DEL CONTADOR PÚBLICO

*PROFESSIONAL ETHICS IN THE TRAINING AND PROFESSIONAL PRACTICE OF
PUBLIC ACCOUNTANTS.*

*ÉTICA PROFISSIONAL NO TREINAMENTO E NA PRÁTICA DOS CONTADORES
PÚBLICOS.*

Jhoansson Víctor Manuel Quilia Valerio

(Universidad Cesar Vallejo, Perú)

jhoanssonquiliavalerio@gmail.com

Maribel Rimache Inca

(Universidad Tecnológica del Perú, Perú)

mrimacheinca2023@gmail.com

Joel Alberto Alfaro Mendoza

(Universidad Nacional de Barranca, Perú)

jalfaromendoza2022@gmail.com

Recibido: 27/02/2023

Aprobado: 04/07/2023

RESUMEN

La contaduría pública se ha vuelto una profesión importante en la actualidad, dado el cargo de confianza que asumen dentro de una institución al ser los emisores de información financiera relevante para la gerencia o la alta dirección. A su vez, es importante resaltar la gran cantidad de casos relacionados con la pérdida de valores y actos de corrupción que se presentan a diario en los medios de comunicación, la cual refleja la falta de ética de los profesionales a la hora de ejercer sus funciones. En este contexto, se resalta el concepto de ética profesional, el cual garantiza el buen desempeño de un profesional bajo una serie de normas éticas que regulan su comportamiento. Por ello, el objetivo del presente artículo fue explorar el rol de la ética profesional en la formación y el ejercicio profesional del contador público. Los datos y consejos proporcionados por un contador definen en gran medida las decisiones tomadas respecto a la estructura financiera de una empresa u organización, razón por la cual un contador debe ser una persona íntegra e interesada en perseguir el interés general. Dadas las deficiencias existentes en la integridad ética y moral de los contadores, tanto universidades como empresas están implementando medidas para combatir este problema, buscando fortalecer la confianza de la población en la contaduría y prevenir que los futuros profesionales caigan en prácticas inmorales que dañan a la sociedad.

Palabras clave: contaduría pública, ética profesional, código de ética, educación superior, contaduría.

ABSTRACT

Public accounting has become an important profession nowadays, given the position of trust they assume within an institution by being the issuers of financial information relevant to management or senior management. At the same time, it is important to highlight the large number of cases related to the loss of values and acts of corruption that are presented daily in the media, which reflects the lack of ethics of professionals when performing their duties. In this context, the concept of professional ethics is highlighted, which guarantees the good performance of a professional under a series of ethical rules that regulate their behavior. Therefore, the objective of this article was to explore the role of professional ethics in the training and professional practice of the public accountant. The data and advice provided by an accountant largely define the decisions made regarding the financial structure of a company or organization, which is why an accountant must be a person of integrity and interested in pursuing the general interest. Given the existing deficiencies in the ethical and moral integrity of accountants, both universities and companies are implementing measures to combat this problem, seeking to strengthen public confidence in accounting and prevent future professionals from falling into immoral practices that harm society.

Keywords: public accounting, professional ethics, code of ethics, higher education, accounting

RESUMO

A contabilidade pública tornou-se uma profissão importante hoje em dia, dada a posição de confiança que eles assumem dentro de uma instituição por serem os emissores de informações financeiras relevantes à administração ou à alta administração. Ao mesmo tempo, é importante destacar o grande número de casos relacionados à perda de valores e atos de corrupção que são apresentados diariamente na mídia, o que reflete a falta de ética dos profissionais no exercício de suas funções. Neste contexto, é destacado o conceito de ética profissional, que garante o bom desempenho de um profissional sob uma série de regras éticas que regulam seu comportamento. Portanto, o objetivo deste artigo foi explorar o papel da ética profissional na formação e na prática dos contadores públicos. Os dados e conselhos fornecidos por um contador definem em grande parte as decisões tomadas a respeito da estrutura financeira de uma empresa ou organização, razão pela qual um contador deve ser uma pessoa íntegra e interessada em perseguir o interesse geral. Dadas as deficiências existentes na integridade ética e moral dos contadores, tanto as universidades como as empresas estão implementando medidas para combater este problema, procurando fortalecer a confiança pública na contabilidade e evitar que futuros profissionais caiam em práticas imorais que prejudicam a sociedade.

Palavras-chave: contabilidade pública, ética profissional, código de ética, educação superior, contabilidade

Introducción

La educación universitaria resulta una pieza fundamental del desarrollo de una sociedad, al ser un proceso de realización tanto a nivel personal como social que permite aspirar a mejores oportunidades en la vida. A partir de esto, el rol de las instituciones de educación superior va más allá de proporcionar únicamente competencias profesionales a los estudiantes, sino que a su vez debe velar por la formación de ciudadanos con una sólida comprensión ético-moral (Zeledón & Aguilar, 2020). Independientemente del área elegida, la formación de todo profesional requiere tanto de una componente técnica, como de una humanística. Las demandas y retos dentro de la sociedad actual requieren de la formación y

promoción de la llamada ética profesional como parte de la formación integral de todo estudiante universitario (Ramos & López, 2019).

Dentro de las cuestiones fundamentales abordadas mediante la filosofía, aparece la ética como una forma de responder a las preguntas relacionadas con el bien y la justicia. Desde entonces, este concepto ha evolucionado junto con la humanidad misma, eventualmente apartándose un poco del ámbito religioso al adquirir una filosofía racionalista y una visión antropocéntrica. Aspectos como la moral, el deber, lo correcto e incorrecto para los seres humanos, han sido estudiados por grandes filósofos como Hobbes, Hume, Kant, Mill, Nietzsche, entre otros (Mendieta, 2022; Paitán et al., 2021). A partir de esto, se entiende por ética profesional a la ciencia que estudia los deberes y derechos de un profesional en el desarrollo de sus actividades profesionales, la cual resulta particularmente importante en profesiones con mayor responsabilidad social, como es el caso de la contaduría pública (Hernández et al., 2019).

Los contadores tienen la labor de elaborar y presentar documentos conocidos como estados financieros, ya sea el balance general, el estado de resultados, o el estado de flujos, entre otros. Los datos presentados en estos informes reflejan la situación económica y patrimonial de una empresa de una forma transparente y comprensible, dado que representan el fundamento para determinar si una empresa es rentable o no (Espinoza, 2020). Por ello, este trabajo representa asumir un cargo de confianza dentro de una institución, por la naturaleza de sus actividades y la importancia de sus resultados. Al ser los emisores de información financiera relevante para la gerencia o la alta dirección, es un requisito fundamental el garantizar la confianza en estos profesionales mediante la implementación de estándares éticos (Mancilla et al., 2018).

Actualmente hay muchas personas que requieren los servicios de un contador, entre los cuales se encuentran inversionistas, acreedores, empleadores, e incluso el propio gobierno, todos con la necesidad de contar con información financiera confiable, así como recibir consejos competentes de quienes son expertos en el campo (Alonso & Delgado, 2021). A raíz de esto, los profesionales de la contaduría se han vuelto individuos percibidos como valiosos dentro de una comunidad, al recibir una gran confianza por parte de las empresas para que puedan garantizar un manejo limpio y transparente de las inversiones o dinero de las mismas (Santos, 2018). Es por este motivo que, en tiempos recientes, resulta fundamental que los contadores cuenten con una formación más amplia que la técnica, así como la institución de organismos que determinen principios deontológicos para esta profesión, con la finalidad de garantizar un ejercicio de la misma bajo normas éticas (Ramírez, 2022).

Esto debido a que resulta alarmante la cantidad de casos relacionados con la pérdida de valores y actos de corrupción que se presentan a diario en los medios de comunicación. Esta grave situación deja en evidencia la falta de ética de los profesionales a la hora de ejercer sus funciones, un problema que afecta profundamente a la sociedad y quebranta la confianza en los trabajadores (Mancilla et al., 2018). En este contexto, la profesión contable actualmente se encuentra bajo una serie de cambios y retos como producto de la globalización, la cual ha buscado adaptarse a los nuevos tiempos a través de normalizaciones y una capacitación continua. Dada la gran importancia de la profesión contable para las decisiones financieras que toman las empresas, y hasta el mismo Estado, sólo con profesionales éticos y con valores será posible garantizar transparencia y generar confianza en sus procesos por parte de las personas (Dávalos et al., 2022; Ramírez, 2022).

El contador público siempre se ha visto sujeto a la fe pública para llevar a cabo sus funciones laborales (Gómez & Janampa, 2020). En este contexto, el objetivo del presente artículo fue explorar, desde el enfoque de la reflexividad, el rol de la ética profesional en la formación y el ejercicio profesional del contador público. A partir de esto, se exploró su relevancia actual en la educación de futuros contadores, y las oportunidades de mejora existentes para mejorar el nivel de confianza con la sociedad.

Metodología

Para el presente artículo, la metodología de investigación se enfocó en realizar una revisión general de la bibliografía relacionada con la presencia e impacto de la ética profesional en la contaduría pública, durante la etapa de formación y ejercicio profesional. A partir de esto, esta revisión se enfocó en explorar la importancia de este concepto en el accionar de un contador público, así como las regulaciones y medidas existentes que buscan reforzar este concepto en los profesionales, y las limitaciones que presentan para combatir con los problemas que se presentan. Para ello, se recopilaron artículos científicos de bases de datos como Scielo o Google Scholar, utilizando palabras clave como “ética profesional” o “contaduría pública”.

Mediante este análisis bibliográfico, el objetivo consistió en recopilar información relevante y actualizada acerca del tema en cuestión, por lo que sólo se consideraron artículos publicados no antes de 2018. Inicialmente se recuperó un amplio número de artículos al introducir las palabras clave utilizadas en los motores de búsqueda de las bases de datos. A partir de esta cantidad inicial, se recopilaron aproximadamente 50 artículos mediante una breve revisión de su título y resumen. Finalmente, quedó seleccionado un total de 43 referencias bibliográficas a partir del grupo recopilado en un inicio, luego de que su contenido fuera revisado a mayor detalle.

¿Qué es la ética profesional?

Antes de explorar lo que engloba la ética profesional, resulta importante examinar el concepto de ética de manera independiente, al ser este un concepto más amplio que influye sobre el primero (Martínez & Zaragoza, 2019). En términos generales, la ética se puede entender como un costumbrismo, un conjunto de principios y convicciones que rigen el comportamiento de un grupo y que forman parte de su cultura (Castillo et al., 2021). A partir de los estudios realizados sobre este tema, es posible definir tres campos principales de la ética según el ámbito en el cual se desenvuelva la persona, enunciados en la tabla 1. En esencia, la ética se basa en reconocer el valor de la conducta humana, buscando potenciar las virtudes de las personas a través de la misma y promover la buena convivencia con sus semejantes (Martínez & Zaragoza, 2019; Paredes et al., 2020).

Tabla 1. Campos de la ética

Campo	Definición	Ejemplos
Ética Aplicada	Enfocada al estudio de cuestiones morales y controversiales que se manifiesten en cualquier campo.	Ética médica, profesional, en los negocios
Metaética	Define el comportamiento adecuado de una persona en sociedad, establece lo que es juicio y moral.	Ética social, Ética y responsabilidad social
Ética Normativa	Establece un conjunto de normas morales y deberes de una conducta adecuada y necesaria para la convivencia o desarrollo.	Ética personal

Fuente: Adaptado de Paredes et al. (2020).

El comportamiento moral de los seres humanos se ha ido estableciendo con el pasar del tiempo, quedando codificado en nuestros cerebros conforme nuestra especie ha ido evolucionando. Por ello, estos valores se volvieron elementos fundamentales para la construcción de una cultura que permite vivir en sociedad y buscar el beneficio mutuo. A partir de esto, a lo largo de la historia se ha intentado delimitar el papel de los actos morales en la sociedad, a través de varias propuestas formuladas por filósofos y científicos como Kant, Mill, Hobbes, entre otros (Paramo, 2019; Vargas et al., 2019). Desde su concepción, la ética se ha transformado en un concepto importante que debe estar presente en todos los

ámbitos de la vida de una persona, en especial en aquellos en los que se deben relacionar directamente con otros seres humanos (Paz, 2018).

A su vez, resulta importante resaltar que actualmente existe una falta de valores sociales y morales en nuestra sociedad, la cual algunos incluso han definido como “mundo líquido”, dada su naturaleza fluida y volátil que ha llevado a que las personas ya no cuenten con valores sólidos (Gómez, 2019). En tiempos recientes se ha observado una clara deshumanización de las personas, quienes han empezado a optar cada vez más por actitudes incorrectas e inmorales en busca de satisfacer sus necesidades propias, quebrantando sus principios personales y dejando de lado el bienestar común (López, 2019). Este problema se ha hecho presente incluso en las instituciones educativas, pues como producto de la sociedad en la que viven, los estudiantes han empezado a perder valores fundamentales, tales como el respeto hacia sus pares. Esta es una grave situación que puede incluso llegar a afectar el futuro desempeño profesional de los jóvenes universitarios (Hernández, 2020).

La sociedad moderna requiere cada vez más de profesionales con responsabilidad ciudadana y compromiso social, que sean tanto eficientes en el ámbito técnico de su carrera profesional, como capaces de desarrollarse en sus labores de manera ética y responsable. Esta ha sido una necesidad que ha recaído enteramente sobre las universidades, buscando migrar hacia una formación más humanista, al ser lo que se necesita actualmente (Gutiérrez et al., 2019). Esto significa que las instituciones educativas deben favorecer el aprendizaje ético además de las competencias profesionales. En este contexto, la formación ética dentro de la educación superior debe centrarse principalmente en tres aspectos importantes: crear conciencia sobre los dilemas éticos que puedan presentarse, brindarles la información necesaria, y entrenarlos en la toma de decisiones respecto a estos dilemas éticos (Zeledón & Aguilar, 2020).

A partir de este concepto nace lo que se conoce como ética profesional, basada en la ética, pero con principios propios y exclusivos (Martínez & Zaragoza, 2019). Se define la ética profesional como la disciplina encargada de determinar el conjunto de responsabilidades morales que recaen sobre una persona que busca practicar una determinada profesión. En base a esto, un profesional debe comprometerse a poner sus conocimientos y habilidades al servicio de la sociedad, así como seguir trabajando en sus competencias profesionales para actuar con responsabilidad (Díaz et al., 2019). Dentro de los principios éticos considerados como fundamentales dentro de la ética profesional se encuentra el respeto por los demás, la no maleficencia y la justicia en los trabajadores al momento de ejercer su profesión (Izarra & Navia, 2020).

Confianza en un contador público a través de la ética profesional

Dentro de la contaduría pública, resulta fundamental que los profesionales cuenten con una sólida ética profesional dada su importante posición dentro de una empresa u organización, pues sobre ellos recae la tarea de presentar la información contable pertinente de estas instituciones, así como dar fe pública sobre la veracidad de la misma (Ruiz & Ariza, 2019). La información brindada por un contador les permite tener un buen control sobre la estructura financiera de empresas y organizaciones, y resulta fundamental para tomar decisiones sobre esta materia que signifiquen el mayor beneficio para estas instituciones (Cruz & Cordero, 2022). Se resalta nuevamente la confianza que las empresas y la sociedad misma depositan en los contadores públicos al delegarles funciones tan vitales para su desarrollo. Quienes contratan sus servicios pueden incluso terminar metidos en problemas legales como consecuencia de un mal accionar por parte de estos profesionales (Alonso & Hernández, 2020).

Dada la importancia de esta información tanto para las propias empresas como para asuntos tributarios obligatorios, los contadores públicos tienen la responsabilidad de elaborar estos informes con precisión, pero sobre todo con honestidad (Casadiego & Rico, 2020). Estos profesionales se ven sujetos a varios tipos de responsabilidad, entre las cuales se destacan principalmente tres: Responsabilidad social, o su compromiso con la sociedad; responsabilidad administrativa, siendo responsables de cualquier perjuicio que puedan ocasionar a la sociedad; y responsabilidad civil, estando sujetos a pagar indemnizaciones

para reparar algún daño causado (Delgado et al., 2021). A partir de esto, lo que se busca en un contador público es que sea una persona íntegra y que esté enfocada en perseguir un interés general por encima de uno individual, es decir un profesional en el que se pueda confiar (Hernández et al., 2021).

Por ello, la formación integral de un contador público debe empezar desde su etapa universitaria, siendo una oportunidad importante para que los futuros profesionales puedan reforzar valores como la honestidad, la justicia y el respeto (Cruz & Cordero, 2022). La universidad es la entidad encargada de brindar una preparación completa a sus estudiantes basada en tres componentes principales: conocimientos propios de la carrera, habilidades técnicas, y un marco de conducta en el ámbito laboral, donde está incluida la ética profesional que deben adquirir (Izarra & Navia, 2020). La contaduría pública tanto a nivel universitario como laboral requiere de una constante evaluación para verificar tanto el estado de su formación teórico-conceptual como el marco de valores con el que ejercen su profesión con la sociedad (Dávalos et al., 2022).

Como se exploró previamente, el valor con el que se percibe el trabajo de un contador público está directamente relacionado con el nivel de confianza que el cliente tenga en estos profesionales (Avendaño, 2020). Sin embargo, desde hace muchos años existen una serie de delitos y problemas tales como fraudes, corrupción administrativa, conflictos de interés, negligencia, o malas prácticas, en los cuales se pueden ver envueltos los contadores al intentar ganar dinero de manera fácil, pero inmoral (Pinzón & Serrato, 2021). Aunque la motivación detrás de esto suele ser la ambición y el interés personal, un contador público incluso puede verse orillado a incurrir en alguno de estos delitos por necesidad, al verse envuelto en situaciones de mayor impacto que afectan su estabilidad económica, como fue la pandemia por COVID-19 (Espinoza, 2021).

Además del claro daño a la sociedad generado mediante estos deplorables actos, el impacto nocivo de este accionar inmoral va más allá. Estos son casos en los que un profesional de la contaduría comete una falta a la ética y a sus principios profesionales, aunque lo más importante es que este grupo de contadores terminan degradando su propia profesión en el mercado profesional al socavar la confianza del público en ellos (González, 2022). La imagen pública de estos profesionales siempre ha estado sujeta a este tipo de escándalos, e incluso a su representación en series o películas. Por este motivo, el contador siempre ha estado sujeto a una serie de prejuicios que lo han llevado a generar opiniones radicales en las personas, las cuales se han caracterizado por ser positivas o negativas, sin puntos medios (Giraldo et al., 2022).

Aunque la ética es un elemento fundamental en el desarrollo profesional de un contador público, en realidad no había garantía alguna de que fueran a actuar de manera moral. El accionar ético de un contador estaba sujeto únicamente al conjunto de valores dentro de dicha persona, razón por la cual apareció la necesidad de establecer un reglamento ético único a seguir (Alonso & Delgado, 2021). En esta profesión, el contar con sólidos valores morales que te certifiquen como un trabajador de confianza puede ser incluso más importante que contar con los conocimientos técnicos necesarios, dado el peso de la imagen pública en esta profesión. En este contexto, el establecimiento de normas éticas resulta una acción fundamental para que los potenciales clientes decidan depositar su confianza en estos trabajadores (Avendaño, 2020).

Dada esta necesidad de plasmar una normativa estándar dentro de esta profesión que regule las acciones profesionales y vele por los intereses de los clientes o terceros involucrados, han nacido varias iniciativas con el objetivo de regular la ética en estos trabajadores (Ruiz, 2020). Mediante esta regulación, el objetivo es combatir la desconfianza generada por los actos inmorales, e incluso ilegales, que un grupo de contadores públicos inescrupulosos llevan a cabo. Las nuevas medidas establecidas son herramientas importantes para volver a fortalecer la confianza del público en su trabajo (Avendaño, 2020). A su vez, la ética profesional dentro de la contaduría se ha convertido en tema de investigación a nivel internacional, generando posturas distintas que generan debate y estudios orientados a una constante mejora de las normas éticas vigentes con el fin de fortalecer su efectividad (Solano, 2019).

Código de ética para contaduría pública

Dentro del mundo de la contaduría, existe una entidad conocida como la Federación Internacional de Contadores, más conocida como IFAC por sus siglas en inglés, una organización mundial fundada en 1977 para la profesión de contador. Con 124 países miembros, los cuales abarcan a más de dos millones y medio de contadores públicos, es el principal organismo encargado de fortalecer la profesión contable a nivel internacional gracias al amplio apoyo que recibe y sus múltiples relaciones permanentes con otras organizaciones profesionales (Kwan & Alegre, 2021; Huacca, 2022). A partir del trabajo de la IFAC han nacido normativas importantes a nivel organizacional y contable, como lo son las Normas Internacionales de Contabilidad (NIC) o las Normas Internacionales de Información Financiera (NIIF) (Espinoza, 2020).

La IFAC también ha sido la encargada de desarrollar el llamado Código de Ética para profesionales de la Contaduría, con el objetivo de servir al interés público a través de normas éticas de alta calidad que puedan converger en el largo plazo. Contar con un conjunto único de normas éticas resulta útil para que los contadores a nivel mundial puedan brindar servicios con mayor calidad y coherencia dentro de un mercado global más eficaz (Ramírez, 2020). Mediante el establecimiento de normas de alta calidad se persigue la normalización de una serie de aspectos dentro de la profesión contable. Entre ellos, la regulación de las competencias técnicas y valores éticos presentes dentro de la educación profesional de todo contador, reforzando la formación, desarrollo y evaluación de los futuros contadores públicos (Bedoya et al., 2021).

Estos lineamientos éticos presentan un conjunto de normas que engloban sistemáticamente las responsabilidades morales, éticas y legales a las cuales está sujeto un contador profesional al momento de ejercer su profesión en sociedad. Adicionalmente, incluye una serie de riesgos y sanciones que serán aplicadas en caso el profesional en algún momento actúe en contra de estas normas (Espinoza, 2021). El código de ética vigente contiene los principios éticos fundamentales para todo profesional de contaduría, y a su vez establece una distinción entre contadores profesionales en la práctica pública, y que laboran dentro de negocios (Pinzón & Serrato, 2021). Entre los principios que plantea este código para los profesionales de contaduría a nivel internacional, se encuentran los que se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2. Principios del código de ética de la IFAC

Integridad	Mantener la franqueza y honestidad durante sus relaciones profesionales.
Objetividad	Evitar la influencia de prejuicios, conflicto de intereses, o influencia de terceros en los juicios profesionales emitidos.
Competencias profesionales	Alcanzar y mantener el nivel necesario de competencias profesionales para garantizar un servicio profesional competente, y actuar en conformidad con las normas técnicas y profesionales a las que están sujetos.
Confidencialidad	Respetar la información obtenida a partir de sus relaciones profesionales y mantenerla confidencial.

Fuente: Adaptado de Agudelo et al. (2022).

Cabe resaltar que el hecho de plasmar estas normas éticas en un código tampoco garantiza que quienes ejerzan la profesión de contaduría las cumplan, pues esta sigue siendo una decisión personal que queda al libre albedrío de cada profesional (Alonso & Delgado, 2021). Esta situación se ve reflejada en la creciente presión social que se ejerce sobre los contadores públicos a raíz de la gran cantidad de escándalos financieros reportados a nivel mundial que generan una pérdida de confianza en estos trabajadores (Fuentes et al., 2022). Dado el nivel de confianza casi ciega que se debe tener en el trabajo de un contador público, al recibir reportes que no entiende en su totalidad ni puede ser consciente de si

están correctos o completos, esto representa un importante problema para la profesión que requiere de acciones inmediatas (Santos, 2018).

La contaduría pública a futuro

Aunque ha aumentado el interés en reforzar la ética profesional en los contadores, esta es un área que aún está abierta a mejoras para lograr este objetivo. Mediante el establecimiento de normas internacionales de educación contable, el objetivo era normalizar las posturas éticas requeridas al ejercer esta profesión, de modo que no haya sesgo o subjetividad (Amézquita, 2022). Sin embargo, la globalización puso en evidencia las limitaciones presentes en los programas de formación contable tradicionales, al momento de ser aplicados en un contexto social mucho más amplio (Vazquez et al., 2019). Adicionalmente, la creación de un currículum único para la formación académica de contadores públicos a nivel mundial resulta complicada dada la gran cantidad de países que respaldan lo establecido por la IFAC (Kwan & Amado, 2021).

Por otro lado, estudios realizados acerca de esta problemática indican que en general los estudiantes de contaduría reciben muy poca formación en cuanto a ética, moral o valores, del mismo modo que desconocen lo que se indica en el código de ética de su propia carrera (Fernández et al., 2020). Sumado a esto, las normas establecidas no han recibido la debida importancia por parte de instituciones y organizaciones en ciertas regiones del mundo, como por ejemplo América Latina (Huacca, 2022). En vista de esta situación, es una tarea importante de las universidades a nivel mundial el estudiar a profundidad la forma de enseñanza que están brindando para todas sus profesiones disponibles, e identificar las competencias necesarias de modo que puedan formar profesionales competentes y éticos (Demuner, 2019).

Dentro de los estudios universitarios, resulta importante la reforma de las mallas curriculares mediante la implementación de estrategias y herramientas que refuercen la formación ética de los estudiantes. Una opción efectiva es la adición de cursos de ética profesional desde el inicio de la carrera de contaduría, los cuales deben ser impartidos por expertos en la materia (Amado & Ariza, 2019). Las instituciones de educación superior deben asumir lo que se conoce como una realidad social universitaria como un eje transversal en sus funciones académicas que les permita brindar a sus estudiantes una educación contable de alta calidad. Estas modificaciones en temas de currículos y asignaturas son factores importantes que promueven el desarrollo sostenible y el fortalecimiento del interés público (Villareal et al., 2022).

A raíz de esto, el Consejo de Normas Internacionales de Educación y Contabilidad (IAESB por sus siglas en inglés) se enfocó en desarrollar una guía para la formación de contadores públicos, denominada como las Normas Internacionales de Educación (NIE). Mediante las mismas, se ha buscado brindar lineamientos para los programas de estudio de esta carrera, abarcándola en su totalidad y ofreciendo una formación continua (Huacca, 2022). A partir de estos patrones establecidos, se busca, por un lado, preparar contadores altamente competentes mediante programas educativos eficientes. Adicionalmente, proporciona estándares respecto a la formación ética de estos profesionales. Se establecen competencias en ética, valores y actitudes que los estudiantes deben adquirir, entre las cuales se resaltan conocer la naturaleza de la ética, identificar cuestiones éticas, analizar la relación de la ética y la ley, analizar las consecuencias de comportamientos no éticos, entre otros (Ruíz & Ariza, 2019).

Una vez que trabajan como contadores, sigue siendo responsabilidad tanto suya como de la empresa que los contrata el actualizarse constantemente y reforzar sus conocimientos tanto técnicos como éticos. Para ello, son recomendables capacitaciones constantes que refuercen sus capacidades para resolver problemas bajo principios éticos y morales, de modo que puedan luchar contra delitos como la corrupción y el fraude (Casadiego & Rico, 2020). A su vez, resulta importante incrementar el apoyo a contadores públicos que busquen denunciar casos de faltas a la ética mediante estructuras de respaldo. Adicionalmente, las sanciones que se imparten a quienes cometen este tipo de delitos son consideradas débiles y superficiales en comparación con el impacto de los mismos, por lo que estas también requieren modificaciones de modo que se pueda impartir castigos más severos (Changmarín & Vargas, 2021).

Conclusiones

En el presente trabajo se exploró el papel que juega la ética profesional tanto en la formación como en el ejercicio profesional de un contador público. Estos profesionales tienen un rol fundamental dentro de las empresas al ser los encargados de proporcionar la información financiera necesaria para tomar decisiones que pueden definir el futuro de estas instituciones. Por ello, un profesional de la contaduría pública necesita tener una sólida ética profesional que le permita trabajar de manera efectiva y transparente, y que contribuya a construir confianza con la sociedad, quienes ultimadamente serán quienes requieran de sus servicios. Estos trabajadores deben estar a la altura de la confianza prácticamente ciega que se deposita sobre ellos, sin caer en fraudes o negligencia que afectan la reputación de esta profesión.

La contabilidad como profesión se encuentra en una situación complicada actualmente, en medio de los cambios que supone el proceso de globalización y los nuevos mercados internacionales, y los escándalos existentes que involucran a contadores públicos que cometen actos de poca ética en beneficio propio. La opinión pública respecto al trabajo de los contadores públicos resulta fundamental para tener un buen desempeño laboral, dado el tipo de tareas que realizan en las empresas y la confianza ciega que sus clientes deben depositar en ellos. A partir de esto, uno de los principales objetivos, tanto de los contadores mismos como de las organizaciones pertinentes en el área de contabilidad, consiste en combatir la desconfianza que crean algunos profesionales inmorales y de proteger la reputación de su carrera frente a la opinión de la sociedad.

Como se observó, la confianza es un elemento fundamental en las relaciones entre un contador y sus clientes, la cual solo puede construirse a base de un accionar ético y guiado hacia el interés público. A raíz de esto, las instituciones pertinentes como la IFAC han buscado regularizar las normativas que rigen el accionar de los contadores públicos, en busca de ejercer un mayor control sobre las acciones de los contadores públicos, así como de proporcionar herramientas que contribuyan a fortalecer la confianza de la sociedad en los mismos. A partir del mismo, las personas que busquen contratar a un contador pueden saber lo que se espera de su desempeño profesional, permitiendo que se sientan seguros de que el profesional que contraten trabajará con integridad, objetividad, competitividad y confidencialidad.

Aunque resulta importante la ética profesional en el trabajo de un contador público, las medidas actuales para implementarla en la formación universitaria de esta profesión, así como para fortalecerla dentro del ámbito laboral han resultado ser ineficientes hasta el momento. Iniciativas para implementar cursos de ética profesional en la malla curricular universitaria de la carrera, así como capacitaciones constantes dentro de las empresas han aparecido para contribuir al fortalecimiento de los valores de estudiantes y trabajadores presentes en esta rama. Sin embargo, aún queda trabajo que hacer en este campo, tanto a nivel normativo como a nivel institucional dentro de universidades y centros de trabajo, con la finalidad de generar profesionales íntegros que puedan contribuir a crear una buena imagen de la contaduría a través de un trabajo honesto y eficiente.

Referencias

- Agudelo, M. V., Chirinos, Y. del V., & Vilorio, N. J. (2022). Ética de la autenticidad y ejercicio profesional del contador público. *Revista Venezolana De Gerencia*, 27(99), 1196-1214. <https://doi.org/10.52080/rvgluz.27.99.22>
- Alonso, M., & Hernández, A. (2020). La Importancia de la ética profesional del contador público en una sociedad compleja. *Saber, Ciencia Y Libertad En Germinación*, 13, 207–212. <https://doi.org/10.18041/2382-3755/germinacion.2020V13.9136>
- Amado, M. I., & Ariza, E. D. (2019). Diseño de herramientas para el desarrollo curricular de la enseñanza de la ética profesional para contadores públicos bajo estándares internacionales de la IFAC. Documentos De Trabajo Areandina, (2). <https://doi.org/10.33132/26654644.1628>

Amézquita, C. (2022). Emancipación teórica de la práctica contable, como técnica para el cumplimiento de los Objetivos de Desarrollo Sostenible - ODS. *Revista Científica Arbitrada de la Fundación MenteClara*, Vol.7 (263). <https://doi.org/10.32351/rca.v7.263>

Avendaño, O. (2020). Evaluación del cumplimiento del Código de Ética por parte del contador en empresas del municipio Libertador del Estado Mérida, Venezuela. *Bolentín De Coyuntura*, (26), 13–24. <https://doi.org/10.31243/bcoyu.26.2020.950>

Bedoya, L. A., Sánchez, X., & Sánchez, S. (2021). Ética y responsabilidad social como mecanismos de formación integral para el ejercicio profesional del Contador. *Entramado*, 17(2), 146-161. <https://doi.org/10.18041/1900-3803/entramado.2.7829>

Casadiegos, Y. R., & Rico, C. F. (2020). El Compromiso de la Ética del Contador Público ante la Sociedad. *Sostenibilidad, Tecnología Y Humanismo*, 11(1), 36-43. <https://doi.org/10.25213/2216-1872.28>

Castillo, A., Pastrán, F. R., & Mendoza, J. L. (2021). El liderazgo ético del docente universitario en la formación del ethos del futuro profesional en el contexto de la sociedad del Siglo XXI. *Revista Andina de educación*, 4(1), 55-64. <https://doi.org/10.32719/26312816.2020.4.1.7>

Changmarín, C. A., & Vargas, M. (2021). Prospectiva De Los Códigos De Ética, Su Aplicabilidad Y La Docencia De La Ética En El Ejercicio Profesional, En La Profesión De La Contabilidad. *Societas*, 23(1), 50–71. <https://doi.org/10.48204/j.societas.v23n1a3>

Cruz, O. A., & Cordero, M. C. (2022). Formación ética del Contador Público en Instituciones de Educación Superior en Colombia. *Reflexiones Contables (Cúcuta)*, 5(1). <https://doi.org/10.22463/26655543.3598>

Dávalos, J. E., Rolón, L. G., Macoritto, L. L., & Brizuela, A. L. (2022). Percepción del alumno universitario sobre el ejercicio profesional del contador público. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 6(5), 4876-4889. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v6i5.3444

Delgado, L. D., Montes, H. A., Morales, H. T., Castañeda, C. A., & Martínez, L. (2021). Influencia de los principios éticos del contador público en la evasión fiscal. *Administración & Desarrollo*, 51(2), 137–156. <https://doi.org/10.22431/25005227.vol51n2.6>

Demuner, M. del R. (2019). La formación de competencias profesionales del contador y su conformidad con las normas internacionales. *RIEE | Revista Internacional De Estudios En Educación*, 19(1), 1-18. <https://doi.org/10.37354/riee.2019.186>

Díaz, M. P., Yáñez, J. A., & Fernández, J. M. (2019). Ética profesional en comunidades de aprendizaje mediadas por tecnología. *Virtualis*, 10(18), 98-112. <https://doi.org/10.2123/virtualis.v10i18.291>

Espinoza, A. I. (2020). NIIF y su viabilidad en los estados financieros. *Revista Científica FIPCAEC (Fomento De La investigación Y publicación científico-técnica multidisciplinaria)*. ISSN : 2588-090X . *Polo De Capacitación, Investigación Y Publicación (POCAIP)*, 5(3). <https://doi.org/10.23857/fipcaec.v5i3.268>

Espinoza, E. (2021). Ensayo sobre la importancia de la ética en la labor del contador público en tiempo de pandemia. *593 Digital Publisher CEIT*, 6(6), 611-625. <https://doi.org/10.33386/593dp.2021.6.701>

Fernández, C., Aldrin, E., & Farfán, C. (2020). Perfil del contador público desde su ámbito de formación profesional. *REVISTA CIENTIFICA GLOBAL NEGOTIUM*, 3(1), 42-57. <https://doi.org/10.53485/rgn.v3i1.120>

Fuentes, D. D., Toscano, A. E., & Angulo, E. (2022). Sostenibilidad empresarial desde la ética profesional: evidencia empírica de las sanciones a profesionales contables en Colombia, New York y Francia. *Contaduría Universidad De Antioquia*, (80), 77–108. <https://doi.org/10.17533/udea.rc.n80a04>

Giraldo, J. S., Gutiérrez, A. L., & Arias, D. (2022). Representación social y simbólica de la contaduría pública. *Revista Visión Contable*, (24). <https://doi.org/10.24142/rvc.n24a4>

- Gómez, J., & Janampa, N. (2020). El contador público frente a la cuarta revolución industrial. *Quipukamayoc*, 28(57), 25–33. <https://doi.org/10.15381/quipu.v28i57.18418>
- Gómez, M. E. (2019). Las habilidades blandas competencias para el nuevo milenio. *DIVULGARE Boletín Científico De La Escuela Superior De Actopan*, 6(11). <https://doi.org/10.29057/esa.v6i11.3760>
- González, J. S. (2022). CÓDIGO DE ÉTICA: EL CONTADOR PÚBLICO Y SU APLICACIÓN EN LA SOCIEDAD. *Revista De Investigación Académica Sin Frontera: División De Ciencias Económicas Y Sociales*, (37), 10. <https://doi.org/10.46589/rdiasf.vi37.449>
- Gutiérrez, M., Silva, M., Iturralde, S., & Mederos, M. C. (2019). Competencias profesionales del docente universitario desde una perspectiva integral. *Killkana Social*, 3(1), 1–14. <https://doi.org/10.26871/killkanasocial.v3i1.443>
- Hernández, C., Losada, N. A., & Orozco, D. (2019). La influencia de la contaduría creativa en la ética profesional del contador público. *Revista de investigación, desarrollo e innovación*, 10(1), 53-65. <https://doi.org/10.19053/20278306.v10.n1.2019.10011>
- Hernández, G. (2020). El respeto: un valor que desafía a la educación de universitarios tabasqueños en la modernidad líquida. *Apuntes Universitarios*, 10(3), 131–145. <https://doi.org/10.17162/au.v10i3.475>
- Hernández, J. W., Delgadillo, N., & Gaitán, C. (2021). Concepción de los criterios de creatividad de los contadores públicos de la ciudad de Villavicencio en su quehacer. *Revista "Boletín El Conuco"*, 3(2), 1-13. <https://doi.org/10.22579/2619-614X.778>
- Huacca, R. (2022). Vinculación de las normas internacionales de educación para la formación profesional del contador público y el control interno para las empresas familiares en Latinoamérica. *Iberoamerican Business Journal*, 6(1), 47-67. <https://doi.org/10.22451/5817.ibj2022.vol6.1.11065>
- Izarra, D. A., & Navia, C. (2020). Ética Profesional en la universidad: Dilemas y tensiones en la formación de un sujeto ético-político. *Edähi Boletín Científico De Ciencias Sociales Y Humanidades Del ICSHu*, 8(16), 39-46. <https://doi.org/10.29057/icshu.v8i16.5669>
- Kwan, C. K., & Alegre, M. Á. (2021). Normas internacionales de formación para contadores. Bases conceptuales y doctrinarias: Padrões internacionais de treinamento para contadores. Bases conceituais e doutrinárias. *Cuadernos De Contaduría*, 22. <https://doi.org/10.11144/Javeriana.cc22.nifc>
- López, C. A. (2019). La tradición «Cortar por lo sano» y su relación con la deshumanización de la sociedad peruana. *El Palma De La Juventud*, 1(1), 179–192. <https://doi.org/10.31381/epdlj.v1i1.4010>
- Mancilla, E., Díaz, O. A., & Morales, L. (2018). El Código de Ética profesional del Contador Público en Perú y México. *ECONÓMICAS CUC*, 39(2), 109–128. <https://doi.org/10.17981/econcuc.39.2.2018.07>
- Martínez, L., & Zaragoza, L. (2019). La 'dispráxis' formativa: una revisión en materia de derechos humanos y ética profesional. *Ius Comitalis*, 2(4), 186-199. <https://doi.org/10.36677/iuscomitalis.v2i4.12973>
- Mendieta, L. (2022). Ética y moral del docente universitario. Una interpretación a Kant. *Ciencia y Desarrollo*, 25(1), 99-109. <http://dx.doi.org/10.21503/cyd.v25i1.2358>
- Paitan, E. L., Aguirre, M. E. F., Ñaccha, C. B., Sigüeñas, C. S., & Melgar, L. A. (2021). Importancia de la filosofía de la educación en el siglo XXI. *Alpha Centauri*, 2(2), 44–57. <https://doi.org/10.47422/ac.v2i2.34>
- Paredes, M. del R., Guachamboza, R. M., & Velasteguí, L. E. (2020). Restar importancia a la ética en la Formación del Contador Público: Una mala decisión en las universidades ecuatorianas. *Visionario Digital*, 4(3), 224-246. <https://doi.org/10.33262/visionariodigital.v4i3.1396>
- Paramo, P. (2019). La educación en reglas morales. *Revista Colombiana de Educación*, (76), 195–222. <https://doi.org/10.17227/rce.num76-7980>

- Paz, E. (2018). La Ética en la Investigación Educativa. *Revista Ciencias Pedagógicas E Innovación*, 6(1), 45-51. <https://doi.org/10.26423/rcpi.v6i1.219>
- Pinzón, R. H., & Serrato, A. D. (2021). El dilema ético del contador público en Colombia. Una reflexión sobre su función social de garantizar la confianza pública. *Cuadernos De Contaduría*, 22, 1-10. <https://doi.org/10.11144/Javeriana.cc22.decp>
- Ramírez, E. (2020). El avance de la tecnología y su conectividad con la ética profesional y la responsabilidad social empresarial. *Revista La Junta*, 3(2), 101-122. <https://doi.org/10.53641/junta.v3i2.59>
- Ramírez, J. R. (2022). La Ética en la formación de la Calidad Profesional del Contador Público. *Revista Torreón Universitario*, 11(31), 6-12. <https://doi.org/10.5377/rtu.v11i31.14221>
- Ramos, G., & López, A. (2019). Formación ética del profesional y ética profesional del docente. *Estudios pedagógicos (Valdivia)*, 45(3), 185-199. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052019000300185>
- Ruiz, J. C., & Ariza, E. D. (2019). Enseñanza de la ética profesional en Contaduría Pública. Análisis de 15 syllabus en Colombia. *Boletín Redipe*, 8(4), 106-118. <https://doi.org/10.36260/rbr.v8i4.732>
- Ruiz, R. (2021). PRINCIPIO DE ÉTICA; CONFIDENCIALIDAD EN LA PROFESIÓN CONTABLE. *Pensamiento Republicano*, (13), 89-99. <http://dx.doi.org/10.21017/Pen.Repub.2021.n13.a77>
- Santos, E. (2018). El contador público como causa primera y última de la confianza pública. *Contaduría Y Negocios*, 13(25), 109-124. <https://doi.org/10.18800/contaduría.201801.008>
- Solano, L. M. (2019). El escepticismo científico en la construcción de la información financiera: Estado del conocimiento. *I+ D REVISTA DE INVESTIGACIONES*, 14(2), 7-16. <https://doi.org/10.33304/revinv.v14n2-2019001>
- Vargas, G., Sesarego, E. R. y Guerrero, M. J. (2019). Formación ética y normas trascendentales de la razón. *El problema de la educación ciudadana. Revista Colombiana de Educación*, (76), 285-304. <https://doi.org/10.17227/rce.num76-7951>
- Vazquez, X. E., Miranda, G. J., & da Silva, M. A. (2019). Análisis sobre la normativa internacional de educación contable. *Pensamiento & Gestión*, (47), 11-39. <https://doi.org/10.14482/pege.47.2432>
- Villarreal, J. L., Reyes, C., & Mucha, Á. J. (2022). Acercamiento teórico de la responsabilidad social universitaria (RSU) en programas de contaduría pública. *Tendencias*, 23(1), 341-371. <https://doi.org/10.22267/rtend.222301.193>
- Zeledón Ruiz, M. D. P., & Aguilar Rojas, O. N. (2020). Ética y docencia universitaria. Percepciones y nuevos desafíos. *Revista Digital de Investigación en Docencia Universitaria*, 14(1). <http://dx.doi.org/10.19083/ridu.2020.1201>

HEGELIAN DIALECTICS AND ETHNOCLASS DIFFERENCES

THE SPATIALISED POLITICS OF THE GUARANI-KAIOWA

DIALÉCTICA HEGELIANA Y DIFERENCIAS DE ETNOCLASE

La política espacializada de los Guaraní-Kaiowá

DIALÉTICA HEGELIANA E DIFERENÇAS DE ETNOCLASSE

A política espacializada dos Guaraní-Kaiowá

Antonio Augusto Rossotto Ioris
(Cardiff University, United Kingdom)
IorisA@cardiff.ac.uk

Recibido: 28/09/2022

Aprobado: 01/06/2023

ABSTRACT

Difference is not an epiphenomenon of socio-spatial relations, but a genuine worldmaking driving-force, provided that it is the handling of difference that paves the way to specific interactions that end up shaping society and, ultimately, space. There exists not merely ‘a world of difference’ but a world because, and out of, differences. This article offers a neo-Hegelian analysis of the spatial basis of politico-economic and ethnic-social differences, making use of the striking example of anti-difference violence suffered by indigenous peoples under the hegemony of financial-rentier capitalism. There are two main pillars of socio-spatial difference, ethnicity and class, which co-determine each other and eventually result in hybrid, ethnoclass differences held by all humans and according to their specific and general circumstances. The socio-spatial trajectory of the Guaraní-Kaiowá indigenous nation, in the center of Brazil, is emblematic of the dialectical basis of ethnoclass differences, and also of the political potentiality of difference.

Keywords: social movements. indigenous struggles. indigenous studies. geography. anthropology.

RESUMEN

La diferencia no es un epifenómeno de las relaciones socioespaciales, sino un verdadero motor de la construcción del mundo, ya que es el manejo de la diferencia lo que abre el camino a interacciones específicas que terminan configurando la sociedad y, en última instancia, el espacio. No hay sólo ‘un mundo de diferencias’, sino un mundo por y fuera de las diferencias. Este artículo ofrece un análisis neohegeliano de la base espacial de las diferencias político-económicas y étnico-sociales, utilizando el ejemplo llamativo de la violencia antidiferencial sufrida por los pueblos indígenas bajo la hegemonía del capitalismo rentista-financiero. Hay dos pilares principales de la diferencia socioespacial, la etnicidad y la clase, que co-determinan y eventualmente dan como resultado diferencias híbridas de etnoclase experimentadas por todas las personas y de acuerdo con sus circunstancias específicas y generales. La trayectoria socioespacial de la nación indígena Guaraní-Kaiowá,

en el centro de Brasil, es emblemática de la base dialéctica de las diferencias etnoclasistas y también del potencial transformador de la diferencia.

Palabras clave: movimientos sociales. luchas indígenas. estudios indígenas. geografía. antropología.

RESUMO

Diferença não é um epifenômeno das relações socioespaciais, mas uma verdadeira força motriz da construção do mundo, uma vez que é o manejo da diferença que abre caminho para interações específicas que acabam por moldar a sociedade e, em última instância, o espaço. Existe não apenas 'um mundo de diferenças', mas um mundo por causa e fora das diferenças. Este artigo oferece uma análise neo-Hegelianista da base espacial das diferenças político-econômicas e étnico-sociais, valendo-se do exemplo marcante da violência anti-diferença sofrida pelos povos indígenas sob a hegemonia do capitalismo financeiro-rentista. Existem dois pilares principais da diferença socioespacial, etnia e classe, que se co-determinam e, eventualmente, resultam em diferenças híbridas de etnoclasse vivenciadas por todas as pessoas e de acordo com suas circunstâncias específicas e gerais. A trajetória socioespacial da nação indígena Guarani-Kaiowa, no centro do Brasil, é emblemática da base dialética das diferenças de etnoclasse e da potencialidade transformadora da diferença.

Palavras-chave: movimentos sociais. lutas indígenas. estudos indígenas. geografía. antropologia.

Difference instrumentalized into indifference

We certainly live in a strange world where the most important social and spatial differences are tacitly negated by precisely those who instrumentalize and benefit from their concealment. The most striking differences are unnoticed, omitted or attacked, only to be promptly reinstated, reinforced and then silenced. This unsettling planet, where so many differences are ignored and ill-managed, is inhabited by more than six billion people, who are systematically characterized by academics and political leaders as members of a globalized, although highly abstract and undifferentiated, society. The contemporary configuration of the world, mirroring the Western model of consumption and waste, is extolled as the best possible socio-economic and ethical order and, moreover, the culmination of history so far. This is the triumphant argument from the top, from those who reject the richness of differences; in other words, difference is advantageous as long as it can be quantified, profited from and ultimately sanitized by indifference. Higher levels of labor exploitation and social degradation are rationalized by the stifling and control of difference, which ultimately comes to haunt society as a whole. This strange reality, as revealed by Bauman (2017), is so distressing that, for the marginalized majority, the dream is not in the future; only the past holds any hope. What has already happened is more easily registered by each individual, whilst the future is nebulous and disturbingly contingent on what the rest of society chooses to do or not to do. Therefore, if the future is uncertain and the present uncomfortable, it makes sense to depict those seen as 'other' as degraded versions of what 'we' have or want to become. How people respond to difference is central to how they see themselves, who they want to become, and what they try to avoid.

This paper offers a conceptual (neo-Hegelian) analysis of the spatial basis of politico-economic and ethnic-social differences, making use of the striking example of anti-difference violence suffered by indigenous peoples under the contemporary hegemony of financial-rentier capitalism (Bresser-Pereira, 2007). Its departure point is that, rather than a descriptor (the predicate of a subject), difference is a mediator of relations and a facilitator of connection or disjuncture (an essence turned into a subject). There is, therefore, a *necessity of difference in the world*, as a decisive ontological factor that sustains cohesion or social breakdown. Difference is not static or above social relations, but is a catalyst either

for approximation or distancing in relation to what is being differentiated against. Difference is, by definition, a relationship between more than one thing, but it is also a reflexive return to the one, as something that either reinforces a presumed contrast with the other or helps to mitigate the distance that seemed to separate them. This is existential tension between being something and not wanting to be something else. There are, in addition, gradations, intensities and qualifications of difference that produce unstable degrees of proximity. In the end, the need for difference represents lived proof of the immanence of difference in the world. For all these reasons, socially constructed patterns of differentiation have great political relevance, but they have also been clouded by the challenge of dealing with other perspectives on life, economy and society. World geography contains great diversity and major contrasts, but attitudes towards difference, including other values, ethnicities, religions and morals, are not consistent but rather reflect how each nation, social class and individual deals with their perceived and represented condition. The turbulent trajectory of difference reveals an endless struggle to reconcile the factors that unify a social group with the barriers that prevent constructive interaction with others.

A very concrete, striking sense of the biased treatment of difference can be grasped by standing near a fence that divides an indigenous reservation from surrounding private farms, a relatively easy exercise to undertake in many parts of North and South America. On one side of the fence are artificial pastures and fields with homogenous, often transgenic, crops cultivated on soils prepared with the use of heavy machinery, fossil fuels and high doses of agrochemicals (fertilizers and pesticides). On the other, a much more complex ecosystem with shrubs, grasses and trees (the actual composition depending on external pressure and past uses of the land) and a diversity of animals and microorganisms that is several orders of magnitude greater. The landscape managed by the indigenous communities also holds diverse knowledges, experiences and practices cherished by people with distinctive features and languages, although ‘at face value’ their socio-economic condition is typically comparable with the material destitution of poor peasant communities and the urban homeless. Contemporary agribusiness farms are homogenized spaces where a huge amount of capital circulates (funded by bank loans and foreign investment) but very little is left behind for local communities, apart from socio-ecological impacts. Most technical operations are developed and tested in agronomic research centers located thousands of kilometers away, by scientists who have never heard of the region where the agribusiness farms are located. Agribusiness is fundamentally predicated upon estrangement and subsequent indifference to the discriminatory differences created in the course of agrarian development. As Manuel and Posluns (2019: 188) argue, “it is not necessary to travel all the way to the Arctic to see the traditional colonial system operating with the full assistance of modern technology.”

Large agribusiness farms, enthusiastically celebrated by politicians, economists, urban elites and the dominant mass media, are monuments of indifference to the socio-ecological differences that ultimately sustain them, and which have been viciously appropriated to satisfy exogenous demands. It is easy to observe this paradox in the agribusiness-dominated regions of the US Mid-West, California, Southern Spain, Argentina, South Africa or anywhere in Brazil where monoculture plantations continue to expand. On 13 June 2012, the conservative Brazilian magazine *Veja* published an article with the title ‘Guess Which the Indian Land Is’, compare the supposed progress of agribusiness with the supposed backwardness of indigenous lands in the State of Mato Grosso do Sul. The key message of the piece is that indigenous families and communities in the region are desolately poor because they have not accepted the ‘rational’ solution of agribusiness production (and the few exceptions, indigenous individuals who participate in commercial agriculture, are treated as examples to be followed). According to the magazine, poverty is a consequence of indigenous people’s primitive way of life, and in the rare cases where land has been returned to its ancestral inhabitants, the result has been a total waste of land and opportunities. Replicating elements of the old ideologies brought by the Iberian conquerors after Columbus and Álvares Cabral, the material misery of the native population is presented as basically their own fault (in the history of the American continent, victims are always considered guilty of causing their own fate). According to this narrative, the only viable alternative would be for indigenous people to surrender their domestic and professional lives to market-based relations, as championed by businesspeople and large-scale landowners. *Veja* makes no mention of the fact that this proposed

solution only benefits a small minority of the non-indigenous population, and is based on increasing social and ecological degradation.

It all means that difference is not an epiphenomenon of socio-spatial relations, but a genuine *worldmaking driving-force*, provided that it is the handling of difference that paves the way to specific interactions that end up shaping society and, ultimately, space. There exists, therefore, not merely ‘a world of difference’ but *a world because, and out of, differences*. People understand and react to those deemed different or not different in ways that either reinforce or challenges the shared reality of the world. To be is to be something and not to be something else, which exists as the different; moreover, as we will discuss below, things are more complicated because existence is ontologically dialectical: something is and is not at the same time (and these poles of interaction produce collectivity and its spatial conformation). Consequently, it is necessary to consider the whole, always unfinished, historical and geographical process that produces difference; difference can be understood as the interconnected trajectory of parts and the whole that led to a perennially evolving reality, and also underpins the immanence of its transformation (because of immanence, the future is immanently what it must be). As famously argued by Hegel (1977: 11), “The True is the whole.” When emphasizing the importance of the whole, Hegel (1977: 79) is not thinking of a static reality; he claims that truth is realized in its process of unfolding: as he repeatedly argued, “the object has developed through the movement of consciousness in a such a way that consciousness is involved in that development.” Hegel set himself the ambitious task of eventually organizing all possible thoughts about the world, from mechanics to anthropology and politics. This was a sizeable target, even for the most formidable thinker of European modernity, considered by Nancy (2018: 11) “*le penseur inaugural du monde contemporain*”). Hegel’s theory on being, reason and interdependency probably represents the most insightful and sophisticated tool available to interrogate and explain difference.

The difference Hegel makes

In the *Phenomenology of Spirit*, Hegel (1977: 287) proposes that to be different is to act, and action leads to both recognition and consciousness, because “individuality and action constitute the principle of individuality as such.” Action is already inserted in individuality, which itself results from action. According to Hegel (1977: 297), self-consciousness must indeed “alienate itself from itself” in order to secure the character of a universal. For Hegel, difference is what presupposes such interaction and creates a space to advance human consciousness of itself and the world. Reason (as a nexus of agency, as a subject) is a collective project, never fully realized and fraught with possibilities because of the interaction between self-conscious agents. There is unity in “the different independent self-consciousnesses which, in their opposition, enjoy perfect freedom and independence: ‘I’ that is ‘We’ and ‘We’ that is ‘I’” (Hegel, 1977: 110). The reality of the world is certainly not merely the sum of its constituent parts, but rather the productive interaction between individual, differentiated elements, and this additional, ‘extra’ dimension is the interdependence between the whole and the parts. The generic is contained in the specific, but the dialectic continues in the integral constitution of the universal by the particulars. Each moment of the dialectic is an interminable, non-teleological play of oppositions without resting places, which defies today’s ideologies of non-contradiction, or the mirage of affirmative action (Jameson, 2017). As Badiou (2012: 85) expands, “a world is a regime of relations of identities and differences.” Difference is, thereby, the ‘name of the game’ or, in other words, to be alive is to be different together with many others with various levels of sameness and contrast. Unfortunately, there is still today a great deal of misunderstanding and misjudgment about the profound politico-spatial implications of difference.

An appreciation of the ontological priority of difference can in no way presuppose or imply a convergence towards the middle ground of liberal politics. On the contrary, as differences come about before and through interaction, they are a nexus of perceivance, reaction and dispute that disrupts implicit consensus. Socio-political activity, or the lack of it, is predicated upon perceptions of old and new differences positioned in space and associated with spatial conditions. In that regard, an enormous

amount can be learned from (and, more importantly, together with and in relation to!) the lived and embodied experience of social groups marginalized in the process of Western-based modernization and capitalist development. As already alluded to above, this is particularly true for indigenous peoples, each with a unique attachment to ancestral places and bearers of socio-spatial practices learned and cultivated over many generations. The politicization of differences is critical for the thousands of communities around the world with claims to indigeneity because, among many other reasons, they have to deal with processes of discrimination and indifference on a daily basis. According to Žižek (2013), indifference is the fundamental form of violence inflicted by capitalism, given that it is a violence attributed systemically and anonymously. The struggle of indigenous nations is particularly challenging in the sense that they have been forced to fight for equal basic rights in order to secure some socio-political inclusion while simultaneously striving to maintain their unique practices, languages and knowledge. This is a joint struggle for equality through difference, which is crucial for both mitigation of and compensation for accumulated abuses and losses. More important than legal or anthropological determinations of identity markers and the search for a supposed authenticity, for indigenous communities the main issue is the need to embrace diversity and rethink conventional roles, needs and timeframes.

This interaction between different beings will necessarily be contradictory, because it will naturally reflect their identities and differences. However, the most important argument – contrasting with the unitarianism of Spinoza and the non-contradictory rationalism of Kant – is that the individual himself or herself is contradictory. But this contradiction is an inescapable feature of life and the main element of logical reasoning. Difference is contradiction, but it starts with the individual and expands into the contradictory interaction with other individuals and the universal, which both constitutes the individual and shapes the universal. For Hegel (1977: 142- 143), difference “is a *plurality* of categories” and “in their *plurality* they possess otherness in contrast to the pure category.” It constitutes a “*negative unity* of the differences... that excludes from itself both the differences as such, as well as that first *immediate* pure unity as such.” The singular individual is a transition to an external reality, and consciousness is able to apprehend that it is a unity that is “referred to an ‘other’, which in being, has vanished, and in vanishing also comes into being again.” Hegel’s ontology (and his phenomenology) not only stabilizes contradictions like this, but places contradiction at the center of the comprehension of and action upon the world. Croce (1915: 19) found a ‘Eureka’ moment in the solution offered by Hegel to the problem of oppositional difference, namely: “the opposites are opposed to one another, but they are not opposed to unity.” This unity is a synthesis, a movement and a space for further development, considering that ‘becoming’ for Hegel is a synthesis of opposites, not of identities (although Croce also considers the Hegelian equivalence between the ‘theory of opposites’ and the ‘theory of distincts’ to be an “essential error”, because the dialectical method cannot be applied to those parts of reality that do not have an antagonistic character; however, Croce ignores the fact that Hegel never denied the existence of relations of diversity, but simply considered opposition to be deeper than diversity, as pointed out by Abazari, 2020).

Hegel’s more notable treatment of difference, as McGowan (2019) explains, is to claim that the being itself is contradictory and must deal with this inherent contradiction through reason (i.e. progressive, methodical logical thinking). According to Hegel (1977), the reality of the world is a flux that is expressed according to the movement of forces, with the antithesis between differences necessarily resolved in this flux (which is itself qualitatively “different from the nature of philosophical truths”, cf. Hegel 1977: 23). If for Hegel reason is more than mere understanding – because there is no fixed correspondence between reality and representation, which rather requires a self-conscious reflection – the production of space is exactly how the gap between reason and understanding, the basis of human resourceful activity, can be collectively seized and acted upon. As interpreted by Heidegger (1988: 122), understanding lies in the movement of the parts and is posited in the difference between space and time, which are distinguished from each other in movement. It is in space, and through the movement of space and time, that differences are materialized, rationalized and transgressed. The dialectical association between the universal and the particular is, ultimately, a relation across scales (i.e. unique-generic, local-universal) and is revealed in the manifold social interactions that produce space (because space is

fundamentally the myriad forms of convergent or antagonistic interactions). Difference is at the center of the interactions that produce space, and it is also the precondition for these relations to unfold. It is socially produced space that allows us to make sense of a fundamental impasse: the contrast between enabling (as concurrence and synergy) and disabling (as inequality and injustice) differences.

Relations of Ethnoclass Difference: In and Through Space

As we saw above, difference is not a static attribute to measure social distances, but an intrinsically relational phenomenon and a dynamic force that fosters either an association or separation depending on the self-consciousness of those involved. Because difference starts in the actuality of the individual's outer and inner features that flourish vi-à-vis other people and social groups, Hegelian dialectic is invaluable for interrogating the complex reality of the world shaped by the perennial interplay between differences and those who are or want to be different. The being exists amidst a spiral of interacting processes puling in various directions and its existence is constantly reshaped through an interplay with the other and with itself. Pure, isolated difference is a myth, a figment of the imagination, hence the importance of Hegelian tension between nature and spirit, and his systematic insistence on non-binary positions and on ontological openness (i.e. no room for the 'thing-in-itself' or to 'either/or' distinctions). Difference, according to Hegel, is consequence of self-estrangement and externalization of the self, not because of self-serving interests but exactly because of the self's incompleteness and the need to be actualized in the other, who is also incomplete. Difference is in the act of negation which involves the other in function of the self, transforming both together through the negation of that negation.

To be a 'good Hegelian' now demands a renewed dialectical effort to cover new ground and harvest what was unripe in Hegel's *chef d'œuvre*. A main challenge is certainly to mobilize Hegelian theory to confront the late capitalist socio-spatiality characterized by a mass cultural mentality predicated upon homogeneous universals and equality contained in market transactions. What prevails today is the membership into a web of relationships that are supposedly inclusive, but in effect indifferent to the condition of peoples and places. Dominant social groups, because of their power, have the ability to assert and normalize such massively exclusionary socio-spatial differences disguised as figments of equality. As a result, politics is typically circumscribed to formal rights and to difference as purely personal attributes, at the expense of communal experiences and collective consciousness. Denying differences can considerably facilitate political controls, whilst the manipulation of differences can equally lead to subordination and repression (such as segregation because of ethnic, spatial or religious identities). That constitutes an attempt to *instrumentalize difference* according to the most powerful interests, as an imposition of *difference in itself* against the prospect of reclaiming of *difference for us* (i.e. on the terms of the majority whose differences were instrumentalized). Instrumentalization aims at transforming differences into something politically inconsequential. Such was the experience when Britain was described as a multicultural society during the Labor administration early in the century (despite persistent injustices and inability to secure effective ethnic and class-based integration). Multiculturalism is a misleading goal that, ultimately, renders difference commensurate in a shared orthodoxy (Bocarejo, 2012), failing to discuss power and inequality but typically used to improve the acceptability of exploitative development strategies (Maher, 2015).

The spatiality of instrumentalized differences and of the resulting indifferences can be summarized in three main 'theses' or propositions. The first is that *relations of difference are configured and evolve according to the social production of space as a collectively lived experience*. As extensively demonstrated by geographers since at least Élisée Reclus and Carl Sauer, social interaction produces space and the spatial setting that results from this interaction equally affects social life. More importantly, the production of space brings forth universalisms and particularisms, which become wrought into a spatial setting that is constantly unrolling. If for Hegel human existence is consolidated in reason and for Marx the totality of human existence is given by labor relations, those totalities can be really comprehended as spatialized relations of difference. Spirit is, in that sense, the essence of space. Space is the consolidation of reason and labor through the convergence of multiple, disputed differences.

Social and interpersonal differences reflect spatial practices and spatial divisions, but these also take part in the collective production and contestation of space; as argued by Lefebvre (1991), space is immanent in politicised social relations. Differences in and through space are also manifested across places and scales (according to the Hegel logic, any particular space is also a universal and only exists as part of the universal). Local differences produce the nearest space, which is itself connected and conditioned by higher spatial scales (themselves shaped with wider, national and international, social differences). A spatial configuration is not merely the result of random social relations, but the very syntax of people's associations and disputes because of their differences. By the same token, space is a conditional and contingent situation (with a transient sense of equilibrium that is represented on a map or cartogram) that is always prone to be challenged and outdone. "The Here pointed out, to which I hold fast, is similarly a this Here which, in fact, is not this Here, but Before and Behind, and Above and Below, a Right and Left. (...) The Here, which is supposed to have been pointed out, vanishes in other Heres, but these likewise vanish" (Hegel, 1977: 64).

If place is the 'petrification' of time (in the terminology of Vallega, 2006, following Reclus), space is equally the condensation of accumulated and anticipated social changes which are necessary activated because of difference. Space is what has changed, what needs to change and what is prevented from changing because of instrumentalized relations of difference. That because space is itself the outcome of social differentiations and, concomitantly, where differences are enacted and could be potentially transgressed. Space is, thus, the realm of lived concreteness, openness and the possibility of social change. According to Massey (2005: 151), the "multiplicity and the chance of space here in the constitution of place provide (an element of) that inevitable contingency which underlies the necessity for the institution of the social and which, at a moment of antagonism, is revealed in particular fractures which pose the question of the political." This process of change is never neutral, but enfolds according to the balance of power and the predominant ideology. Space is therefore the dimension of multiple trajectories and the simultaneity of the many stories-so-far. It is also where the hopes for the future can be articulated, as in the case of national development of personal betterment. Space is, thus, a sphere of flows and heterogeneity, as much as relations, negotiations, practices of engagement. According to Hegel, the gap between essence and appearance is never completed, and in this case space is never fully itself, but always open to challenge and transformation. That is even more the case considering that people are spatial agents, who grasp and simultaneously disidentify (get distance) from the existing order to project an alternative future that brings elements of the past. For Hegel, the distance between the real (lived) and the immanent (projected dimension of reality) must be filled by and in space. Space is read through movement because the particular cannot be reached by language (because this belongs to consciousness, which is inherently universal) but only through experience, which is dynamic and localized. Hegel (2010) argues that contradiction is an ontological feature of the world, which is collectively produced and experienced, something we can call 'produced space' (after Lefebvre), that is, space as contradiction, with partial truths that form not the full truth of the whole, but a whole that is also partially true and prone to be contested.

Our second main proposition is that *patterns and practices of difference are maintained and renovated in space primarily following the exercise of power and the hegemony of the stronger segments of society*. According to Holt and Bowlby (2019), relations of difference endure because of a spatial contingency of encounters in which advantages and disadvantages are challenged or reinforced according to power imbalances. Politics certainly plays a key role in the organization and maintenance of spatialized social practices, but it is also nurtured by the spatialized configuration of social action according to the most powerful interests. For Massey (2005), space is the visible and sensuous dimension of the multiplicity, what means that space is intrinsically political and reflect 'geometries of power.' A spatial configuration is not only a canvas that exhibits differences, but it may likewise conceal differences between asymmetrical or oppositional social groups. Mainstream development nowadays is indeed a very selective spatial phenomenon, given that the evolution of socio-spatial relationships associated with the modernization of the world has only included a fraction of society, what normally increases hierarchies and stratification (Luhmann, 1982). This has to do with ideas about consent and purity imposed from those in control, even is only implicitly. Evidently, the main sources of politico-economic power and the

key producer of difference encrusted in space continue to be the capitalist relations of domination, alienation and exploitation. It was indicated by Katz (2009: 243) that “capitalist accumulation works in and through the production of difference in space (...) at different scales.” Space, according to Harvey (2006), is an attribute of all use values (the life between narrow market transactions), but though the dynamics of commodification and accumulation new spatial configurations arise according to the needs of capital. It means a strategic conversion of the pluralism of use values, which reflect the diversity of different local socio-ecological experiences, into the monotonic interchangeability of exchange value.

The circulation of capital and the expansion of capitalist relations not only work in space, but through the destabilization and regulation of multiple identities and social practices. Yet, one of the main secrets of capitalist modernization is precisely its capacity to conceal the importance and the constant increase of socio-spatial differences behind the abstract universality of market transactions. Difference becomes, then, more than a locus of dispute but the basis of private asset ownership and of the circulation and accumulation of capital. There exists a simultaneous discursive production of space in which power is exercised through spatial practices and their representations in order to secure mainly the interests of privileged social groups (Dunn, 2001). The modern, capitalist world is basically predicated on certain differences, mobilized to pave the way for equalized economic basis that are required in order to promote value extraction and unrestricted trade. According to Qian and Wei (2020: 251), capitalist development depends exactly on the absorption and appropriation of local specificities, which assembles and reorders “existing registers of differences – local practices, relations, values and norms, but also differentiations in economy, education, health, social and human capital, etc.” Consequently, socio-spatial difference in a capitalist society does not explicate things in itself, but it itself has to be explained vis-à-vis class-based and other forms of identitary positionality (as recommended by Katz, social theory needs to account for class differences and the uneven capitalist development in direct connection with the specific circumstances of gender, sexuality, racism, patriarchy, etc.). The interrogation of difference is directly related to the rationality and the internal contradictions of capitalist relations of production and reproduction.

The third thesis on space and difference is that *circumstances fraught with political antagonisms increasingly impact spatialized relations of difference, although the resulting tensions will accumulate over time and eventually trigger manifold reactions*, which will be manifested through actions taken by those dissatisfied with the treatment of their differences or willing to reclaim what has been denied by other social groups. The production of space is profoundly, and inescapably, political and such political dynamics are involved in the legitimization or transformation of hierarchical patterns of difference. Political actions have historical and psychological roots, but are catalyzed and concretized in space, as acts for or against certain differences that will be again reinscribed in space. The interruption of the prevailing order, as in the case of strikes, uprisings, mobilization, or elections, are interventions that express spatial presuppositions and aspirations for the future. The configuration of the political into the engine of contestation is consequence of the autonomous realization (self-consciousness) of deep political connotation of differences. The reassertion of differences can result in opportunities to challenge a given state of affairs, in particular the exclusionary and oppressive hegemony of capitalist relations. Capitalist modernity is founded on the careful instrumentalization of socio-spatial differences, which are exacerbated and reinforced, or minimized and circumscribed when is required. However, and crucially, there is ‘more and new things under the sun’ – paraphrasing Ecclesiastes – than capitalism will ever be able to completely enthrall. Despite the ideological imperative to convert everything to the undifferentiated grammar of money and political control (including human health, ecological processes and even the atmosphere, vis-à-vis carbon markets), there is *always a surplus or excess of difference* (autonomous differences cherished and preserved by marginalized social groups) that is not fully incorporated in the homogenizing flows of commodification and exploitation.

This ‘excess’ of difference is the politicization of the residual differences mentioned above, which are acted upon and pave the way to multiple forms of contestation at various scales of socio-spatial interaction. As put by Massey (1994: 23), “social change and spatial change are integral to each other” because space is the connecting of multiple trajectories that form the lived world. The spatial reality is

certainly dynamic, unpredictable, but it is also subject to contingent laws and forces, which are themselves unsteady and subject to change. It corresponds to the claim by Hegel (1977) that appearance is a superficial, almost inconsequential form of difference because it fails to reach the inner being of things, something that only self-consciousness and reason can secure. Not only differences are manifested in and through space, but the set of relations that produce space leads to a necessity of difference in the lived reality of the world. According to Hegel (2010: 222), necessity is “in itself the *one essence*, identical *with itself* but full of content.” The necessary happens through “an *other*” that is the medium of the activity, something that is both contingent and also a condition. What is necessary comes back to itself mediated by the other, it is an unqualified, unconditional return affected by the circle of circumstances (effectually, the concrete socio-spatial setting). Necessity is something merely posited through the other, but with unhindered outcomes; for Hegel (2010: 230), “the *truth of necessity* is thus *freedom*.” For instance, a capitalist society is shaped by the necessity of class-based relations, which underpins the production and extraction of value from the majority of the population. However, there are other forms of vital difference beyond the economic realm, but which also have a central constitutive role, as in the case of the alienated condition of the same subordinate majority and the utilization of gender, sexual and ethnic features to segregate people and undermine their political action.

All those differences influence and condition socio-spatial relations, not in any predeterminate way, but according to developments mediated by the relation with the (economic or otherwise) other. In other words, class-based differences mediate, and are mediated, by other differences beyond the economic domain, and vice versa. There is no antagonism between class and more-than-class differences, but these are all markers of identification instrumentalized by spatialized capitalist relations and reclaimed back by individuals and social groups who were negatively impacted. As argued by Thompson (1966: 9), “‘working classes’ is a descriptive term, which evades as much as it defines. It ties together a bundle of discrete phenomena... unifying a number of disparate and seemingly unconnected events, both in the raw material of experience and in consciousness... something which in fact happens in human relationships.” In general, people can experience, and claim, many forms of non-economic differentiation, such as gender, religion, age, level of education, sexual orientation, and place of origin, but class and ethnicity are certainly two main nexuses of difference involved and affected by the production of space. Those two main pillars of socio-spatial difference co-determine each other and eventually result in hybrid, *ethnaclass differences* held by all humans and according to their specific and general circumstances. All people, even if unaware of that, belong to a social class and have an ethnic ancestry, which jointly affect their life and actions. Rather than a separation between those two equally important categories, in reality everybody belonging to a class also has an ethnic identification, although sometimes some markers of differentiation may be left implicit.

The synergies between class and ethnicity need to be treated as dynamic, constantly unfolding networks of interaction. As noted by Pulido (2002: 762), questions around race and class are “hardly new – but *how* to build explicit anti-racist organizations rooted in either class or anti-capitalist [class-based] politics is quite challenging.” The apparent division between ethnicity and class cannot be resolved, and actually does not make sense, if removed from the social production of space. Class is necessarily realized in a spatial setting (both the working environment, the residential areas of labourers, managers and businesspersons, and the chains of input supply and trade), as much as personal and collective differentiation are expressed in space (in areas to live and celebrate difference, to mobilise and protest, and to shield from unwelcome homogenization). In that regard, the systematic attacks on their right to be different and the exercise of indifference have corroded the possibility for indigenous peoples to have equal or equivalent economic and social opportunities (let alone compensation for past violence). In a world shaped by neo-colonialism and severe exploitation of society and of the rest of nature, to be and remain indigenous depends on a fight to remain different in order to be treated fairly and compensate for violence accumulated over many generations. The thousands of contemporary indigenous groups are mainly descendants of peoples who suffered unimaginable forms of aggression, disruption, and displacement, generally associated with land grabbing, resource extraction and labor exploitation. Moreover, it is especially noteworthy that the very definition of indigenous peoples, forged in the global indigenous rights movement that emerged since the 1970s, emphasizes its political core. To be

indigenous is not a genetic or racial condition, but a relational operation that is both different and replicates other economic and socio-spatial asymmetries, as in the emblematic case of the Guarani-Kaiowa in the Brazilian state of Mato Grosso do Sul (Ioris, 2022).

Attacking Guarani-Kaiowa ethnoclass differences

This section will consider the socio-spatial trajectory of the Guarani-Kaiowa and the pressure exerted by development forces to confine them further and further to the margins of a regional development dependent on agribusiness exports. The tragedy of the Guarani-Kaiowa in Brazil, the second largest indigenous population in the country, is the result of anti-difference policies that have transformed them into victims of the necropolitical tendencies of agribusiness production. They are not only victims of an ongoing genocide, but their lives themselves are dictated by the genocidal imperative of agribusiness. As demonstrated in a growing number of media articles, academic publications, artistic expressions, politico-electoral interventions and research projects, around half of the indigenous people murdered in Brazil in recent decades were Guarani-Kaiowa. They have been confined to the edges of vast agribusiness farms (mainly producers of soybean and sugarcane) established in indigenous lands that were illegally and violently grabbed during territorial conquest and, particularly, the advance of conservative modernization into the Center-West region of Brazil in the second half of the twentieth century (Ioris, 2017). Most Guarani-Kaiowa now live in miserable material conditions, despite the high agricultural value of their land, and have been victims of genocidal violence because of and in space (on the ongoing genocide, called Kaiowcide, refer to Ioris 2021). The annual reports on violence against the communities published by CIMI, an organization maintained by the critical branches of the Catholic Church and certainly the main ally of the Guarani-Kaiowa in their fights in the courts and for daily survival, provide some grim statistics on the growing numbers of conflicts and murders. The majority of the aggressions are committed by private militias and police forces acting illegally in the name of landowners and agribusiness farmers (tacitly supported by politicians, mainstream journalists and magistrates).

The attacks on Guarani-Kaiowa difference are based on this central paradox of valuing indigenous land and workforce according to mainstream politico-economic priorities, but despising what was socially and ecologically unique. Following Hegel (1977: 3), we can understand that “To judge a thing that has substance and solid worth is quite easy, to comprehend it is much harder, and to blend judgement and comprehension in a definitive description is the hardest thing of all.” Hegel’s comment is even more pertinent considering that there is no single Guarani-Kaiowa trajectory, but each community and extended family, living in separate locations and facing specific enemies, will have their own history. At the same time, the convergence of the myriad of experiences constitutes the overall situation of the Guarani-Kaiowa and their acute confrontation with large-scale landowners and the leaders of agribusiness-based regional development. The clashes seem inevitable, at least from the authoritarian perspective of agribusiness, given that the southern part of Mato Grosso do Sul was all indigenous land and mainly occupied, for several centuries, by the ancestors of today’s Guarani-Kaiowa (Ioris, 2020). It was a vast territory with no fixed borders and a total area between four and eight million hectares, where the Guarani-Kaiowa and other, relatively smaller indigenous nations, used to live. Racism and spatial segregation have operated as perverse catalysts of an exploitative economic order that transformed the indigenous population into refugees in their own land. White supremacy, as in the case of settler colonialism and agribusiness-centred regional development of Mato Grosso do Sul, is essentially based on a narrative of the supposed inferiority and irreversible decadence of the Guarani-Kaiowa.

The intensification of the anti-indigenous measures and the systematic attempt to obliterate the Guarani-Kaiowa presence in their own territory denotes an aggressive *plasticization* of Mato Grosso do Sul. Renewed forms of cruelty and disregard are directly compared with the misfortune of the Palestinian people under the Zionist neo-colonial invasion described by Sayigh (2007). Since the 1940s, the Palestinians have been affected by the plan to build a Zionist state, based on misplaced biblical literalism, what has disconcerting parallels with the encroachment of private property and agribusiness upon Mato

Grosso do Sul in the same historical period. Similar to the fate of the native inhabitants of Palestine, the Guarani-Kaiowa have suffered from the widespread ethnic-related violence, fragmentation of ancestral areas, invisibility of their socio-political agency and confinement in small, highly inadequate reservations or encampments. In both cases, the main tool used by the aggressors was the nullification of long-term attachments to the land that ultimately make the natives what they are (different-for-themselves). For several generations, as observed by Noam Chomsky in the foreword of the same book, the Palestinians lived rich and full lives, despite material destitution and apparent poverty in the eyes of Western travelers (Sayigh, 2007). The situation in Mato Grosso do Sul has major parallels with the asymmetries that organize Israeli society where in earning inequalities cannot be understood without taking into account class differences interwoven with Palestinian ethnicity and class condition (Khattab, 2005). For instance, the unity of extended families and clans (or communities) was the basis of Palestinian peasant society, just like for the Guarani-Kaiowa, with a strong sense of collective support, partaking and self-sufficiency at the local level.

Zionism presupposes racism against both Arabs and non-white Jews, similar to what happened in Mato Grosso do Sul with the arrival of settlers and the oppression of the native population because of their devaluated differences. In both cases, the newcomers arrived from Europe and sponsored strong ideologies of ethnic and religious superiority vis-à-vis the ancestral inhabitants of the land. The Zionist oppressors in Israel were mainly the European Jews under the ideology of the return to the promised land, and in Mato Grosso do Sul the main usurpers were descendants of European migrants who moved to South America in the course of urban and industrial expansion in their original countries, only to reproduce the violence their ancestors suffered during the migration against local non-white groups. The economic migrants who moved to Mato Grosso do Sul gradually reorganized themselves as a strong new landed elite with strategic alliances with the forerunner landowners who started to grab the indigenous territory in the nineteenth century. The more recent newcomers soon incorporated the anti-indigenous attitudes of the older elite and used it to justify sustained, vicious attacks on the ancestral inhabitants. In Mato Grosso do Sul, as in Palestine, the supposed backwardness of the indigenous populations was used by the settlers to rationalize land grabbing and justify their displacement. The victims of such criminal forms of nation building were not only treated as people without any basic rights, but their differentiated condition justified their treatment as outlaws and troublemakers. Contrasting with the indigenous and peasant economy that existed in the area, militarised Zionism and national colonization in Brazil imposed an abstract sense of development and equality at the expense of the violent marginalization, privatization of the commons (land, water, biodiversity, energy) and continuous brutality exercised against the original inhabitants.

Because of the aggressive, organized racism of the newcomers and their persistent, illegal appropriation of native land, it seems impossible to imagine a compromise with agribusiness, just as it is unlikely to envisage a stable accommodation between Zionists and Palestinians without major geopolitical changes. On the contrary, the *plasticization* of Mato Grosso do Sul became even more explicit after the election of the neo-fascist government of Bolsonaro in 2018, what was followed by a serious deterioration in the treatment of indigenous demands and respect of their rights. Adding insult to long-lived injury, the national state refused to accept the legitimate markers of difference held by numerous indigenous nations, therefore preventing them from having their areas lawfully returned and even from the most basic forms of health and food assistance (INA, 2022). Not a single indigenous piece of land was homologated by the ultra-right wing administration and the services provided to indigenous communities were seriously undermined, particularly during the Covid-19 pandemic when the federal agency (Funai) avoided vaccinating indigenous people in urban areas or in indigenous lands still without full recognition. In practice, the situation in Brazil since 2018 has been nothing short of a Kafkaesque nightmare, especially because the neo-fascist government of Bolsonaro that systematically and explicitly tried to abandon the indigenous nations to their fate. Such reality can only be properly interpreted, in the words of Žižek (2013), as ‘less than nothing’, where a lot has to improve in order to achieve the level of nothingness.

The main economic sector that benefited from the even more deliberate anti-indigenous policies has evidently been agribusiness operated by the owners of large rural properties. The sector has been an embarrassing charade, as it repeatedly tried to conceal that it produces huge amounts of tradable commodities, but very little of 'real' food. It is basically a massive production of 'less than nothing'. It cultivates and harvests its own nothingness, only disguised as 'regional development', leaving behind permanent environmental and social impacts (Ioris, 2018). Agribusiness is less than nothing also because it is based on the perpetuation of indifference through the instrumentalization of socio-spatial difference. It reflects a well-orchestrated effort to conceal this deeply genocidal pillars of the agribusiness-based development that greatly define contemporary Brazilian macroeconomics. For instance, the mass campaign with the slogan 'The Agro is Pop' [*O Agro é Pop*] broadcasted since 2016 by Globo, the most influential national TV channel. It aims to forge consensus in the Brazilian society that the agribusiness sector is what ensures the national economy a regular, abundant flow of external resources. The attempt of the agribusiness sector to preserve the aphorism of regional development was already voiced by Saramago (1989: 14): "Be fruitful and multiply me, says the latifundia." The denial of the Guarani-Kaiowa as rights bearing people and the simultaneous ideological conversion of into unspecified peasants or urban-industrial workers is an implicit strategy to demoralize and demobilize the communities. The pathological drive towards indifference is clear indication of the *unhappy consciousness of agribusiness*, as the duplication of self-consciousness within itself, its projection into something else that does not allow it to perceive its own internal fragility. The "*Unhappy Consciousness* is the consciousness of self as a dual-natured, merely contradictory being" (Hegel, 1977: 126).

Nonetheless, there was more than dust, mud and blood on the roads and fields of agribusiness in Mato Grosso do Sul, because the indigenous population continues to resist and try to reclaim differences on their own terms. Their bottom-up mobilization, however, proves that the preservation of a distinctive ethnicity is an integral element of politico-economic struggles. That has become particularly evident in the last four decades, since the end of the military dictatorship (1964-1985), when the Guarani-Kaiowa decided to actively resist the perversity of regional development through the deployment of their ethnic identity and the value of their labour power. It is a collective resistance based on perceived and lived differences against the powerful pressure to nullify the ancestral inhabitants of the region. The grassroots reactions of the Guarani-Kaiowa have entailed a dialect of being more and more themselves to cope with unfair space transformations that have undermined what they are (and want to be). That is what Hegel (1977: 211) describes as the "double movement of self-consciousness" as the active interaction between individuals who, through their own activity, produce universal, emancipatory Reason. The force of resistance is articulated because of space and happens in local spaces cherished because of their unique material and symbolic differentiation. The Guarani-Kaiowa have lost almost everything after centuries of attacks, displacement, oppression, and exploitation, but have not abandoned their resolve to be a recognized as a self-referential nation. They have understood that it is impossible to evade regular interactions with non-indigenous (and indigenous) groups and public authorities, but they are fully aware that those other segments of society are unable to reach the core of their differences. Mariátegui (2011: 149) rightly affirmed, a century ago, that "the solution to the problem of the Indian [land grabbing and miserable working exploitation] must be a social solution. It must be worked out by the Indians themselves."

The most important and highly effective reaction by the Guarani-Kaiowa nation against the oppressive indifference of the agribusiness-based economy is the grassroots mobilization, which is networked support across families and communities, to reinstate difference and recreated ethnic spaces. There is a perennial campaign to occupy and return to their own lands, confronting the agribusiness opponents and putting pressure on the perverse bureaucracy. The initiative to recover what always belonged to them are called *retomadas* [retakings], which involves the reoccupation of the area lost to land grabbers by the displaced community. The *retomada* is fundamentally a process of *Aufhebung*, a socio-spatial resurrection out of the apparent absence crated by successive indigenous genocides. Against the self-destructiveness and ruin caused by agribusiness, the Guarani-Kaiowa maintain the determination to 'be there' that derives from the coercion 'not to be anywhere.' It has represented, since the 1970s the main hope for the thousands of destitute Guarani-Kaiowa families living in the overcrowded reservations and

in precarious road encampments, who summon family attachments, memories and knowledge of the *tekoha* [ethnic territories of extended families] against the generic forms of socio-ecological interaction introduced by commercial farmers (Brand, 2004). The *retomada* invariably involves strong religiosity and requires great courage (because it will be inevitably resisted by the farmers currently using the land, who will recruit armed militias and the police force to expel the indigenous contingent). The indigenous movement find existential reference and encouragement in the trajectory of ancestors and elders, who are the main holders of knowledge and memories. As pointed out by Gibson-Graham (2020) the geographical past is both a prelude and a potential for radical transformation, but it depends on ‘reading for difference’, that is, attending to the great variety of non-capitalist or ‘more-than-capitalist’ economic activities, including sharing and reciprocity practiced by indigenous peoples.

Despite all the difficulties and the organized indifference of the Brazilian State, the *retomadas* are the more vivid proof of the importance of indigenous difference and its profound political implications. In Hegelian terms, it is a socio-spatial movement in which to be Guarani-Kaiowa is the ultimate reason for being Guarani-Kaiowa. It the reaffirmation of what they have always been and where to indefinitely remain. If peasants are entitled to *a* piece of land, the natives have ancestral rights to *the* piece of land of their ancestors. They have never really abandoned their lands lost to agribusiness and, through time, understood the knowledge of the other (i.e. agribusiness) as the other of their knowledge, culminating in self-knowledge now put in place to articulate the *retomada* of the land that has always belonged to them. As commonly mentioned by the Guarani-Kaiowa, “we are the land, and the land is us.” The rationality of the *retomadas* is much deeper than the logic of agrarian reform (which is nonetheless strongly rejected by the agribusiness sector and by most politicians), but it is guided by the lived metaphysics of ‘space certainty’, that is, the solid conviction that, because they are on the right side of decency and have godly support, their way of life will prevail. Socio-spatial differences cultivated over countless generations are being mobilized as a powerful tool and a prefiguration of a future that would bring them back to the beginning of everything. In ways that are difficult for the non-indigenous mind to process, the Guarani-Kaiowa have more than hope, but the strong certainty that, one day, things will change and they will be able to return to the land of their forefathers. Considering the widespread material poverty of the Guarani-Kaiowa and the enormous power of the agribusiness enemies, ‘space certainty’ may seem foolish, but the geographical experience demonstrates surprising willingness to resist and confront the most difficult institutional and political obstacles trying to reclaim difference on their own terms. If Hegel is right to say that only the whole is the truth, this whole has multiple constitutive forces and places, every single particular is also holder and producer of a constantly reshaped universality.

Conclusion: Struggle for Difference

The Guarani-Kaiowa have become increasingly and unwillingly involved in agrarian capitalist relations that, first, expelled them from their ancestral areas and then confined to the fringes of the regional society, forced to live in rural or urban peripheries, seen as degenerate relics of themselves. The hegemony of contemporary agribusiness permeates not only crop and animal production, but strongly reconfigured consumption patterns, social values, the rule of law and, ultimately, the production of space according to the sanctimony of large private properties (regardless of their illegal genesis and exclusionary effects). However, to be indigenous is to exist politically in space and in relation to antagonist forces and processes that constantly reinstate their ethnoclass condition. The Guarani-Kaiowa have to negotiate, on a daily basis, their subsumption under prevalent socio-economic relations and their concurrent attempt to escape from the same experience. The Guarani-Kaiowa population is inside the agribusiness-based economy because it has demanded their land and labour, and it is outside because of the antagonistic (anti-difference) attitudes of farmers and authorities. This hybrid indigenous is supposed to be increasingly less indigenous and more and more inserted in the generic working class (whose mixed ethnic configuration is despised by the members of the regional landed class, who themselves claim to be whiter and righteous than they really are). Through resistance and the ability to handle ethnogenesis

on their own terms, the Guarani-Kaiowa have been able to mediate difference among themselves and in relation to the non-indigenous, despite all the misery and death inflicted by agrarian capitalism.

The universal of any society, as the truth, contains an internal plurality of parts that are beings-for-self that, following the expression of internal qualities through the movement of the force, become beings-for-another. Each part is in itself a unity that, because of the evolution of understanding, is expressed and reconciled in the whole. Difference is actualized in the movement of force and the connection with the other (for Hegel, 1977: 82, “difference is nothing else than being-*for-another*”), which is exactly what agrarian capitalism corrupts once it tries to impose a static and indifferent space. The multiple associations and potential ethnoclass synergies between indigenous and non-indigenous workers are a perennial menace to the tenuous politico-spatial order. Making use of an anti-essentialist class analysis, as proposed by Gibson-Graham (2020), it can be identified an ethnoclass boundary that separates subordinate social groups from the hegemonic agro-industrial class and those in control of regional development. The Guarani-Kaiowa road to freedom passes through higher self-consciousness and interaction with multiple (indigenous and non-indigenous) others. The conversion of socio-spatial difference into a nexus of consciousness and trigger of political agency does not only follow the accumulation of knowledge and ethnoclass experiences. Against all the appearances, geographical agency of the Guarani-Kaiowa is more active and creative than that of agribusiness farmers, given that the latter basically replicate techno-economic protocols conceived elsewhere. There is nothing given a priori in terms of the intensity and the actual features of those antagonisms, but it depends on the actual engagement and the balance of power between farmers, non-indigenous workers and indigenous communities.

On the one hand, the dialectics of universals and particulars in the tense context of agribusiness intensification is connected with wider politico-economic pressures for the equalization of the conditions of exploitation required to organize inequalities of a capitalist society. On the other, there is a diversity of attitudes among agribusiness farmers and one must avoid a reductivist interpretation that depicts the whole sector as an ‘undifferentiated evil’, which ends up creating a strawman to be blindly attacked without noticing the subtlety of concrete measures. This is even more relevant considering that the main instrument deployed by farmers and authorities is not direct confrontation, but lasting indifference, which cannot be counteracted with more indifference from grassroots organizations. The more the differences are preyed upon, there is a mirage of growing sameness, despite abject injustices and inequalities. Hegel (2010: 179) argues that “negation is at the same time relation, *difference*, *positedness*, *being-mediated*.” Difference is thus far from static or given in advance, but has to be reconciled with what seems to be the same (identity). The ontological sequence is being in itself, then the sphere of difference, and finally the return from difference to a relation with the self through the other (ultimately, each is “the other’s *own* other” (p. 183). This movement entails the passage into another and the re-entering into the self as the same that is different. More than anything else, the trajectory of indigenous peoples demonstrates the deep cluster of forces within difference; they epitomize the maximum individuality because of their ethnicity and existential attachments to particular places, and at the same time embody the most universal, long-term elements of survival and survivability amidst capitalist disruption. The unique struggle of each indigenous society is the embodied proof of the limits and mounting insufficiencies of totalizing socio-economic institutions. Indigenous peoples are holders of acute differences who need to remain different in order to be part of, and unsettle, the universal that insists on discriminating them. In the words of Hegel (1977: 182), Spirit (as the development of reason, the unity of being and thought) “behaves negatively towards itself as an individuality” but also acts “negatively towards itself as a universal being.”

There is always the negation of the negation as the new affirmation. The endeavour to reduce the Guarani-Kaiowa to an indeterminate proletarian condition has, among other consequences, the revitalization of their sense of indigeneity (what is also a reinvigorated mode of expressing a desire for social change, according to Canessa, 2007). Despite the ideologized normalization of difference by transgenic agribusiness, imposed socio-economic relations never managed to completely erase the strong self-identification markers accumulated and reworked over many centuries. In Hegelese, the

Guarani-Kaiowa are different from other segments of the working class, but the more they see, and are seen, as different, the more immersed in the subalternity of the rest of the dispossessed population. By the same token, the identification of indigenous populations as both members of the vast working class and of unique ethnical groups has major political consequences (another part of the negation of the negation) in terms of poor-poor alliances that, if properly carried out, can fiercely challenge politico-economic trends and the property claims of agribusiness farmers. The indigenous question is, first of all, an ethnoclass issue and the way out depends on recognizing what is unique and what is common in indigenous lives and demands. The link between internal and external differences among those excluded by agribusiness gradually comes back to haunt its supposed economic achievements. As put by Hegel (1977: 388), “Conscience is the common element of the two self-consciousnesses, and this element is the substance in which the deed has an *enduring reality*, the moment of being *recognized* and *acknowledged* by others.” The claim of difference and the rejection of indifference make the Guarani-Kaiowa the most oppressed ethnoclass minority in the region, but also the most serious challenge to the hegemony of agribusiness because they insist on living in or near lands that were brutally grabbed in recent decades. The Guarani-Kaiowa and other indigenous peoples are not only different, but want to make a difference (that is, want their specific ethnoclass markers to make a difference).

References

- Abazari, A. (2020). *Hegel's Ontology of Power: The Structure of Social Domination in Capitalism*. Cambridge University Press. Cambridge.
- Badiou, A. (2012). *Philosophy for Militants*. Verso. London and New York.
- Bauman, Z. (2017). *Retrotopia*. Polity. Cambridge.
- Bocarejo, D. (2012). Emancipation or enclosurement? The spatialization of difference and urban ethnic contestation in Colombia. *Antipode*. 44. 663-683.
- Brand, A. J. (2004). Os complexos caminhos da luta pela terra entre os Kaiowá e Guarani no MS. *Tellus*. 6. 137-150.
- Bresser-Pereira, L. C. (2007). After financial-rentier capitalism, structural change in sight? *Novos Estudos CEBRAP*. 36. 137-151.
- Canessa, A. (2007). Who is indigenous? Self-identification, indigeneity, and claims to justice in contemporary Bolivia. *Urban Anthropology and Studies of Cultural Systems and World Economic Development*. 36. 195-237.
- Croce, B. (1915). *What is Living and What is Dead of the Philosophy of Hegel*. Macmillan and Co.: London.
- Dunn, K. C. (2001). Identity, space and the political economy of conflict in Central Africa. *Geopolitics*. 6. 51-78.
- Gibson-Graham, J. K. (2020). Reading for difference in the archives of tropical geography: Imagining an(other) economic geography for beyond the Anthropocene. *Antipode*. 52. 12-35.
- Harvey, D. (2006) [1982]. *The Limits to Capital*. Verso. London and New York.
- Hegel, G. W. F. (1977) [1807]. *Phenomenology of Spirit*. Oxford University Press. Oxford.
- Hegel, G. W. F. (2010) [1830]. *Encyclopedia of the Philosophical Sciences in Basic Outline. Part I: Science of Logic*. Cambridge University Press. Cambridge.

- Heidegger, M. (1988). *Hegel's Phenomenology of Spirit*. Indiana University Press. Bloomington.
- INA. (2022). *Fundação Anti-Indígena: Um Retrato da Funai sob o Governo Bolsonaro*. INA/INESC. Brasília.
- Ioris, A. A. R. (2017). Places of agribusiness: Displacement, replacement, and misplacement in Mato Grosso, Brazil. *Geographical Review*. 107. 452-475.
- Ioris, A. A. R. (2018). Place-making at the frontier of Brazilian agribusiness. *GeoJournal*. 83. 61-72.
- Ioris, A. A. R. (2020). Ontological politics and the struggle for the Guarani-Kaiowa world. *Space and Polity*. 24. 382-400.
- Ioris, A. A. R. (2021). *Kaiowicide: Living through the Guarani-Kaiowa Genocide*. Lexington Books. Lanham.
- Ioris, A. A. R. (2022). Indigenous peoples, land-based disputes and strategies of socio-spatial resistance at agricultural frontiers. *Ethnopolitics*. 21. 278-298.
- Jameson, F. (2017). *The Hegel Variations: On the Phenomenology of Spirit*. Verso. London and New York.
- Katz, C. (2009). Social systems: Thinking about society, identity, power and resistance. In: Clifford, N. J.; Holloway, S. L.; Rice, S. P.; Valentine, G. (Eds.). *Key Concepts in Geography*. 236-250. SAGE. Los Angeles.
- Khattab, N. (2005). Ethnicity, class and the earning inequality in Israel, 1983-1995. *Sociological Research Online* 10(3). 2005. Available at: <http://www.socresonline.org.uk/10/3/khattab.html>. Accessed: 25 June 2022.
- Lefebvre, H. (1991). *The Production of Space*. Blackwell Publishing. Oxford.
- Luhmann, N. (1982). *The Differentiation of Society*. Columbia University Press. New York.
- Maher, J. T. (2015). The capital of diversity: Neoliberal development and the discourse of difference in Washington, DC. *Antipode*. 47. 980-998.
- Manuel, G.; Posluns, M. (2019) [1974]. *The Fourth World: An Indian Reality*. University of Minnesota Press. Minneapolis and London.
- Mariátegui, J. C. (2011). *An Anthology*. Monthly Review Press. New York.
- Massey, D. (1994). *Space, Place, Gender*. Polity Press. Cambridge.
- Massey, D. (2005). *For Space*. SAGE. London.
- McGowan, T. (2019). *Emancipation after Hegel: Achieving a Contradictory Revolution*. Columbia University Press. New York.
- Nancy, J-L. (2018) [1997]. *Hegel, l'Inquiétude du Négatif*. Galilé. Paris.
- Pulido, L. (2002). Race, class and political activism: Black, Chicana/o, and Japanese American leftists in Southern California. 1968-1978. *Antipode*. 34. 762-788.
- Qian, J.; Wei, L. (2020). Development at the edge of difference: Rethinking capital and market relations from Lugu Lake, Southwest China. *Antipode*. 52. 246-269.

Saramago, J. (1989). *Levantado do Chão*. Bertrand Brasil. Rio de Janeiro.

Sayigh, R. 2007 [1979]. *The Palestinians: From Peasant to Revolutionaries*. Zed Books. London and New York.

Thompson, E. P. (1966). *The Making of the English Working Class*. Vintage Books. New York.

Vallega, A. (2006). *La Geografia del Tempo: Saggio di Geografia Culturale*. UTET Libreria. Turin.

Žižek, S. (2013). *Less than Nothing: Hegel and the Shadow of Dialectical Materialism*. Verso. London and New York.

DERIVAS Y TENSIONES EN LA MATERIALIZACIÓN DE LA UTOPIA

ETNOGRAFÍA AL MOVIMIENTO ARCOÍRIS EN CHILE¹

DRIFTS AND TENSIONS IN THE MATERIALIZATION OF THE UTOPIA

Ethnography to the Rainbow Movement in Chile

TRAÇÃO E TENSÃO NA MATERIALIZAÇÃO DA UTOPIA

Etnografia do Movimento Arco-íris no Chile

Leonardo Cancino-Pérez²

(Facultad de Ciencias Sociales y Humanidades, Universidad Autónoma de Chile, Chile)

leocancinop@hotmail.com

Recibido: 31/01/2023

Aprobado: 18/03/2023

RESUMEN

El caso del Movimiento Arcoíris en Chile permite ilustrar en dos ámbitos, los significados atribuidos a la naturaleza y las formas que adquiere la acción colectiva contemporánea, las derivas y tensiones que se presentan al intentar materializar el mundo anhelado. Esta investigación, se efectuó por medio de una etnografía (2009-2022) y diez entrevistas semiestructuradas analizadas desde un enfoque hermenéutico. Tuvo como resultados nueve prácticas sedimentadas -de las cuales se presentan tres- y un conjunto heterogéneo de significaciones para cada una de ellas. A modo de discusión y conclusión se propone que este movimiento expande un tipo de vínculo afectivo/espiritual con la naturaleza que rehúye del modo de producción industrial y que sus formas de acción colectiva privilegian la autonomía y la horizontalidad entre sus miembros. Ambas cuestiones encuentran límites en la espontaneidad de las acciones, el capitalismo verde, en las dificultades para arribar a acuerdos y/o su escaso cumplimiento.

Palabras clave: movimiento social. movimiento arcoíris. imaginario colectivo. etnografía. naturaleza.

ABSTRACT

The case of the Rainbow Movement in Chile allows us to illustrate in two areas, the meanings attributed to nature and the forms that contemporary collective action acquires, the drifts and tensions that arise when trying to materialize the longed-for world. This research was carried out through an ethnography (2009-2022) and ten semi-structured interviews analyzed from a hermeneutic approach. It resulted in nine sedimented practices -of which three are presented- and a heterogeneous set of meanings for each of them. By way of

¹ Este artículo corresponde una versión revisada y ampliada de la ponencia homónima presentada en el XIV Coloquio Internacional de Geocrítica: Las utopías y la construcción de la sociedad del futuro. Universidad de Barcelona (2016).

² El autor, es psicólogo (Universidad de Talca, Chile), magister en Psicología Social (Universidad Diego Portales, Chile) y doctor en Ciencias Sociales (Universidad de Chile). Actualmente se desempeña como académico en la Universidad Autónoma de Chile. Sus líneas de trabajo o investigación son movimientos e imaginarios sociales, etnografía, estudios socioambientales y socio territoriales.

discussion and conclusion, it is proposed that this movement expands a type of affective/spiritual bond with nature that avoids the industrial production mode and that its forms of collective action privilege autonomy and horizontality among its members. Both issues find limits in the spontaneity of the actions, green capitalism, in the difficulties to reach agreements and/or their scarce compliance.

Keywords: social movement. rainbow movement. collective imaginary. ethnography. nature.

RESUMO

O caso do Movimento Arco-Íris no Chile nos permite ilustrar em dois âmbitos, os significados atribuídos à natureza e as formas que a ação coletiva contemporânea adquire, as derivas e tensões que surgem ao tentar materializar o mundo almejado. Esta pesquisa foi realizada por meio de uma etnografia (2009-2022) e dez entrevistas semiestruturadas analisadas a partir de uma abordagem hermenêutica. Resultou em nove práticas sedimentadas - das quais três são apresentadas - e um conjunto heterogêneo de significados para cada uma delas. A título de discussão e conclusão, propõe-se que este movimento expanda um tipo de vínculo afetivo/espiritual com a natureza que evite o modo de produção industrial e que suas formas de ação coletiva privilegiem a autonomia e a horizontalidade entre seus membros. Ambas as questões encontram limites na espontaneidade das ações, no capitalismo verde, nas dificuldades para chegar a acordos e/ou no seu escasso cumprimento.

Palavras-chave: movimento social. movimento arco-íris. imaginário coletivo. etnografia. natureza.

Introducción

Desde la década de 1970, se instaura y desarrolla una concepción del mundo que pone como centro de las preocupaciones políticas, económicas, sociales y culturales, la libre circulación del capital y la regulación por medio de este al acceso a bienes, servicios y en general, a las distintas esferas de la vida (Harvey, 2007). Esta concepción, denominada neoliberalismo, se ha servido de la globalización y de una serie de instituciones y dispositivos para penetrar en los intersticios de la vida cotidiana. De tal forma que ha logrado imponerse tanto en las estructuras de las sociedades, como así también, en las subjetividades y las relaciones interpersonales (Bauman, 1999, 2005; Giddens, 1993). La respuesta a la expansión del imaginario neoliberal ha sido diversa, observándose desde una adhesión resuelta de parte de los gobiernos, partidos políticos y grupos de presión durante sus primeras dos décadas de implantación, hasta la resistencia radical, incipiente durante la década de 1990 y creciente en lo que va de este siglo, por parte de numerosos actores colectivos (Adell, 2007; Boron, 2004; Calle, 2003; Coburn, 2009).

De este modo, la acción colectiva y en particular los movimientos sociales, permiten observar los procesos de transformación social, así como sus fuentes de conflicto (Castells, 1999). A partir del caso del Movimiento Arcoíris en Chile, serán dos ámbitos de estas tensiones contemporáneas las que se atenderán en el transcurso de este trabajo; a saber, la pluralidad de sentidos e importancia que han adquirido las temáticas vinculadas a la naturaleza y las transformaciones en la acción colectiva reciente.

La concepción de la naturaleza que la ubica como un espacio -e incluso sujeto- de valoración, ha ido ganando adeptos durante las últimas décadas. Una serie de hitos ilustran esta cuestión. Entre otros, es posible mencionar las masivas movilizaciones en EE. UU. a comienzo de la década de 1970 para exigir un medio ambiente sano y la posterior creación de la Agencia de Protección Ambiental (Federovisky, 2011). El año 1972, se efectúa la primera Conferencia de Naciones Unidas sobre el Medio Ambiente y se publica *The limits of growth*, influyente informe del Club de Roma en el que se advierte sobre el

colapso de la producción y población humana de proseguir el crecimiento ilimitado (Riechmann y Fernández, 1994). El año 1987 la Comisión Mundial de Medio Ambiente, coloquialmente denominada la Comisión Brundtland, publica el Informe *Our common future* en el que se delinea la noción de Desarrollo Sustentable³ como “el desarrollo que satisface las necesidades de la generación presente sin comprometer la capacidad de las generaciones futuras para satisfacer sus propias necesidades” (Comisión Mundial del Medio Ambiente y del Desarrollo, citado por Estenssoro, 2009: 111). Durante las siguientes décadas los foros internacionales, la conflictividad local y las acciones colectivas relacionadas a estas temáticas se han incrementado. De esta forma, aquellas cuestiones asociadas a la sustentabilidad, la ecología o a la naturaleza, han ido ganando importancia y centralidad en las esferas pública y privada a nivel mundial (Cancino, 2018).

Con respecto a las transformaciones de la acción colectiva contemporánea, es posible recurrir a los cambios experimentados en las matrices sociopolíticas latinoamericanas y a los aspectos salientes que expresan dos conjuntos de movimientos de envergadura global -los movimientos alterglobalización y socio territoriales-. Según afirma Manuel Antonio Garretón (2001), existe un tránsito entre dos matrices sociopolíticas. La primera, denominada Sociedad Industrial de Estado Nacional primó durante buena parte del siglo XX hasta finales de la década de 1980 y se caracterizó por la alta imbricación de los movimientos sociales con los partidos políticos, estos últimos, servían de mediadores de las demandas colectivas hacia el aparato del Estado. La segunda matriz sociopolítica, recibe el nombre de Sociedad Postindustrial Globalizada y emerge a partir de la década 1990 en conjunto con el afianzamiento del neoliberalismo en la región. En esta última matriz, los movimientos sociales se diversifican y se orientan con más fuerza hacia cuestiones culturales en detrimento de la política estatal. Debido en parte, a la pérdida de gravitación de los partidos políticos como articuladores del mundo social con el Estado.

A este cambio en las matrices sociopolíticas le corresponden modificaciones en las características que adquieren los movimientos sociales, sirvan de ejemplo el Movimiento Alterglobalización, que busca configurarse en un supra movimiento a nivel mundial a través de encuentros periódicos como el Foro Social Mundial o las manifestaciones contracumbres, y los movimientos socio territoriales, que hacen ocupación de un territorio determinado para materializar y satisfacer sus demandas. Ambos movimientos, coinciden en la aspiración de una democracia radical que ponga énfasis en la toma de decisiones de tipo horizontal (Adell, 2007; Calle, 2007; Iglesias, 2005); la búsqueda por concretar en la experiencia directa aquello que se anhela (McDonald, 2009; Pleyers, 2010); la oposición explícita a la globalización neoliberal (Adell, 2007; Boron, 2004; Calle, 2003; Coburn, 2009; Hardt y Negri, 2002); una composición heterogénea de participantes, temáticas y demandas (Bergantiños e Ibarra, 2007; Fernández, 2007; Seoane y Taddei, 2001); y la utilización de redes sociales y digitales, que dan forma a su estructura organizacional (Calle, 2007; Castells, 1999; Javaloy et al., 2001).

Es en la confluencia entre los efectos no deseados de la globalización neoliberal, -tales como, la degradación medioambiental, el hacinamiento de las grandes ciudades, la producción y el consumo desenfrenados-, y las transformaciones en la acción colectiva contemporánea; donde emergen actores que intentan materializar su utopía. Es decir, se orientan a transformar la vida cotidiana y a experimentar en ella el tipo de mundo anhelado (McDonald, 2009; Pleyers, 2010). Sin embargo, la imbricación entre las aspiraciones de los movimientos sociales y la realidad contingente no está exenta de tensiones, dilemas o confrontaciones; sino que, por el contrario, está colmada de ellas (Touraine, 1997). En consecuencia, indagar en aquel espacio en que el movimiento social recrea su vida cotidiana, teje sus redes y lleva a cabo sus prácticas; permite observar parte de las significaciones que son disputadas en la sociedad, así como también, las potenciales alternativas o variantes que esta contiene (Escobar, 2000; Retamozo, 2006).

El objetivo de este trabajo propone ilustrar, a través del caso del Movimiento Arcoíris en Chile, las formas en que un imaginario colectivo disputa a nivel micro social las concepciones hegemónicas sobre el vínculo que la sociedad establece con la naturaleza y las derivas actuales que ha adquirido la acción

³ A juicio de Porto-Gonçalves (2001), la noción de Desarrollo Sustentable permite la expansión capitalista de los procesos productivos pero esta vez, de forma “amigable” con el medioambiente, lo que favorecería la mantención del imaginario del crecimiento ilimitado.

colectiva contemporánea. Para responder al objetivo trazado se recurre a tres prácticas en proceso de sedimentación y a las significaciones adheridas a ellas. Estas prácticas son: el Encuentro Arcoíris, la Bioconstrucción y el Círculo de Visiones. Los resultados provienen de una investigación etnográfica cuya parte central se efectuó entre los años 2009 y 2013 (Cancino, 2014), a la que posteriormente se le agregaron visitas de campo, conversaciones informales y lectura de documentos entre los años 2014 y 2022 para atender a eventuales cambios tanto en las prácticas identificadas, así como en la trayectoria general de movimiento observado.

A continuación, el texto se estructura del siguiente modo: primero, se aborda la emergencia del Movimiento Arcoíris a nivel mundial y se esboza una cronología de sus principales encuentros en Chile. Posteriormente, se desarrollan los dispositivos teórico-metodológicos que han orientado esta investigación. A continuación, se exponen los resultados generales y se profundiza en tres prácticas específicas y en las significaciones asociadas a ellas. Para finalizar y a modo de discusión y conclusión, se propone que este movimiento tensiona a nivel micro social el tipo de vínculo que la sociedad establece con la naturaleza y arroja pistas sobre las derivas que adquiere la acción colectiva contemporánea.

Movimiento Arcoíris, emergencia y arribo a Chile

Según señala Scott Shuker (2009), el Movimiento Arcoíris o Familia Arcoíris, se fue configurando en el contexto del movimiento contracultural estadounidense de la década de 1960 y tuvo sus primeros atisbos en los festivales Vortex, celebrados en Oregon en 1970 y en el estado de Washington el año 1971; para luego convocar a su primer encuentro en el Parque Nacional Rocky Mountain, en el estado de Colorado, EE.UU, el año 1972. Este autor afirma, que la Casa Blanca llamó a la Guardia Nacional para impedir el encuentro. Por su parte, Adam Berger (2006), sostiene que fue el Gobernador del estado y la comunidad local las que se alarmaron al escuchar rumores sobre un millón de personas aproximándose a sus pequeñas localidades rurales. Las autoridades prohibieron el encuentro en terrenos públicos y dificultaron el acceso a los asistentes. Debido a esto, un terrateniente local facilitó su propiedad para que la cita ocurriese. De este modo, se calcula que entre 10.000 y 20.000 asistentes transitaron por senderos entre las montañas para evitar los controles policiales y celebrar el primer Encuentro Arcoíris e hito fundacional del movimiento en la pequeña localidad de Granby (Berger, 2006).

Desde aquel momento, el Movimiento Arcoíris se expandió por diversos rincones del planeta; arribando a Chile entre los años 2004 y 2005, -si se toma por referencia la fecha del primer encuentro celebrado en la localidad de Fresia-. A este encuentro, le continuaron los de Conai (2006-2007) y el Toyo (2007-2008). En sus primeros tres años de existencia, estos eventos pasan de congregar algunas decenas de personas a varios cientos y lo que parece más relevante; se va configurando una red que los trasciende, conformando comunidades urbanas y rurales, eco aldeas y caravanas transnacionales. Los encuentros continuaron los años 2008-2009 en Coñaripe; 2010 en Chanleo en la cordillera de Nahuelbuta y 2012 en Liquiñe, cordillera de Los Andes. Durante estos años, los participantes pasan de varios cientos a más de un millar por cada encuentro, aumenta la cantidad de comunidades y caravanas que tienen como hito de origen al movimiento en cuestión y comienza una migración de varios de sus participantes a la precordillera de Los Andes en la VII Región del Maule (Cancino, 2014; López, 2013). Posteriormente, se han celebrado encuentros los años 2013 en la localidad de Los Alpes cercana a la Cordillera de Nahuelbuta; 2014 en Quillaileo, comuna de Santa Bárbara; 2015 nuevamente en Liquiñe; entre fines del año 2015 y comienzos del año 2016 en la pre cordillera de Linares; 2017 en Futrono; los años 2018 y 2019 en la precordillera de Curicó; el 2020, en el sector El Cañi, Pucón; el año 2021 se realizó el tercer encuentro en la precordillera de Curicó y el año 2022 en la comuna de Curarrehue. Consolidando con ellos su expansión, permanencia en el tiempo e imbricaciones con otros actores colectivos, tales como, comunidades Krishnas y activistas mapuches y ecologistas.

Dispositivos teórico-metodológicos: movimientos socioculturales e imaginario colectivo

Entre los enfoques teóricos sobre movimientos sociales destacan las perspectivas de la estrategia y de la identidad (Cohen, 1988; Revilla, 1994; Rubio, 2004). La primera incluye, entre otras, a las teorías de la estructura de oportunidades políticas (Eisinger, 1973; McAdam, 1999), la movilización de recursos (Jenkins, 1994) y redes (Diani, 2009). Son aquellas que privilegian como movimientos sociales a aquellos colectivos orientados a influir en el poder político formal y se centran en sus aspectos mensurables y organizativos (Báez et al., 2015; Melucci, 1994a). La segunda, abarca una heterogeneidad de corrientes, entre las cuales destacan las teorías de la identidad colectiva (Melucci, 1994a, 1994b) y de la etnografía política (Cefaï, 1997, 2003); reconoce como movimientos sociales a actores cuya acción colectiva se orienta a la transformación cultural de las sociedades y centran su interés en estos aspectos.

Esta investigación, se inscribe en la segunda tradición debido a que permite aproximarse a las formas en que determinados imaginarios hegemónicos son tensionados y disputados desde la vida cotidiana de actores colectivos que si bien, pueden resultar embrionarios, se expanden y complejizan (Arribas, 2008; Reguillo, 2000, 2004). Procesos o espacios sociales que suelen pasar inadvertidos y que, junto con nutrir en el día a día a actores más numerosos o visibles para los medios de comunicación, insinúan los mundos posibles del porvenir y los conflictos que conllevan en su realización.

Con el objeto de atender a aquellas prácticas que los colectivos realizan en su cotidianidad y develar cómo significan sus autores estas acciones, se recurre a la noción de imaginario social de Cornelius Castoriadis (1998, 2004, 2007), desde la cual se desprende el dispositivo teórico metodológico del imaginario colectivo. Entendiendo por tal, al conjunto de prácticas y significaciones privilegiadas por un grupo en particular dentro del magma de significaciones sociales en el cual dicho movimiento está inserto (Cancino, 2015). Este dispositivo, permite aproximarse a los movimientos sociales a través de su vida cotidiana y particularmente, a las prácticas colectivas recurrentes que los caracterizan. A partir de la detección e identificación de las prácticas, se producen entrevistas que buscan indagar los sentidos que les asignan a estas sus protagonistas. De este modo, se identifican los sentidos convergentes que permean al conjunto de las prácticas del movimiento en cuestión. Las prácticas y las significaciones adheridas a ellas configuran el imaginario colectivo con que el movimiento social considerado influye en la sociedad de la cual forma parte.

Para efectos de este artículo, se utiliza una investigación etnográfica realizada entre los años 2009 y 2013 que posteriormente fue complementada con observaciones de campo, revisión de documentos y conversaciones informales con participantes entre los años 2014 y 2022.

Durante el primer periodo (2009-2013), se produjeron notas de campo, fotografías, entrevistas y recolección de diverso material arqueológico. Este periodo puede ser dividido en tres momentos. En el primero se indagaron, vía observación participante (Ameigeiras, 2006; Kawulich, 2005; Taylor y Bogdan, 1992), las prácticas del Movimiento Arcoíris. Los escenarios en los cuales se realizó la observación fueron seleccionados por constituir los ámbitos de mayor concurrencia y/o por el arraigo territorial alcanzado, los criterios para atender a las prácticas fueron los siguientes: que fueran colectivas, recurrentes en la mayor parte de los ámbitos de observación y que logaran subsumir a un conjunto de otras prácticas cotidianas. En el segundo momento, se efectuaron 10 entrevistas semiestructuradas a cuatro mujeres y seis hombres, con edades que fluctúan entre los 24 a los 42 años⁴. El criterio de selección de los sujetos a entrevistar consistió en que hubieran impulsado o desarrollado algún ámbito de encuentro o radicación del movimiento, se consideró que por este hecho tendrían conocimiento suficiente respecto de las prácticas sobre las cuales se les consultaría. Los ámbitos en que se llevaron a cabo las entrevistas correspondieron en cinco de los casos, a asentamientos estables en que los entrevistados se encontraban habitando; cuatro de las entrevistas, fueron realizadas en los encuentros arcoíris anuales; mientras que una entrevista, se efectuó en un asentamiento cordillerano habitado de

⁴ Como se verá más adelante, las entrevistas han sido etiquetadas como E1, E2 y así sucesivamente hasta alcanzar a E10, a lo que se agrega mediante un guion el tiempo de la grabación correspondiente a cada fragmento.

modo estacional. El tercer momento de la investigación, correspondió a la elaboración de un esquema analítico que integró gráficamente las prácticas y significaciones detectadas en los momentos anteriores.

Mientras el primer momento fue interpretado, analizado y transcrito a través de una monografía de historia natural (Amegeiras, 2006); el segundo momento lo fue bajo un enfoque hermenéutico (Baeza, 2008; Cárcamo, 2005; Toledo, 2012). Por su parte, el esquema analítico, permite una lectura transversal del conjunto de significaciones circulantes en el movimiento a efecto de proponer sus sentidos convergentes o significaciones centrales (Baeza, 2008; Cancino, 2011; Castoriadis, 2002, 2006). A decir de Clifford Geertz, permite “desentrañar las estructuras de significación” (2006: 24).

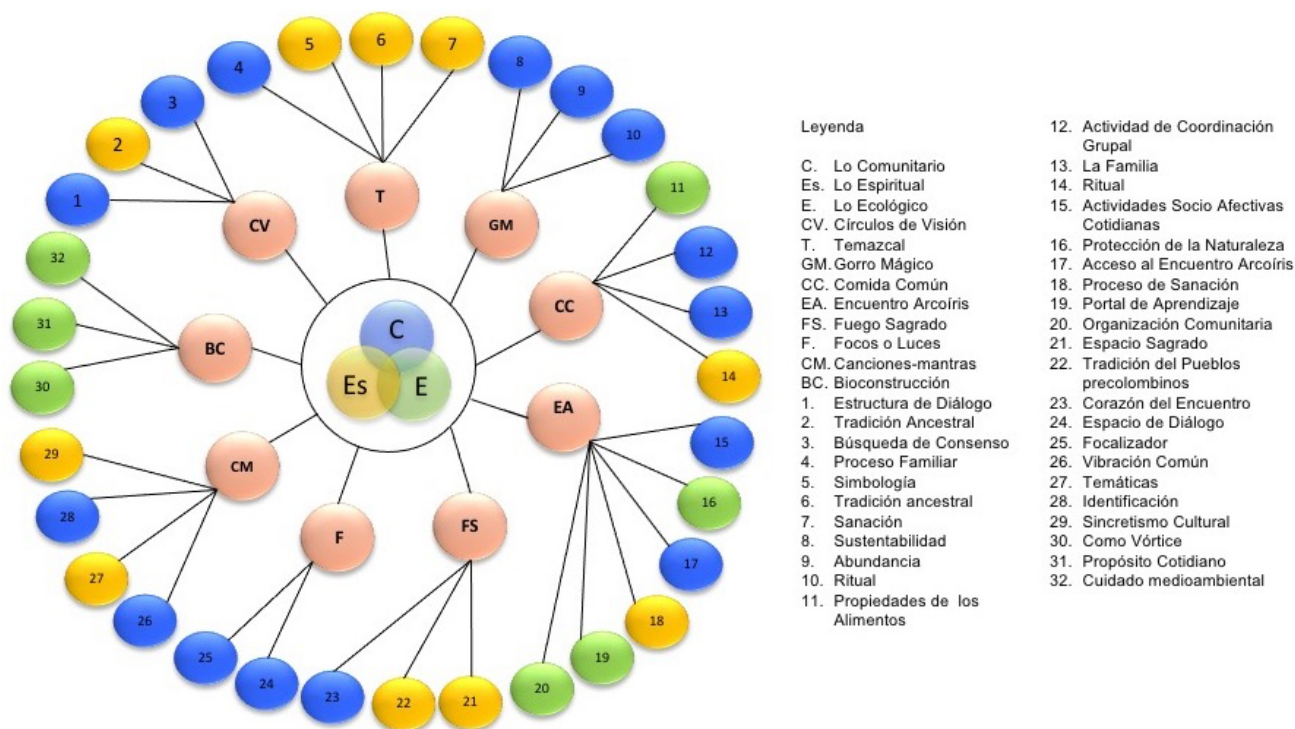
El segundo periodo (2014-2022), tuvo un carácter complementario al primero y se buscó identificar variaciones en las prácticas y en la deriva general del movimiento. Constó de visitas a tres encuentros, revisión de documentos y de conversaciones informales con algunos de sus participantes.

Resultados

Los resultados de la investigación corresponden a nueve prácticas sedimentadas, un conjunto heterogéneo de significaciones para cada una de ellas y las significaciones centrales de lo ecológico, lo espiritual y lo comunitario (ver Figura 1). Para efectos de este trabajo se recurrirá a tres de estas prácticas y parte de sus significaciones, ellas son: el Encuentro Arcoíris, la Bioconstrucción y el Círculo de Visiones.

Figura 1.

Esquema del imaginario colectivo del Movimiento Arcoíris.



Nota. El anillo del centro ilustra las significaciones centrales, el anillo intermedio refiere a las prácticas; por último, el anillo externo está conformado por el conjunto de las significaciones imaginarias adheridas a las prácticas del anillo intermedio.
Fuente: Elaboración propia.

Encuentro Arcoíris

El Rainbow Gathering o Encuentro Arcoíris (EA), se ha efectuado en Chile en dieciséis oportunidades entre los años 2004 y 2022. Es convocado y coordinado por uno o más focalizadores que se han auto postulado al finalizar el encuentro anterior, eventualmente configuran un equipo a lo largo del año al que ingresan o del que se retiran integrantes. Las funciones de este rol contemplan entre otras, conseguir los recursos y el terreno para acoger a los participantes. Para la elección del terreno, se suele tener como criterios que se ubique en un sector alejado de grandes centros urbanos, preferentemente en medio de naturaleza prístina o escasamente intervenida, y que cuente con abundante leña y agua. Debido a las condiciones materiales buscadas, carece de luz eléctrica, agua potabilizada, alcantarillado y habitualmente, de señal para tecnologías móviles no satelitales. Conseguido el sitio para celebrar el encuentro, los focalizadores convocan a uno o más Círculos de Visión⁵ para informar y debatir sobre las normas que en cada caso exigen los propietarios y sellar el acuerdo sobre su emplazamiento definitivo.

Alrededor de una semana antes del inicio del EA propiamente tal, se convoca al Encuentro Semilla que busca zonificar y preparar la infraestructura necesaria para la recepción de los participantes. Suele incluir la edificación, con materiales orgánicos y/o reciclados, de la cocina, baños y recepción, la delimitación de zonas de aseo, camping y Fuego Sagrado⁶, entre otras que pueden ser propuestas y construidas por los asistentes.

Al Encuentro Semilla le sigue el EA propiamente tal que, de acuerdo con el ciclo lunar, tendrá una duración de 28 días. Durante su desarrollo y a iniciativa de los participantes, se efectúa una gran variedad de actividades que irán proyectando la sensación de una realidad lúdica, fraterna y en armonía con la naturaleza. A modo de ejemplo, es posible mencionar: comidas comunitarias vegetarianas, nudismo cotidiano, ejercicios sensoriales, música experimental y de diferentes ritmos, cantos y mantras que en buena parte versan sobre la protección a la Madre Tierra, performances, ceremonias indígenas u orientales, toma de acuerdos colectivos, financiamiento y trabajo voluntario, talleres y charlas sobre diversas temáticas o intervenciones comunitarias de carácter ecológico en localidades cercanas.

Tras el término del ciclo lunar se da paso al Campamento Rastrillo que tiene por objetivo desmontar la infraestructura utilizada y limpiar el lugar de desechos a efecto de minimizar las huellas del encuentro sobre el territorio. En ocasiones puntuales, el encuentro ha dado paso a la creación de eco aldeas arcoíris o tierras cristal, un tipo de asentamiento que busca reproducir la forma de vida arcoíris de modo permanente.

Cada una de las etapas descritas son autogestionadas en sus distintos aspectos, no consideran el cobro de entradas ni patrocinadores institucionales, los recursos provienen por lo general del trueque o de donaciones. La división del trabajo se rige por la consigna *Si ves una tarea es tuya*⁷, la imposición de obligaciones es vista con recelo, aunque no lo es que los temas que le inquietan a uno o más personas se planteen en alguna de sus instancias de diálogo. En este sentido, se observó que las tareas no se repartían equitativamente y que generalmente era un grupo de unas veinte personas, que rotaban durante el evento, las que asumían la mayor parte de ellas. Del mismo modo, se constató que algunos de los acuerdos alcanzados no eran llevados a la práctica por todos los participantes o que alguno de ellos intentaba imponer al conjunto su visión particular sobre algún tópico u actividad.

Debido quizás al contenido y prolongado tiempo de las actividades relatadas, el EA resulta una experiencia desestructurante para buena parte de sus participantes. No es extraño encontrar a quienes abandonan sus empleos o estudios para integrar alguna caravana de viajeros o para dar inicio a proyectos de vida comunitaria. En este sentido, es común escuchar discursos públicos para agradecer a los presentes -a los hermanos y hermanas- por la transformación experimentada en el encuentro. En menor número y/o con menor visibilidad, existen personas que se sienten incómodas y prefieren partir

⁵ Método de toma de decisiones colectivas en la que se profundizará más adelante.

⁶ Otra de las prácticas detectadas y que consiste en un fuego ceremonial que sirve como punto de reunión y celebración de ceremonias y talleres.

⁷ Suele presentarse tanto en las convocatorias como en los carteles distribuidos en los lugares más concurridos del encuentro.

rápida. Los casos observados se pueden agrupar de tres formas, un primer conjunto que se relaciona con las normas de convivencia, por ejemplo, desacuerdo sobre el no consumo de alcohol o respecto del cuidado medioambiental; un segundo grupo, que siente su intimidad o valores perturbados, como por ejemplo, una familia con niños pequeños que se retira de un encuentro debido al nudismo; y un tercer caso, de personas que sienten frustrada su experiencia al no poder replicar la sensación experimentada en encuentros anteriores. Pese a estos casos, el encuentro ha facilitado la expansión del movimiento por diferentes ciudades chilenas, su integración a manifestaciones del movimiento en otros países latinoamericanos, de Europa u Oceanía, y su articulación con actores colectivos tales como organizaciones mapuches, feministas, de semillas orgánicas o de eco aldeas.

A partir del análisis de las entrevistas se elaboraron seis estructuras de sentido que remiten al EA. De estas, se exponen dos: el proceso de acceso al encuentro y la protección de la naturaleza.

El proceso de acceso al EA corresponde a las significaciones atribuidas por los entrevistados a las primeras informaciones que reciben sobre el encuentro y a la posterior inmersión en él. Esta primera aproximación al Movimiento Arcoíris es referida como un proceso que integra las experiencias de atracción, desestabilización y adaptación. Con respecto a la atracción, los entrevistados se sienten seducidos a participar del EA por la propuesta de compartir conocimientos o habilidades en comunidad, de modo festivo y gratuito, en un medio natural distante de grandes ciudades y con cuidado hacia la naturaleza, tal como se puede apreciar en los siguientes extractos de entrevistas:

[conoció una niña] y conversamos, así de la vida y en un, en una de esas me comentó de un encuentro que, que ella tampoco sabía lo que era mucho en realidad y que a ella le habían contado de un encuentro arcoíris pero así como una visión, onda, es un encuentro donde se hacen talleres, así de malabarismo, de circo, porque ella es como de esa onda, como media bien arte-circense y dije ¡o que buena onda!, y se puede ir, es gratuito, uno comparte así en comunidad, buena onda y tú puedes hacer un taller o, o si no sabes hacer nada no importa porque allá todos van a estar con el corazón abierto a enseñar. (E2-00:02:25)

Un día me llegó un mail diciendo: vengan todos, sean todos bienvenidos a vivir una experiencia en la tierra, con la naturaleza, en contacto con el río, je, va a haber como un intento de comunidad, como un pedacito, de saber qué es lo que se hace en comunidad, jugar un poco a las comidas comunes, como todas esas cosas... todooo común, y dije hoyyy que entretenido, siempre me ha gustado mucho eso de la comunidad y fui a Conai, ese fue mi primer encuentro arcoíris. (...) Y ahí fui y me gustó mucho la experiencia y cada uno traía su aporte (...) taller de telar, de macramé, tambores, cada uno iba haciendo lo suyo, íbamos como armando la rutina, igual nunca una rutina muy establecida. (E9-00:01:17)

Una vez en el encuentro, la experiencia de desestabilización emotiva toma dos formas a juicio de los entrevistados, una en la cual el proceso personal del sí mismo es interpelado al verse reflejado en las acciones y experiencias de los otros participantes; y otra, que implica cambios en los hábitos cotidianos -tales como el tipo de alimentación o el uso del baño-, que deben ser modificados para adaptarse a las formas requeridas en el encuentro. Sirvan para ilustrar estas significaciones, los siguientes textos:

Una vez leí que lo definían como la desorganización más grande del mundo y me gustó mucho la definición, porque creo que no solamente es una desorganización colectiva, como dinámica, sino también interna, uno se desorganiza internamente, ¿cachai?⁸, y esto también ayuda a reconectarse con la naturaleza. El propósito del arcoíris es el rescate, rescatar nuestra conexión con la naturaleza, y primero individualmente, el primer efecto del arcoíris es la desorganización interior, yo creo, a mí me pasó también igual y ni siquiera me di cuenta. (E1-00:42:18)

[...] a mí me pasó que quedé en shock, al tener que comprender, como adaptarme, desde ir al baño con otra persona hasta lavar la loza con cenizas; uno queda impresionado de las otras realidades, como que te sacan de tu círculo en que tú vives a uno nada que ver, no estás sucio es tierra, no es nada más que tierra es el otro extremo de la realidad. (E10-00:13:58)

El sentimiento de desestabilización inicial da paso a una sensación de adaptación con el entorno que se ve favorecida por las distintas expresiones relacionales y actividades que ocurren durante el EA. Dentro de ellas, toma particular significación la adhesión a los ritmos naturales conformados por los ciclos del

⁸ Forma coloquial de decir: comprendes.

día y la noche; el ciclo lunar en el que se inscribe el encuentro y los ciclos vitales de los seres vivos. Ante la ausencia de energía eléctrica y de actividades que puedan considerarse como obligatorias; este conjunto de ciclos sirve de referencia para la organización de las actividades y favorecen la interrelación distendida entre los participantes, marcando con esto, una oposición a los acelerados ritmos temporales de contacto interpersonal en las grandes ciudades. Asimismo, la adhesión a los ritmos naturales conlleva una sensación de fluidez, en que tanto los sucesos como las personas ocurren y actúan sin necesidad de presión y sin grandes dificultades:

[Las personas que llegan al encuentro], creo que primero les choca un poco, se sienten un poco incómodos, después cada uno va encontrando su lugar y se empieza a sentir parte de algo, de algo común eee, y uno entra en confianza como en una familia, de pronto todos se vuelven conocidos, todos son amigos, todos... eso es porque pasa un tiempo, no es un momento, no es un día, son varios días, que uno comparte, que uno tiene la oportunidad de conocer a las personas en distintas situaciones, en distintos momentos del día, y eee es una forma de conocer distinta a la que uno tiene en las ciudades, en este estilo de vida, así, de..., de horarios, y eee cachai, allí vivimos un ritmo natural que nos permite a la gente encontrarnos. (E1-00:24:03)

Me pasó que, que a ver, cómo explicarlo... de repente como sentir, sentir el que tú podai servir de alguna u otra forma para que esto siga fluyendo, que el rainbow siento yo que es viable y que se puede, que el mundo, se puede vivir así po, en armonía, en comunidad. Se puede vivir fluyendo junto con el biorritmo de la naturaleza y siento que... y mi granito de arena es decir simplemente aquí está, aquí es y que la familia llegue. Lo encuentro hermoso. (E10-00:05:04)

La segunda significación que será abordada en este artículo como parte del EA, refiere a la protección de la naturaleza. La que es considerada el principal propósito u objetivo del encuentro e implica, además de su cuidado, un vínculo sensorial, emotivo y espiritual. Para cumplir con este propósito, el EA se configura como un espacio de experimentación de la vida comunitaria en un medio natural provocando en los participantes la apertura emotiva y cognitiva necesaria para la incorporación del cuidado medioambiental como forma de vida:

Entonces siento que el arcoíris en realidad es un portal de sanación fuerte y todos estamos aquí en ese proceso, aparte de nuestros procesos internos y la conexión con la naturaleza, lograr una armonía con la naturaleza; que no seamos unos seres invasores sino que seamos uno más que está viviendo ahí y [siento] bien fuerte también el llamado de vivir en comunidad, a organizarse, preocuparse del otro, tener conciencia de que todo lo que uno está moviendo también está moviendo a otra persona más que está al lado tuyo. Conciencia de la palabra, de todo. (E4-00:03:46)

Creo que el arcoíris, los encuentros en general, tienen dos... dos principales focos, uno es el ensayo que nosotros hacemos como de irnos a vivir a la naturaleza, y en ese ensayo compartimos las cosas que hemos ido aprendiendo en el camino, aprendemos la experiencia del que está viviendo en una eco aldea, del que viene de un proceso. Y la otra, es el proceso de la gente nueva, que se le abre un camino, que se le abre una forma. (E7-00:04:09)

Bioconstrucción

La bioconstrucción corresponde a un conjunto de técnicas de edificación que promueven la disminución del impacto negativo en los ecosistemas junto al aprovechamiento eficiente de los recursos disponibles (Cancino, 2018). Estos recursos, provienen en general del reciclaje de desechos –a modo de ejemplo, plásticos, neumáticos, envases- o del entorno natural en que se emplaza la edificación -madera de árboles caídos o de manejo sustentable de bosques, coligües, paja, cactus, arena, rocas, tierra, piedras, entre otros- (Cancino, 2018). En los EA se aplica a la construcción de infraestructura fácilmente desmontable y se aprovechan los diálogos cotidianos y talleres para socializar a los participantes en dichas técnicas. En asentamientos permanentes con influencia del Movimiento Arcoíris, la bioconstrucción es ocupada para la edificación de construcciones sólidas y forma parte de su cotidianidad, en algunos casos se efectúan eventos para reunir los fondos necesarios para llevar a cabo las obras, se utilizan redes de comunicación para convocar a voluntarios para construir o bien, se promueven talleres y jornadas que pueden durar varios días para limpiar esteros, reciclar la basura recolectada o edificar.

El análisis hermenéutico de las entrevistas sobre la bioconstrucción remite a tres líneas de significados: punto de encuentro o vórtice, propósito cotidiano y cuidado medioambiental. Como punto de encuentro, se plantea que las prácticas de sustentabilidad y de permacultura constituyen temas e intereses que facilitan el contacto con otros grupos y movimientos por medio de eventos, cursos, talleres e intercambios de diverso tipo:

En ese sentido el arcoíris que se topa con todas las prácticas espirituales, movimientos de la nueva espiritualidad eeee con las técnicas de sustentabilidad, con permacultura, de todas maneras, eee es como un vórtice de toda esa gente que está en diferentes caminos y llegan ahí y viven un ratito juntos. (E6-00:33:19)

Asimismo, la bioconstrucción es entendida como una labor cotidiana y uno de los propósitos centrales de las comunidades arcoíris; se la relaciona con la zonificación de un territorio para su adecuado uso y la posterior edificación de las construcciones y espacios de cultivo en él, según es posible observar en el siguiente texto:

[¿qué espacios se perfilan en campamento semilla?] zona de carpas, cocina y baño específicamente y después cuando ya terminó el arcoíris, el refugio, el Refugio del Guerrero, legendario, y ahí claro po, dijimos que sea ahí el primer árbol grande que nos recibió, porque yo me acuerdo cuando llegamos estaba lleno de cabras, llegamos con la comida y las cabras estaban locas por comerse las cuestiones y las metimos ahí adentro del gran árbol [...] y ahí fue el refugio, después, bueno la huerta como cerca del refugio, un poco a instinto las cosas, un poco otros que saben de permacultura y ya, zona cero, zona uno, dos y ya⁹. (E9-00:25:12)

El cuidado medioambiental contempla la realización de las actividades cotidianas considerando la reducción del impacto negativo en el ambiente y al desarrollo de acciones específicas que tienen como propósito recuperar y proteger los ecosistemas, tales como la limpieza del entorno, demarcación de zonas o el reciclaje de objetos; los entrevistados fundamentan estas acciones en la sacralidad de la naturaleza que se expresa en un sistema que hace posible la vida en el planeta:

Estar atento a que no hay que botar basura, no producir mucha basura [...] limpiar, limpiar, limpiar, sacar mucha basura [...] ese fue como nuestro gran aporte al lugar, [...] nosotros recogíamos las botellas de allá y empezábamos a hacer ladrillos, ladrillos ecológicos que son botellas llenas de basura, plásticas y no sé po el techo de... del refugio fue de cajas de tetra pack, las mismas cajas que encontrábamos allá o que había en Santiago, las subieron. Utilizar los desechos reciclando, haciendo esculturas, hilando las bolsas para tejer, usándolas pa, o sea inventando, ingeniándosela de cualquier forma para que la basura sea útil y no sea basura y se vaya a un vertedero y listo. (E9-00:30:20)

Círculo de Visiones

El Círculo de Visiones (CV), corresponde a una de las dos formas predominantes de toma de decisiones en el Movimiento Arcoíris. Tiene por función, generar consensos sobre uno o dos temas que suelen no resultar triviales. A modo de ejemplo, la fundación de una comunidad, la expulsión de un miembro o para encontrar a los focalizadores del siguiente encuentro. Por lo general son mixtos, aunque en algunas ocasiones se efectúan sólo de hombres o de mujeres.

En cuanto a su modo habitual de funcionamiento, los Círculos constan de uno o más focalizadores, quienes lo convocan; los participantes; un propósito o motivo sobre el cual se discutirá; y un Bastón de la Palabra¹⁰. Para dar comienzo a un CV el focalizador explica su funcionamiento, el o los propósito(s) y opina sobre el o los temas a tratar. Luego, el Bastón de la Palabra es entregado al participante que está inmediatamente hacia la derecha, quien lo recibe con palabras devocionales, tales como Ahó(á)¹¹ o Gran Espíritu¹² y eventualmente entrega su opinión sobre el tema tratado. Posteriormente, el Bastón continúa

⁹ La referencia a las zonas tiene que ver con la nomenclatura utilizada en el diseño permacultural donde en un extremo se encuentra la zona 0 que corresponde a lugar de habitación y vida cotidiana y en el otro extremo se encuentre la zona 5, que corresponde a su vez a los espacios de conservación medioambiental.

¹⁰ Artefacto ceremonial conformado por una rama de árbol ataviado por diversos adornos.

¹¹ Ahó en masculino, Ahá en femenino. Alude a: así sea o estoy contigo.

¹² El Gran Espíritu, apela a una energía divina que se expresa en todo lo existente.

circulando hacia los otros participantes, quienes pueden opinar y/o proponer al conjunto un consenso. Todo esto, mientras el resto de los presentes escucha en silencio. Puede ocurrir que, una vez propuesto un consenso, el Bastón circule por todos los participantes sin que nadie intervenga, señal de que el consenso fue aprobado; en otra modalidad se pospone la creación del consenso hasta que el Bastón haya dado una o dos vueltas para recoger las diversas opiniones.

La duración de cada Círculo varía entre unas pocas horas y varios días, y se realiza preferentemente de día para que los gestos y rostros sean apreciados. Para dar por terminado el Círculo, el Bastón da una vuelta completa con los participantes en silencio. En algunas ocasiones, se pudo apreciar términos abruptos, discusiones en las cuales no se respetaban los turnos de habla, carencia de consenso sobre los temas en discusión, intervenciones que se alejaban por largo tiempo de los temas para los cuales se había convocado, por señalar algunas de las tensiones observadas durante el desarrollo de esta práctica.

En cuanto a sus significaciones, el CV es considerado una tradición ancestral y un espacio sagrado para compartir en comunidad las distintas visiones existentes con respecto a temas específicos, mejorando de este modo, la calidad de las decisiones tomadas:

El Círculo de Visión es en el fondo un espacio sagrado, [...] se abre como el espacio para que cada persona abra su corazón y diga lo que... baja del cielo en el fondo, nosotros somos seres que pisamos la tierra, pero nuestra conciencia está en el cielo, entonces somos canalizadores y hablamos desde el corazón. [...] el círculo es como la [...] estructura primigenia, los antiguos, los ancestros se reunían en círculo, no frente a frente o en o como hoy día pasa en las salas de clases, yo soy profesora, entonces es como, me choca eso de que tú, tú estés como adelante, como una autoridad y todo el resto este bajo ti. (E3-00:23:58)

Otras dos líneas de sentido, con significaciones heterogéneas en su interior, refieren al CV como un modo de estructurar el diálogo y como un mecanismo para buscar el consenso.

La estructura de diálogo plantea la necesidad de contar con los CV porque proveen de un orden en el tratamiento de temas importantes y remite a los siguientes aspectos: uso de la palabra, modo de escucha y a la ausencia de jerarquías. Los entrevistados refieren a que todos pueden hacer uso de la palabra o guardar silencio si así lo desean, de tal modo que las diferencias y las distintas subjetividades se puedan expresar. En cuanto al modo de escucha, se asigna al CV promover que todos puedan escuchar y ser escuchados con respeto y amor; se valora positivamente que esta práctica permita su aprendizaje y con ello la posibilidad de modificar el punto de vista personal integrando las visiones de los demás. Para lograrlo y arribar a una creación colectiva, según los entrevistados, se requiere desarrollar el silencio interior y la apertura emotiva. La ausencia de jerarquías refiere a la morfología circular de la práctica en cuestión y se expresa en que los participantes se sientan a la misma altura y se pueden mirar a los ojos mientras hablan; a la ausencia de una autoridad que pueda imponer su propia visión al conjunto; y al supuesto de igualdad entre los presentes:

En el CV somos todos iguales, todos tenemos la palabra, todos tenemos esa canalización del cielo. [...] Los círculos de visiones son más para hacer consensos, para dar tu visión de un tema en específico, entonces tú al dar tu visión en específico te vas complementando con los otros. Todos nos escuchamos y todos somos canalizadores, entonces tú tienes el bastón de la palabra, que es como lo que se ocupa, que también es una tradición ancestral. Eeemm canalizas, lo que sientes, lo que crees, lo que piensas y todos te escuchan, con respeto, con amor, y se lo pasas al compañero [...] hasta que entonces todos hablamos. (E3-00:24:30)

La medicina del círculo no tiene jerarquía, estamos todos sentados a la misma altura, todos mirándonos a los ojos, no hay nadie sentado más arriba que otro, nadie está de pie, y se retroalimenta por sí solo el círculo, siempre está fluyendo. (E4-00:05:41)

Los entrevistados refieren a la búsqueda del consenso como el propósito central de un círculo, por lo que se toman el tiempo necesario para que se expresen las distintas visiones de los presentes. La búsqueda del consenso es valorada positivamente en tanto se promueve el bien común de la Familia Arcoíris; se igualen los propósitos entre los integrantes del movimiento para que los acuerdos tengan más fuerza; y se hagan primar los acuerdos comunitarios por sobre las visiones personales. Por el

contrario, es evaluado negativamente, cuando los acuerdos no se llevan a la práctica. Ambas cuestiones pueden apreciarse a través de los siguientes fragmentos:

[el círculo de visión] es entrega, es una apertura [...], realmente es entregar tu corazón a los hermanos para que en conjunto encuentren un consenso para bien de todos, para un bien común, no es llegar y tomar una decisión, porque aquí todos somos uno. No es llegar yyyy, tomar una decisión por todos, porque todos pensamos distinto, sentimos distinto, entonces buscamos la claridad para todos, para el bien común de la familia, para que el rezo sea más fuerte, para que el encuentro en sí sea más elevado. E2-00:27:15

[¿Cómo se toman las decisiones?] Por consenso po...o sea claro consenso. Pero en el fondo círculos, en el que todos hablan y eso también muchas veces...yo en el camino recorrido yaa me canso porque es como que ya tuve la experiencia de que no se llegaba finalmente a, aaaa..., decisiones que se llevaran a la práctica, ¿cachay? (E6-00:07:37)

A modo de discusión y conclusión

A través de dos ámbitos, los significados atribuidos a la naturaleza y las formas que adquiere la acción colectiva contemporánea, se ilustran las derivas y tensiones que se presentan en el intento por materializar el mundo anhelado de parte del Movimiento Arcoíris en Chile. Para discutir el primero de estos ámbitos se recurre a dos prácticas sedimentadas, ellas son: el Encuentro Arcoíris y la bioconstrucción; mientras que para el segundo de estos ámbitos se recurre a los Círculos de Visión.

Con respecto a los sentidos atribuidos a la naturaleza, es posible afirmar que el Movimiento Arcoíris por medio de su encuentro anual, produce un espacio multidimensional de resocialización que le permite a los participantes la incorporación de significaciones y prácticas proclives no solo a la protección de la naturaleza a través de técnicas específicas, sino que también, a un modo de habitarla en que los individuos y las relaciones entre estos se van adaptando a la temporalidad de sus ciclos -solares, lunares y vitales-. Con ello, los participantes se abren a la experiencia de ser y estar en el mundo como parte de una totalidad que los supera en tiempo y espacio, a la vez que los interrelaciona con ella. De este modo, la naturaleza no constituye un objeto de apropiación, sino que, por el contrario, un espíritu a integrar e incluso, a venerar. Así, es posible observar la emergencia de una ontoepistemología, que, según afirma Noa Cykman (2020), a la vez que integra a la humanidad en la trama de la vida, percibe una multiplicidad de agencias en la naturaleza estableciendo una relación intersubjetiva con ellas. Por cierto, lo acotado en tiempo de esta experiencia, el escaso número de participantes y la casi nula orientación hacia políticas que sobrepasen lo eventual o lo espontáneo, marcan límites importantes en relación con los efectos sociales del encuentro. Sin embargo, al configurarse en un espacio de experimentación, les permite a los participantes del EA la incorporación de prácticas y significaciones que hacen parte del imaginario colectivo del Movimiento Arcoíris, facilitando con ello, su socialización y la expansión cultural de dicho colectivo.

Por su parte, los resultados relacionados a la bioconstrucción permiten inferir un cuestionamiento al modo de producción industrial, toda vez que dicha práctica promueve una relación de trabajo no mercantilizada -por la vía del voluntariado o del trueque- y la utilización de recursos reciclados o recolectados del entorno que buscan reducir los impactos negativos sobre la naturaleza. Ahora bien, conocida es la capacidad del capitalismo para apropiarse de bienes colectivos y transformarlos en mercancías (Debord, 1995), por lo que no debe extrañar que la bioconstrucción se transforme en una moda del mercado inmobiliario, aumenten sus costos y con ello se dificulte el acceso para la población en general. Esta es una de sus derivas posibles, sin embargo, debido a las técnicas que ésta conlleva, es del todo probable que su deriva neoliberal corra en paralelo a su socialización como bien común. Atender simultáneamente a ambas cuestiones, implica observar los procesos de imbricación entre los imaginarios subalternos y los hegemónicos, procesos que expresan las transformaciones que ocurren en el interior de las sociedades y que ilustran las potenciales alternativas que ésta contiene.

Con relación a las formas que adquiere la acción colectiva contemporánea, se observa que el distanciamiento de parte de la ciudadanía respecto de las instituciones políticas formales no implica

necesariamente un quiebre con la política en su conjunto, sino que una variación sobre los lugares y los contenidos en que ésta se ejerce. Los resultados permiten sostener que los participantes del movimiento en cuestión privilegian la participación política hacia el espacio interpersonal cotidiano y que el contenido de tal participación está dado por la autonomía colectiva, la horizontalidad entre los participantes y a la predilección de la creación de consensos por sobre la imposición de la voluntad mayoritaria. Respecto a sus límites, se pudo constatar que el método del CV para la toma de decisiones resultó vulnerado toda vez que posiciones individuales vetaron los acuerdos propuestos por una amplia mayoría de los presentes o cuando los consensos fueron incumplidos de forma reiterada. Asimismo, este método de deliberación colectiva resulta difícilmente extrapolable a escalas más amplias debido al tiempo que demanda y a que se permite el ingreso de personas en cualquier momento de la práctica, lo que ocasiona que se desvíe la atención a nuevos temas y/o que se deba informar reiteradamente de lo tratado a los nuevos o esporádicos participantes de la actividad. No obstante, tanto esta como otras prácticas, distan de un funcionamiento homogéneo, por el contrario, han sido adaptadas con relación a los contextos en que se llevan a cabo.

Lo dicho hasta aquí permite constatar que, en la búsqueda por materializar su utopía, el Movimiento Arcoíris se ha ido expandiendo y simultáneamente, ha encontrado límites. Si ambas cuestiones resultan consustanciales en el desarrollo de los movimientos sociales, quizás sea esto un indicador de la necesidad de repensar las concepciones clásicas sobre la utopía. Desde la modernidad, ésta deja de concebirse como una fantasía imposible de realizar y pasa a configurar un horizonte a alcanzar (Poch, 1997). Al parecer, este caso permite ilustrar un nuevo giro, puesto que no se la concibe ya como un horizonte definido de antemano, sino que un lugar abierto a su transformación y deliberación colectiva.

Finalmente, cabe señalar que frente al avance del neoliberalismo y la pérdida de horizontes ético políticos que orienten a las sociedades, la construcción de alternativas al imaginario hegemónico se hace cada vez más necesaria, pero que ello no debe implicar la pérdida de reflexión y de crítica sobre las dificultades, tensiones y límites con que se encuentran los actores colectivos en la realización de sus mundos anhelados. Se espera que este trabajo contribuya a aquellas reflexiones.

Bibliografía

- Autor. (2014). *El imaginario colectivo del Movimiento Arcoíris en Chile. Una aproximación etnográfica*. Tesis para optar al grado de magíster en psicología, Universidad Diego Portales. Santiago, Chile.
- Adell, R. (2007). El altermundismo en acción: internacionalismo y nuevos movimientos sociales. *Revista de estudios de juventud*. 76. 91-111.
- Ameigeiras, A. (2006). El abordaje etnográfico en la investigación social. En I. Vasilachis (coord.), *Estrategias de investigación cualitativa* (pp. 107-151). Editorial Gedisa. Barcelona, España
- Arribas, S. (2008). Cornelius Castoriadis y el imaginario político. *Foro Interno*. 8. 105-132.
- Báez, F., Cancino, L. y Paredes, JP. (2015). *Acción colectiva y movimientos sociales. Disputas conceptuales y casos de estudio recientes*. Editorial Punta Ángeles/UPLA.
- Baeza, M. (2008). *Mundo real, mundo imaginario social. Teoría y práctica de sociología profunda*. Ril editores. Santiago, Chile.
- Bauman, Z. (1999). *La globalización. Consecuencias humanas*. FCE. Buenos Aires.
- Bauman, Z. (2005). *Amor líquido. Acerca de la fragilidad de los vínculos humanos*. FCE. Buenos Aires.
- Bergantiños, N. e Ibarra, P. (2007). Eco-Pacifismo y Antimilitarismo. Nuevos Movimientos Sociales y Jóvenes en el Movimiento Alterglobalizador. *Revista de estudios de juventud*. 76. 113-127.

- Berger, A. (2006). *The rainbow family: an ethnography of spiritual postmodernism*. Tesis doctoral. University of St. Andrews. Gran Bretaña.
- Boron, A. (2004). Hegemonía e imperialismo en el sistema internacional. En A. Boron (comp.). *Nueva Hegemonía Mundial. Alternativas de cambio y movimientos sociales* (pp. 133-154). CLACSO. Buenos Aires.
- Calle, Á. (2003). Los nuevos movimientos globales. *Papeles del CEIC*. 7. Recuperado de <http://www.identidadcolectiva.es/pdf/7.pdf>
- Calle, Á. (2007). Democracia radical: la construcción de un ciclo de movilización global. *Revista de estudios de juventud*. (76). 55-69.
- Cancino, L. (2011). Aportes de la noción de imaginario social para el estudio de los movimientos sociales. *Polis (Santiago)*. 10(28). 69-83.
- Cancino, L. (2014). *El imaginario colectivo del Movimiento Arcoíris en Chile. Una aproximación etnográfica*. Tesis para optar al grado de magíster en psicología, Universidad Diego Portales, Santiago, Chile.
- Cancino, L. (2015). Movimientos sociales y el proyecto de autonomía. Reflexiones desde el pensamiento de Castoriadis. *Prometeica, revista de filosofía y ciencias*. 11. 6-17.
- Cancino, L. (2018). Acción colectiva e imaginarios en contextos de interés medioambiental. Una etnografía a los Asentamientos pro-Sustentabilidad en Chile. *Investigaciones Geográficas*. (56). 45-79. <https://doi.org/10.5354/0719-5370.2018.51555>
- Castells, M. (1999). *La era de la información: economía, sociedad y cultura. El poder de la identidad* (Vol. II). Siglo veintiuno editores.
- Castoriadis, C. (1998). *Hecho y por hacer. Pensar la imaginación*. Eudeba. Buenos Aires.
- Castoriadis, C. (2002). *Figuras de lo pensable* (2a ed.). Fondo de Cultura Económica. México.
- Castoriadis, C. (2004). *Sujeto y verdad en el mundo histórico-social*. Fondo de cultura económica. Buenos Aires.
- Castoriadis, C. (2007). *La institución imaginaria de la sociedad*. Tusquets Editores. Buenos Aires.
- Castoriadis, C. (2006). *Lo que hace a Grecia*. Fondo de cultura económica. Buenos Aires, Argentina.
- Cefaï, D. (1997). Otro enfoque de la cultura política. Otro enfoque de la cultura política: repertorios de identidad y marcos de interacción, formatos narrativos de los acontecimientos públicos, regímenes de negociación y arreglos sindicales. *Foro Internacional*. 37(1). 150-162.
- Cefaï, D. (2003). Acción asociativa y ciudadanía común: ¿La sociedad civil como matriz de la res pública? *Benedicto, J. y Morán, M., Aprendiendo a ser ciudadanos. Experiencias sociales y construcción de la ciudadanía entre los jóvenes*. (pp. 91-115). INJUVE. Madrid, España.
- Coburn, E. (2009). La batalla de Seattle. En M. Wieviorka (comp.), *Otro mundo... Discrepancias, sorpresas y derivas de la antimundialización* (pp. 186-211). FCE. México.
- Cohen, J. (1988). Estrategia o Identidad: Paradigmas teóricos nuevos y movimientos sociales contemporáneos. *Teoría de los movimientos sociales. Cuadernos de Ciencias Sociales, FLACSO*. 17. 3-42.
- Cykman, N., & Mick, J. (2020). Para escapar à extinção: experiências de conexão humano-natureza em encontros Rainbow. *Revista Epistemologias do Sul*. 4(1). 68-85.
- Debord, G. (1995). *La sociedad del espectáculo*. Ediciones Naufragio. Santiago, Chile.

- Diani, M. (2009). The Structural Bases of Protest Events: Multiple Memberships and Civil Society Networks in the 15 February 2003 Anti-War Demonstrations. *Acta Sociológica*. 52(1). 63-83.
- Eisinger, P. (1973). [The Conditions of Protest Behavior in American Cities](#). *The American Political Science Review*, Vol. 67(1). 11-28.
- Escobar, A. (2000). El lugar de la naturaleza y la naturaleza del lugar: ¿globalización o postdesarrollo? En Edgardo Lander (Comp.), *La colonialidad del saber: eurocentrismo y ciencias sociales. Perspectivas latinoamericanas* (113-143). CLACSO, Consejo Latinoamericano de Ciencias Sociales. Buenos Aires, Argentina.
- Estenssoro, F. (2009) *Medio ambiente e ideología: la discusión pública en Chile, 1992-2002: antecedentes para una historia de las ideas políticas a inicios del siglo XXI*. Universidad de Santiago. Santiago de Chile.
- Federovisky, S. (2011). *Historia del medio ambiente: la transformación de la naturaleza de mundo ajeno y amenazante a espacio por conquistar. La génesis del movimiento ambientalista*. Capital Intelectual. Buenos Aires, Argentina.
- Fernández, F. (2007). Sobre el Movimiento de Movimientos. *Revista de estudios de juventud*. 76. 21-36.
- Garretón, M. A. (2001). *Cambios sociales, actores y acción colectiva en América Latina*. Santiago de Chile: CEPAL, Serie políticas sociales. https://repositorio.cepal.org/bitstream/handle/11362/6012/S0110833_es.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Geertz, C. (2006). *La interpretación de las de las culturas* (11a Reimpresión). Barcelona. Gedisa. España.
- Giddens, A. (1993). *Consecuencias de la modernidad*. Alianza Editorial. Madrid.
- Hardt, M. y Negri, A. (2002). *Imperio*. Paidós. Buenos Aires.
- Harvey, D. (2007). *Breve historia del Neoliberalismo*. Ediciones Akal. Madrid, España.
- Iglesias, P. (2005). Un nuevo poder en las calles. Repertorios de acción colectiva del Movimiento global en Europa. De Seattle a Madrid. *Política y Sociedad*. 42(2). 63-93.
- Javaloy, F., Rodríguez, Á. y Espelt, E. (2001). *Comportamiento Colectivo y Movimientos Sociales. Un enfoque psicosocial*. Prentice Hall. Madrid.
- Jenkins, C. (1994). La teoría de la movilización de recursos y el estudio de los movimientos sociales. *Zona Abierta*, 69, 5-49.
- Kawulich, B. (2005). La observación participante como método de recolección de datos”. *Forum: Qualitative Social Research, Sozialforschung*, 6(2). <http://www.qualitative-research.net/index.php/fqs/article/view/466>.
- Melucci, A. (1994a). ¿Qué hay de nuevo en los nuevos movimientos sociales? En E. Laraña y J. Gusfield (Eds.), *Los nuevos movimientos sociales: de la ideología a la identidad* (119-149). CIS. Madrid, España.
- Melucci, A. (1994b). Asumir un compromiso: identidad y movilización en los movimientos sociales. *Zona Abierta*. 69. 153-180.
- McAdam, D. (1999). Orígenes terminológicos, problemas actuales y futuras líneas de investigación. En D. McAdam, J. McCarthy y M. Zald (eds.), *Movimientos Sociales, perspectivas comparadas* (pp. 49-70). Istmo. Madrid, España.
- McDonald, K. (2009). De la solidaridad a la fluidaridad. En M. Wieviorka (comp.), *Otro mundo... Discrepancias, sorpresas y derivas de la antimundialización* (pp. 94-112). FCE. México.
- Pleyers, G. (2010). *Alter-globalization: Becoming actors in a global age*. Polity Press. Cambridge.

- Poch, A. (1997). Estudio preliminar. En T. MORO, *Utopía* (pp. IX-LXXXV). Ediciones Altaya Barcelona, España.
- Porto-Gonçalves, C. (2001). *Geo-grafías. Movimientos sociales, nuevas territorialidades y sustentabilidad*. Siglo XXI. México.
- Riechmann, J. y Fernández, F. (1994). *Redes que dan libertad: introducción a los nuevos movimientos sociales*. Paidós Ibérica. Barcelona, España.
- Reguillo, R. (2000). La clandestina centralidad de la vida cotidiana. En A. Lindon (Ed.), *La vida cotidiana y su espacio-temporalidad* (pp. 77-94). Anthropos. España.
- Reguillo, R. (2004). La performatividad de las culturas juveniles. *Revista de estudios de Juventud*. 64. 49-56.
- Retamozo, M. (2006, septiembre). Esbozo para una epistemología de los sujetos y movimientos sociales. *Cinta de Moebio*, 26. Recuperado de <http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=10102606&iCveNum=4336>
- Revilla, M. (1994). El concepto de movimiento social: acción, identidad y sentido. *Zona Abierta*. 69. 181-213.
- Rubio, A. (2004). Perspectivas teóricas en el estudio de los movimientos sociales. *Circunstancia. Revista de Ciencias Sociales del Instituto Universitario de Investigación Ortega y Gasset*. I (3). http://www.ortegaygasset.edu/contenidos.asp?id_d=383
- Seonae, J. y Taddei, E. (2001). De Seattle a Porto Alegre. Pasado, presente y futuro del movimiento anti – mundialización neoliberal. En Seoane, J. y Taddei, E. (comp.): *Resistencias mundiales. De Seattle a Porto Alegre* (pp. 105 – 129). CLACSO. Buenos Aires.
- Shuker, S. (2009). Comin’ Home to Rainbow. *Communities: Life in Cooperative Culture*. 142. 32-33.
- Taylor, S y Bogdan, R. (1992). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación*. España. Editorial Paidós. Barcelona.
- Touraine, A. (1997). *¿Podremos vivir juntos? La discusión pendiente: el destino del hombre en la aldea global*. Fondo de Cultura Económica. Argentina.
- Viejo, R. (2004). Del 11 – S al 15 – F y después: Por una “gramática” del movimiento ante la guerra global permanente. En J. Brandariz y J. Pastor (Eds.), *Guerra Global Permanente: La nueva cultura de la inseguridad*. http://www.edicionessimbioticas.info/IMG/pdf/guerra_global.pdf

LA CREACIÓN DE IMAGINARIOS Y LA DISOLUCIÓN DE LA TRAMA MEDIANTE LA TIPIFICACIÓN QUE ANULA LAS CATÁLISIS

EL EJEMPLO DE EL JARDÍN DEL EDÉN COMO CINE COSTUMBRISTA

*THE CREATION OF IMAGINARIES AND THE DISSOLUTION OF THE PLOT THROUGH
THE TYPIFICATION THAT CANCELS THE CATALYSIS*

The example of the Garden of Eden as traditional cinema

*A CRIAÇÃO DE IMAGINÁRIOS E A DISSOLUÇÃO DA TRAMA ATRAVÉS DA
TIPIFICAÇÃO QUE ANULA AS CATÁLISES*

O exemplo do Jardim do éden como cinema tradicional

Alberto Carrillo

(Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México)

alberto.carrillo@correo.buap.mx

Marleni Reyes Monreal

(Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México)

marleni.reyes@correo.buap.mx

María Beatriz Bernábe Loranca

(Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México)

beatriz.bernabe@gmail.com

Recibido: 09/10/2022

Aprobado: 25/06/2023

RESUMEN

En este texto partiremos de la conocida tensión cinematográfica entre la imagen y la narración, refiriendo a un caso concreto de cine mexicano tipológico costumbrista. Es un género que se distingue por una trama débil constituida por secuencias con un importante peso mostrativo o “descriptivo”, más que narrativo y el espectador se entretiene en el reconocimiento de los estereotipos, obteniendo un goce mimético de reconocimiento. Para abordar tal reconocimiento mimético distinguiremos entre los imaginarios literarios y los imaginarios fílmicos. Los imaginarios literarios son esquemas faltos de concreción. Por el contrario, los imaginarios fílmicos no son lo absoluto una cuestión de la imaginación más o menos vaga, sino que dada su base fotográfica presentan girones de la realidad tal cual es en su apariencia. Este imaginario fílmico ya no consta de imágenes de la mera imaginación, al gusto del que se las imagina, sino que consta de fragmentos fotográficos de la apariencia real, por lo que esas imágenes de calidad fotográfica tienden a generar de inmediato aprobación o rechazo. Puede ser que se lea algo que no gusta y entonces tiende a dejarse de lado, pero es más difícil dejar de lado algo que, aunque no guste no se leyó sino se vio. Para analizar el género de narrativa débil tipologizante recurrimos a la teoría de D. Bordwell sobre la construcción de la historia combinándola con la teoría de R. Barthes acerca de los núcleos, catálisis, informantes e indicios narrativos.

Palabras clave: inferencias. indíciales. estados mentales proposicionales. tipificantes.

ABSTRACT

In this text we will start from the well-known cinematographic tension between image and narration referring to a specific case of traditional typological Mexican cinema. Characteristic of this genre is a weak plot made up of “descriptive” rather than narrative sequences, and the viewer is prompted to recognizing stereotypes, obtaining the mimetic enjoyment of recognition. To address such mimetic recognition, we will distinguish between literary and filmic imaginaries. Literary imaginaries are schemes lacking in concreteness. On the contrary, the filmic imaginaries are not at all a question of more or less vague imagination, but rather, given their photographic base, they present shreds of reality as it appears. This filmic imaginary no longer consists of images of the mere imagination, to the taste of the one who imagines them, but consists of photographic fragments of the real appearance, for which these photographic quality images tend to generate immediate approval or rejection. It may be that you read something that you don't like and then you tend to put it aside, but it is more difficult to put something aside that, although you don't like it, you didn't read it but rather see it. For analysing this genre of weak typologizing narrative we resort to D. Bordwell's theory of the story construction combining it with R. Barthes's narrative theory of nuclei, catalysis, informants, and narrative cues.

Keywords: inferences. indicial. propositional mental states. typifying.

RESUMO

Neste texto partiremos da conhecida tensão cinematográfica entre imagem e narração referindo-se ao caso específico do cinema mexicano tipológico tradicional. É um gênero que se distingue por uma trama fraca composta por sequências com um peso importante de exibição ou “descritivo”, ao invés de narrativa, e o espectador se diverte reconhecendo estereótipos, obtendo um gozo mimético de reconhecimento. Para abordar tal reconhecimento mimético, faremos uma distinção entre imaginários literários e fílmicos. Os imaginários literários são esquemas carentes de concretude. Pelo contrário, os imaginários fílmicos não são de todo uma questão de imaginação mais ou menos vaga, mas, dada a sua base fotográfica, apresentam fragmentos da realidade tal como ela aparece. Este imaginário fílmico já não consiste em imagens da mera imaginação, ao gosto de quem as imagina, mas consiste em fragmentos fotográficos da aparência real, para os quais estas imagens de qualidade fotográfica tendem a gerar aprovação ou rejeição imediata. Pode ser que você leia algo que você não goste e então você tende a deixar de lado, mas é mais difícil deixar de lado algo que, embora você não goste, você não leu, mas viu isto. Para analisar o gênero tipológico de narrativa tradicional fraca, recorreremos à teoria de D. Bordwell sobre a construção da história, combinando-a com a teoria de R. Barthes sobre núcleos, catalisadores, informantes e pistas narrativas.

Palavras-chave: inferências. indiciais. estados mentais proposicionais. tipificando.

Introducción

En la muy conocida tensión cinematográfica entre la imagen y la narración hay un caso especial representado por una tendencia relativamente común en el cine mexicano, consistente en introducir una *trama débil* constituida por secuencias con un importante peso *mostrativo* o “descriptivo”, más que *narrativo*. Tales secuencias suelen presentar aspectos sociales particulares que ilustran de manera *tipificante* el México en el que se sitúa la trama. Más que tener una trama cronológica consecuente (Barthes) que arroje una *narración*, tales películas son un *recuento mostrativo* de la sociedad mexicana

en ciertos *milieus*, con lo que este género filmico adquiere un carácter *costumbrista*. Casos muy conocidos son los de películas cuya trama tiene por centro locativo la vecindad, la barriada, o bien una familia de clase media como elemento de acceso filmico al *milieu* correspondiente. En este trabajo tomaremos como ejemplo de cine tipificante la película de Novaro *El jardín del Edén* (1992) que presenta el *milieu* de la frontera entre México y los Estados Unidos, y utilizaremos la teoría barthesiana de las funciones estructurales del relato para analizar este género de cine costumbrista, tan común en México. El problema teórico *general*, no limitado al cine mexicano, consistiría en definir como *costumbrista* en general un cine en el que las *funciones nucleares* en el sentido de R. Barthes se convierten en *indicios* mediante la transformación de los *verbos* que definen las funciones nucleares en adjetivos caracterológicos y por tanto en cualidades paramétricas (Barthes). Para el tratamiento sistemático de las funciones nucleares o primordiales y los indicios barthesianos recurrimos a la *teoría cognitiva* del cine desarrollada por D. Bordwell formalizándola por nuestra parte mediante el concepto filosófico de *contenido proposicional*. El concepto de contenido proposicional permitirá establecer un puente conceptual entre la teoría literaria de Barthes y la cinematográfica de Bordwell, tanto para el concepto general de cine costumbrista como para el examen de *El jardín del Edén*.¹

La teoría cognitiva del cine y los estados mentales proposicionales

En este trabajo adoptamos el marco de la “aproximación perceptivo cognitiva” (Bordwell, 1985: 49), o también “aproximación constructivista” (Bordwell, 1985: 32), a la experiencia cinematográfica desarrollada por D. Bordwell en *Narration in the Fiction Film*,² aproximación según la cual los planos y las secuencias cinematográficas provocan que el espectador *construya* una historia por medio de “*inferencias*” (1985: 49).³ Quitando el caso secundario de la voz en *off*, en el cine no hay ningún relato, raramente se cuenta algo por algún personaje.⁴ El relato como verbalización es substituido por la actividad mental del espectador, “(...) el espectador *piensa* (...)” (Bordwell, 1985: 33),⁵ nos dice Bordwell, más específicamente, hace *inferencias* con base en los planos filmicos. Así, a) de que en el primero de dos planos *se ve* un hombre bajar las escaleras de una casa y b) de que en el plano siguiente *se ve* al mismo hombre caminar por la calle, el espectador *infiere* que el hombre salió de la casa, aunque eso *no se vea*. Sin embargo, nadie relata que después de bajar las escaleras el hombre salió a la calle; el espectador lo *infiere* a partir de la relación sucesiva entre los dos planos. Ese es el efecto general del montaje o edición cinematográfica, es decir, hacer inferencias de lo que *se ve* y por ello *se piensa* a lo que simplemente *se imagina*, es decir, *solamente se piensa*, sin verlo.⁶ Ahora bien, tanto el *pensamiento* de lo que se ve en los planos como el *pensamiento* meramente imaginario provocado por la yuxtaposición de los planos corresponde a *contenidos proposicionales*, lo mismo que el *pensamiento* de lo que solamente se lee en un relato. Expliquémonos.

¹ *El Jardín del Edén* (1994) Director: María Novaro. Guión: María Novaro y Beatriz Novaro. F en C.: Eric Alan Edwards. Música: José Stephens. Edición: Sigfrido Barjau y María Novaro. <https://www.youtube.com/watch?v=qOaBWfEUexc>

² Existe versión en español, La narración en el cine de ficción, Paidós.

³ Bordwell habla de la “fábula (traducida algunas veces como historia)” (1985: 49) y señala que la fábula o historia es “un conjunto de *inferencias*” (1985: 51), por lo que “(...) la acción de la historia no está en la película sino en la *mente* del espectador; se convierte en una *construcción* que el espectador impone a una configuración de *estímulos*” (Bordwell, 1985: 14). Bordwell distingue a la fábula de la trama (a la que siguiendo a los formalistas rusos él llama *syuzhet* (1985: 50). Por supuesto, hay que distinguir la construcción mental de la historia filmica por parte del espectador de creación de la película.

⁴ En tal caso, las narraciones incrustadas en los planos filmicos son breves, aunque teóricamente es pensable el caso de una película que fuera simplemente el registro de un personaje contando toda una historia ficticia. Aprovechamos para señalar que en este trabajo utilizaremos el término “relato” para el caso literario, verbal, y el término “historia” (la fábula de Bordwell) para el caso filmico. Eventualmente usaremos el término narración para ambos casos, y del contexto quedará claro a qué nos referimos.

⁵ Cuando las *itálicas* en una cita provengan del autor del texto citado lo indicaremos por la abreviatura i. a., en otro caso las *itálicas* son nuestras.

⁶ Bordwell mismo toma en su libro como modelo a la película del género de detectives, por lo que el proceso inferencial que él examina es de un nivel más sofisticado. Sin embargo, la inferencia opera ya al nivel cinematográfico más básico, es decir, el del montaje más inocuo. Para un análisis puntual ver los textos sobre el efecto Kuleshov en <https://reflexionesmarginales.com/blog/2019/08/01/el-montaje-y-el-sonido-cinematograficos-reconsiderando-el-efecto-kuleshov-parte-1/> y <https://reflexionesmarginales.com/blog/2019/09/30/el-montaje-y-el-sonido-cinematograficos-la-creencia-estetica-y-la-ilusion-estetica-auditiva-parte-2/> Revista Reflexiones Marginales, número 51 y 52, UNAM, México.

Tanto en la lectura de un relato como en la observación de una película narrativa, el receptor experimenta una sucesión de *estados mentales proposicionales*. Por ejemplo, el lector *lee* que “un hombre baja la escalera de una casa”, “y a continuación sale a la calle”. Tal sería el caso narrativo, el lector lee eso y no aporta nada más que pensarlo. En el caso filmico el observador no lee absolutamente nada, sino que *visualmente reconoce* situaciones específicas, y en ese mismo acto de reconocimiento *piensa* que “un hombre baja la escalera de una casa”, a continuación, *no ve* que el hombre en cuestión salga de la casa, pero reconoce, es decir, *ve* que “el hombre camina por la calle” y por eso *piensa* que “el hombre salió de la casa (cuando bajó la escalera)”. A diferencia del caso literario, el espectador ni lee ni ve que el hombre haya salido de la casa, simplemente lo piensa porque lo infiere con base en la secuencia de los dos planos, es decir, con base en lo que sí vio. La *inferencia* es un pensamiento que es aportación pura del lector con base en el montaje.

Por supuesto, tanto leyendo como viendo que “un hombre baja la escalera de una casa”, el receptor piensa eso, que “un hombre baja la escalera de una casa”. Tomemos la proposición P = “un hombre baja la escalera de una casa”, entonces el pensamiento de que P tiene por contenido la proposición P . Podemos decir que *cada proposición* corresponde a un *pensamiento*. De la misma manera, tanto leyendo que “el hombre *sale* de la casa” como infiriendo que “el hombre *salió* de la casa”, se generan los pensamientos con los contenidos proposicionales correspondientes.⁷

El pensamiento de que P , donde P es una proposición, tiene a dicha proposición P como su contenido proposicional. Tales pensamientos son *estados mentales* con un contenido proposicional.⁸ Tanto el lector literario como el espectador filmico experimentan cadenas de estados mentales con contenidos proposicionales, pero el lector simplemente los lee, repite de manera esclava el pensamiento expresado por el autor literario por medio de proposiciones, mientras que el espectador filmico no lee nada, solo ve planos y con base en ellos piensa, y además, la magia del montaje hace que piense *más* de lo que ve, eso es *consustancial* a la experiencia filmica.⁹ En cambio, el lector de literatura solo lee lo que está escrito, todo lo que piense sin que esté escrito *no es parte* del texto, de la obra literaria.¹⁰ El lector es pasivo en el sentido de que solamente tiene que *entender* la historia, mientras que el espectador es activo en el sentido de que tiene que *construirla* mentalmente ya que nadie se la cuenta. El primero *lee* una narración y no ve ninguna denotación, el segundo *construye* la narración sobre una base visual – y auditiva –.

Lo más importante de lo anterior es que la experiencia literaria y la filmica remiten a cadenas de *contenidos proposicionales*. Señalemos que este concepto no está en Bordwell, el concepto de contenido proposicional es específico de la filosofía del lenguaje y de la mente anglosajona,¹¹ y lo aportamos nosotros. De esta manera podemos decir que en el relato se lee *contenidos proposicionales* y en el cine se les genera sobre una base sensorial – audiovisual en el caso del cine sonoro –. Sin embargo, sea cual sea su estatuto estético,¹² los estados mentales proposicionales corresponden a *proposiciones*, lo cual es la base para aplicar la teoría barthesiana de “la lengua del relato”, “más allá de la frase” (Barthes, 1970:

7 El que en el caso filmico la inferencia sea retrospectiva, relativa a un hecho del pasado, mientras que la simple lectura no haya tal relación retrospectiva no es una diferencia importante. El pensamiento de que P , puede tener diferente referencia temporal, es decir, la proposición P puede contener un verbo conjugado en diferente tiempo, y eso no altera el hecho que el pensamiento corresponde al contenido proposicional P .

8 No todos los estados mentales son proposicionales y entre los casos famosos están los estados de ánimo flotantes, sin referente, por ejemplo, un desasosiego, el aburrimiento, la angustia, etc., sin causa definida.

9 Además, escucha parlamentos y sonidos diegéticos no verbales que también lo llevan a pensamientos o estados mentales con contenidos proposicionales.

10 El lector también infiere, imagina, cosas que no lee, según veremos abajo en el caso de los indicios barthesianos, sin embargo, tales inferencias literarias no son necesarias, como sí lo son las provocadas por el montaje.

11 Ver, por ejemplo, Searle, J. R. (1983), *Intentionality: An Essay in the Philosophy of Mind* y Fodor, J. (1987), *Psychosemantics. The Problem of Meaning in The Philosophy of Mind*.

12 Los contenidos mentales proposicionales tanto literarios como filmicos llevan a *creencias estéticas*; los literarios siempre se correlacionan con *imaginación estética* y los segundos se correlacionan unos con *ilusión estética* y otros (las inferencias) con *imaginación estética*. Las creencias estéticas que son ilusión estética se correlacionan con los contenidos proposicionales basados en los planos filmicos y su contenido audiovisual. Para esta teoría véase, por ejemplo, nuestro texto ‘Illusion and Imagination in Cinema according to Bazin.’, en *Journalism and Mass Communication*. Vol. 3, No. 8, pp. 541-547.

2), a la narrativa fílmica considerando que la “frase” de Barthes incluye a las proposiciones como un caso especial.¹³

La descripción literaria y la mostración caracterológica

Antes de combinar la teoría del cine como generación de contenidos proposicionales con la teoría barthesiana de las “funciones” del relato, nos referiremos a la película de María Novaro *El jardín del Edén*, con el objetivo de que se tenga una primera clarificación del concepto de cine costumbrista aquí propuesto, concepto que – como quedará claro en este trabajo – difiere de la idea general de este cine solamente en la explicación de cómo es construido utilizando el modelo de análisis del discurso elaborado por Barthes. Simplificando podemos decir que la película *El jardín del Edén* de María Novaro permite al espectador construir una historia muy simple a partir de planos orientados más a mostrar que a “narrar”. Ello genera una trama débil precisamente por el gran peso que en la película adquieren las secuencias *mostrativas tipificantes*, que podríamos llamar tanto *ilustrativas* como *ejemplares*. Se trata de verdaderos *estereotipos visuales*. Más que estar entre sí en una relación “consecutiva y consecuente” (Barthes, 1970: 20) o, equivalentemente, “cronológica y lógica” (Barthes, 1970: 20), como lo formula Barthes, tales secuencias están en una relación que siguiendo a Jakobson podemos llamar “metonímica” (1956: 78-81) y siguiendo a Hume de “contigüidad” (2006: 179-182). Es decir, esas secuencias están en relación de conexión mostrativa de lo que ocurre en uno o varios *milieus* de la sociedad mexicana y, por ello, remiten a experiencias que el público mexicano contemporáneo de la película conoce y reconoce bastante bien.

Este tipo de *mostración fílmica costumbrista*, en este caso de “lo mexicano”, suele ser “colorida”, y con eso nos referimos a cierta exageración o también a un carácter irónico o hasta autocrítico. Sin embargo, el *colorido* así definido se basa de todos modos en el *realismo* propio de una “descripción” de lo mexicano. Por supuesto, siendo estrictos, si en el cine no hay *narración* en el sentido propio del término, tampoco hay su conocida contraparte literaria constituida por la *descripción* también en el sentido propio del término.¹⁴ Aquí es donde entran los conceptos de *plano* y *secuencia mostrativos*. Se trata de planos que no están orientados básicamente a la “construcción de la trama” (Bordwell, 1985: 14), es decir no se trata *por parte del cineasta* de *presentar* en el plano un *elemento* o *conjunto visual* que tenga una “funcionalidad cronológica y lógica” (Barthes, 1970: 20), que permitiría que *el espectador* lo ligara con los contenidos proposicionales correspondientes a los del plano precedente y el subsecuente de la secuencia en la construcción de la historia.¹⁵ Más bien se trata por parte del cineasta de ofrecer “una configuración de estímulos” (Bordwell), es decir un plano fílmico, que le permitan al espectador *acumular* contenidos proposicionales generando una caracterización de un personaje o una situación. Tal caracterización fílmica por aglomeración de contenidos proposicionales de uno o varios planos es el análogo al *efecto* de la *descripción* literaria en la mente del lector, y se corresponde con la falta de ligazón lógico causal entre dichos contenidos, ligazón la cual sería la “construcción de la trama” por parte del cineasta y, que, por lo tanto, serviría para la construcción espectral de la *historia* o *narración*. Nótese además que si, como es bien sabido, en la descripción literaria el tiempo de la historia queda paralizado, es decir, no hay acciones en secuencia cronológica, en el caso de una secuencia mostrativa ocurre lo mismo, aunque se trate de imágenes en movimiento. Sus contenidos audiovisuales (los “estímulos” de

¹³ La “frase” de Barthes equivale a una oración, y las proposiciones son solamente un tipo particular de oraciones, pero son esas oraciones, las proposiciones, las que construyen el relato por dar la *trama*. El “discurso”, incluye a la trama y a todo lo demás, por ejemplo, exclamaciones, expresiones de deseo, preguntas, etc., es decir, al relato en su conjunto.

¹⁴ Sobre la conocida contraposición entre narración y descripción véase, por ejemplo, Lukács, “Erzählen oder Beschreiben” (1936), en: *Georg Lukács Werke. Probleme des Realismus*, pp. 197-242.

¹⁵ No está de más resaltar que en lo recién dicho quedó explícita la diferencia entre *construir la trama*, que es la misión del cineasta y su equipo, y *construir la historia*, que es la tarea del espectador. La primera es técnico-artística, la segunda es conceptual sobre la base de ver planos y secuencias. La construcción de la trama es un proceso técnico que es parte de lo que Bordwell llama el “estilo”. Bordwell nos dice que “[l]a *trama* corporifica la película como proceso ‘dramatúrgico’; el *estilo* la corporifica como un proceso ‘técnico’” (1985: 50). Se tiene que “(...) la configuración de la trama es *independiente del medio*; el mismo patrón de la trama podría estar corporificado en una novela, una obra teatral o una película (...)” (1985: 50), pero, por el contrario, “[e]l *estilo* es *completamente immanente al medio*” (1985: 50). El núcleo del estilo es material y consiste en la fabricación de planos y secuencias “(...) hecha de tal manera que espolee al espectador a realizar actividades de construcción de la historia” (1985: 33).

Bordwell), expresados como contenidos proposicionales en la *mente* del espectador, están simplemente conglomerados, yuxtapuestos, en vez de encadenados lógico cronológicamente, aunque la correspondencia visual de tales contenidos proposicionales se despliegue en el *tiempo de observación* y reconocimiento, tal como los contenidos proposicionales de una descripción se despliegan en el *tiempo de lectura* de la descripción pero no de la historia.¹⁶ Así como en una descripción literaria el autor y su lector acumulan caracteres de algo o de una situación, en la mostración tipificante el cineasta acumula elementos caracterológicos a captar por el espectador.¹⁷ La *trama* fílmica no transcurre pero sí se acumula la mostración tipificante de alguien o de algo, y de manera tal que resulta en una caracterización costumbrista.

El jardín del Edén y sus mostraciones tipificantes

En su película Novaro crea o refuerza tres diferentes estereotipos de “la frontera”. Se trata de *tipos* de personas, no de personas con consistencia *individual*:

- 1) El estereotipo de la norteamericana inocentona fascinada con “lo mexicano”.
- 2) El estereotipo de la chicana en crisis identitaria.
- 3) El estereotipo del mexicano que busca trabajar del lado norteamericano de la frontera.

Jane (1) es la norteamericana rubia de ojo azul, fascinada por México, quien, a pesar de tener otras opciones vitales, cruza la frontera en busca de lo exótico, de lo primitivo, de lo mágico, del folclor, del colorido, de las sonrisas, de la espontaneidad, de los olores y los sabores extraños. Eso es lo que se *muestra* en varios planos y secuencias. Esta fascinación se hace evidente a través de la toma subjetiva en el personaje de Jane, en la secuencia de las mujeres hueve mientras trabajan en la cocina del restaurante *El pescado mojado* (minutos 18:50–20:06) y también en una secuencia posterior en la que Jane entra a la cocina, en donde se acerca a ver y a oler platillos mexicanos ya preparados, y cuando la cocinera le asegura que está todo limpio y fresco, ella asiente con la cabeza y afirma con actitud encantada en español deficiente “mi gusto, todo gusta”, queriendo decir, obviamente, que todo le gusta (minutos 24:45–25:05). Todo le parece atractivo en el lado sur de la frontera, hasta los dientes de Felipe, a quien considera un hombre exótico.

Por su parte, Liz (2) es la chicana desorientada por un conflicto de identidades. Es una mujer cuyos abuelos emigraron ilegalmente a los Estados Unidos y sus padres fueron absorbidos por la cultura norteamericana. Como consecuencia, ella ya no habla español. Sin embargo, existe una inquietud enorme de su parte por recuperar lo que ella cree que sería su identidad mexicana pero que desconoce. Está en crisis por ser chicana, por no hablar español y por desconocer cómo y quiénes son a ciencia cierta los mexicanos. Sin hablar español le pone el nombre de Guadalupe a su hija, un nombre que ni siquiera sabe o puede pronunciar de la manera castellana correcta pero que ella identifica como nombre femenino mexicano típico (minutos 11:01–11:21, 23:03–23:22).

Por su parte, Felipe (3) es el mexicano migrante, mestizo, con bigote, hombre simple, de sombrero, con hebilla y de botas, dispuesto a intentar cruzar la frontera una y otra vez; es el que desea todo lo americano, el que desea *the American way of life*, pero que al mismo tiempo se molesta porque cree que todos los estadounidenses quieren arreglar todo con dinero (minutos 1:27:37–1:29:58)

Señalemos además que Jane, la norteamericana fascinada con el exotismo mexicano, es el personaje central y realiza acciones que adquieren su sentido principal por mostrarla en su fascinación por un México exótico, pero no por tener una función “consecutiva y consecuente” o “cronológica y lógica”. Lo que se podría considerar la trama es una amistad bastante ocasional entre Jane y Felipe, pero los planos y secuencias de dicha relación tienen un papel muy secundario frente las secuencias en las que

¹⁶ Los tiempos en que se tiene la experiencia de la obra literaria o fílmica, es decir, la lectura y la observación, son exteriores a la obra, no tienen nada que ver con el tiempo de la historia, que es el tiempo propio de la obra.

¹⁷ Con la diferencia de que en la descripción literaria lo que se describe no tiene por qué ser típico, bien puede tratarse de algo totalmente singular e irrepetible.

se caracteriza a Jane, Liz y Felipe, secuencias que en general constan de planos con una duración importante porque en ellos se presenta acciones que transcurren lentamente.

La película de Novaro es una muestra de un fenómeno amplio, a saber, del hecho de que los relatos literarios y las historias fílmicas llevan con facilidad a la creación de caracterizaciones tipificantes mediante la creación de una trama débil e, incluso, mediante su simple disolución por la acumulación tales caracterizaciones. Ahora nos aproximaremos al fenómeno de la disolución de la trama y la creación de caracterizaciones tipificantes utilizando la teoría de Roland Barthes presentada en su texto *Introducción al análisis estructural del relato*. Habrá que señalar, primero, que, en el texto en cuestión, Barthes se ocupa únicamente de relatos en el sentido estricto del término, es decir, de un género literario, y solamente en notas de pie de página (1970: 14-50-51) o apenas de pasada menciona el cine (1970: 52). Señalemos también, segundo, que el recurso a Barthes no significa que asumamos su idea de que además de la lengua en el sentido normal del término existe una “lengua general del relato” (1970: 8). Lo que tomamos de Barthes es su modelo de análisis del relato mediante “unidades funcionales” (1970: 16), modelo que nos sirve como guía para explicar el fenómeno de la creación de tipificaciones fílmicas mediante mostraciones caracterológicas.

El análisis barthesiano del relato

Como es sabido, Barthes genera un modelo para su teoría del “análisis estructural del relato” (1970: 5),¹⁸ según el cual todo lo que aparece en él tiene sentido. Siguiendo a Barthes no hay palabra que no sea palabra, que sea un elemento de la frase y que al mismo tiempo no tenga una función en el discurso. De la misma manera en que tampoco hay en este una pausa que no equivalga a una coma o un punto y coma, no hay en él una oración (frase) que no tenga función como, digamos, oración principal u oración subordinada. Análogamente, según la propuesta de Barthes, en el *relato* todo tiene sentido y con ello cumple una función,¹⁹ por ello Barthes propone desarrollar lo que él llama una “lingüística del discurso”, la cual comprendería como caso particular al relato.²⁰ Esto lleva, entonces, al ideal de una *lingüística del relato*, la cual, siguiendo el modelo del análisis gramatical de la frase, encuentra unidades que juegan una “función” en la “lengua general del relato” (1970: 8), como la llama Barthes. Si en el análisis estructural de la frase el verbo, el nombre, el adverbio, etc. son unidades o elementos que desempeñan una función, de manera análoga, en el relato, hay, nos dice Barthes, unidades que quedan definidas por su función.²¹

Según la teoría de Barthes existen 4 clases de unidades o funciones en el relato:

- 1) Las funciones cardinales, portadas por los núcleos o los nudos (1970: 19).
- 2) Las funciones catalíticas, portadas por las catálisis (1970: 19).
- 3) Las funciones indiciales, portadas por los indicios (1970: 21).
- 4) Las funciones portadas por los informantes (1970: 22).

¹⁸ Barthes propone que existe “[l]a lengua general del relato” (1970: 8) como “uno de los idiomas ofrecidos a la lingüística del discurso” (1970: 8) y, nos dice, “(...) parece razonable tener a la lingüística misma como modelo fundador del análisis estructural del relato (...)” (1970: 5) y en verdad que “(...) la lingüística se detiene en la frase: es la última unidad de qué cree que tiene derecho a ocuparse (...)” (1970: 6), pero la idea de una “lengua del relato” iría, justamente, “más allá de la frase” (1970: 6, título), como también lo haría “la lingüística del discurso” (1970: 8), que sería el marco para la “lengua del discurso”.

¹⁹ Barthes: “Todo, en un relato, ¿es funcional? Todo, hasta el menor detalle, ¿tiene sentido? ¿Puede el relato ser íntegramente dividido en unidades funcionales? Como veremos inmediatamente, hay sin duda muchos tipos de funciones, lo que no significa que un relato deje jamás de estar compuesto de funciones; todo, en diverso grado significa algo en él, (...) es una cuestión de estructura: en el orden del discurso, todo lo que está anotado es por definición notable: aún cuando un detalle pareciera irreductiblemente insignificante, rebelde a toda función, no dejaría de tener al menos, en última instancia, el sentido mismo del absurdo o de lo inútil: todo tiene un sentido o nada lo tiene.” (1970: 15)

²⁰ Barthes: “La lengua general del relato no es evidentemente sino uno de los idiomas ofrecidos a la lingüística del discurso.” (1970: 8) En concordancia con ello Barthes se refiere al relato como “discurso narrativo” (1970: 13). En otras palabras, la *lingüística del relato* no es otra cosa que la *lingüística del discurso narrativo*.

²¹ Barthes: “(...) en el relato (...) descubrimos (...), agrandadas y transformadas a su medida, a las principales categorías del verbo: los tiempos, los aspectos, los modos, las personas (...)” (1970: 8), además se descubriría “(...) en la multitud de personajes del relato las funciones elementales del análisis gramatical.” (1970: 8)

Las *funciones cardinales* o *núcleos* (1) son las que dan la *lógica* de una trama y son fragmentos del relato cuya denotación son acciones que desencadenan otra acción.²² Así una trama de un relato estaría conformada, por ejemplo, por las acciones o funciones seducción, traición, celos, venganza, arrepentimiento, por supuesto no como tipos sino como acciones singulares. Esta secuencia de acciones nucleares daría la trama de un relato.

Los *informantes* (4) son partes del relato cuya denotación es información pura sobre el mundo diegético y permiten anclar la historia o relato en la realidad de dicho mundo. Así, utilizando el ejemplo recién dado de una trama, un informante es una parte del relato que nos informa que el seductor es “un caballero inglés”, otro informante es que “ronda los 40 años”, un informante más nos dice que la acción de la historia “ocurre en el Londres de mediados del siglo XIX”. En otras palabras, los informantes son partes del relato que *expanden el discurso*, pero no expanden las acciones de la historia, sino que ubican la historia en una realidad, por ejemplo, dando la identidad de los personajes.²³

Los *indicios* (3), como los informantes, tampoco expanden la historia²⁴ pero expanden el discurso, sin embargo, a diferencia de los informantes solamente indican y generan un sentido implícito, que tiene que ser *deducido*²⁵ y que tiene el carácter de un marco para la trama o partes de ella, por eso tienen un carácter extensivo o paramétrico (1970: 21), es decir, su sentido marca todo un tramo del relato.²⁶ Por ejemplo, se trata de todo aquello que refiere al carácter de un personaje, a una atmósfera o incluso al carácter o situación de una época.²⁷ En nuestro ejemplo tendríamos todos aquellos indicios que nos sugieren al seductor como un hombre de buen humor, sociable, etc., también los que remiten vagamente, no explícitamente, a la época en Inglaterra como dominada por la moral victoriana, etc.

Las *catálisis* (2) son aquellas partes del relato que *expanden la historia* por medio de acciones secundarias conglomeradas alrededor de los núcleos y entre ellos uniéndolos, de tal manera que la trama deja de ser un mero esquema de encadenamiento causal de acciones para adquirir así, digamos, carne y hueso al quedar saturada de incidentes.²⁸ Las catálisis le dan un tipo adicional de concreción a la trama más allá de la que le dan los indicios y los informantes, una concreción que es especialmente cronológica

²² Barthes: “Para que una función sea cardinal, basta que la acción a la que se refiere abra (o mantenga o cierre) una alternativa *consecuente* para la continuación de la historia (...)” (1970: 9), por ello “(...) no es posible suprimir un núcleo sin alterar la *historia* (...)” (1970: 21). Así como Bordwell habla de “fábula” o “historia”, Barthes habla de “relato” y también “historia”.

²³ Barthes: “(...) los informantes (...) son datos puros, inmediatamente significantes (...); los informantes proporcionan un conocimiento ya elaborado (...)” (1970: 22), de manera tal que cada “(...) informante (por ejemplo, la edad precisa de un personaje) sirve para autenticar la realidad del referente, para enraizar la función en lo real: es un operador realista y, a título de tal, posee una funcionalidad (...) no al nivel de la historia, sino al nivel del discurso” (1970: 22). En resumidas cuentas, se trata de “(...) informaciones que sirven para identificar, para situar en el tiempo y en el espacio.” (1970: 21) Nótese nuevamente que el discurso es algo más amplio que la historia o relato: “(...) el discurso (...) comprende los tiempos, los aspectos y los modos del relato” (1970: 11).

²⁴ Los indicios no remiten “a un acto complementario y consecuente” (Barthes, 1970: 17), de hecho, un indicio “(...) no tiene ninguna incidencia sobre la secuencia de acciones (...)” (Barthes, 1970: 17). Más bien remite “a un concepto más o menos difuso” (Barthes, 1970: 17), es decir que no está dado explícitamente. Véase la siguiente nota de pie de página.

²⁵ Barthes: “Los indicios implican una actividad de desciframiento (...)”, y es que “(...) los indicios tienen (...) siempre significados implícitos (...)” (1970: 20), es decir, su sentido es “(...) virtual, está fuera del *sintagma explícito* (el ‘carácter de un personaje nunca puede ser designado, aunque sin cesar es objeto de indicios) (...)” (1970: 18). Atrás dijimos que el lector piensa lo que lee y con eso imagina. Ahora es claro que los indicios generan ciertas *inferencias* más allá de lo que se piensa solo porque se lee como tal. Por ejemplo, si un personaje posee un automóvil de lujo, eso es un indicio, es decir, el lector infiere que es un personaje pudiente. En este caso, aparecerán más indicios de lo mismo relativos al mismo personaje.

²⁶ Según Barthes los indicios “(...) remiten a un carácter, a un sentimiento, a una atmósfera (por ejemplo, de sospecha), a una filosofía (...)” (1970: 21), que “(...) el lector tiene que aprender a conocer (...)” (1970: 22).

²⁷ Siempre son “indicios caracterológicos” (Barthes, 1970: 17) y por ello, un indicio “sólo adquiere su sentido al nivel de una *tipología general* de los actantes (...)” (Barthes, 1970: 18) – donde los actantes son las entidades que efectúan una acción, por ejemplo, un teléfono que *suen*a, la luna que *brilla* –.

²⁸ Las catálisis son en general algo menos significativo que un *incidente* en el sentido de André Bazin, quien basa totalmente su teoría de neorrealismo italiano en entenderlo como un modo de *disolución de la historia* eliminando casi por completo la causalidad y dejando solo la cronología, de tal manera que él distingue entre las “narrativas por que” (causalidad) y las “narrativas entonces” (incidentes). La principal diferencia entre la película costumbrista y la neorrealista estribaría en que la costumbrista escoge tipologías notables, mientras que el neorrealismo italiano encadena incidentes banales, pero con una carga existencial muy intensa para los personajes. En el neorrealismo los incidentes no se disuelven en tipos, sino que son intensamente singularizantes de los personajes. Para una exposición exhaustiva de la disolución de la historia causal en el neorrealismo, véase los trabajos “La dramaturgia y la narratividad en el cine” y “Del neorrealismo fotográfico de Umberto D al hiperrealismo digital de *The Adventures of Tintin*”, en el libro *Fotografía, cine, juegos digitales y narratividad. Estudios sobre la sensibilidad novomediática* (2013).

puesto que retarda el relato o discurso entre los núcleos.²⁹ Las catálisis no expanden la trama, solo la historia o discurso.

En nuestro ejemplo, el seductor “*observa* desde la calle a una dama entrar en un restaurante”, “*se alinea* el bigote”, “*él mismo entra* al restaurante”, “*toma* una mesa cercana a la dama”, “*pide* un café y galletas”, etc. Todas estas son *acciones catalíticas* y tienen su sentido en el relato en relación con la *acción cardinal* “seducción”. Queda claro entonces que el sentido de las catálisis para la trama del relato puede ser muy débil, por ejemplo, el que el seductor pida café y galletas – podría haber pedido cualquier otra cosa –, pero nunca sería nulo, de la misma manera en la que todo lo que aparece en la frase tiene una función.

Según Barthes el relato tiene que ser analizado con el objetivo de localizar las unidades de estos cuatro tipos, estas unidades serían, en tanto funciones de los elementos del relato, el análogo de los elementos de la frase. En lo que sigue utilizaremos las funciones barthesianas del “análisis estructural del relato” para examinar los contenidos proposicionales de la construcción de la historia filmica *costumbrista*.

Los imaginarios literarios y filmicos

Si ahora llamamos *imaginario* o *estereotipo* a un conjunto de caracterizaciones tipológicas, resulta claro que un relato o un género de ellos crea todo un imaginario, es decir caracterizaciones tipológicas alrededor de tipos de personajes, de lugares y de atmósferas, y algo análogo pasa con una historia cinematográfica o un con un género filmico. La diferencia es que en el caso literario tales caracterizaciones son generadas en la mente de los lectores por las *oraciones* en tanto tales, mientras que en el caso filmico las caracterizaciones en la mente de los espectadores son inducidas por los *planos* y las *secuencias* filmicas como conglomerados de contenidos proposicionales en la *mente* de los espectadores. Piénsese en el caso del género detectivesco en el *cine* norteamericano. El detective privado es un *estereotipo* definido por ser “un hombre solitario”, “divorciado”, que “raramente ve a su hijo, el cual vive con la madre”, “gruñón”, que “cuenta con soplones”, que “es tesonero en la persecución de los delincuentes”, “muy observador”, “tiene sus ardides o métodos” y “consume café y comida rápida”.

Todas las características recién reseñadas, el estereotipo o imaginario del detective, corresponden a contenidos proposicionales, por ejemplo “gruñón” corresponde a P = “el detective es un hombre gruñón”; “consume café y comida rápida” corresponde a P = “el detective consume café y comida rápida”, etc. Cada uno de los contenidos proposicionales que forma parte de ese imaginario queda definido por lo que sería el equivalente filmico de un indicio literario barthesiano. Eventualmente algunos de estos indicios coinciden con una catálisis o incluso con un núcleo ya aislado del armazón lógico de la trama. Barthes aclara que hay unidades discursivas que pueden desempeñar más de una función a la vez.³⁰ En el caso del género filmico detectivesco podría haber una secuencia en la que el detective vigilara desde su carro a un sospechoso, que en el asiento del copiloto hubiera vasos vacíos de café y al mismo tiempo por derramarse encima el café, el detective no viera salir al delincuente que vigilara y eso trajera consecuencias para la historia. En este caso hay la *acción nuclear* de que en la vigilancia al detective se le cae el café, acción que tiene carácter cronológico consecuente; al mismo tiempo indicialmente el espectador “descifra” que “el detective acostumbra a tomar café mientras vigila”. Nótese que nadie relata nada. Es la secuencia la que lleva al espectador a reconocer – pensar – la situación de que por el descuido con el café el detective se distrajo; al mismo tiempo el espectador descifra – piensa o infiere, diría Bordwell – que el detective tiene un fuerte hábito de tomar café. En el mismo contexto, la acción catalítica de que el detective visite a su hijo que vive con la exesposa, puede ir acompañada de algún reproche de la mujer, por ejemplo, “¡hasta que te apareces!”, de lo cual el espectador “descifra”, infiere, que “el detective ve poco a su hijo”. Finalmente, si simplemente en su

²⁹ Barthes: “(...) las catálisis disponen de zonas de seguridad, descansos, lujos (...)” (1970: 20), cada catálisis “(...) siempre tiene una función discursiva: acelera, retarda, da nuevo impulso al discurso, resume, anticipa a veces incluso despista (...)” (1970: 20s.). En general se tiene que “[l]as catálisis, los indicios y los informantes (...) son expansiones (...)” (1970: 23) del discurso que deben ser distinguidos del “armazón” (1970: 23) lógico de la trama constituido por lo núcleos y al cual solamente “(...) vienen a rellenarlo (...)” (1970: 23). Las catálisis no expanden la trama, solo la historia o discurso.

³⁰ Barthes: “(...) algunas funciones pueden ser mixtas” (1970: 22).

oficina el detective tiene sobre el escritorio varios vasos de café vacíos, independientemente de todo lo demás que ocurra en el plano, se tiene el indicio de que “el detective toma mucho café”, lo cual lleva en sí mismo el indicio *adicional* de que “el detective suele tener largas jornadas”.

Ahora bien, lo que sucede en la creación de un imaginario es que las acciones cardinales o núcleos desaparecen como tales, es decir, pierden su carácter de núcleos articuladores de un trama y aglutinantes de las catálisis, de los indicios y de los informantes, pasando a ser absorbidos por estos. En otras palabras, los núcleos se desvanecen dejando de ejercer su función articuladora de los otros tres elementos, los que quedan sueltos, dejan de estar enmarcados en la articulación consecutiva y consecuente de la trama,³¹ y pasan a formar meramente un conglomerado en el que los informantes y las catálisis e incluso los núcleos ya aislados de la trama generan el imaginario respectivo. Nótese que el conjunto estereotípico de caracterizaciones es *totalmente independiente* tanto de la trama (el *syuzhet* de Bordwell) como de la historia (el relato y el discurso de Barthes). El imaginario del detective norteamericano es válido para cualquier historia de detectives, ya sea literaria o fílmica, se puede utilizar en cualquier orden en toda narración o historia del género. Lo mismo ocurre con el imaginario del matón o del jefe policíaco, del policía corrupto, etc.

La forma costumbrista del imaginario fílmico

Los “indicios caracterológicos” (1970: 17) de Barthes corresponden en el caso fílmico a los “esquemas *prototipo*” (1985: 34) de Bordwell, por ejemplo, “la comprensión de *Bonnie and Clyde* involucra aplicar *prototipos* de ‘amantes’, ‘robo de banco’, ‘pequeño pueblo sureño’ y ‘época de la gran depresión’” (Bordwell, 1985: 3). Obviamente tales caracteres corresponden a contenidos proposicionales, “es una pareja de amantes”, “es un asalto a un banco”, “se trata de un pequeño pueblo sureño”, “es la época de la gran depresión”, etc., y son *indicios* de diferentes cosas. Por ejemplo, la gran depresión “sugiere” (Barthes) que habrá gente que se dedique a delinquir, justamente como Bonnie y Clyde; el que se trate de un pequeño pueblo sureño “sugiere” que hay pocos policías, etc.

Según dijimos, un conjunto de indicios caracterológicos constituye un imaginario de personajes, situaciones, lugares, épocas. Ahora bien, en realidad tenemos dos casos del uso de imaginarios fílmicos. Uno es el de la película que tiene una trama bien definida complementada por los imaginarios respectivos de personajes, situaciones épocas y entornos. Otro es el de la película con una trama débil en el sentido de que el orden “cronológico lógico” o “cronológico consecuente” existe, pero es muy pobre y es utilizado para que una gran parte de la película sea simplemente un recuento mostrativo constituido por imaginarios. Se trata de presentar ciertas acciones nucleares subordinadas a la presentación de estereotipos, la película tiene ese fin por lo menos en parte y la trama sirve de *pretexto* para la introducción de los estereotipos. Este caso es el de la película de género costumbrista y su definición consiste en que en ella los núcleos son desfuncionalizados por estar al servicio de los recuentos estereotípicos, es decir, a la presentación de imaginarios.

La *desfuncionalización* de los núcleos y, con ella, la cuasi anulación de la trama ocurre por un grado de nivelación de los núcleos con los otros elementos funcionales. También podemos hablar de la *neutralización de los núcleos*, la cual ocurre básicamente cuando la acción primordial pierde su sentido como *acción singular*, que da lugar a una trama única, por convertirse en un elemento típico, en representante de toda *una clase de acciones*. Esto se manifiesta en el hecho de que el *verbo* que expresa la *acción nuclear* puede ser substituido por un *substantivo* o *adjetivo* caracterológico. Esta transformación gramatical manifiesta la neutralización de un núcleo. Expliquémonos.

La desfuncionalización de un núcleo y su nivelación con los otros elementos funcionales, así como la *desarticulación* de la trama que resulta de este proceso, la podemos ilustrar con el caso del estereotipo ya no del policía en el cine norteamericano sino en el nacional con el policía mexicano que es *corrupto*.

³¹ Véase: “(...) en el lazo que une dos funciones cardinales opera una funcionalidad doble, a la vez cronológica y lógica: las catálisis no son unidades consecutivas, las funciones cardinales son a la vez consecutivas y consecuentes.” (1970:20)

Como parte de una trama lo que aparece es una *acción singular* de corrupción. Es decir, bajo circunstancias totalmente singulares un policía se ve tentado o presionado a incurrir en un acto de corrupción, y el hecho de que lo haga desencadena una serie de consecuencias. En este caso la acción de corrupción en tanto evento singular es un núcleo o acción primordial en una trama igualmente particular. Justamente el interés de la trama y su desarrollo surge por el hecho *dramático* de que el defensor de la ley *decida* romperla, en una acción puntual inusual, extraordinaria; de ahí surgirá una cadena de eventos singulares, de interés en sí mismos y, por tanto, el interés de toda una trama singular. Por el contrario, cuando se trata del acto de un policía que es corrupto no se tiene un *núcleo* sino un *indicio*, se trata de un elemento paramétrico, con una duración. El policía no cae en un momento dado en la corrupción, sino que ya era corrupto y lo sigue siendo y seguirá siéndolo mientras sea un factor en el relato. No se tiene ya al policía que se desliza a un *acto* de corrupción, sino que tenemos al *tipo* corrupción; en vez de la acción de corromperse tenemos al corrupto.³² Gramaticalmente se pasa del verbo “corromperse” al sustantivo “corrupción” y al adjetivo “corrupto”.³³ El efecto de la substitución del *núcleo* “corromperse” por el *indicio* “corrupto”, es particularmente claro de manera retrospectiva. Si la acción de cometer un acto de corrupción no fue un núcleo sino un indicio, entonces en el recuerdo y en el imaginario, lo que nos queda de la película – o del género todo – es el estereotipo del “policía mexicano” “corrupto” y, muy posiblemente, además, “con aspecto de delincuente”; su corrupción deja de ser una *acción* concreta articuladora de una trama específica de la cual uno se acuerda como *una* película, para pasar a ser un *carácter* tan estereotípico como su aspecto amenazante de delincuente y que se encuentra *típicamente* en el género policiaco mexicano.

Lo que ocurriría en la película ideada fue que lo que hubiera podido ser el *núcleo* o acción “corromperse” quedó nivelado al elemento *indicial* correspondiente al predicado “(...) ser corrupto”. Justamente lo que nos interesa aquí son las películas en las que en su conjunto las secuencias con acciones relevantes, no meramente incidentales, es decir, que no son meras catálisis, adquieren un carácter tipificante, caracterológico, de personajes y situaciones. A esas acciones las podríamos llamar momentáneamente pseudonúcleos, y las mismas tienden a ser *aisladas* unas de otras; pueden tener un carácter cronológico, pero carecen de uno *consecuente*, *lógico*, convirtiéndose en elementos estereotípicos. Eso, justamente, es el paso de una *acción* específica como “corromper” a un *carácter* como “corrupto”.³⁴ Con esta desaparición de las acciones cardinales la trama queda no solamente relegada a un segundo plano sino, realmente disuelta, lo que se expresa, en particular, por la transformación de *verbos* en *adjetivos* en los contenidos proposicionales en la mente del espectador.³⁵ En el *caso nuclear*, al ver el plano o la secuencia correspondiente el espectador piensa que “el policía se está corrompiendo”, clasifica una acción particular, con todo el dramatismo que pueda portar. En el *caso indicial* viendo el mismo plano o secuencia el espectador infiere (Bordwell) o descifra (Barthes) que “el policía es corrupto”.

Cuando en una película, como en *El jardín del Edén* los núcleos en tanto acciones “cronológicas consecuentes” de los personajes son pocos y están inmersos en un conjunto amplio de acciones catalíticas con carácter indicial, el resultado es una trama débil que se usa como pretexto para presentar, o en su caso crear, un imaginario. En la mente del espectador se pasa de cadenas causales o consecuentes – las tramas –, estructuradas mediante contenidos proposicionales con verbos, a conglomerados de contenidos proposicionales con predicados definidos por adjetivos, es decir, se pasa al análogo filmico

³² El indicio “(...) sólo adquiere su sentido al nivel de una tipología general de los actantes (...)” (Barthes, 1970: 18). Mientras los núcleos “(...) corresponden a una funcionalidad del hacer (...)” (Barthes, 1970:18), en nuestro caso *cometer un acto de corrupción*, los indicios corresponden “a una funcionalidad del ser (...)” (Barthes, 1970: 18), en nuestro caso, *ser corrupto*.

³³ El predicado “() es corrupto” se nominaliza dando lugar al sustantivo “corrupción”; este sustantivo es el nombre de la clase de todos los elementos x que llenan la función predicativa “(x) es corrupto”.

³⁴ Barthes previene contra la identificación directa de los núcleos con verbos y de los índices con adjetivos: “No es posible reducir las Funciones [sic!] a acciones (verbos) y los Indicios [sic!] a cualidades (adjetivos), porque hay acciones que son indicativas, al ser ‘signos’ de un carácter, de una atmósfera, etc.” (1970: 18, [nota de pie]). Ese es el caso de nuestro ejemplo, en él la acción corrupta no es un adjetivo, es una acción que remite al adjetivo “corrupto”. La prevención de Barthes significa simplemente que un verbo en el relato no necesariamente corresponde a un núcleo, ni un adjetivo a un índice.

³⁵ No se trata de gramática pura sino de los estados mentales del espectador. Al ver la secuencia correspondiente el espectador no piensa que el policía *se está corrompiendo*, sino que es *corrupto*.

de descripciones.³⁶ El resultado es lo que hemos llamado un imaginario,³⁷ y en nuestro ejemplo actual esto consiste en el paso de una acción nuclear como “el policía Juan Pérez recibió dinero de ...” a una proposición caracterológica como “el policía mexicano es corrupto”.³⁸

Podemos decir, pues, que los relatos y las historias filmicas devienen costumbristas creando un imaginario en la medida en la que las tramas se disuelven en estereotipos, que quedan en lugar de las historias mismas y los relatos correspondientes. En términos del análisis barthesiano del relato esto quiere decir que los núcleos de las tramas o bien son absorbidos por los otros elementos estructurales del relato o bien simplemente desaparecen frente a dichos elementos. El imaginario corresponde a las catálisis, los indicios, los informantes y a núcleos aislados, todos convertidos en elementos caracterológicos y por tanto desfuncionalizados.

Conclusión. El jardín del Edén y la polaridad de los imaginarios filmicos

El examen de la película de Novaro nos muestra que la trama está pensada desde el principio para poder presentar a los personajes de manera estereotípica, no es que el estereotipo se decante apenas como una desarticulación de la trama y una absorción de los núcleos por los otros elementos narrativos – “discursivos” –, sino que desde el principio, las acciones que conforman los núcleos de la trama están pensadas para presentar los equivalentes filmicos de los indicios, los informantes y las catálisis. Podríamos decir que la trama de la película es débil, un mero pretexto para los estereotipos. Con ello la película no solamente genera o contribuye a un imaginario de manera retrospectiva, en la memoria, en la medida en que se olvida la trama y quedan las imágenes, sino en el momento mismo de ser presentada la película es ya, directamente, la creación – o el reforzamiento – de un imaginario gracias a su trama débil. La película de Novaro no solamente tiene un debilitamiento o desdibujamiento de la trama con el paso del tiempo, sino que su trama es débil desde el principio. Volviendo al concepto de construcción de la historia de Bordwell, concluimos que, en el caso de *El jardín del Edén* y el caso del cine costumbrista o tipológico en general, el proceso constructivo de la historia filmica es mínimo y el espectador se entretiene en el reconocimiento de los estereotipos, no sin que los elementos caracterológicos de tal cine le deparen al espectador el goce mimético del reconocimiento ya señalado por Aristóteles. Los mexicanos gozan reconociendo la vecindad, el policía corrupto, etc.

Finalmente, habrá que señalar que los imaginarios literarios son muy diferentes de los imaginarios filmicos. Los imaginarios literarios son generalmente positivos, ya que en general lo que se decanta o sedimenta de una obra o de todo un género literario con el paso del tiempo tiende a ser al gusto del lector. Por ejemplo, el exotismo literario de los indios norteamericanos o de los indígenas mexicanos en la mente de los europeos, siempre corresponde al imaginario de razas nobles, fuertes, bien formadas, etc. – se sabe de europeos que se decepcionaron al conocer a los objetos reales de su imaginario –. Por el contrario, el imaginario filmico no es en lo absoluto una cuestión de la imaginación, sino que dada su base fotográfica presenta girones de la realidad tal cual es en su apariencia. Por ejemplo, las casuchas y

³⁶ Evidentemente el paso de una acción particular de “corromper” al adjetivo tipológico “corrupto” implica, como siempre ocurre en la descripción, que el tiempo de la historia queda suspendido y, de hecho, en el caso en el que los núcleos quedan desfuncionalizados, aislados y convertidos en elementos caracterológicos ya no existe en lo absoluto ninguna historia propiamente dicha sino solo una cronología de los eventos dada por el simple orden de presentación, como en el caso de la narrativa baziniana del tipo “entonces”. Ver nuestro texto ya mencionado “La dramaturgia y la narratividad en el cine”.

³⁷ Por supuesto, las oraciones como tales solamente existen en los relatos, mientras que en el caso de los planos y las secuencias filmicas se trata básicamente de estados mentales del observador con contenidos proposicionales, mientras que el imaginario filmico es un conjunto más o menos definido de imágenes de la memoria referidas a planos aislados y de contenidos mentales proposicionales más o menos coordinados con dichas imágenes mentales.

³⁸ Nótese que, aunque arriba hablamos de la absorción de los núcleos por otros elementos funcionales, en realidad en un imaginario todos los elementos barthesianos de los relatos sufren algún tipo de transformación, de tal manera que en sentido estricto ya no desempeñan las funciones que juegan en un relato. Así, informantes que dan identidad a un personaje pasan a ser determinantes de clases de individuos, tales como “los mexicanos”, “los norteamericanos”, “los estudiantes”, “las prostitutas”, etc., los indicios que determinan el carácter de un personaje pasan a ser determinantes de clases como las señaladas. Los indicios que determinan el carácter de una época son absorbidos por aquello que indican – como por ejemplo “moral victoriana” –. Las acciones catalíticas desaparecen siempre que no puedan adquirir un carácter indicial por pasar a convertirse en caracteres de una clase. En general, todos los elementos funcionales barthesianos subsisten en los imaginarios cuando pueden ser convertidos en elementos caracterológicos.

los caminos polvorientos del lado mexicano de la frontera con los Estados Unidos, el caos de calles y anuncios, el ambiente de vecindad en el centro de la Ciudad de México, etc. Este imaginario filmico ya no consta de imágenes de la mera imaginación, al gusto del que se las imagina, sino que consta de fragmentos fotográficos de la apariencia real, por lo que esas imágenes de calidad fotográfica tienden a generar de inmediato aprobación o rechazo. Por ello el imaginario filmico de México entre los norteamericanos es mucho más polar de lo que podría serlo un imaginario meramente literario: colorido y exótico, aunque desordenado y sucio, por ejemplo. La polaridad de la memoria visual en el caso del imaginario filmico está en contraste con la selectividad tendencialmente positiva de la imaginación y la memoria literarias. Puede ser que se lea algo que no gusta y entonces tiende a dejarse de lado, pero es más difícil dejar de lado algo que, aunque no guste no se leyó, sino que se vio.

Adicionalmente, el imaginario filmico, positivo o negativo, tiene la contundencia de la fotografía, que viene a ser, como decía Bazin, la confiabilidad psicológica de que se tiene una “huella” o duplicación de la realidad tal como se ve fotográficamente.³⁹ En este sentido, a saber, el de la contundencia o fuerza del imaginario cinematográfico, piénsese solamente en el típico efecto del colorido del huipil a la Frida, o lo exótico y colorido del puesto de frutas en un mercado mexicano, en el exotismo de las figuras del día de muertos. Se tiene el análogo para la banda sonora. En la película de Novaro se oye a Liz pronunciar mal el nombre Guadalupe, y ese error de dicción tiene una contundencia que jamás se podría alcanzar con ninguna descripción literaria.⁴⁰

La polaridad y la contundencia de los imaginarios filmicos son algo que los distingue de los imaginarios literarios. En el caso de la película de Novaro *El jardín el Edén* el señalamiento de la trama débil no significa ninguna crítica a la película, sino que en ella impera otro valor, saber, la contundencia de las imágenes para la creación de un estereotipo costumbrista. Ahí está la fuerza y el valor específico de la película.⁴¹

Referencias

Barthes, R. (1970). “Introducción al análisis estructural de los relatos”. En: Roland Barthes, *et al*, *Análisis estructural del relato* (9-43). Tiempo Contemporáneo. Buenos Aires.

³⁹ Ver “La ontología de la imagen fotográfica”, en Bazin, A. (2005). *What is Cinema?* Vol. 1. Berkeley: University of California Press. Antes del cambio tecnológico a la digitalización hubo desde siempre la posibilidad de alterar las fotografías manualmente, por ello, desde siempre ha existido la duda sobre la veracidad del registro fotográfico. Sin embargo, si se mantiene la distinción teórica según la cual la fotografía es registro puro, ya sea análogo o digital, vale la tesis de Bazin acerca de psicología de la imagen fotográfica como una duplicación – con más o menos información, según se disponga de las posibilidades de la cámara con sus lentes – de su sujeto. Así, si una fotografía está sobreexpuesta se pierde cierta información – lo mismo que si está subexpuesta, solo que la pérdida es en un espectro lumínico diferente –. También, si el lente está sucio se pierde información. Estos son solo algunos de los casos en los que la fotografía no da la información que podría dar, pero no son manipulaciones del registro, es decir de la fotografía; solamente se trata de registros que no son óptimos para fines normales, pero no dejan de ser registros. Se trata de situaciones muy diferentes de aquella en la que el registro se altera, caso en el que en sentido ya no se tiene una fotografía sino una fotografía alterada. Por supuesto, la tesis de Bazin sobre la confiabilidad psicológica de la fotografía como duplicación de la realidad parte de la noción de la fotografía como registro, ya sea análogo o digital. El análogo sería la alteración del registro de las temperaturas que toma una enfermera de un paciente y escribe al pie de la cama del enfermo. Si en un momento alguien altera lo que escribió la enfermera, ya no se tiene un registro sino un registro manipulado, cosa que el médico normalmente no considera y por ello confía en el registro de la enfermera. Ciertamente, no hay forma segura de saber si una fotografía fue alterada o no, pero esa imposibilidad tecnológica no elimina la diferencia conceptual fundamental entre fotografía como registro y registro manipulado, que, simplemente, no es fotografía sino fotografía alterada que no duplica el sujeto frente al lente. En el caso del cine en realidad es escaso el cine con fotogramas no manipulados, sin embargo, en el cine costumbrista, que está en una dimensión muy diferente del fantástico o de aventuras, las manipulaciones son menores, a lo más para dramatizar las situaciones pero no para alterarlas en su estructura, por ello el imaginario filmico, para bien o para mal, es muy contundente, como se aprecia en el caso de las películas que muestran “la frontera” México-norteamericana, de tal manera que, por ejemplo, el espectador norteamericano acepta sin mucha reticencia el aspecto sórdido o bien exótico común en las imágenes de “este lado de la frontera”.

⁴⁰ Un tema importante que no podemos desarrollar aquí es que la imagen siempre tiene más fuerza, es más impactante, que la palabra. Eso está recogido en el dicho de que “una imagen vale más que mil palabras”, pero es una experiencia común el que una sonrisa – así sea en fotografía – nos impacta más que la simple palabras “sonrisa”.

⁴¹ Un índice adicional de la debilidad de la trama de Novaro es que la observación de la secuencia de la película muestra que muchos planos podrían haberse intercalado en ordenes muy distintos, es decir que no solo se busca el estereotipo de los personajes sino el estereotipo de las situaciones, como las situaciones de la frontera entre Tijuana y San Diego, por ejemplo, los grupos de personas deambulando en la frontera misma mientras “se pelan pal’ otro lado”.

- Bazin, A. (2005). *What is Cinema?* Vol. 1. University of California Press. Berkeley.
- Bordwell, D. (1985). *Narration in the Fiction Film*. University of Wisconsin Press. Madison.
- Carrillo Canán, A. J. L. (2013). “La dramaturgia y la narratividad en el cine. Tassara acerca del “cine moderno”. En: Carrillo Canán, A. J. L., *Fotografía, cine, juegos digitales y narratividad. Estudios sobre la sensibilidad novomediática* (251-297). BUAP, Itaca. Puebla-México.
- Carrillo Canán, A. J. L. (2013). “Del neorrealismo fotográfico de *Umberto D* al hiperrealismo digital de *The Adventures of Tintin*. Bazin y la ontología del relato cinematográfico”. En: Carrillo Canán, A. J. L., *Fotografía, cine, juegos digitales y narratividad. Estudios sobre la sensibilidad novomediática* (425-595). BUAP, Itaca. Puebla-México.
- Carrillo Canán, A. J. L., Vera, L. R., Calderón Zacauala, M. A. (2013). “Illusion and Imagination in Cinema according to Bazin”. En: *Journalism and Mass Communication*, Vol. 3, No. 8, pp. 541-547.
- Carrillo Canán, A. J. L. (2019). “El montaje y el sonido cinematográficos. La creencia estética y la ilusión estética auditiva. Parte 2”. En: *Reflexiones Marginales*, Núm. 53. Recuperado de <https://revista.reflexionesmarginales.com/el-montaje-y-el-sonido-cinematograficos-la-creencia-estetica-y-la-ilusion-estetica-auditiva-parte-2/>
- Carrillo Canán, A. J. L. (2019). “El montaje y el sonido cinematográficos. Reconsiderando el efecto Kuleshov. Parte 1”. En: *Reflexiones Marginales*, Núm. 52. Recuperado de <https://revista.reflexionesmarginales.com/el-montaje-y-el-sonido-cinematograficos-reconsiderando-el-efecto-kuleshov-parte-1/>
- Fodor, J. (1987). *Psychosemantics: The Problem of Meaning in the Philosophy of Mind*. Cambridge: MIT Press.
- Hume, D. (2006). *An Enquiry Concerning Human Understanding* [1748]. Ed. Peter Millican. Oxford UP. New York.
- Jakobson, R. & Halle, M. (1956). *Fundamentals of Language*. Mouton. The Hague.
- Lukács, G. (1971). “Erzählen oder Beschreiben?” [1936]. En: *Georg Lukács Werke. Probleme des Realismus* (197-242). Luchterhand. Neuwied/Berlin.
- Novaro, M. (Directora). (1994). *El jardín del Edén*. México: Fondo de Fomento a la Calidad Cinematográfica/Imcine/Macondo Cine Video/Ministère de la Culture de la République Française/Ministère des Affaires Étrangères/Sogic/Téléfilm Canada/Universidad de Guadalajara/Verseau International
- Searle, J. R. (1983). *Intentionality. An Essay in the Philosophy of Mind*. Cambridge University Press. New York.

REFLEXIONES SOBRE LA CIENCIA, LA TÉCNICA Y LA TECNOLOGÍA EN EL PENSAMIENTO DE EVANDRO AGAZZI

*REFLECTIONS ON SCIENCE, TECHNIQUE AND TECHNOLOGY IN EVANDRO AGAZZI'S
THOUGHT*

*REFLEXÕES SOBRE CIÊNCIA, TÉCNICA E TECNOLOGIA NO PENSAMENTO DE
EVANDRO AGAZZI*

Liliana Patricia Muñoz Gil

(Universidad Pontificia Bolivariana, Colombia)

lpmunozg@gmail.com

Linda Marcela Rivera Guerrero

(Universidad Pontificia Bolivariana, Colombia)

lmrg2307@gmail.com

Recibido: 26/02/2023

Aprobado: 01/06/2023

RESUMEN

Las últimas décadas atestiguan un avance acelerado de la tecnología. El futuro que se augura es asombroso en múltiples sentidos. Camina a pasos agigantados y veloces. Estos hechos abren una serie de acuciantes preguntas que exigen un serio discernimiento y que, alzándose como un desafío para los hombres del tercer milenio que comienza, no dejan indiferente al filósofo, uno de los más indicados para contribuir a su respuesta: ¿cómo se debe valorar este fenómeno?, ¿qué implicancias tiene en la vida humana?, ¿hacia dónde camina el acelerado progreso tecnológico? Preguntarse por lo que es la tecnología y darle el lugar adecuado es urgente para comprender mucho de lo que está sucediendo y afrontar debidamente los retos del mañana. El presente artículo tiene como objetivo contribuir a estas reflexiones desde el pensamiento del filósofo de la ciencia italiano Evandro Agazzi. Luego de una introducción, se presentarán algunas ideas sobre operacionalismo, realismo, ciencia y técnica en Evandro Agazzi; posteriormente, se desarrollarán los conceptos de ciencia y técnica en su propuesta, lo que permitirá desembocar en algunas reflexiones acerca del poder que la tecnología ha otorgado a la humanidad.

Palabras clave: ciencia. técnica. tecnología. Evandro Agazzi.

ABSTRACT

The last few decades have witnessed an accelerated advance in technology. The future that lies ahead is astonishing in many ways. It is moving at a rapid pace. These facts open up a series of pressing questions that demand serious discernment and that, rising as a challenge for the men of the third millennium that is beginning, do not leave the philosopher indifferent, one of the most indicated to contribute to its answer: how should this phenomenon be valued, what implications does it have on human life, where is the accelerated technological progress going? It is urgent to ask ourselves what technology is

and to give it its proper place in order to understand much of what is happening and to face the challenges of tomorrow. The present article aims to contribute to these reflections from the thinking of the Italian philosopher of science Evandro Agazzi. After an introduction, some ideas on operationalism, realism, science and technique in Evandro Agazzi will be presented; subsequently, the concepts of science and technique in his proposal will be developed, which will lead to some reflections on the power that technology has given to humanity.

Keywords: science. technique. technology. Evandro Agazzi.

RESUMO

As últimas décadas testemunharam um avanço acelerado na tecnologia. O futuro que se avizinha é espantoso em muitos aspectos. Está a avançar a um ritmo rápido e acelerado. Estes factos abrem uma série de questões prementes que exigem um discernimento sério e que, surgindo como um desafio para as pessoas do terceiro milénio que está a começar, não deixam indiferente o filósofo, um dos mais bem colocados para contribuir para a sua resposta: como deve este fenómeno ser avaliado, que implicações tem para a vida humana, para onde se dirige o progresso tecnológico acelerado? Fazer perguntas sobre o que é a tecnologia e dar-lhe o seu devido lugar é urgentemente necessário para compreender muito do que está a acontecer e para enfrentar adequadamente os desafios de amanhã. Este artigo pretende contribuir para estas reflexões na perspectiva do filósofo italiano da ciência Evandro Agazzi. Após uma introdução, serão apresentadas algumas ideias sobre operacionalismo, realismo, ciência e tecnologia em Evandro Agazzi; posteriormente, serão desenvolvidos os conceitos de ciência e tecnologia na sua proposta, o que levará a algumas reflexões sobre o poder que a tecnologia tem dado à humanidade.

Palavras-chave: ciência. técnica. tecnologia. Evandro Agazzi.

Introducción

Guerras en todo el mundo, dos bombas atómicas, desastres nucleares como los de Seveso, Chernóbil, el riesgo de una contaminación global que ya no se puede controlar, el agujero de la capa de ozono y el temor a una catástrofe climática —por citar sólo algunos de los casos más conocidos— han destruido cualquier visión optimista e ingenua de la ciencia. En el siglo XX, por primera vez, la ciencia se vio en la necesidad de justificar no sólo sus opciones de investigación, sino su propia existencia, que, además, requiere cada vez más recursos financieros, desviados de la persecución de otros objetivos irrenunciables, como la eliminación del hambre en el mundo (Comellas, 2009).

Hoy, la reflexión filosófica sobre la ciencia es, por tanto, cada vez menos un lujo académico y cada vez más una necesidad objetiva de la cultura, la necesidad de clarificar teóricamente uno de los factores que más ha influido en la realidad natural y en la vida social y cultural de los últimos siglos. Con este objetivo, Evandro Agazzi ha realizado una de las aportaciones más importantes a la tradición epistemológica italiana de posguerra (Castellanos, 2020).

En primer lugar, se presentará un resumen del núcleo esencial de la epistemología de Agazzi relativa a las ciencias empíricas, para concentrarse, en la segunda parte, en la discusión crítica de la conexión entre ciencia y tecnología y presentar, por último, las conclusiones.

Operacionalismo, realismo, ciencia y técnica en Evandro Agazzi

Un discurso, según Agazzi, no es científico porque trate de tales o cuales cosas, cosas materiales, números o insectos, sino que es científico porque está construido según ciertos criterios de rigor y objetividad. ¿En qué consisten el *rigor* y la *objetividad*?

El rigor, escribe Agazzi, es “el requisito por el cual, dentro de cualquier ciencia, las afirmaciones individuales deben resultar *justificadas* y lógicamente *correlacionadas*” (1996: 36). Eso consiste en que, en todo discurso científico hay que “dar razones” de manera rigurosa de lo que se afirma. Las ciencias se caracterizan, entonces, por su modo particular de argumentación rigurosa.

La aclaración de la exigencia de objetividad requiere la distinción entre realidad y objeto, a la que está inseparablemente unida la distinción entre dos acepciones de objetividad: una objetividad *débil* o intersubjetividad como acuerdo de principio (a la que, por ejemplo, Popper se limita en sustancia) y una objetividad *fuerte*, como referencia a un objeto (Alonso, 1997). Por lo que respecta a la primera acepción —desarrollando, a todos los efectos, una intuición de Poincaré y de Wittgenstein—, Agazzi observa que el acuerdo intersubjetivo nunca versa sobre los datos “privados” de los investigadores, sino sobre determinadas operaciones que, al hacer público el acuerdo, lo hacen intersubjetivamente controlable:

Jamás podré llegar a saber si otra persona percibe el color rojo del mismo modo que yo, o sea que jamás podrá “constarme” su “constar” del color rojo, y sin embargo, podrá “constarme” el acuerdo que se instituye entre los dos acerca de este color si me consta que los dos hacemos las mismas cosas cuando nos referimos a él. Así por ejemplo, después de haber convenido en apretar un pulsador cada vez que se enciende una bombilla roja, observo que el otro aprieta el pulsador cada vez que lo hago yo (1978: 413).

La objetividad en su sentido referencial, por otra parte, depende del hecho de que las ciencias no se limitan a estudiar ciertas entidades con exclusión de otras (por ejemplo, los cuerpos materiales en lugar de los insectos), sino que consideran cada entidad desde el punto de vista de ciertos “criterios de verdad” (o, como lo expresaría más tarde Agazzi, desde el punto de vista de ciertos “predicados básicos”: por ejemplo, en el caso de la física, el espacio, el tiempo y la masa), que esculpen en su seno un “objeto”, constituido por el conjunto de propiedades que pueden predecirse con verdad o falsedad de esa entidad (Agazzi, 2019).

Ahora bien, como señala Agazzi, en el fondo, estos dos significados de objetividad coinciden: las condiciones que permiten definir los objetos de una ciencia son las mismas que hacen que estos mismos objetos sean conocibles de manera intersubjetiva:

¿Por qué, por ejemplo, [...] un reloj se convierte en un objeto de la física si se cuestiona su peso? ¿Por qué es verdadera o falsa una respuesta a tal pregunta? Del mismo modo, el reloj puede considerarse un objeto de la química, cuando puede responderse a una pregunta formulada sobre él cuya verdad puede comprobarse recurriendo, por ejemplo, a un tratamiento con reactivos, que es un “criterio de verdad” empleado por la química; y se podría seguir con otros tipos de preguntas. En otras palabras: dada una cosa, toda ciencia especifica un cierto número de criterios a partir de los cuales se puede responder inmediatamente a la verdad o falsedad de las proposiciones formuladas sobre ella (Agazzi, 1976: 12-13).

En los debates epistemológicos actuales, en los que predominan desde hace tiempo las epistemologías relativistas, había que defender ante todo la imposibilidad de reducir la objetividad a un mero acuerdo intersubjetivo. Frente a los partidarios de la tesis de la inconmensurabilidad, por tanto, Agazzi (2012) siempre defendió el realismo científico y la veracidad de la ciencia.

Por lo que respecta al realismo científico, insistió en particular en el hecho de que ciertas afirmaciones, aunque estén dotadas de sentido, se rechazan en función de condiciones no lingüísticas, que conciernen al ámbito del “hacer algo” más que al del “decir algo” (Agazzi, 1989) y en las que el sujeto no puede atribuir propiedades a los referentes de forma totalmente arbitraria: a un dolor de muelas no se le puede atribuir un color, una masa, una forma u otras propiedades que se suelen atribuir a las entidades físicas (Agazzi, 1994).

Por lo que respecta a la veracidad de la ciencia, Agazzi entiende la verdad ante todo como una propiedad atribuible a las proposiciones en función de la relación que mantienen con sus referentes (es decir, con los objetos a los que realmente se refieren). Toda ciencia intenta establecer proposiciones verdaderas en relación con sus objetos y, de hecho, muy a menudo lo consigue. El hecho de que haya aspectos de la realidad que una teoría sea incapaz de objetivar sólo puede ser constatado por una teoría diferente, pero ello no significa que aquello que antes era verdadero se haya transformado en falso, sino que “ha sido absorbido en otro verdadero más amplio, a causa de que la realidad nos ha presentado nuevas determinaciones que antes ignorábamos” (1978: 426-427).

Al concepto de “aproximación a la verdad absoluta” de Popper —definido como una “concepción sustantiva” de la verdad (Fayos, 2005)—, según el cual la verdad se concibe como una entidad en sí misma, que existe con independencia de las teorías, Agazzi contrapone una “concepción adjetival”, como una propiedad de enunciados que son siempre verdaderos con respecto a los objetos de los que habla una determinada teoría:

Quando se pasa a herramientas más potentes (conceptuales u operativas), también se recorta el ámbito de los objetos, con lo que en realidad no se ha logrado una mejor aproximación con respecto a los mismos objetos, sino que se han recortado objetos diversos, quizá dentro de las mismas “cosas”. La verdad bien puede ser “eterna e inmutable” en el restringido sector de los referentes labrados en una determinada situación histórica y existencial, aunque nunca puede pretender ser indeterminadamente válida más allá de ellos: otro conocimiento verdadero puede alcanzarse, y sin duda se alcanzará, cuando las cambiantes condiciones históricas y existenciales lleven a nuestro conocimiento a abrir otras ópticas e identificar otros referentes (Agazzi, Minazzi & Geymonat, 1989: 203-204)

Como puede notarse, la epistemología de Agazzi es una forma de operacionalismo (que ahora prefiere llamar más bien “objetualismo crítico”) más cercana a la epistemología de Dingler (bastante menos conocida) que a la de Bridgman (mucho más famosa), ya que atribuye a la observación una función gnoseológica decisiva. Desde este punto de vista, Agazzi también anticipó, junto con otras importantes corrientes epistemológicas, como el constructivismo de la escuela de Erlangen, el reciente giro experimentalista (Agazzi, 2009).

Hay que señalar, sin embargo, que, a pesar de este decisivo enfoque operacionalista, al menos en las primeras formulaciones de su perspectiva epistemológica, Agazzi tendía a compartir con el empirismo lógico —ciertamente en su versión ahora “liberalizada”— lo que más tarde se definió como una “concepción proposicional” de las teorías científicas: las teorías científicas son, ante todo, conjuntos de proposiciones a las que luego hay que garantizar una referencia a la realidad mediante *criterios de protocolaridad* apropiados, siendo éstos de naturaleza operacional (Agazzi, 2015). Ahora bien, si esto, por un lado, permitía a Agazzi defender con firmeza el alcance auténticamente veraz de la ciencia y el realismo científico (mientras que los neopositivistas habían mostrado una gran incertidumbre al respecto), por otro lado, como se sostendrá en lo que sigue, ha producido —por decirlo con dos expresiones caras a Agazzi— una cierta tensión entre las exigencias del *logos* y las de la experiencia y esto ha repercutido en la forma de considerar el vínculo entre ciencia y técnica.

Ciencia y técnica

Resulta difícil negar que, en el libro *Temas y problemas de filosofía de la física* y en las obras cronológicamente próximas a él, hay un claro predominio del momento teórico sobre el técnico. Esta prevalencia, que no se ajustaba del todo a los presupuestos fundamentales del operacionalismo de Agazzi, se manifestaba tanto en la solución propuesta para el problema de las entidades teóricas como, sobre todo, en la importancia sólo secundaria del momento de la aplicación técnica de los resultados científicos (Agazzi, 1978).

Ya la solución del problema de las entidades inobservables suscita cierta perplejidad por el hecho de que el momento teórico esté siempre íntimamente unido al técnico-operativo. Para hacer una afirmación fundada de la existencia, Agazzi, desde sus primeras hasta sus últimas obras, siempre ha sentido que

tenía que pasar por la verdad de la teoría. Puede suponerse legítimamente la existencia de entidades inobservables, si son entidades designadas por conceptos situados dentro de teorías verdaderas:

Lo mismo que las exposiciones protocolarias son “objetivas” —y, por tanto, verdaderas en una teoría correcta— también lo son las afirmaciones que establecen propiedades y relaciones entre los objetos evidenciados o, más bien, *establecidos*, por las operaciones. Por tanto, si tales afirmaciones son verdaderas, aquello de lo que hablan *existe*, de otro modo dirían *lo que no es*, y, por tanto, serían falsas (1978: 437).

Aquí Agazzi sólo reconoce una atribución indirecta de denotación a las entidades teóricas, que descansa precisamente en la noción de verdad y sus propiedades. Negar la realidad de las entidades teóricas de las que habla la ciencia, según Agazzi (2017), equivaldría, en definitiva, a declarar falsas las proposiciones que las describen.

Sin embargo, si para afirmar la existencia de entidades teóricas fuera realmente necesario presuponer la verdad de la teoría que habla de ellas, se plantearía el problema de cómo podría establecerse la verdad de la propia teoría. La solución a este problema, en una perspectiva operacionalista coherente, sólo puede consistir en señalar las operaciones a las que está conectada la existencia de ciertas entidades inobservables, pero esto permite caer inmediatamente en la cuenta de que, si no se quiere incurrir en un círculo vicioso o en una regresión infinita, es necesario, de algún modo, admitir —como hará, por ejemplo, Hacking (Sciortino, 2017)— la posibilidad, en principio, de afirmar la existencia de entidades teóricas ya en curso de manipulación directa o de producción, presuponiendo ciertamente, como guía del científico, alguna hipótesis teórica, pero, a diferencia de Agazzi, sin presuponer ya (además de su significado) también su verdad (Buzzoni, 2007). Este problema está también en el corazón del nuevo experimentalismo, que, sin embargo, en sus principales representantes (Hacking, Giere, Cartwright), ha acabado tendiendo decididamente hacia el error opuesto, privilegiando, unilateralmente, el momento de la manipulación directa de entidades inobservables, y renunciando a cualquier pronunciamiento sobre la verdad de las teorías científicas como tales (Agazzi, 2021).

Por otra parte, en lo que respecta a la relación entre ciencia y técnica, que aquí interesa especialmente, el operacionalismo de Agazzi insiste acertadamente en la relevancia cognitiva de las intervenciones operativas en la naturaleza para la fundamentación de las proposiciones empíricas, y así, al menos implícitamente, parece reconocer también una función constitutiva del momento de aplicabilidad y reproducibilidad técnicas en la determinación de lo que es científicamente verdadero o falso (Buzzoni, 1995).

No es casualidad, por tanto, que, a partir de mediados de los ochenta, Agazzi dedicara cada vez más atención a la conexión entre ciencia y tecnología. La obra *El bien, el mal y la ciencia* se detiene extensa y profundamente en el nexo entre ciencia y tecnología, que luego volvió a ser objeto de análisis en profundidad en el volumen *Le rivoluzioni scientifiche e il mondo moderno*, que, si, por un lado, persigue una evidente intención de divulgación, por otro, no renuncia a discutir, en profundidad, algunos problemas epistemológicos fundamentales (Agazzi, 2008).

En estos y otros trabajos (Agazzi, 2000, 2011), al tiempo que se demuestran las dificultades, incoherencias y pretensiones ilegítimas de cualquier forma de científicismo, Agazzi invita a no incurrir en el error opuesto, consistente en demonizar la ciencia, y, en cambio, exhorta a adoptar una actitud confiada y prudente (en el sentido aristotélico de la palabra), fruto de una cuidadosa y profunda reflexión sobre la naturaleza de la ciencia.

Para tal fin, Agazzi reflexiona sobre la imbricación entre ciencia y tecnología que ha conducido, entre otras cosas, a las nociones de “civilización de las máquinas” y de las “tecnociencias” (Bolaños, 2018). Agazzi distingue entre ciencia, técnica y tecnociencia. Mientras que la técnica es la característica de la especie humana por la que adapta el entorno exterior a sí misma, en lugar de adaptarse ella misma al entorno (como hacen otras especies), la tecnología se define como “esa forma particular de técnica que la humanidad ha desarrollado utilizando y aplicando los conocimientos de las *ciencias naturales modernas*” (Agazzi, 2008: 41).

Ahora bien, durante la Edad Moderna “se establecieron vínculos cada vez más estrechos y de interdependencia real entre la investigación científica y los logros tecnológicos” (Agazzi, 2008: 13). La importancia del telescopio en los descubrimientos astronómicos de Galileo, por ejemplo,

muestra cómo la tecnología podía ponerse al servicio de la ciencia “pura”, un hecho que con el paso del tiempo ha adquirido proporciones gigantescas, hasta el punto de que el progreso de las ciencias naturales sólo es posible ahora con equipos tecnológicos extremadamente refinados y complejos (...) Este aspecto es interesante porque constituye una especie de “contra-cambio” que la tecnología ofrece a la ciencia en respuesta al hecho de que la propia tecnología ha podido constituirse como tal (frente a la mera tecnología) porque se basa en los conocimientos adquiridos por la ciencia, y por ello puede caracterizarse fundamentalmente como ciencia aplicada (Agazzi, 2008: 213-214).

En general, la “perspectiva sistémica” es la única que, según Agazzi, permite abordar correctamente la relación entre ciencia y tecnología (Minazzi, 2015). Todo sistema tiende

a maximizar la satisfacción de sus valores, es decir, a realizar el máximo incremento de los valores de sus variables esenciales compatible con su propio equilibrio dinámico interno. Al hacerlo, sin embargo, provoca inevitablemente conflictos con otros sistemas [...]. Por lo tanto, la mejor solución es llegar a lo que, por utilizar una expresión tomada del lenguaje de la teoría matemática de la programación, llamamos optimización. Se puede presentar intuitivamente como el resultado de una “evaluación ponderada” de la situación global, en la que se tienen en cuenta todos los valores en juego (es decir, los valores específicos de los distintos sistemas implicados) y se intenta determinar el “peso” que se puede atribuir razonablemente a cada uno de ellos; a continuación, se intenta encontrar una solución en la que ninguno de estos valores se maximice, pero ninguno se concluya siquiera por debajo del límite de su intervalo crítico (Agazzi, 2008: 260).

Si se aplican ahora estas consideraciones a los sistemas constituidos por la técnica y la ciencia, se verá que ambos se han desarrollado en un sistema autónomo, que posee su propio dinamismo, su propia identidad, una tendencia a incrementarse a sí mismo y una indiferencia sustancial con respecto a los fines. De hecho, el sistema tecnocientífico y el sistema científico han llegado a estar tan estrechamente vinculados, fusionándose el uno en el otro, que ahora es posible hablar de un “sistema tecnocientífico”. Parece una paradoja, pero hace falta poco para darse cuenta de que la autonomía de la ciencia, su capacidad de autocrecimiento y su tendencia a expandirse indefinidamente se basan en el hecho de que, a medida que avanza, la investigación científica puede contar con la disponibilidad de tecnologías cada vez más avanzadas que, a veces, incluso, se crean “a su servicio”. No de otro modo pueden atribuirse las mismas características a la tecnología, porque puede disponer continuamente de conocimientos científicos cada vez más avanzados y, en particular, estimular la investigación científica orientada explícitamente a resolver problemas tecnológicos abiertos (Bellini, 2020). Sin embargo, el verdadero sistema autónomo es más bien el tecnocientífico, el de la tecnociencia, que funciona sinérgicamente de forma análoga a la del llamado “sistema cardiopulmonar” del organismo humano (Agazzi, 2008).

Agazzi señala acertadamente que se establece un bucle de retroalimentación positiva entre el sistema científico y el tecnocientífico:

Es prácticamente imposible, por ejemplo, separar las tecnologías nacidas y desarrolladas “al servicio de la investigación científica” de las que se utilizan con “fines prácticos”. Cuando se construyó el famoso acelerador de partículas LEP en los alrededores de Ginebra, hubo que desarrollar decenas de soluciones tecnológicas nuevas y avanzadas en el campo de los materiales, diferentes dispositivos electrónicos, etc. Inicialmente, se trataba de tecnologías que no tenían otra finalidad ni otro uso que los previstos en ese gigantesco proyecto, pero en no muchos años se emplearon en muchos otros sectores de la actividad productiva (Agazzi, 2008: 214-215).

Por otra parte, sin embargo, Agazzi (2008) señala que la confluencia del sistema científico y el sistema tecnológico en el sistema tecnocientífico no equivale a una identificación, sino más bien a una “unidad en la distinción”, según el punto de vista sistémico que se acaba de mencionar.

La pregunta que surge espontáneamente a este respecto es qué distinción conceptual precisa pretende establecer Agazzi entre el sistema científico y el sistema tecnológico. Para anticipar de entrada la tesis principal del presente artículo, parece que no es posible distinguir la ciencia y la tecnología como dos

sistemas distintos, cada uno de los cuales podría vivir una vida propia (Agazzi, 1992). Aunque, como se ha visto, Agazzi reconoce ciertamente la importancia de la tecnología para la ciencia moderna, también sería necesario mantener firmemente el punto de partida operacionalista, desarrollándolo hasta sus últimas y coherentes conclusiones, es decir, hasta el punto de reconocer que la ciencia es, por su propia naturaleza, un nexo intrínseco de teoría y tecnología, de modo que, fuera de este nexo, no hay ni ciencia ni tecnología (al menos en el sentido de una tecnología propiamente humana).

En otras palabras, el propio planteamiento operacionalista de Agazzi conduce a la función constitutiva que desempeña el momento de la aplicabilidad técnica y la reproducibilidad en la determinación de lo que es científicamente verdadero o falso. Si las acciones en principio reproducibles en las que consiste la verificación experimental de una hipótesis teórica propiamente dicha son, al mismo tiempo, aplicaciones técnicas exitosas de esta hipótesis a un campo de experiencia dado, no hay forma de medir el progreso científico más que a partir de las aplicaciones técnicas a las que ha dado lugar, aplicaciones que representan verificaciones empíricas de teorías científicas sucesivas (Agazzi, 2004). Desde este punto de vista, el juicio de sentido común de que todo descubrimiento científico conduce tarde o temprano a alguna aplicación técnica es ambiguo y debe prefijarse en el plano filosófico afirmando que la utilidad y reproducibilidad técnica es el criterio ciertamente no exclusivo, pero sí peculiar o distintivo para el reconocimiento de la verdad de las proposiciones científicas. Si una teoría es (al menos parcialmente) verdadera, implícitamente posee (al menos hasta cierto punto) la capacidad de generar aplicaciones técnicas reproducibles y, viceversa, si cualquier aplicación técnica es en principio reproducible, contiene implícitamente algún motivo de verdad en el mundo (Buzzoni, 1995).

Por otra parte, tanto en *El bien, el mal y la ciencia* como en *Le rivoluzioni scientifiche e il mondo moderno*, Agazzi pretende salvar un principio de distinción entre ciencia y tecnología o, más exactamente, entre el sistema científico y el sistema tecnológico. En primer lugar, ciencia y tecnología no sólo no serían lo mismo, sino que se verían afectadas por dinámicas diferentes e incluso podrían crecer y desarrollarse por caminos separados, como demuestra el hecho de que haya habido civilizaciones muy evolucionadas técnicamente, pero con una ciencia deficiente y viceversa (Agazzi, 1996, 1999).

En segundo lugar, la tecnología, a diferencia de la ciencia, es una acumulación de procedimientos operativos —descubiertos, probados y perfeccionados a través de la experiencia de muchas generaciones— que, útiles desde un punto de vista práctico para la consecución de determinados fines, constituyen un “saber cómo (se hacen ciertas cosas), sin que ello implique necesariamente un saber por qué (se hacen así)”. Su eficacia y su éxito surgirían “empíricamente, es decir, en lo concreto de la práctica sin que se pueda (o al menos sin que se tenga que poder) dar las razones o el porqué de su éxito”. A diferencia de la técnica, en cambio, la ciencia se calificaría respecto a otras formas de conocimiento “precisamente en la medida en que se propone explicar hechos empíricos, proponiendo razones de por qué son de una determinada manera” (Agazzi, 2008: 74-75).

Estas posiciones se reiteran en *Le rivoluzioni scientifiche e il mondo moderno*. La máquina de vapor, por ejemplo, señala Agazzi en esta obra, se considera “el resultado de ingeniosas invenciones y refinamientos altamente técnicos, que se sirvieron de conocimientos teóricos sólo en una medida muy marginal” (p. 50). Y a la objeción de que otras civilizaciones también han desarrollado numerosos y notables conocimientos científicos, responde que esto glosa

un aspecto fundamental de la ciencia tal como la entendemos y conocemos, el de su *construcción teórica*, que se añade al componente de la observación factual. Es precisamente en este punto donde la civilización griega introdujo esa “revolución” de la que nació la filosofía y, con ella, la ciencia en sentido occidental [...] y esta simplemente por el hecho de que los griegos han elaborado un nuevo y original *modelo de conocimiento* [...] cuando aspiramos a conocer una determinada realidad de la manera más adecuada. No podemos limitarnos a constatar que existe y a describir con precisión cómo está hecha, sino que también debemos intentar comprender por qué existe y está hecha como nos parece. Para alcanzar este objetivo ulterior, ya no basta con atenerse a lo que nos proporciona la experiencia inmediata de las cosas, sino que debemos hacer que entre en juego la razón (Agazzi, 2008: 16-17).

Ahora bien, no parece que sea posible encontrar un criterio de principio distintivo entre la ciencia y la técnica. De hecho, existe el mismo vínculo entre los conocimientos precientíficos y las técnicas pretecnológicas, por un lado, y la ciencia y la tecnología después de la revolución galileana, por otro (Agazzi, 1998). La técnica antigua también suponía un conocimiento empírico del mundo, sólo que, desde el punto de vista actual, estaba llena de supuestos no aclarados y dominados conceptualmente (Olivé, 2011). La intervención técnica en el mundo, en la medida en que no es una intervención ciega y estrictamente no humana, debe poseer en alguna medida las razones de su proceder, debe ser ya teórico-científica en alguna medida. Una técnica completamente separada del momento teórico ya no sería, en sentido estricto, una técnica humana. Es imposible que el hombre practique la técnica sin practicar al mismo tiempo, de forma más o menos implícita, la ciencia, en el sentido de plantear problemas y ofrecer respuestas que siempre tienen también un carácter cognitivo. Por tanto, me parece sólo un hecho aparente que históricamente hayan existido civilizaciones muy evolucionadas técnicamente, pero con una ciencia deficiente (y viceversa). En la tecnología, incluso en la más conectada con la rutina cotidiana, el vínculo gnoseológico con el momento teórico nunca puede perderse; este vínculo sólo se supone cada vez más seguro, cada vez menos necesitado de problematización (Agazzi, 2020).

Esto significa, entre otras cosas, que entre saber cómo y saber por qué se puede establecer una diferencia puramente funcional. Por un lado, la ciencia anterior se traduce siempre, por su propia naturaleza, en una tecnología cada vez mejor comprendida, y las cuestiones de practicidad y economía adquieren cada vez más importancia en ella (Agazzi, 1995). Por otra parte, las técnicas realmente utilizadas ya contienen en sí mismas las razones de su éxito. Muchas mejoras técnicas proceden, sin duda, de descubrimientos fortuitos y pueden progresar sin analizar las razones de este progreso (Agazzi, 1986). Un ejemplo sencillo: si un pescador captura de repente muchos más peces de lo habitual y se da cuenta de que el anzuelo, por alguna razón que desconoce, estaba accidentalmente doblado, no sólo podría utilizar ese anzuelo todo el tiempo a partir de ese momento, sino que también podría intentar doblarlo más o de diferentes maneras y podría, de hecho, producir anzuelos más eficaces.

A primera vista, parece que en todo esto no posee en absoluto la racionalidad de su procedimiento innegablemente técnico. Sin embargo, si se examina el ejemplo más de cerca, se ve inmediatamente que no es así en absoluto. El pescador nunca habría desencadenado el proceso de búsqueda de anzuelos más eficaces si no se hubiera dado cuenta de que el anzuelo funcionaba mejor porque había sido doblado, y esto representa un cierto grado, por elemental o básico que sea, de conocimiento teleológico o, en términos más tradicionales, de un conocimiento del “por qué”. Sin esta hipótesis teórica explicativa, entonces no habría pasado al uso sistemático del gancho doblado ni habría iniciado el proceso de su perfeccionamiento técnico. Aunque en el desarrollo histórico del conocimiento científico se haya distinguido entre los que actúan en el campo de la ciencia básica y los que se ocupan del campo de la aplicación, ello no quita que, en principio, la ciencia sólo pueda conocer actuando e interviniendo técnicamente en la realidad, y que esta intervención, en la medida en que no es ciega, sino que posee en cierta medida las razones de su proceder, es ya, en un modo, por lo menos, teórico-científica (Buzzoni, 1995).

Sin duda, hay que prevenir un posible malentendido. Es muy importante no confundir la tesis del carácter intrínsecamente técnico-operativo de la ciencia empírica con la tesis, muy distinta, según la cual el científico sólo perseguiría o debería perseguir fines práctico-utilitarios. Desde luego, no se trata de desterrar la legitimidad de las preguntas sobre cómo, por ejemplo, surgió el código genético hace miles de millones de años. Por el contrario, hoy es más necesario que nunca no exigir siempre y de inmediato un resultado práctico de la investigación científica, como desgraciadamente ocurre cada vez más. Hay que ir aún más lejos. Probablemente sea conveniente que al menos una pequeña parte de la investigación quede libre para seguir caminos que, momentáneamente, no prometen ninguna deriva práctica e incluso parecen extraños o disparatados. Por supuesto, no se puede despilfarrar la mayor parte de los (cada vez más escasos) recursos públicos dedicados a la investigación en vías extrañas con escasas o quizá nulas perspectivas de éxito, pero probablemente sea razonable correr al menos parte del riesgo de despilfarrar una parte relativamente pequeña de los recursos, para que el científico se arriesgue a no descubrir nada sin tener que pedir demasiado en términos de financiación y, por supuesto, de carrera (Agazzi, 2013).

Pretender siempre e inmediatamente una derivación práctica de la investigación científica, lo que desgraciadamente se ha convertido casi en la regla, desalienta fuertemente al investigador a intentar nuevas vías, que, precisamente como tales, no tienen consecuencias prácticas seguras o que podrían comprometer su propia investigación futura (y su carrera al mismo tiempo), porque los resultados son inciertos a corto plazo. El Ébola y las vacas locas enseñan. Esto es precisamente lo que ha ocurrido con la investigación sobre el prion de la encefalitis espongiforme bovina y sobre los virus similares al Ébola, de los que se sabe demasiado poco, ya que aún hacen que los investigadores se aventuren por caminos inciertos, tanto en lo que respecta a la obtención de financiación como a la obtención de resultados científicos útiles para sus carreras (López, 2009).

Es importante señalar, sin embargo, que esta necesidad de garantizar una cierta libertad al científico (aunque controlada democráticamente) no está en absoluto en conflicto con el hecho de que la ciencia moderna es intrínsecamente técnica por naturaleza (Buzzoni, 2005). El punto en cuestión aquí, de hecho, es simplemente otro, a saber, que toda afirmación científica requiere en principio ser controlada por medio de los propios aparatos técnicos que hace posibles: la aplicabilidad técnica de la ciencia no es consecuencia de una intención particular de un científico concreto, sino que deriva de la instancia de controlabilidad empírica a la que está subordinada (Mariscal, 2012; Weinberg, 2015). En otras palabras, aunque ciertamente es legítimo distinguir entre ciencia pura y ciencia aplicada en función de las diferentes intenciones prácticas de quienes las ejercen, sin embargo, sólo se puede conocer la realidad empírica actuando e interviniendo en la naturaleza, y sólo se puede actuar sobre la naturaleza mediante significantes o conceptos, sin los cuales la actuación coexistiría con meros sucesos casuales.

Conclusión

La cultura es el conjunto organizado de conocimientos capaces de dar lugar a juicios, valoraciones, decisiones y orientaciones en los más diversos ámbitos de la existencia individual y colectiva. En la cultura actual, existe un considerable prestigio social de la ciencia acompañado por un temor a la propia ciencia. Esta ambivalencia se debe a la tendencia a equiparar ciencia y tecnología, hasta el punto de que, hoy en día, se utiliza con frecuencia el término *tecnociencia* para designar esta simbiosis en la cual descansa precisamente el prestigio social de la ciencia.

El conocimiento puro de la ciencia como simple actividad cognitiva encaminada a conocer el mundo produce el conocimiento efectivo con su enorme espectro de aplicaciones. Dicho esto es fácil comprobar que son precisamente las consecuencias aplicativas de la ciencia, es decir, el progreso de la tecnología, las que, tras varias décadas de fomentar una visión optimista del servicio que pueden prestar para satisfacer las más variadas necesidades humanas y abrir el camino a una auténtica revolución del conocimiento, también han allanado el camino a un temor real: no solo el posible uso de la tecnología para fines intrínsecamente desastrosos sino también las consecuencias imprevistas que el desarrollo tecnológico puede tener y que ya está teniendo.

En la actualidad, las consideraciones filosóficas acerca del lugar y función de la ciencia son, por ende, cada vez más una necesidad objetiva de la cultura, que exige clarificar teóricamente uno de los factores que más ha influido en la realidad natural y en la vida social y cultural de los últimos siglos. Con este objetivo, Evandro Agazzi ha realizado una de las aportaciones más importantes a la tradición epistemológica italiana de posguerra que es importante estudiar y en la cual se encuentra un equilibrio entre el cientificismo y las posiciones anticientíficas.

Referencias

Agazzi, E. (1976). Criteri epistemologici fondamentali delle discipline psicologiche. En Siri, G. (Ed.). *Problemi epistemologici della psicologia* (pp. 12-13). Vita e Pensiero. Milano.

Agazzi, E. (1978). *Temas y problemas de filosofía de la física*. Herder. Barcelona.

- Agazzi, E. (1986). Cambiamento di teorie e progresso nella scienza. En *Logica e Filosofia della Scienza Vol. II. Epistemologia e logica induttiva* (pp. 3-25). Atti CLUEB. Bologna.
- Agazzi, E. (1989). Naive Realism and Naive Antirrealism. *Dialectica*. 43: 83-98.
- Agazzi, E. (1992). La promozione di una cultura scientifica e tecnologica. *Nuova Secondaria*. IX(5): 3-6.
- Agazzi, E. (1995). Le dimensioni etiche dell'impresa scientifico-tecnologica. En *Atti dell'Ateneo di Scienze, Lettere ed Arti* (pp. 232-244). Edizioni dell'Ateneo. Bergamo.
- Agazzi, E. (1994). Raisons et formes du réalisme scientifique. *Revue de Métaphysique et de morale*. (1): 89-103.
- Agazzi, E. (1996). *El bien, el mal y la ciencia. Las dimensiones éticas de la empresa científico-tecnológica*. Tecnos. Madrid.
- Agazzi, E. (1998). Introduzione. En Agazzi, E. & Vassallo, N. (Ed.). *Introduzione al naturalismo filosófico contemporáneo* (pp. 9-13). Angeli. Milano.
- Agazzi, E. (1999). Límites éticos del quehacer científico y tecnológico. *Arbor*. CLXII(638): 241-263.
- Agazzi, E. (2000). *Filosofía de la naturaleza. Ciencia y cosmología*. Fondo de Cultura Económica. México.
- Agazzi, E. (2004). Life sciences, the image of man and progress. En The European Comission (Ed.). *Modern Biology and Visions of Humanity* (pp. 43-55). Multi-Science Publishing Co. Brentwood.
- Agazzi, E. (2008). *Le rivoluzioni scientifiche e il mondo moderno*. Fondazione Achille e Giulia Boroli. Navara.
- Agazzi, E. (2009). Come ripensare oggi la filosofia della scienza. En Alai, M. (Ed.). *Il realismo scientifico di Evandro Agazzi* (pp. 19-34). Editrice Montefeltro. Urbino.
- Agazzi, E. (2011). *La ciencia y el alma de Occidente*. Tecnos.
- Agazzi, E. (2012). *Ragioni e limiti del formalismo. Saggi di filosofia della logica e della matematica*. Milano: Franco Angeli.
- Agazzi, E. (2013). Come intendere una società della conoscenza. En Mari, G., Minazzi, F., Negro, M. & Vinti, C. (Eds.). *Epistemologia e soggettività. Oltre il relativismo* (pp. 271-279). University Press. Firenze.
- Agazzi, E. (2015). Truth between semantics and pragmatics. En Agazzi, E. & Heinzmann, G. *The Practical Turn in Philosophy of Science* (pp. 15-24). Franco Angeli. Milano.
- Agazzi, E. (2019). *La objetividad científica y sus contextos*. Fondo de Cultura Económica. México.
- Agazzi, E. (2020). Poteri e limiti della tecnoscienza. En Bellini, G. & Agazzi, E. (Ed.). *L'uomo nell'era della tecnoscienza. Dialogo tra un fisico e un filosofo* (pp. 141-144). Hoepli Editore. Milano.
- Agazzi, E. (2021). *La conoscenza dell'invisibile*. Mimesis Edizioni. Milano.
- Agazzi, E., Minazzi, F. & Geymonat, L. (1989). *Filosofía, ciencia e veritá*. Rusconi. Milano.

- Alonso García, J. (1997). *La epistemología de Evandro Agazzi* (tesis doctoral). Universidad de Navarra. Pamplona, España.
- Bellini, G. (2020). Scienziati pericolosi o liberatori? En Bellini, G. & Agazzi, E. (Ed.). *L'uomo nell'era della tecnoscienza. Dialogo tra un fisico e un filosofo*. (pp. 144-161). Hoepli Editore.
- Bolaños Vivas, R.F. (2018). *El progreso tecnocientífico y la amplitud de la racionalidad humana: un análisis desde la concepción epistemológica de Evandro Agazzi* (tesis doctoral). Universidad Pontificia Bolivariana. Medellín, Colombia.
- Buzzoni, M. (1995). *Scienza e tecnica*. Studium. Roma.
- Buzzoni, M. (2005). *Scienza e tecnica. Dialoghi* 5(3): 20-25.
- Buzzoni, M. (2007). Experiment and Theoretical Terms from an Operational Point of view. En Minazzi, F. (Ed.). *Filosofia, Scienza e Bioetica nel dibattito contemporaneo. Studi internazionali in onore di Evandro Agazzi* (pp. 439-451). Istituto Poligrafico e Zecca dello Stato. Roma.
- Castellanos, A.J. (2021). *La racionalidad y el estatuto ontológico de las matemáticas: Algunas consideraciones a partir de la epistemología de Evandro Agazzi* (tesis doctoral). Universidad Pontificia Bolivariana. Medellín, Colombia.
- Comellas, J.L. (2009). *Historia sencilla de la Ciencia*. RIALP. Madrid.
- Fayos Febrer, R. (2005). *El concepto de verdad en Karl Raimund Popper. Espiritu*. LIV: 89-106.
- Heinzmann, G. (2017). Objectivity in Mathematics: The Structuralist Roots of a Pragmatic Realism. En Agazzi, E. (Ed.). *Varieties on Scientific Realism. Objectivity and Truth in Science* (pp. 385-393). Springer. México.
- López Baroni, M.J. (2009). Reseña a AGAZZI, E.: *Le rivoluzioni scientifiche e il mondo moderno. Argumentos de Razón Técnica*. (12): 195-232.
- Marcos, A. (2015). Modernità e autonomia della scienza nell'opera di Evandro Agazzi. En Minazzi, F. *Sulla filosofia della scienza di Evandro Agazzi*. (pp. 53-68). Mimesis.
- Mariscal Vega, S. (2012). Reseña a AGAZZI, E. *La ciencia y el alma de Occidente. Argumentos de Razón Técnica*. (15): 171-209.
- Olivé, L. (2011). *La ciencia y la tecnología en la sociedad del conocimiento*. Fondo de Cultura Económica. México.
- Sciortino, L. (2017). On Ian Hacking's Notion of Style of Reasoning. *Erkenntnis*. 82(2): 243-264.
- Weinberg, S. (2015). *Explicar el mundo. El descubrimiento de la ciencia moderna*. Taurus. Madrid.

LOS RETOS PARA LA FILOSOFÍA, LA ÉTICA Y LA ANTROPOLOGÍA EN TIEMPOS DE PANDEMIA¹

THE CHALLENGES FOR PHILOSOPHY, ETHICS AND ANTHROPOLOGY IN TIMES OF PANDEMIC

OS DESAFIOS DA FILOSOFIA, DA ÉTICA E DA ANTROPOLOGIA EM TEMPOS DE PANDEMIA

Andrés Escobar Vásquez

(Universidad Católica Luis Amigó, Colombia)

andres.escobaras@amigo.edu.co

Jhon Edward Saldarriaga Flórez

(Universidad Católica Luis Amigó, Colombia)

jhon.saldarriagafo@amigo.edu.co

Recibido: 26/12/2022

Aprobado: 30/06/2022

RESUMEN

En este texto se desarrollará una temática problemática y dilemática en tanto que se hará una reflexión sobre los efectos de la pandemia para las personas. Se afirmará que esta pandemia ha dejado enfermedades por tratar y curar; estas enfermedades no son solo del cuerpo; nos ha dejado entender la necesidad de cuidado de sí como un cuidado también del otro. Por esto, planear y proponer algunas virtudes que orienten dicha búsqueda de sabiduría. El texto consta de seis partes donde se enmarcará la pandemia como el problema a abordar, luego se tratará el asunto de la acción humana y sus implicaciones para sí mismo y para el otro; estas acciones provienen de la autonomía y del cuidado de sí que requiere unas virtudes con las cuales se transforma a la persona y a la comunidad.

Palabras clave: pandemia. valores. filosofía. cuidado. acción.

ABSTRACT

In this text, a problematic and dilemmatic theme will be developed while a reflection will be made on the effects of the pandemic for people. It will be affirmed that this pandemic has left diseases to be treated and cured; these diseases are not only of the body; It has allowed us to understand the need to care for oneself as well as care for the other. Therefore, plan and propose some virtues that guide this search for wisdom. The text consists of six parts

¹ El presente artículo de reflexión deriva del proyecto de investigación titulado “Filosofía y diálogo: Aventura y cura” del grupo de investigación filosofía y teología crítica, de la Facultad de Educación y Humanidades de la Universidad Católica Luis Amigó (Medellín, Colombia).

where the pandemic will be framed as the problem to be addressed, then the issue of human action and its implications for oneself and for the other will be discussed; These actions come from autonomy and self-care that requires some virtues with which the person and the community are transformed.

Keywords: pandemic, values. philosophy. care. action.

RESUMO

Neste texto será desenvolvido um tema problemático e dilemático ao mesmo tempo que se faz uma reflexão sobre os efeitos da pandemia para as pessoas. Afirmar-se-á que esta pandemia deixou doenças por tratar e curar; essas doenças não são apenas do corpo; permitiu compreender a necessidade do cuidado de si como cuidado também do outro. Portanto, planeje e proponha algumas virtudes que orientem essa busca pela sabedoria. O texto é composto por seis partes onde a pandemia será enquadrada como o problema a ser enfrentado, em seguida será discutida a questão da ação humana e suas implicações para si e para o outro; Essas ações advêm da autonomia e do autocuidado que requerem algumas virtudes com as quais a pessoa e a comunidade se transformam.

Palavras-chave: pandemia. valores. filosofia. cuidado. ação.

Introducción

“¿Debemos seguir llamando «humanismo» a este «humanismo» que se declara en contra de todos los humanismos existentes hasta la fecha, pero que al mismo tiempo no se alza como portavoz de lo inhumano?”

Martín Heidegger. Carta sobre el humanismo

Con la pandemia COVID-19 el mundo humano (la cultura y las rutinas) cambiaron radicalmente, afectando en proporciones incalculables las vidas de las personas y las sociedades. la pandemia nos enfrentó a la enfermedad, la incertidumbre en el campo de la salud, la economía, lo laboral, la vida y la muerte; puso en jaque las certezas que el hombre tiene sobre sí y sobre el mundo que habita, llevando al ser humano a afrontar todas estas circunstancias de manera inerme en muchos aspectos. La pandemia ha traído grandes retos para la economía, la política, la tecnología, la educación, etc.; las ciencias sociales y humanas -la filosofía en particular- no escapan a ello, pues este malestar ha dejado múltiples problemas en las personas y las comunidades. Es por esto que se hace necesario y pertinente explorar y proponer modos alternativos de afrontamiento desde la filosofía, teniendo en cuenta su tradición -conceptos, métodos y autores-, también los aportes de su reflexión e investigación en los campos de la antropología filosófica y la ética para lograr que los malestares y las crisis emanadas del aislamiento, los cambios radicales de rutinas en lo social, laboral, familiar, económico, cognitivo, recreación, entre otras; la reciente conciencia de la enfermedad y la muerte como fenómenos inmanentes y permanentes en la vida humana, sean afrontados desde el autoconocimiento y la autogestión de los pensamientos, palabras y acciones.

Se desarrollará en primer lugar un breve y sencillo encuadre en la acción humana para comprender adecuadamente algunos elementos que conforman y propician el accionar humano. Luego se trabajará el problema de la autonomía en la circunstancia que ha afectado tan fuertemente a la humanidad, la pandemia COVID-19. Se procederá a plantear de manera sencilla la necesidad del cuidado de sí como un cultivo de la vida interior que alimenta la vida en común de la persona humana y por último cuáles son los valores que podrían ser vividos en el momento histórico actual -pandemia y post-pandemia-. Se espera que el abordaje de este tema genere una reflexión profunda sobre el ser humano, las circunstancias actuales y, de igual manera, los retos de la filosofía en la actualidad.

La acción humana

El ser humano es en, desde y para la acción, es decir, la acción define y orienta la humanidad de la persona y de la sociedad. En la acción se unifica el ser pues en ella confluyen los pensamientos, las palabras, las emociones, las sensaciones, los sentimientos, la historia, el conocimiento, la voluntad, la libertad, etc. En la acción se ven enfrentadas de manera paradójica dos realidades que le son propias a la persona humana, a saber, la interioridad y la exterioridad, es decir, el mundo íntimo y las circunstancias que le aquejan o le advienen; que se enfrentan en una dialéctica propia de la vida.

Es pertinente identificar que los actos humanos son precisamente humanos en la medida que son realizados por personas con las características propias que lo hacen humano. Cabe preguntar si algún acto realizado por una persona puede ser catalogado como no humano, ¿es posible hablar de una acción como no humana o sin humanidad? ¿Tiene sentido la vida humana sin la acción? La acción humana - como ya se ha mencionado- conjuga multiplicidad de elementos que la enriquecen y la posibilitan; en este aparte serán referidos algunos: la libertad, la voluntad, la decisión y la responsabilidad

La acción humana en el marco de la pandemia le ha presentado al ser humano una paradoja difícil de comprender, pues las circunstancias como la actual ponen al ser humano de carne y hueso en situaciones dilemáticas que le resultan graves, por ejemplo: la inminencia de la muerte por causalidad o por voluntad; la naturaleza está “determinada por la caducidad que viene precedida por la enfermedad, de modo que esta se torna causal natural de la muerte como algo inminente e inexorable del proceso mismo de la vida, una realidad natural es la muerte. Gracias a esta realidad; muchos la afrontan de diversas maneras: el miedo, la omisión del tema, el uso de la tecnología y los avances médicos para procurar dilatar el tiempo de la vida. Otro ejemplo es la incertidumbre que saca al ser humano de su zona de confort y lo conduce a un plano problemático de la cotidianidad; la pandemia trajo para muchos ruina económica, problemas en las relaciones familiares, pérdida de empleo, entre otros; estas circunstancias venidas de la pandemia repercuten de manera directa o indirecta en las acciones de las personas que, según se van haciendo repetitivas en la manera de enfrentarse a la realidad, se convierten en comportamientos que de algún modo deben ser abordados por el mismo ser humano a través de la filosofía y, posiblemente, otros campos del conocimiento.

En todo este marco de referencia de la acción resulta pertinente dedicar unas líneas a los elementos fundamentales para llegar a cualquier acción:

La voluntad es una facultad propia de la persona humana que se relaciona con la libertad, para Schopenhauer la voluntad domina todos los demás aspectos de la personalidad del individuo: conocimiento, sentimientos y dirección en la vida; es una fuerza, La voluntad, así, es una fuerza que obra sin motivo, irracionalmente; es como el motor ciego de la historia. Para Sartre la voluntad, en efecto, se pone como decisión reflexiva con relación a ciertos fines. La voluntad es elegir ser lo que quiera ser, de este modo, cada persona elige sus propios fines y se hace dueño y único responsable de sí. La voluntad es distinta a las pasiones, pues estas son pasajeras y superfluas, la voluntad refiere a proyecto y empresa (como lo dice en *El ser y la nada*, cuarta parte. Cap. I, I).

La libertad es una condición de posibilidad para que podamos actuar humanamente; es la capacidad de observar, comprender y decidir sobre múltiples opciones. Kant la define como "autonomía de la voluntad", es ella la que nos posibilita actuar desde nuestros deseos o convicciones más profundas o superficiales, para Sartre el "hombre es un ser condenado a la libertad". Podrían identificarse dos acepciones del concepto y de la experiencia de la libertad como los señala Bueno (1996)

La libertad negativa, suele denominarse libertad de; a la libertad positiva, se la conoce también como libertad para. La libertad positiva, sin embargo, es un concepto sumamente oscuro, puesto que no es fácil determinar qué es lo que pueda significar «capacidad para hacer algo por sí mismo (p. 239).

A todas estas, la libertad es también una paradoja pues resulta en una teoría que se busca y puede llegar a ser experimentada en la realidad. El ser humano está en la capacidad natural de hacer libremente lo que quiera, siempre y cuando pueda por tanto es una realidad con restricciones: la fuerza y el derecho.

La decisión, este término hace referencia a la elección que tomamos y que consideramos nos lleva a que una situación problemática sea definitivamente resuelta; es también claro que muchas de nuestras decisiones pasan por diversidad de filtros, pero el más común es la razón. La razón no es lo único, las emociones, las sensaciones del momento también cumplen esta función de filtro. Por nuestra naturaleza racional procuramos racionalizar esas decisiones haciendo análisis minuciosos de los pros y los contras, las justificaciones y las posibles consecuencias de tomarla. Estos análisis deben ser hechos teniendo en cuenta tres elementos: yo, los otros y las cosas (en el próximo video hablaré de esto con más amplitud).

Es necesario definir lo que entendemos por toma de decisiones. A nivel general, es el acto de elegir o seleccionar algo entre dos o más opciones, aspectos, situaciones o alternativas. Es un proceso mental en el cual se identifican las acciones o rutas que se habrán de tomar o seguir en la solución de un problema o en la consecución de un fin específico. Es tener libertad de elección, pues el discernimiento libre permite poner en juego los valores con los que nos identificamos y a partir de ello escogemos la mejor decisión.

Toda elección implica tomar una decisión. Conlleva un tipo definido de comportamiento en donde la elección tiene una finalidad con cierta intencionalidad, incluyendo valoraciones éticas específicas. (Mercado, 2013, p. 1-2)

La decisión es la resolución que será llevada a la acción; en el marco circunstancial de la pandemia, hubo decisiones tomadas por agentes sociales o instituciones que, en una postura utilitarista, procuraron el menor mal para el mayor bien a la mayor cantidad de personas posibles, esto dejó en descontento a muchos individuos por diversos motivos y tal descontento generó, a su vez, unos comportamientos que son producto de las decisiones libres y voluntarias de aquellos que deciden actuar en contravía de las directrices utilitaristas de los estados.

La acción es el hecho, lo que se hace. La acción no debe ser considerada en sí misma buena o mala, las acciones son sólo acciones, la bondad o maldad de estas se mide por sus consecuencias, por las repercusiones que representan para mí, los otros y las cosas. Hay quien ve y juzga las acciones por las intenciones, es decir, por el objetivo que tiene quien la ejecuta a la hora de hacer... pero... una acción es sólo eso, las cargas morales son posibles solo por el juicio que las personas o las comunidades hacen del acto de alguien. Si las acciones son producto de múltiples circunstancias, de igual modo los juicios que emitimos sobre estas.

Toda acción o realización de un acto, por simple o complejo que este sea, tiene de suyo consecuencias, estas son las repercusiones que la acción genera en las personas (yo, los otros) y en las cosas; ninguna acción queda aislada en el tiempo y en el espacio, siempre genera o deviene en algo más; son las consecuencias las que provocan los juicios sobre las acciones.

Somos responsables por la conciencia que tenemos de los otros, por reconocimiento que hacemos -previo o posterior a nuestras acciones- de los otros, es decir, ésta no es una iniciativa de la subjetividad en sí misma, es algo que desde afuera hace un llamado a mi conciencia al reconocimiento de algo que está fuera de mí. Por lo anterior Levinas nos habla del yo como otro, el otro es un espejo que me invita a mirar dentro de mí y a descubrir lo que Buber llama el "nosotros". La responsabilidad es un ejercicio de desplazamiento del yo al otro para hacernos un nosotros. Por esto, la responsabilidad tiene un tinte de CORRESPONSABILIDAD.

En tiempos como los que la humanidad enfrenta este asunto es un llamado a evaluar nuestras acciones, a identificar la fuente de estas y a comprender que lo que se hace siempre tiene repercusiones para algo o alguien además de mí...

La autonomía en tiempos del coronavirus

La ilustración supuso el privilegio de la razón en el progreso de la humanidad, poniendo al ser humano en el centro de todo horizonte reflexivo. A este respecto, Kant proponía al movimiento ilustrado como una bandera del quehacer de cada ser humano en el mundo: “La ilustración es la liberación del ser humano de su culpable incapacidad. La incapacidad significa la imposibilidad de servirse de su inteligencia sin la guía del otro” (Kant, 2018, p.25). A lo cual, prosigue con su célebre apotegma: “*Sapere Aude*”, es decir, “atrévete a pensar”.

El texto en cuestión (“¿Qué es la ilustración?”) supone uno de los textos más influyentes del filósofo de Königsberg, aún bien sea un texto orientado a la divulgación que a la contribución per se al sistema filosófico en construcción (el texto se publica en 1784, tres años después de la Crítica de la Razón Pura y cuatro años antes de la crítica de la Razón Práctica). En él se demarca el camino a seguir de la humanidad en tanto la búsqueda deóntica de la autonomía.

Este camino deóntico supone en una demarcación del medio, una emancipación. Supone un proyecto de la filosofía práctica en tanto exhorta a un *ethos* de la acción. Esta acción es de la autonomía, la cual tiene la amenaza constante de la culpabilidad, es decir, la incapacidad constante de servirse en la propia inteligencia: “¡Es tan cómodo no estar emancipado!” (Kant, 2018, p.25).

El proyecto moderno se encamina con la posibilidad de la razón, en álgido camino trazado por Descartes al establecer el principio fundamental de un sujeto racional:

Pero entonces ¿Qué soy? Una cosa que piensa ¿Qué es una cosa que piensa? Es decir, una cosa que duda, que concibe, que afirma, que niega, que quiere, que no quiere, que también imagina y siente. No es en verdad poco si todas estas cosas pertenecen a mi naturaleza. Pero ¿por qué no le pertenecerían? ¿No soy acaso ese mismo que duda casi de todo, que sin embargo entiende y concibe ciertas cosas, que se asegura y afirma que sólo esas son verdaderas, que niega todas las demás (...)? (Descartes, 2011, 174).

Facultar al sujeto con la razón, es facultarlo de autonomía, es la distinción (marcada en la modernidad) del fundamento antropológico básico, a saber, que la razón es característica inherente a la condición humana, como ya lo expresaba Kant en “Comienzo presunto de la historia humana” (2018B, p. 60). Sin embargo, en ello existe un velo que supone un manto de confort a la condición, y esto es, ceder la razón en detrimento de la autonomía.

Efectivamente, la facilidad de ceder la razón supone un problema para el avance de la razón misma, en síntesis, de la idea de libertad (e incluso de la abstracción individual en la misma). Por ello, la exhortación Kantiana es a salir de aquello que él denominó “la minoría de edad”, es decir, una delegación de la razón a otro (Kant, 2018, p.25).

El proyecto ilustrado como el proyecto del rescate de la razón, demarcó un camino esencial para pensadores posteriores, quienes advirtieron la necesidad de la autonomía por encima de un yugo esclavizante del cual se sirve el confort para hacer nido, como amenaza a la humanidad misma, haciendo de sí una filosofía práctica. Tal es el caso de Marx, quién concebía al ser humano como un ser consciente y esa conciencia se representa en las formas de vida reales (1974, p. 26).

Marx evidencia un peligro para la razón, esto es, la falsa conciencia, la deformación de la realidad. En síntesis, la enajenación de la conciencia: Servirse de algo externo en detrimento de la propia conciencia. En esto, Marx y Engels ven el peligro del no reconocimiento de las causas reales (materiales) que soportan la condición humana y la realidad individual y colectiva, en favor de algo más (1974, P. 36).

Nietzsche, por otro lado, aparece en una orilla contraria a Kant, a quien pone en la decadencia, en “el agotamiento último de las fuerzas de la vida” (2007, p. 40). El pensamiento de Kant para Nietzsche se puede enmarcar en la primera transformación del espíritu: El camello. Así, el pensamiento del filósofo de Königsberg, sería un “espíritu de carga”: “¿Qué es pesado? Así pregunta el espíritu de carga, y se arrodilla, igual que el camello, y quiere que lo carguen bien. ¿Qué es lo más pesado, héroes?, así pregunta

el espíritu de carga, para que yo cargue con ello y mi fortaleza se regocije. ¿Acaso no es: humillarse para hacer daño a la propia soberbia? ¿Hacer brillar la propia tontería para burlarse de la propia sabiduría? (Nietzsche, p. 14)

Por otro lado, el mismo Nietzsche aparece como contrario a Marx, en tanto este supone una transformación del espíritu posterior al camello (espíritu de carga), pero insuficiente, para aquello que representa la filosofía nietzscheana. Marx, equivale al espíritu del León:

Hermanos míos, ¿para qué se precisa que haya el león en el espíritu? ¿Por qué no basta la bestia de carga, que renuncia a todo y es respetuosa? Crear valores nuevos tampoco el león es aún capaz de hacerlo: Más crearse libertad para un nuevo crear, eso sí es capaz de hacerlo el poder del león. Crearse libertad y un no santo incluso frente al deber: para ello, hermanos míos, es preciso el león. (Nietzsche, p. 15)

El pensamiento de Nietzsche desemboca en un crear, en una autonomía en detrimento de la hegemonía del deber, una autonomía de la afirmación. Es por esto que el niño representa el valor fundamental del pensamiento Nietzscheano, al compilar el fundamento del afirmar el Yo, la vida misma.

Las tres, suponen una exaltación de la autonomía como eje central y constitutivo del deber humano. Un Ethos de la acción al afirmar la autenticidad en detrimento de ceder la conciencia a lo otro (minoría de edad, alienación, decadencia, etc.).

La crisis provocada por la pandemia, permite la reflexión a partir de las categorías de emancipación. Podemos compaginar exhortación a salir de la minoría de edad a la mayoría de edad, de la falsa conciencia a la conciencia verdadera, del rebaño a la afirmación autónoma. En síntesis, a la independencia del sujeto.

El ser humano en tanto que es un ser racional, no está constreñido por el deber a leyes impuestas externamente, sino que, por el contrario, “está sometido a su propia legislación”. Esto lo constituye precisamente como ser racional y lo diferencia de otro tipo de seres vivos. Su voluntad, en tanto que es autónoma, se da su propia ley, por lo que el imperativo categórico, en su primera máxima, determina que el ser humano (en uno mismo y en los demás) debe tratarse siempre como un fin, nunca meramente como un medio. La autonomía significa una determinación inmediata de la razón. Solamente si la razón determina soberanamente la acción, se puede hablar de autonomía. La autonomía es un impulso espontáneo de la voluntad a establecer sus propias leyes en conformidad con las leyes universales (moral).

Así, la autonomía nos debe llevar a comprender que, en razón de la necesidad y las normas establecidas en común para satisfacer dichas necesidades, soy yo quien decido actuar conforme a esas normas y las apropio, de tal modo que ya no son impuestas desde el exterior, sino que soy yo quien se las establece para mi bien y el bien de todos.

La emergencia pública supone, no solo una muestra de colectividad permeada por la razón instrumental: Medios de comunicación. Sino la posibilidad de apertura a la autonomía de la razón mediante la exigencia del gobierno de sí en situación de crisis. Se fundamenta entonces el carácter de la autonomía de la razón como antídoto a la pandemia de la hiperinformación.

Sobre el cuidado de sí, filosofía y terapia.

La autonomía entendida a nivel general como la autodeterminación naturalmente deviene en un ‘cuidado de sí mismo’ que, a su vez, proviene de la ‘inquietud de sí’, que en el lenguaje popular podría hacer referencia al ‘ocuparse de sí mismo’. Esto se convierte en meta y, al mismo tiempo, en camino, es decir, fácilmente el común de las personas pensará que es al punto de ocuparse de uno mismo donde debemos dirigir nuestra atención, esfuerzos, estrategias y lenguaje; esto resulta en una noción parcialmente cierta, sin embargo, es importante resaltar que esto es apenas el comienzo de un camino que parte del autoconocimiento entendido como práctica necesaria y compleja.

El cuidado de sí parece reservado para aquellos que viven o pretender vivir conforme a algunos filósofos de la antigüedad como Séneca, Marco Aurelio, Epicteto, entre otros; más que nunca se hace imperiosa la necesidad de que el ser humano² cuide de sí mismo.

Conocerse a sí mismo y ocuparse de sí son ejercicios asociados a la autonomía, en una suerte de relación bilateral, a saber, en cuánto más la persona se autoconoce más posibilidades tiene de determinarse pues hay una claridad importante sobre sus potencialidades y sus límites, y por tanto, la autodeterminación resulta como algo natural dentro del proceso; aunque, al mismo tiempo, a mayor autodeterminación más autocuidado la persona debe tener pues se corre el riesgo de perderse en la propia voluntad, en los deseos y en la libertad que esclaviza y obnubila la razón. .

Toda esta temática tiene como centro de gravedad a la filosofía como una medicina para el cuidado de sí; sobre esto Epicuro (2007) afirma:

Vacío es el discurso del filósofo que no cura ninguna afección humana. En efecto, así como una medicina que no expulsa las enfermedades del cuerpo no es de utilidad alguna, tampoco lo es una filosofía si no expulsa la dolencia del alma (p. 117)

Es posible percibir en este fragmento una “terapéutica” propuesta por el autor para lo que en su época pudo denominarse “cuidado del alma” a partir de estrategias que procuran de diversas maneras dicho cuidado; las estrategias a las que se hace referencia son inferencias extraídas del contenido ‘entre líneas’, entre ellas están el desapego, la observación consciente y objetiva de la realidad, el cultivo de las virtudes, la moderación de las emociones y los placeres, etc.

Pero a todas estas ¿qué significa el dominio de sí? A esta pregunta el profesor Carmona (2008) afirma: “Hace referencia siempre a un manejo autónomo por parte del ser humano sobre su propia vida” (p. 60); El mismo autor explica sobre esto:

Cuidar de sí, cuidar del alma, cuidar del cuerpo, cuidar de la ciudad, cuidar de los otros; en última instancia, ocuparse como humano de lo humano tratando de superar su frágil condición, su limitada capacidad para alcanzar la plenitud (p. 60)

Con lo anterior se hace cada vez más evidente la posibilidad que desde la filosofía y con ella existe de una terapéutica centrada y fundada en “sí mismo”, no desde un egoísmo sino desde una razón universal, es decir, comprendiendo que el ‘cuidado de sí’ tiene una triple dimensionalidad: yo, el otro y lo otro. La realidad interior se encuentra y se enfrenta -en una lucha- a la o las realidades exteriores que circundan y afectan a cada ser humano. Por lo anterior, el cuidado de sí es un ejercicio de poner en el centro de la reflexión, el análisis, la interpretación y el juicio al ser humano mismo, es decir, a las personas en su más presente realidad.

El cura sui o cura de sí se impone en Séneca como un ejercicio de permanente retoma de las coordenadas que permiten volver al centro de sí mismo a pesar de los fuertes embates del mundo exterior; mundo de la cultura, y de la política, especialmente cargado de simulacros, de formalidades y de normas impuestas sin ningún espíritu, y donde la moral es autómatas, pero no autónoma, donde elige el temor y el desconocimiento, que son apropiados por la masa en forma de ideología (Carmona, 2019, p. 165).

Como puede observarse en el texto citado, ‘el cuidado de sí’ resulta una lucha compleja y profunda, es decir, un combate constante de una interioridad que se desconoce a sí misma, que no tiene comprensión racional de sí y por esa razón procura agazaparse en la masa, proyectar la culpa de las decisiones a la realidad circundante o adveniente y que le teme enormemente a aquello que le muestra su propia fragilidad. El cuidado de sí es un camino de sabiduría que muchos anhelan, pero no todos están dispuestos a caminar, pues como se ha dicho implica un triple esfuerzo; sobre esto, Hadot (1998) menciona que:

² En este punto se emplea la mayúscula en la palabra Hombre para hacer referencia a la generalidad del ser humano, no a la particularidad de los hombres. Aunque este uso apunta a los hombres en particular.

La sabiduría, según ese triple modelo definido por Marco Aurelio, como vimos antes: intentar desarrollar la objetividad de juicio, intentar vivir de manera justa y al servicio de la comunidad humana e intentar concienciarnos de nuestro papel como parte del universo (ejercitándonos a partir de la experiencia propia de sujetos concretos, viviendo y percibiendo) (p. 272)

A partir de este fragmento de Hadot podríamos pensar y reflexionar sobre la experiencia de pandemia por la que la humanidad está pasando y cómo moviliza a la humanidad hacia una conciencia de sí, los otros y las cosas.

La pandemia ha dejado en evidencia la limitada condición humana, referida a lo físico (cuerpo) y al alma (la psiqué que comprende las emociones, los sentimientos, los pensamientos, el lenguaje). Por lo anterior, la filosofía aparece en el panorama de un contexto enfermo y enfermizo como una medicina y una alternativa a la terapia pertinente y viable que presenta y propone un conjunto de prácticas, técnicas, ejercicios que hacen de este un arte que se adquiere por la práctica que tiene como punto de partida entenderse como una extensión simple de la naturaleza, de la razón universal en la que la vida y la muerte son la naturaleza dialéctica de la existencia.

La filosofía emerge entonces como un arte que procura la salud de la persona, del hombre de carne y hueso; pues estamos enfermos y cuidar de sí es el inicio del camino de sabiduría que puede llevar a la persona a salir de su estado de enfermedad. Al respecto el profesor Carmona (s.f.) afirma:

El cuidado de sí está relacionado también con la práctica médica, es decir, desde la filosofía, con el cuidado del alma: “Gracias al *souci de soi*, la filosofía y la medicina se vuelven metáfora la una de la otra y resulta como consecuencia una cierta objetivación de cada uno como enfermo.” El estoicismo tiene como premisa que, vistos desde el conjunto de lo social, todos estamos enfermos, con el agravante de que lo ignoramos o, incluso, tercamente insistimos en nuestro excelente estado de salud; el cuidado de la salud del alma parte de la claridad que tengamos de lo que significa estar sano y cuáles son sus parámetros. Somos enfermos en tanto nuestra vida está siendo regida por los deseos y no por la virtud, en tanto nos dominan las inclinaciones humanas y no la razón universal que todo lo rige (p. 3).

Pero el cuidado de sí no es un asunto de mero egoísmo, tiene una dimensión social y política importante, La pandemia ha dejado en individuos y comunidades heridas complejas de abordar y sanar, es por esto que la filosofía emerge como una alternativa terapéutica y a la terapia; sobre esto el profesor Carmona (s.f.) afirma:

El filósofo se asume como terapeuta, sabe del poder curativo de la palabra; en el ejercicio que le proporciona el diálogo intenta humanizar los argumentos que se desprenden de la razón universal, desde allí emprende el camino de la curación o de la búsqueda de la salud, detectando los falsos argumentos que legitima la fanática razón de la mayoría. Buscar la salud del alma es, al mismo tiempo, procurar la salud de la polis (p. 4).

La enfermedad a la que se hace referencia va en doble vía, es la ignorancia y el alejamiento de la virtud. Por lo anterior, resulta necesario dedicar unas líneas a reflexionar sobre algunas virtudes o valores que, a partir de este cultivo o cuidado de sí, podrían ser aplicables y aplicados para vivir y sobrevivir a la pandemia, y al cuidado de los otros en esta misma circunstancia.

Los valores para sobrevivir a la pandemia covid-19

La pandemia nos ha puesto entre dos posturas que parecen opuestas pero que deben ser complementarias, a saber: El bien como calidad de vida desde la economía y la vida y la dignidad desde la ética y las concepciones existencialistas.

Esta situación nos ha llevado a un aumento de la violencia familiar, la xenofobia, a evaluar política, económica y éticamente cuales son los valores de nuestra sociedad capitalista y neoliberal y cuáles deben ser de aquí en adelante. La privatización de la salud y el colapso del sistema que esto ha provocado, los intereses de algunos empresarios por no parar de producir por temor a la bancarrota y la necesidad imperiosa de sobrevivir de las clases menos favorecidas muestran un panorama complejo para la vida y

la dignidad humana. ¿Cuáles son los valores o virtudes que imperan en nuestra cultura y nuestra sociedad? el individualismo, la indiferencia, el consumismo, progreso, el placer y el bienestar son valores arraigados en ricos y pobres; estos nos han puesto en JAQUE, en esto radica nuestra ignorancia.

¿Cuáles son los valores o virtudes necesarios para superar la crisis actual y enfrentar la vida después de ella? Se han de proponer cinco (4), estas son: Reconocimiento, respeto, responsabilidad y solidaridad.

Se procurará desarrollar estas virtudes para lograr llevar a su comprensión de una manera clara y sintética.

Reconocimiento: “Reconocer al otro es admitir su singularidad, su diferencia, dejarlo ser quien es, renunciar a toda pretensión de dominio, pero también acompañarlo en su ser, es decir darse a él y crear vínculos de común unión (...), se trata a todo hombre como persona” (Hoyos, 2005, 110). El reconocimiento y la aceptación del otro en su persona y singularidad parten del previo concepto de que en este me conozco y reconozco a mí mismo en mi dignidad. Reconocer implica volver la mirada atenta y simple sobre el otro, sin los juicios que se convierten en sesgos prejuiciosos y, al mismo tiempo, observar lo que nos hace similares en la diferencia.

El respeto: Este término podría ser análogo a ‘atención’, ‘consideración’, y originalmente a ‘mirar de nuevo’, de allí que algo que merezca una segunda mirada sea algo digno de respeto. El reconocimiento es una consecuencia directa del respeto por la dignidad del otro, por la humanidad y la persona del otro. Toda acción humana –ética o política- recae sobre el mismo ser humano, bien sea sobre sí mismo o sobre otros, por esta razón dichas acciones deben estar fundadas inexorablemente en el respeto por sí y por el otro; fundar cualquier acto en la mirada respetuosa y que reconoce el ser humano como persona y como sujeto digno por ser humano.

La responsabilidad: La persona es el sujeto que actúa y, por tanto, nuestras acciones recaen de manera directa o indirecta sobre otros generando que “yo” sea responsable de “tu” y estas relaciones se dan en doble vía por eso hablamos de “nosotros”. Referirnos a “nosotros” no es solo una convención gramática o del idioma, es un ejercicio existencial y social; la responsabilidad debe convertirse en un imperativo ético como lo propone Hans Jonas en su texto “El principio de responsabilidad”. Más allá de pensar en la “permanencia de la vida humana” está pensar y actuar procurando mejorar las condiciones del ambiente social y natural, es allí donde considero debe operar de manera eficiente este imperativo, asumiendo a los otros y a las cosas como dignas y merecedoras de mi cuidado y atención; así la responsabilidad se conecta –a nuestro juicio- de manera directa con el cuidado (prevención) y la reparación.

La solidaridad: Es la manera eficaz de poner en funcionamiento las anteriores. “En este sentido, tanto la experiencia de la solidaridad como la del reconocimiento son modos de aprobación de la vida, es decir, dos formas que para nuestra conciencia histórica tiene el ethos. La acción conveniente, justa y oportuna para la convivencia responsable en el mundo” (Ruíz, 2002, 54). A mi juicio, la solidaridad no puede ser sin el reconocimiento, pues este es un prerrequisito para que la solidaridad se produzca y opere en la sociedad. El significado más profundo del término solidaridad es asumir la responsabilidad del otro, hacerse cargo del otro (...). El sentirse patria es amar a su gente y sentirse formando parte de ella (...). La preocupación por el medio ambiente, y por preservar un entorno habitable para las generaciones futuras, involucra esta opción por pensar la humanidad en términos de familia (Mifsud, 2002, 15).

La ética basada en valores y virtudes supone una responsabilidad con el otro y con uno mismo, en síntesis a la condición humana. Un tanto más en épocas extremas, como la pandemia, donde la humanidad misma necesita una retroacción para exaltar cada su ser.

Es por esto que, es necesario hacer una breve síntesis respecto a la autonomía, los valores y la razón; sobre esto cabe recordar a Immanuel Kant en la segunda máxima de su imperativo categórico: “obra de tal modo que uses la humanidad, tanto en tu persona como en la persona de cualquier otro, siempre como un fin al mismo tiempo y nunca solamente como un medio (p.42).

El valor de la dignidad humana es innegociable. El fundamento ético kantiano supone en la esencia humana un valor inconmensurable que debe ser respetado. Vale como reflexión final a la presente disertación, un rescate del valor de la humanidad enmarcada en una ética de la acción, a propósito de los tiempos que corren.

Conclusiones

A modo de conclusión es importante resaltar algunos aspectos de lo ya expresado; La pandemia ha sido un suceso que al llegar a la vida humana generó algunas afecciones que resultan en posibles síntomas de enfermedades que, en la filosofía, están referidas al alma, sin embargo, en el presente texto se ha hecho referencia a la persona en lugar del alma humana. Al hacer referencia a las “enfermedades del alma” se precisa aclarar que no significa patologías -desde la concepción clínica-, más bien, se hace alusión a los malestares que la persona en su profunda intimidad siente y que generan perturbaciones que alteran su modo de pensar, sentir y actuar, que obnubilan la vista y la mente para percibir de manera serena y objetiva aquellos eventos o palabras que advienen de los otros o de las circunstancias. También cuando se alude a la persona se hace haciendo un especial énfasis en la dignidad de aquel que la filosofía, la ética y la antropología abordan volcando la mirada a su profunda humanidad con todo lo que ellos significan.

En segundo lugar, emerge en esta circunstancia la filosofía como una alternativa terapéutica desde el concepto y el ejercicio del “cuidado de sí”, que ha estado presente en la tradición y en la filosofía como un camino y ejercicio de sabiduría; cuidar de sí no sólo se trata de buscar el bienestar del cuerpo, se trata, más bien, conocerse, analizarse para comprender, comprenderse para comprender, y comprender para decidir qué, cómo, porqué y para qué se actúa; cuidar de sí tiene como telos la virtud y felicidad.

Por último, pensar y ejercitarse en el cuidado de sí tiene repercusiones en la relación con los otros, es por esto que se proponen algunos valores que conjugan dichas prácticas en la vida cotidiana, estos valores son: la verdad, el reconocimiento, el respeto, la responsabilidad y la solidaridad. Como se ha dicho en el último aparte del texto, los valores a los que se ha hecho referencia son ejes fundamentales para que la humanidad del ser humano -de la persona- sea el eje transversal a partir del cual se dinamicen las acciones de las personas y de las sociedades, donde la persona sea fin y no simplemente un medio y, de este modo, poder minimizar los malestares existenciales o las enfermedades del alma producto de los fenómenos socio-culturales que a partir de la pandemia se agudizaron.

Como puede verse, a partir de todo lo anterior, emerge la necesidad de la filosofía como una alternativa terapéutica que se da en este marco, no solo del pasado, sino del presente y el futuro de cada hombre de carne y hueso. La filosofía aparece como una alternativa a la terapia procurando acompañar y aconsejar a las personas y la comunidades en el proceso de cuidar de sí a partir de un camino de autoconocimiento, este camino lleva a la virtud y a un vivir con mayor conciencia las circunstancias a las cuales se enfrentan para ser afrontadas de manera serena y objetiva sin alejarse de la sensibilidad y la razón propias de la humanidad del ser humano.

Referencias

Bueno, G. (1996) *El sentido de la vida*, Pentalfa

Carmona, I. (2019). *Cuidado de sí: Fragmentos cotidianos del existir*. Universidad Pontificia Bolivariana, Medellín. ISBN: 978-958-764-780-8 (Versión digital)

Carmona, I. (2008) *Séneca, conciencia y drama*. Universidad Pontificia Bolivariana ISBN: 978-958-696-671-9

- Carmona, I. (s.f.) Cuidado de sí y Terapia: Un guiño filosófico. En: *VIII Seminario Nacional de Familia*. El ser del terapeuta. recuperado de: <https://es.scribd.com/document/285426132/Memorias-VIII-Seminario-Nacional-de-Familia>
- Descartes, R. (2011). *Discurso del Método*. En R. Descartes, Descartes (págs. 97-153). Madrid: Gredos.
- Epicuro (2007) *Obras completas*, ed. Vara José, trad. Vara José. 7a edición. Cátedra
- Hadot, P. (1998). *¿Qué es la filosofía antigua?* Traducción de Eliane Cazenave Tapie Isoard. Fondo de Cultura.
- Hadot, P. (2006). *¿Ejercicios espirituales y filosofía antigua?* Traducción de Javier Palacio. Ediciones Siruela.
- Hoyos, I. (2005) *De la dignidad y los derechos humanos*. Temis S.A. y Universidad de la Sabana
- Jonas, H. (1995) *El Principio de responsabilidad*. Ensayo de una ética para la civilización tecnológica. Herder.
- Kant, I. (2018). ¿Qué es la ilustración? En I. Kant, Immanuel Kant: *Filosofía de la Historia* (págs. 25-34). México D.F: Fondo de Cultura Económica.
- Kant, I. (2018b). Comienzo presunto de la historia humana. En I. Kant, Immanuel Kant: *Filosofía de la Historia* (págs. 57-77). México D.F: Fondo de Cultura Económica.
- Kant, I. (2007). *Fundamentación de la metafísica de las costumbres*. Madrid. Pedro M. Rosario Barbosa
- Marx, K; Engels, F. (1974). *La ideología alemana*. Barcelona. Ediciones Grijalbo S. A
- Mercado Pérez, R. (2013) La responsabilidad ética en la toma de decisiones dentro de las organizaciones. Sincronía, núm. 64, julio-diciembre, pp. 1-12 Universidad de Guadalajara. ISSN: 1562-384X Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=513851570006>
- Mifsud, T. (2002) sugerencias éticas para un desarrollo humano. En: *cuestiones teológicas y filosóficas*, Vol. 29, N° 71 (enero – Junio), p. 11 - 23
- Nietzsche, F. (2007). *El anticristo*. Madrid. Alianza Editorial
- Nietzsche, F. (2011). *Así habló Zaratustra*. Madrid. Alianza editorial
- Ruiz, M. (2002) Dimensión ética y política del arte de la conversación. En: *cuestiones teológicas y filosóficas*, Vol. 29, N° 71 (enero – Junio), p. 45 – 61
- UNAMUNO, M. (2003). *El sentimiento trágico de la vida*. Porrúa.
- URE, M. (2001) *El diálogo tú-yo como teoría hermenéutica en Martín Buber*. Eudeba.

UNA FILOSOFÍA DEL MIEDO

RESEÑA DEL LIBRO: CASTANY PRADO, BERNAT (2022). UNA FILOSOFÍA DEL MIEDO. BARCELONA: ANAGRAMA. ISBN: 9788433964823

A PHILOSOPHY OF FEAR

Book review: Castany Prado, Bernat (2022). A philosophy of fear. Barcelona: Anagrama. ISBN: 9788433964823

UMA FILOSOFIA DO MEDO

Resenha do livro: Castany Prado, Bernat (2022). Uma filosofia do medo. ISBN: 9788433964823

Carlos Tomás Elías

(Universidad Nacional de Salta, Argentina)

ct.elias.1h@gmail.com

Recibido: 29/06/2023

Aprobado: 14/07/2023



Se podría decir que Bernat Castany Prado es un intelectual español contemporáneo con una trayectoria sumamente interesante: se formó en los campos de la filosofía, la filología y los estudios culturales. Al día de hoy es un reconocido docente, escritor e investigador con una gran variedad de publicaciones entre las que se encuentran artículos y libros con un valioso enfoque interdisciplinar que combina filosofía y literatura.

Cuando el autor escribe *Una filosofía del miedo* (2022), pieza finalista del Premio Anagrama de Ensayo, da lugar a una producción en la que convergen erudición y sencillez. En las páginas del libro reúne y trata un colorido elenco de citas y referencias. Así, en medio de eso, retoma a pensadores pertenecientes a distintas épocas de la historia del pensamiento occidental que, en algún momento, dentro de sus respectivas consideraciones, se abocaron a tratar la cuestión del miedo.

Ahora bien, ahondando en los rasgos característicos de la escritura que viste las páginas de la obra, se puede empezar diciendo que tiene un tono problemático y reflexivo. No se trata de la mera exhibición de un montaje de apreciaciones en torno a una temática atractiva. Si bien vuelve sobre otros para mostrar un *continuum* de tensiones y afinidades sobre el miedo, esto es para pensar junto con ellos y a partir de ellos. Así, retoma elementos propios de la gnoseología, la antropología filosófica, la metafísica y la ética, mientras los funde y reconsidera a la luz de meditaciones propias del campo literario.

Como el título del texto invita a pensar a primera vista, hay una impronta filosófica que transversaliza los planteos presentados. No obstante, esto no se hace de una manera rígida y sistemática. De hecho,

uno de los aspectos más notables que se puede apreciar allí es el amalgamamiento del pensamiento con cierto matiz literario que en alguna medida descontractura las ideas y les permite liberarse de una lógica academicista sin perder rigurosidad.

Habiendo dicho esto, conviene comentar algunos puntos acerca del orden que se monta. En este sentido, lo primero a señalar es el *Prólogo*. En este apartado Castany Prado comenta cómo el tema desarrollado lo interpeló en distintos momentos de su vida personal y profesional. De hecho, explica que a partir de cierto suceso con una de sus estudiante se abocó a la escritura del libro: “sin saber adónde iba ni de dónde venía. Sin pensar mucho ni esperar nada” (p. 17).

En el primer capítulo, titulado *Luz de gas*, se brinda un acercamiento inicial al tema del miedo, aunque sin tratar de definirlo. Se explican sus posibles manifestaciones como *Deimos* y *Phobos* mientras se apuntalan sus diferencias con la ansiedad. Se tratan sus relaciones con el discurso interno de cada uno y el modo en que hace luz de gas a la imaginación para “quedarse con su fortuna, que es la potencia y la libertad” (p. 46). También se advierten posibles vías para lograr su mitigación, aunque de una manera un tanto más acotada.

Luego, en el segundo capítulo, *Vivir me mata*, se abordan las formas en que el miedo puede afectar al ser humano. Para esto se revisan tanto la esfera de lo meramente biológico como la de lo que está más allá. Así, se analiza aquello que restringe experiencias vitales y la manera en que, paradójicamente, lo que tendría que alejar de la muerte termina resultando en acercamientos hacia ella. Se muestra un bosquejo de la vida de los sujetos que involucra deseos y anhelos que se encuentran reducidos por la presencia de temores ante lo caótico e indeterminado, algo ampliamente tratado por grandes mentes del pasado.

El tercer capítulo es *Odiseo antitheos*. Allí se exhiben consideraciones sobre los impedimentos que existen para una vida plena. En este sentido el autor problematiza las vías de acceso a los dos pilares centrales para su ejercicio: la felicidad y la bondad. Con esto, mientras se realiza un diagnóstico de algunos de los mayores males sociales y culturales de los tiempos que corren, donde algunas formas de relación entre los humanos y lo divino tiene un papel especial, se esgrimen agudas reflexiones en torno a los conceptos de placer, alegría y tristeza, entre otros tantos más.

Cerrando el grueso de sus reflexiones, se halla *Ampliación del campo de batalla*, un capítulo en el que se observa cómo es que las sociedades contemporáneas, a diferencia de las que las antecedieron, se ven asoladas por males no sólo externos sino también internos. Se trata cuidadosamente la idea de que “el miedo, el desánimo, el cansancio y el abandono lo invaden todo” y la manera en que “nadie se siente capaz de alzarse, de resistir, de persistir o de vencer” (p. 285).

Hacia las últimas páginas se puede encontrar la bibliografía que nutrió las reflexiones repartidas entre las páginas y después, un pequeño listado de agradecimientos entre los que el autor destaca a sus estudiantes, para quienes dice expresamente que escribe lo que escribe.

El libro supone un aporte valioso para el campo de la filosofía en la medida en que examina la cuestión del miedo desde una perspectiva integral. De esta manera, se estima que la pieza es el fruto de una ardua y brillante tarea que contribuye al repaso de dilucidaciones gestadas en el pasado, además de una puerta de acceso para pensar el presente.

ÜBERMENSCH UND EWIGE WIEDERKEHR

RESEÑA DEL LIBRO: GEORG, JUTTA. (2020). ÜBERMENSCH UND EWIGE WIEDERKEHR: NIETZSCHES CHIFFREN DER TRANSFORMATION, PADERBORN: BRILL, WILHELM FINK. ISBN-13 978-3770565566, S. 179

SUPERHUMAN AND ETERNAL RETURN

Book review: Georg, Jutta. (2020). Superhuman and Eternal Return: Nietzsche's Ciphers of Transformation, Paderborn: Brill, Wilhelm Fink. ISBN-13 978-3770565566, pp. 179

RETORNO SOBRE-HUMANO E ETERNO

Resenha do Livro: Georg, Jutta. (2020). Retorno Sobre-Humano e Eterno: as Cifras de Transformação de Nietzsche, Paderborn: Brill, Wilhelm Fink, ISBN-13 978-3770565566, pp. 179

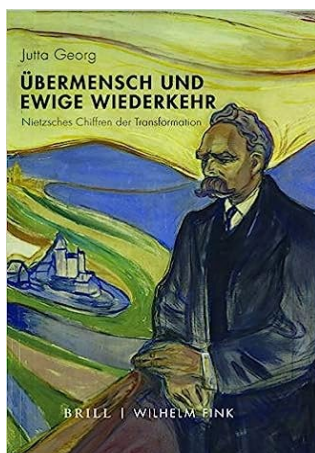
Osman Choque-Aliaga

(Universität Freiburg, Alemania)

osman.choque@philosophie.uni-freiburg.de

Recibido: 28/02/2023

Aprobado: 16/06/2023



Entre los temas más estudiados de la filosofía de Nietzsche sin duda se encuentra el concepto de *Übermensch*. Al respecto, ¿cuál podría ser el motivo de un nuevo trabajo sobre dicha cuestión? o, en su caso, ¿qué se pretende alcanzar en términos interpretativos? La investigadora Jutta Georg presenta un nuevo trabajo en el marco de comentarios y opiniones distintas en su conjunto. En su libro interpreta detalladamente el significado del *Übermensch*¹ y lo concibe a través de la formulación del eterno retorno.

El libro describe minuciosamente el sentido del *Übermensch* en la obra de Nietzsche y desarrolla un estudio comparativo. De ese modo intenta explicar la relación entre el *Übermensch* y *die ewige Wiederkehr* [El eterno retorno], la forma cómo podría interpretarse, y así ofrece una vía de acceso al pensamiento del filósofo y actualiza su relevancia. En otras palabras, Georg pretende explicar la conexión entre ambos elementos en el conjunto de su filosofía. La autora parte de la tesis de que el segundo advenimiento [*Wiederkunft*] es esencial para comprender la propuesta del *Übermensch*, pues de ese modo solo él puede llevar la ‘afirmación de sí’ en sentido experimental. El trabajo también enfatiza la dialéctica de ambos conceptos, ya que, dado su movimiento y respectiva comprensión, puede tratarse de una ‘destrucción necesaria’ que, centrándose en un objeto concreto, ofrece una posibilidad de creación y, por otro lado, una actitud creativa.

La introducción traza de manera concisa los elementos que van conectados con los temas mencionados para configurar un amplio conjunto. El marco de referencia del trabajo abarca denominaciones variadas de Nietzsche, por ejemplo, sobre el hombre hasta llegar al *Übermensch*, pasando por la religión, la moral

¹ Las sugerencias para traducir el término *Übermensch* son bien conocidas. Por nuestra parte, preferimos dejar la expresión tal como está formulada en alemán.

y la filosofía. De ese modo, el libro se compone de una introducción y ocho capítulos, algunos más extensos que otros.

El primer capítulo, “*Das Heerdenthier*” [El animal de rebaño]², describe las características del hombre en el contexto de su animalidad. La autora comprende la debilidad como un hecho fáctico, pues se trata de una característica importante en el ‘animal de rebaño’. La debilidad no es un juicio categórico, sino que puede interpretarse como un aspecto fisiológico. Un ejemplo de ello se encuentra en el análisis que hace Nietzsche del ‘animal de rebaño’ en relación con el ideal ascético. Por otro lado, un rasgo del rebaño, quizá el más conocido, tenga que ver con elementos axiológicos, por ejemplo, el sentimiento de ser ‘buenas personas’: un hecho que hace que las personas se ‘auto-engrandezcan’ (cfr. 6). Hay aquí una línea de comprensión en relación con la fe, que se entiende como aquello que impulsa a la venganza. Georg profundiza en otros elementos del animal del rebaño, a saber, la relación entre el concepto de ‘último hombre’ [*der letzte Mensch*] y el *Übermensch*. En estas notas se puede apreciar que se trata de la ocultación del débil como una estrategia para enfrentarse al fuerte.

En el segundo capítulo, “*Nietzsches Verdruss am Menschen: Dekadenz und Nihilismus*” [La molestia de Nietzsche con el hombre: decadencia y nihilismo], se describe la noción de decadencia, que puede interpretarse como ‘decaimiento, degeneración y enfermedad’ (cfr. 12). Decadencia significa, pues, negación de la vida. Georg se concentra en los fragmentos póstumos sobre el nihilismo, especialmente en *Lenzer-Heide* [KSA 12, 211-217], que se divide en 16 secciones.

El capítulo tercero, “La creación” [*Das Schaffen*], señala varias características del cristianismo, como la mediocridad, la decadencia y la enfermedad. Al respecto, la creación se postula como una salida del cristianismo y la autora destaca aspectos de la interpretación del concepto de creación. Por otra parte, a continuación se establece una comparación entre Foucault y Nietzsche para señalar el sentido y la valorización de la noción de poder, pues el acto de crear es un aspecto del primero. Para ello, Georg se remite a las dos enseñanzas de Zaratustra en las que se describe el significado de la creación: por un lado, crear está relacionado con el valor, pues crear es valorar, por ejemplo, el creador debe ‘querer’ para crear, así el querer es en sí mismo potencial; por otro lado, crear es siempre una actitud del creador, en relación con lo material y ello como acontecimiento global (cfr. 20). El ‘espíritu creador’ se entiende como ‘voluntad de poder’ [*Wille zur Macht*] en la medida en que este crea y, sobre todo, subyace a toda creación. En esta sección, el texto retoma un importante tema de Nietzsche: “la cría y disciplina” [*Züchtung und Zucht*]; se menciona ambos términos para analizar el alcance semántico y los límites de tales expresiones en el marco del poder y la creación. La autora conecta lo anterior con otras cuestiones, por ejemplo, *die große Politik* [la “gran política”] y el *Übermensch*.

El capítulo cuarto, “*Der höhere Mensch und die höhere Moral*” [El hombre superior y la moral superior], retoma el planteamiento de Nietzsche sobre la voluntad de autoconquista, que abarca incluso a todos los seres. El texto contorna los retos de la comprensión del *Übermensch* y analiza las características del ‘hombre superior’. Para la autora, la tesis de la ‘muerte de Dios’ no es una refutación teórica del concepto cristiano de Dios (cfr. 39), sino una explicación del fin del poder divino. Este, si llega a darse, tiene un efecto liberador porque el creador no se encontrará en el futuro, en el que se planteen nuevos horizontes. Esta ‘muerte de Dios’ rompe y se aleja de la tradición del dualismo entre cuerpo y alma; una autonomía que solo puede comprender el *Übermensch*. Georg más adelante discute la relación del *Übermensch* con el cuerpo humano y se detiene en el significado del ‘hombre superior’ y su mandato político. De ese modo, se lleva a cabo un repaso a la cuestión del bien en la filosofía antigua griega, especialmente en Platón y Aristóteles. En este contexto, la autora distingue entre el significado de la moral en Nietzsche y en Schopenhauer. En Nietzsche, el concepto del bien en el marco de la filosofía moral es muy distinto, ya que su concepto del bien está ligado a lo fisiológico y asociado a la ‘voluntad de poder’. Georg explica dos temas en este apartado: “*Der tragisch-dionysische Künstler*” [El artista trágico - dionísico] y *Der freie Geist* [El espíritu libre]. En la interpretación sobre Nietzsche se considera *Humano, demasiado humano* [*Menschliches, Allzumenschliches o MA*] como un momento de ‘crisis’, y el texto comulga con esta idea: el espíritu libre surge como solución a tal crisis. En las últimas secciones, la atención se centra

² Salvo que se indique lo contrario, las traducciones son del autor.

en la comprensión de la filosofía de Nietzsche, pues este ‘juega’, y a menudo lo hace ‘ocultamente’, con el sentido de muchas expresiones (*cfr.* 68).

En el capítulo quinto, “*Leib und Leibvernunft*” [Cuerpo y razón del cuerpo], la autora se pregunta sobre la comprensión del cuerpo, dado que el *Übermensch* interpreta y refigura el cuerpo. Surge la cuestión: ¿qué ocurre con la capacidad intelectual?, ¿acaso es absorbida por el cuerpo? En opinión del crítico, este capítulo en particular posee relevancia decisiva ya que en él se discute la constitución del espíritu [*Geist*]. Un concepto medular en el contexto de Nietzsche y del idealismo alemán. Para Georg la importancia del espíritu es crucial porque es tan importante como el cuerpo (*cfr.* 74).

El siguiente apartado se titula “*Der Übermensch*” y analiza la semántica de la ‘voluntad de poder’ en su relación con el *Übermensch*. Para la autora, está claro que tal ‘voluntad de poder’ no se orienta ni se dirige a una práctica social o política. En la comprensión de dicho poder no puede dejarse de lado su aspecto semántico en relación con el *Übermensch*. Por otra parte, Georg menciona las “tipificaciones wagnerianas del pagano” (84) para ilustrar posibles relaciones con el *Übermensch*, pasando así a una descripción de lo que puede denominarse como su propio campo semántico. La sección “*Der Übermensch und das Transhumane*” [El superhombre y el transhumanismo] aborda la interpretación más reciente que vincula ambos conceptos a partir de la pregunta de hasta qué punto esta puede ser coherente. Aunque la semántica del *Übermensch* tiene una cierta ambivalencia que permite muchas interpretaciones y pone de relieve su riqueza, cabe abrir la pregunta, con miras a poner en entredicho, si Nietzsche debe considerarse una prefiguración o protoforma del transhumanismo.

El penúltimo apartado, “*Die ewige Wiederkehr des Gleichen*” [El eterno retorno de lo mismo], se acerca a la semántica del ‘eterno retorno’. Por su parte, se afirma que se debe conocer o tener una idea sobre otros conceptos, por ejemplo, *amor fati*, espíritu libre, creación, el cuerpo, etc., para situar lo que Nietzsche pretendía con dicho concepto. Esto se debe a que Nietzsche se expresa repetidamente con metáforas, y esta es una de las formas en que explica sus ideas; a partir de *MA*, Nietzsche inicia el uso del aforismo y respectivamente de la metáfora. Por otra parte, el análisis se concentra en la distinción de las expresiones relacionales en el marco de la obra del filósofo alemán: *Wiederkehr* aparece 35 veces y *Wiederkunft* 102 veces entre obras y cartas (*cfr.* 123). El ‘eterno retorno’ puede interpretarse como una creación constante, por lo que podría darse una comunicación entre el *Übermensch* y el ‘eterno retorno’ y su entrelazamiento. La afirmación del ‘eterno retorno’ va más allá del nivel de la afirmación del *Übermensch*. En este sentido, la segunda venida “*Wiederkunft*” (155) es la cuestión más áspera, sobre todo a la hora de plantearse la pregunta: ¿cuál es la forma y cómo aparecerá el *Übermensch*? El ‘eterno retorno’ es la afirmación en la que cada momento adquiere significación; todo es relevante, cada acción y cada momento.

El último capítulo, “*Die Relationen zwischen dem Übermenschen und der ewigen Wiederkehr*” [Las relaciones entre el superhombre y el eterno retorno], es la descripción o síntesis de la tesis descrita en la introducción del libro. La autora retoma las reflexiones sobre el concepto de Nietzsche del hombre moderno, un ser humano decadente que se ha dejado llevar por la “religión, la moral y la cultura” (162). De aquí se deriva el diagnóstico negativo, y en medio de este diagnóstico se encuentra el hombre creador. Georg afirma así que solo el *Übermensch* posee auténtica potencia, poder y energía y tiene el poder de afirmar. Por su parte, la figura del *Übermensch* tiene una particularidad fundamental: “debe ser creado primero” (165-166), y así es como se justifica nuestro crear y querer. La vida afirmativa del *Übermensch* le lleva a superar el ‘eterno retorno’. Un aspecto con el que concluye el texto es la relación entre *Übermensch* y el ‘eterno retorno’ como elemento indispensable en la filosofía de Nietzsche, y la radicalidad de estas tesis obedecería a la profunda pasión por el conocimiento, que incluye la preocupación por el ser humano.

En general, se trata de un texto valioso que ofrece una interpretación detallada de los temas conocidos de Nietzsche. Sin embargo, cabe preguntarse si, por continuar ahondando en estas cuestiones, no se han olvidado otros temas igualmente relevantes o incluso más importantes en el pensamiento de Nietzsche. Se podría caer en la tentación de no dejar hablar al filósofo, o de silenciar otras de sus ideas al continuar

presentando la ‘misma’ cara de su filosofía. En definitiva, y con todo lo descrito hasta ahora, el texto de Georg es recomendable a los lectores interesados en Nietzsche.

MATHEMATICS EDUCATION AND SOCIETY

The Mathematics Education and Society Community understands that there is a need for a wider discussion of the social, ethical, and political dimensions of mathematics education for disseminating theoretical frameworks, discussing methodological issues, sharing and discussing research, planning for action and the development of a strong research network on mathematics education and Society across the world.

The International Mathematics Education and Society conferences aim at bringing together mathematics educators from around the world to provide such a forum, as well as to offer a platform on which to build future collaborative activities. It is expected that topics discussed in this forum will be wide-ranging. It is also expected that all issues will have clear underpinning with social, political, cultural, and/or ethical themes.

The general topics of the conference broadly come under, but not limited to, the following themes:

1. The politics of mathematics education
2. Cultural and social aspects of mathematics learning and teaching
3. The sociology of mathematics and mathematics education
4. Alternative research methodologies in mathematics education

International Conferences of Mathematics Education and Society started in 1998 with the first one hosted in Nottingham, England, then in Portugal in 2000 and again in 2008, followed by Denmark (2002), Australia (2004), Germany (2010), South Africa (2013), United States of America (2015), Greece (2017) and India (2019). All these were in-person conferences. The 11th edition of the conference hosted by Austria in 2021 was the only online edition so far and that too due to the COVID pandemics restrictions. In 2023, the 12th International Conference of Mathematics Education and Society (MES) took place again in an in-person, onsite mode after 4 years, and it was hosted by the Federal University of São Paulo (UNIFESP) in Diadema Campus, Brazil. The upcoming Conference is planned to take place in 2025 in the United States of America.

This 12th edition conference in Brazil was special because the MES Conference completes 25 years in 2023 and moreover, this was the first time that a MES conference was held in Latin America. Mathematics Education community in South America is very vibrant and active. Therefore, to provide all participants of this 12th edition of the MES conference, as well as the readers of this Special Dossier of *Prometeica* Journal with an opportunity to learn more about research carried out in this part of the globe and discuss it together, the MES-12 accepted submissions in 3 languages: Portuguese, Spanish and English.

We, the MES-12 Local Organising Committee asked all participants of this edition to accept the challenge of reading and revising works written in a language that many of them were not familiar with, such as, Portuguese and Spanish, with the support of technological translation tools and with the cooperation of the members of the MES community who knew those languages. We were very excited with the MES community's engagement in this proposal, which was embraced by the group, and greatly enriched our conference.

As mentioned above, the aim of the MES Conference is to explore relationships between the teaching and learning of mathematics and socio-political, cultural, and ethical issues. MES sets a political agenda for mathematics education by addressing a range of issues related to social justice. You will find

discussions on such issues in the 12th International Conference of Mathematics Education and Society and, consequently in this Special Dossier very enriching and meaningful.

One issue concerns the oppressive features that might be enacted through the school mathematics tradition. Following this tradition, a principal task for the students is to listen to the teacher's presentation of the new topics during each lesson, to study these from the textbook, and to solve pre-formulated exercises. One of the aspirations of MES is to provide alternatives to this pattern. Some have found inspiration for doing so in Paulo Freire's pedagogical ideas and talked about reading and writing the world with mathematics: "reading the world" as in understanding and interpreting the world, and "writing the world" as changing it.

Another concern of the MES community is to confront and act against racism, sexism, xenophobia, homophobia, ableism, and all kind of social exclusions. This concern has catalysed into fostering ambitions of designing and establishing an inclusive mathematics education. This means to establish a classroom – or any other formal educational space, including online spaces – where everybody feels at home, and where all can learn together and from each other. This also concerns students with disabilities, blind students, deaf students, or students with autism spectrum disorder, for example.

MES-12 conference gave a platform where topics related to several controversial and emergent socio-political issues were explored. It has been exemplified how economic exploitation can be documented in numbers and figures that students can use as resources for project work, and how it is possible to turn visible the economic inequalities that might haunt a country. Environmental problems have been explored as well. It has been illustrated how both primary, secondary, and tertiary students can address problems of pollution through mathematical investigations. The cutting down of the rainforest has been presented as a possible topic for project works, and so has been the concerns related to climate changes in general.

For creating a learning environment where critical social issues can be explored, and where students become invited to identify cases of social injustices and to formulate what they find social justice might include, it is important to establish dialogue as an integral part of a classroom practice. This has been a concern of many MES studies.

The school mathematics tradition has established well-specified borders around mathematics. However, for addressing social issues in the mathematics classroom, it is important to move beyond such borders. It is important to integrate mathematics in interdisciplinary activities. How this can be done has been exemplified through many MES studies. Among these 'dialogue' as a tool has emerged prominently in this edition.

Dialogue has been a guiding principle for the MES Conferences. The ambition is to address social and political issues not through confrontational discussion, but through shared exploration. The Conference is organised in a way that fosters a collaboration among seniors and novice researchers. This spirit of cooperation brings a special atmosphere and a particular energy to the studies that are rooted in the MES community. Also, our reviewing process is open, which means the authors can talk to their reviewers towards building together a stronger work, avoiding hidden authorities deciding whether a paper can be accepted or not, privileging the dialogue principle as mentioned before.

The articles of this Special Dossier of *Prometeica* are all written by researcher who joined the MES Conference in Diadema in 2023 presenting their work. This is the first volume, the volume two will be released in 2024.

The emergent theme of this Special Dossier has been 'dialogue' and altogether 65 articles have been collected. These articles are reflection of the similar concerns which emerge from several different locations across the globe as the MES-12 received authors from 25 different countries, representing all continents. This Special Dossier of *Prometeica* also offers plans of action through a range of theoretical frameworks which can help us problematise and also be responsive to tackle and address the

contemporary challenges. We hope that more dialogues will emerge and help us respond to the contemporary needs.

We are grateful to *Prometeica* for making space for this Special Dossier. We are grateful to the Municipality of Diadema for its support. We are also grateful to UNIFESP for all the support it has provided for making the MES Conference in Diadema a reality and a success. We would also like to thank the entire MES community, who, with an enormous sense of unity, have kept this conference stronger with each edition for 25 years, and there is still much more to come.

Renato Marcone José de Souza
(Universidade Federal de São Paulo, Brasil)
marcone.renato@unifesp.br

Patricia Rosana Linardi
(Universidade Federal de São Paulo, Brasil)
linardi@unifesp.br

Raquel Milani
(Universidade de São Paulo, Brasil)
rmilani@usp.br

Amanda Queiroz Moura
(Instituto Federal do Rio Grande do Sul, Brasil)
amanda_qm@yahoo.com.br

João Pedro Antunes de Paulo
(Universidade Federal do Sul e Sudeste Pará, Brasil)
paulojpa@unifesspa.edu.br

Michela Tuchapesk da Silva
(Universidade de São Paulo, Brasil)
michelat@usp.br

Miriam Godoy Penteado
(Universidade Estadual Paulista, Brasil)
miriam-godoy.penteado@unesp.br

Ole Skovsmose
(Universidade Estadual Paulista, Brasil)
osk@hum.aau.dk

<https://doi.org/10.34024/prometeica.2023.27.15281>

A ETNOMATEMÁTICA E A REFORMA CURRICULAR BRASILEIRA

PARA ALÉM DAS GAIOLAS EPISTEMOLÓGICAS

ETHNOMATHEMATICS AND THE BRAZILIAN CURRICULAR REFORM

Beyond epistemological cages

LA ETNOMATEMATICA Y LA REFORMA DEL CURRICULUM BRASILEÑO

Más allá de las jaulas epistemológicas

Cassio Cristiano Giordano

(Universidade Federal do Rio Grande, Brasil)

ccgiordano@gmail.com

Olenêva Sanches Sousa

(Universidade Anhanguera de São Paulo, Brasil)

oleneva.sanches@gmail.com

Claus Haetinger

(Universidade Federal do Rio Grande, Brasil)

claus.haetinger@gmail.com

Recibido: 02/07/2022

Aprobado: 02/07/2022

RESUMO

A Etnomatemática, segundo Ubiratan D'Ambrosio, constitui uma subárea da História da Matemática e da Educação Matemática politicamente engajada, voltada para transformação social e para a recuperação da dignidade cultural dos indivíduos. Entretanto, em um dos momentos mais críticos para o povo brasileiro, em plena crise sanitária e econômica da pandemia de Covid-19, por uma infeliz coincidência, atravessamos uma ampla reforma curricular impulsionada pela publicação da “Base Nacional Comum Curricular – BNCC”, em 2018, documento norteador dos currículos nacionais que ignorou a História da Matemática, bem como nossa grande tradição em pesquisa e ensino etnomatemáticos. Por outro lado, os documentos curriculares complementares publicados em 2019: “Referenciais Curriculares para a Elaboração de Itinerários Formativos” e “Temas Contemporâneos Transversais na BNCC: Contexto Histórico e Pressupostos Pedagógicos” colocaram os professores brasileiros diante de um vazio fértil, repleto de desafios e possibilidades. Discutir esse cenário educacional é o objetivo central deste artigo. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, de cunho bibliográfico e documental, que se debruça sobre documentos curriculares brasileiros e pesquisas embasadas na Etnomatemática, para tentar responder à nossa questão de pesquisa “Quais os principais desafios e possibilidades para a promoção da

Etnomatemática na Educação Básica brasileira, no contexto da atual reforma curricular, em uma perspectiva interdisciplinar e transdisciplinar?”. Nosso foco é a rede estadual de ensino de São Paulo, por se tratar da maior rede de ensino do Brasil e por ser uma das primeiras a elaborar um currículo pautado pela BNCC, além de um projeto próprio para a exploração dos temas curriculares transversais, implantação e implementação do Novo Ensino Médio. Nossos resultados mostram que, apesar do engessamento curricular promovido pela BNCC, ainda existe margem para desenvolvimento de propostas educacionais que contemplem as necessidades locais, que respeite as diferenças regionais e as peculiaridades da cultura escolar, em uma perspectiva etnomatemática.

Palavras-chave: etnomatemática. matemática e cultura. reforma curricular brasileira. base nacional comum curricular. transdisciplinaridade.

ABSTRACT

Ethnomathematics, according to Ubiratan D’ Ambrosio, is a politically engaged sub-area of the History of Mathematics and Mathematics Education, focused on social transformation and the recovery of the cultural dignity of individuals. However, in one of the most critical moments for the Brazilian people, in the midst of the health and economic crisis of the Covid-19 pandemic, by an unfortunate coincidence, we are going through a broad curriculum reform driven by the publication of the “National Common Curricular Basis – BNCC”, in 2018, a guiding document for national curricula that ignored the History of Mathematics, as well as our great tradition in ethnomathematics research and teaching. On the other hand, the complementary curricular documents published in 2019: “Curricular References for the Elaboration of Training Itineraries” and “Contemporary Transversal Themes at BNCC: Historical Context and Pedagogical Assumptions” placed Brazilian teachers in front of a fertile void, full of challenges and possibilities. Discussing this educational scenario is the central objective of this article. This is a qualitative, bibliographical and documentary research, which focuses on Brazilian curriculum documents and research based on Ethnomathematics, to try to answer our research question “What are the main challenges and possibilities for the promotion of Ethnomathematics in Basic Education Brazilian, in the context of the current curriculum reform, in an interdisciplinary and transdisciplinary perspective?” Our focus is on the state education network of São Paulo, as it is the largest education network in Brazil and because it is one of the first to elaborate a curriculum guided by the BNCC, in addition to its own project for the exploration of transversal curricular themes, implementation and implementation of the New Secondary School. Our results show that, despite the curricular rigidity promoted by the BNCC, there is still room for the development of educational proposals that address local needs, respecting regional differences and the peculiarities of school culture, from an ethnomathematics perspective.

Keywords: ethnomathematics. mathematics and culture. Brazilian curriculum reform. national common curricular basis. transdisciplinarity.

RESUMEN

La Etnomatemática, según Ubiratan D’ Ambrosio, es una subárea políticamente comprometida de la Historia de las Matemáticas y de la Educación Matemática, enfocada en la transformación social y la recuperación de la dignidad cultural de los individuos. Sin embargo, en uno de los momentos más críticos para el pueblo brasileño, en medio de la crisis sanitaria y económica de la pandemia del Covid-19, por una desafortunada coincidencia, estamos pasando por una amplia reforma curricular impulsada por la publicación del “Base Nacional Común Curricular – BNCC”, en 2018, un documento orientador de los currículos nacionales que desconocía la Historia de las Matemáticas, así como nuestra gran tradición

en la investigación y enseñanza de la Etnomatemática. Por otro lado, los documentos curriculares complementarios publicados en 2019: “Referencias Curriculares para la Elaboración de Itinerarios de Formación” y “Temas Contemporáneos Transversales en la BNCC: Contexto Histórico y Supuestos Pedagógicos” colocaron a los docentes brasileños frente a un vacío fértil, lleno de desafíos y posibilidades. Discutir este escenario educativo es el objetivo central de este artículo. Se trata de una investigación cualitativa, bibliográfica y documental, que se centra en los documentos del currículo brasileño y la investigación basada en la Etnomatemática, con el fin de tratar de responder a nuestra pregunta de investigación “¿Cuáles son los principales desafíos y posibilidades para la promoción de la Etnomatemática en la Educación Básica Brasileña, en el contexto de la actual reforma curricular, en una perspectiva interdisciplinar y transdisciplinar?”. Nuestro foco es la red de educación del estado de São Paulo, por ser la red de educación más grande de Brasil y por ser una de las primeras en elaborar un currículo guiado por la BNCC, además de un proyecto propio para la exploración de temas curriculares transversales, puesta en marcha y puesta en marcha de la Nueva Escuela Secundaria. Nuestros resultados muestran que, a pesar de la rigidez curricular promovida por la BNCC, todavía hay espacio para el desarrollo de propuestas educativas que aborden las necesidades locales, respetando las diferencias regionales y las peculiaridades de la cultura escolar, desde una perspectiva etnomatemática.

Palabras clave: etnomatemática. matemáticas y cultura. reforma curricular brasileña. base nacional común curricular. transdisciplinariedad.

Introdução

A publicação da Base Nacional Comum Curricular — BNCC (Brasil, 2018) trouxe avanços e retrocessos para a Educação Matemática brasileira. Dentre os retrocessos, é notável a ausência da História da Matemática e da Etnomatemática, presentes nos documentos norteadores curriculares anteriores (Brasil, 1997; 1998; 2002). Contudo, em documentos curriculares complementares à BNCC (Brasil, 2019a, 2019b), novas portas foram abertas. Nosso objetivo, neste artigo, é evidenciar possibilidades curriculares para a promoção da Etnomatemática na Educação Básica (0-17 anos), para responder à questão de pesquisa “Quais os principais desafios e possibilidades para a promoção da Etnomatemática na Educação Básica brasileira, no contexto da atual reforma curricular, em uma perspectiva interdisciplinar e transdisciplinar?” Na próxima seção, apresentaremos os nossos aportes teóricos, com base na organização intelectual do Programa Etnomatemática por Ubiratan D'Ambrosio.

Marco teórico

A Etnomatemática surgiu na década de 1970, fruto de críticas ao ensino tradicional da Matemática, que supervalorizava as contribuições dos gregos como berço da filosofia e da ciência, menosprezando conhecimentos oriundos de outras culturas, uma visão de mundo imbuída de um viés estruturalista presente naquilo que se convencionou chamar de Movimento da Matemática Moderna. Assim, a Etnomatemática se apresenta, em contraposição a essa concepção, em uma perspectiva existencialista, com elementos do humanismo e do historicismo. Ela pode ser definida como o conjunto de manifestações matemáticas que são próprias de grupos culturais (D'Ambrosio, 1985). A palavra Etnomatemática é conceitual pois toma por base os termos *techné*, *mátema* e *etno*. Segundo D'Ambrosio, o Programa Etnomatemática considera a aquisição de conhecimento, de fazer(es) e de saber(es) que permitam aos seres humanos a sobrevivência e transcendência, por meio de maneiras, de técnicas, de arte (*techné* ou 'ticas') de explicar, de conhecer, de entender, de lidar com, de conviver com (*mátema*) a realidade natural e sociocultural (*etno*) na qual estão inseridos (D'Ambrosio, 2005).

A Etnomatemática, segundo D'Ambrosio (2001, p. 9) é uma “subárea da História da Matemática e da Educação Matemática, com relação natural com a Antropologia e Ciências da Cognição”. Esse autor ressalta que é “evidente a dimensão política da Etnomatemática”. O homem é essencialmente político e

suas práticas, conscientemente ou não, assumem esse caráter. Por isso, a Etnomatemática é “embebida de ética, focalizada na recuperação da dignidade cultural do ser humano”. Essa perspectiva d’ambrosiana se mostra atual, quando em nosso país muitos defendem uma proposta de escola sem partido, supostamente apolítica, mas na verdade alinhada a valores ideológicos de um poder sustentado por uma parcela da sociedade, dominante, excludente, de extrema direita. De acordo com D’Ambrosio (2001m):

A dignidade do indivíduo é violentada pela exclusão social que se dá, muitas vezes, por não passar pelas barreiras discriminatórias estabelecidas pela sociedade dominante, inclusive e principalmente, no sistema escolar. Mas também por fazer, dos trajes tradicionais dos povos marginalizados, fantasias, por considerar folclore seus mitos e religiões, por criminalizar suas práticas médicas. E por fazer de suas práticas tradicionais e de sua matemática, mera curiosidade, quando não motivo de chacota. (D’Ambrosio, 2001, p. 9)

A Etnomatemática considera o conhecimento humano resultante “de um longo processo cumulativo de geração, de organização intelectual, de organização social e de difusão” (D’Ambrosio, 2007, p. 16), elementos não contraditórios, muitas vezes complementares, que se influenciam mutuamente, neste processo extremamente dinâmico e infundável. Segundo esse autor, “o presente, como interface entre o passado e o futuro, manifesta-se pela ação” (D’Ambrosio, 2007, p. 20). Dessa forma, para a exploração de conhecimentos, em ambiente escolar, é imprescindível levar em conta aspectos históricos, sociais, culturais e políticos da realidade. No enfoque holístico de D’Ambrosio (2007), a aquisição e desenvolvimento do conhecimento mobilizam as dimensões sensorial, intuitiva, emocional e racional. Infelizmente, os livros didáticos e as propostas curriculares que os orientam têm supervalorizado essa última dimensão em detrimento das demais, bem como enfatizado aspectos individuais sobre os sociais.

A Matemática é compreendida como um conhecimento necessário para a sobrevivência dos indivíduos e espécies e para a transcendência que distingue a humanidade das demais espécies no planeta. D’Ambrosio (2016, p. 73) ressalta que o “indivíduo só se torna humano quando ele exerce a sua ação tomando consciência e reconhecendo-se como uma realidade multidimensional: interior, social, planetária e cósmica”. A apreensão de uma realidade assim não pode ser concretizada por uma abordagem estritamente matemática ou outra qualquer disciplinar. Assim, se faz necessária uma leitura interdisciplinar e transdisciplinar. Para D’Ambrosio (2016, p. 107), “a Matemática escolar é um “substrato de uma reunião de modelos do mundo real, originários de situações e problemas concretos de antanho e que, ao longo da História, foram estruturados em sistemas de códigos e métodos próprios à disciplina”. Esses elementos, entretanto, não bastam, pois “os códigos e métodos são parte de um contexto cultural”, dotado de historicidade. Não são “universais nem permanentes”.

O professor deve “conhecer a sociedade em que atua e ter uma visão crítica dos seus problemas maiores, bem como do ambiente natural e cultural” (D’Ambrosio, 2016, p. 129. Deve extrapolar o engessamento curricular. O currículo, segundo D’Ambrosio (2016, p. 33) consiste em um “conjunto de estratégias para se atingir as metas da educação. Tem como componentes solidários objetivos, conteúdos e métodos”. Esses são elementos indissociáveis pois “não se pode alterar um dos componentes sem que se alterem os outros dois”. Além disso, considera que um currículo baseado “no ensino crítico de instrumentos comunicativos (literacia), instrumentos analíticos/simbólicos (materacia) e instrumentos materiais (tecnoracia) é uma resposta educacional às expectativas de eliminação de iniquidade e violação da dignidade humana, primeiro passo para a justiça social”.

As amarras curriculares preocupavam D’Ambrosio (2007, p. 59), por desconsiderarem realidades locais, impondo uma Matemática alheia às peculiaridades de cada cultura, mais ainda, alheia a quaisquer manifestações de conhecimentos matemáticos que não sejam da ciência Matemática, que não seja a Matemática escolar. Para este autor, isso se reflete nas avaliações institucionais em larga escala, pois “não pode haver dúvida quanto ao prejuízo que acarretarão os testes nacionais, bem como um currículo obrigatório em todo país”. Sob esse ponto de vista, podemos perguntar: experimentamos agora, quinze anos depois, uma arriscada zona de um conforto decorrente da BNCC (Brasil, 2018) quando padronizou, no papel, os 60% comuns dos currículos de todas as escolas do território nacional? Certamente! E essa ideia de conforto reflete uma visão limitada de risco.

Por outro lado, a Base deixou os demais 40% para adaptações e adequações possíveis, explorando a interdisciplinaridade e a transdisciplinaridade e estimulando a criatividade e a participação social, cultural, política, numa complexa e fascinante zona real de riscos capazes de manter vivos os objetivos principais da Educação Integral e da formação para o exercício pleno da cidadania. Isso está de acordo com Brasil (2018, p. 5), ao apresentar a BNCC com a afirmação de que esta vai “garantir o conjunto de aprendizagens essenciais aos estudantes brasileiros, seu desenvolvimento integral por meio das dez competências gerais para a Educação Básica, apoiando as escolhas necessárias para a concretização dos seus projetos de vida e a continuidade dos estudos.”. Na perspectiva do Programa Etnomatemática, D’Ambrosio (2001) considera que o caráter holístico da Educação pressupõe:

- a) o aluno que está no processo educativo como indivíduo procurando realizar suas aspirações e responder às suas inquietudes;
- b) sua inserção na sociedade e as expectativas da sociedade com relação a ele;
- c) as estratégias dessa sociedade para realizar essas expectativas;
- d) os agentes e os instrumentos para executar essas estratégias;
- e) o conteúdo que é parte dessa estratégia (D’Ambrosio, 2001, p. 69)

Os temas transversais, para D’Ambrósio (2016, p. 162) “só podem ser abordados segundo uma visão holística e num enfoque transdisciplinar” uma vez que “as próprias ciências – no conceito que predomina na educação, Matemática, Física, Química, etc. – devem ser contempladas em um relacionamento íntimo, numa verdadeira simbiose”.

A BNCC (Brasil, 2018) prescreve a interdisciplinaridade e a transdisciplinaridade, contudo, não esclarece como isso pode ser feito. Do tripé que sustentaria uma proposta curricular em uma concepção d’ambrosiana, constituído pelos componentes solidários: objetivos, conteúdos e métodos, a BNCC parece ter se preocupado mais com os dois primeiros. Os objetivos estão associados ao desenvolvimento das habilidades e competências nela elencadas, ao passo que os conteúdos se manifestam nos objetos de conhecimento. Quanto aos métodos, a BNCC é bem vaga. Ela defende a promoção de metodologias ativas, norteadas pela perspectiva da resolução de problemas, assim como do trabalho cooperativo e do colaborativo, ressaltando o valor das competências socioemocionais, mas não vai muito além disso. D’Ambrosio (2016, p. 191) assevera que a “cooperação corresponde ao que poderíamos chamar de comportamento científico”. Para ele, a cooperação é a grande responsável pela “origem do homo faber: uma pedra lascada ou uma alavanca são modelos de cooperação homem-natureza”.

Diante disso, julgamos relevante investigar, nos documentos norteadores dos novos currículos brasileiros, possibilidades de promoção de ensino e aprendizagem interdisciplinares e transdisciplinares, que valorizem o trabalho cooperativo e colaborativo, respeitando valores históricos e culturais, segundo preceitos etnomatemáticos. A seguir, apresentaremos aspectos metodológicos de nossa pesquisa.

Metodologia

Trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa, de cunho documental, na perspectiva de Creswell e Creswell (2021). Debruçamo-nos sobre os seguintes documentos curriculares brasileiros: Parâmetros Curriculares Nacionais — PCN (Brasil, 1997; 1998; 2002), BNCC (Brasil, 2018), Referenciais Curriculares para a Elaboração de Itinerários Formativos (Brasil, 2019a), Temas Contemporâneos Transversais na BNCC: Contexto Histórico e Pressupostos Pedagógicos (Brasil, 2019b), Currículo Paulista (São Paulo, 2019; 2020) e Matrizes das Unidades Curriculares dos Aprofundamentos que compõem os Itinerários Formativos (São Paulo, 2022), para analisar suas propostas para o ensino e a aprendizagem que permitam o desenvolvimento dos estudantes em uma perspectiva etnomatemática. Na seção seguinte, traremos alguns dos resultados de nossas investigações.

Resultados e discussão

Os PCN (Brasil, 1997; 1998; 2002), segundo Passos (2015, p. 7) asseguraram a “presença da etnomatemática como possibilidade pedagógica para orientar a prática dos professores”. Mota e Cavalari (2022, p. 4) asseveram que “Os PCN, expõem, mesmo que de forma sucinta, a relevância da Etnomatemática” embora reconheçam que “esse material não se aprofunda nos pressupostos que fariam com que o currículo matemático se sustentasse numa abordagem Etnomatemática”. Esses autores identificaram um considerável número de artigos afins publicados após a publicação dos PCN, sobretudo nos segmentos de Educação de Jovens e Adultos (EJA) e Educação do Campo. Mota e Cavalari (2022, p. 17) acrescentam que “...nesses trabalhos, há uma relação entre a abordagem Etnomatemática e as metodologias de Resolução de Problemas, de Investigação Matemática e, em especial, da Modelagem Matemática”.

Contudo, os PCN, como observa Bandeira (2012, p. 21), propõem-se a ser apenas um documento de referência para que as escolas organizem suas propostas curriculares”, diferentemente da BNCC (Brasil, 2018), que assume um caráter normativo e regulador sobre os currículos em todo o território brasileiro. Bandeira (2012, p. 27) identificou nos PCN, conhecimentos matemáticos categorizados em “Procedimentos de contagem, Medição de comprimentos e de áreas, Medição de volume, Medição de tempo, Proporcionalidade e Comercialização, à luz das concepções d’ambrosianas de Etnomatemática”, com potencial para exploração no Ensino Fundamental.

A título de exemplo, Cortes, Rosa e Orey (2017) ressaltam que os PCN do Ensino Médio destacam que “o ensino de funções é importante para garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas (...) em matemática e de outras áreas”, em consonância com Rosa (2010) que “argumenta que o conhecimento matemático é necessário para a compreensão de uma diversidade de situações da vida cotidiana, servindo, também, como instrumento de investigação e apoio para outros campos do conhecimento”. Assim, esses autores reconhecem uma potencial “conexão entre os conceitos abstratos presentes no processo de ensino e aprendizagem de função com a sua concepção contextualizada no âmbito escolar”, amparada nos PCN.

A BNCC (Brasil, 2018), contudo, não faz nenhuma menção direta à Etnomatemática, como observa Silva (2021). Essa palavra não aparece nas 600 páginas desse documento, o que nos causa espanto, em um país com tão grande tradição nessa área. Mesmo a História da Matemática é mencionada diretamente uma única vez (Brasil, 2018, p. 299): “para a aprendizagem de certo conceito ou procedimento, é fundamental haver um contexto significativo para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria História da Matemática”, com a ressalva de que “é necessário que eles desenvolvam a capacidade de abstrair o contexto, apreendendo relações e significados, para aplicá-los em outros contextos”.

Contudo, ainda que não haja essa menção direta, a BNCC abre portas para a exploração de uma Matemática que faça sentido para o estudante, embasada em princípios etnomatemáticos que valorizem elementos históricos e multiculturais. Avaliando as dez competências gerais na BNCC, válidas para toda a Educação Básica, em todos os seus componentes curriculares, que envolve a Educação Infantil (0-5 anos), Ensino Fundamental (6-14 anos) e Ensino Médio (15-17 anos) destacamos as competências:

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva. 3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural. 6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade. 9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza (Brasil, 2018, p. 9-10, grifo nosso)

No segmento de Educação Infantil, para estudantes com idades de 4 a 6 anos, temos:

Campo de experiências	Código	Habilidade
O eu, o outro e o nós.	EI03EO06	Manifestar interesse e <u>respeito por diferentes culturas e modos de vida.</u>
Corpo, gestos e movimentos	EI03CG02	Demonstrar controle e adequação do uso de seu corpo em brincadeiras e jogos, <u>escuta e reconto de histórias, atividades artísticas, entre outras possibilidades.</u>
Traços, sons, cores e formas	EI03TS01	Utilizar sons produzidos por materiais, objetos e instrumentos musicais durante brincadeiras de faz de conta, <u>encenações, criações musicais, festas.</u>
Escuta, fala, pensamento e imaginação	EI03EF06	Produzir suas próprias <u>histórias orais e escritas</u> (escrita espontânea), em situações <u>com função social significativa.</u>
Espaços, tempos, quantidades, relações e transformações	EI03ET06	Relatar fatos importantes sobre seu nascimento e desenvolvimento, a <u>história dos seus familiares e da sua comunidade.</u>

Quadro 1: Habilidades potencialmente relacionadas à Etnomatemática, na Educação Infantil. Fonte: Brasil, 2018, p. 45-52, grifo nosso.

Dentre as oito competências matemáticas para o Ensino Fundamental, destacamos:

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho. 4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes. 7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza. 8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (Brasil, 2018, p. 267, grifo nosso)

Dentre as cinco competências matemáticas para o Ens. Médio na BNCC, destacamos:

2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática. [...] Para o desenvolvimento dessa competência, deve-se também considerar a reflexão sobre os distintos papéis que a educação matemática pode desempenhar em diferentes contextos sociopolíticos e culturais, como em relação aos povos e comunidades tradicionais do Brasil, articulando esses saberes construídos nas práticas sociais e educativas. 3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. [...] As habilidades indicadas para o desenvolvimento dessa competência específica estão relacionadas à interpretação, construção de modelos, resolução e formulação de problemas matemáticos envolvendo noções, conceitos e procedimentos [...] relativos tanto à própria Matemática, como às outras áreas do conhecimento. [...]

Nesse sentido, os problemas cotidianos têm papel fundamental na escola para o aprendizado e a aplicação de conceitos matemáticos, considerando que o cotidiano não se refere apenas às atividades do dia a dia dos estudantes, mas também às questões da comunidade mais ampla. 4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas. As habilidades vinculadas a essa competência específica tratam da utilização das diferentes representações de um mesmo objeto matemático na resolução de problemas em vários contextos, como os socioambientais e da vida cotidiana. (Brasil, 2018, p. 534-538, grifo nosso)

Em documento complementar à BNCC, são apresentados os novos Temas Contemporâneos Transversais — TCT (Brasil, 2019b), para toda a Educação Básica:

Macroáreas	TCT
<u>Cidadania e civismo</u>	Direitos da Criança e do Adolescente; <u>Educação em Direitos Humanos</u> ; Educação para o Trânsito; Processo de Envelhecimento, respeito e valorização do Idoso; <u>Vida Familiar e Social</u>
Ciência e Tecnologia	Ciência e Tecnologia
<u>Economia</u>	<u>Educação Financeira</u> ; Educação Fiscal; <u>Trabalho</u>
<u>Meio ambiente</u>	<u>Educação Ambiental</u> ; Educação para o Consumo
<u>Multiculturalismo</u>	<u>Diversidade Cultural</u> ; <u>Educação para valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais brasileiras</u>
Saúde	Educação Alimentar e Nutricional; Saúde

Quadro 2: - TCT, por macroáreas temáticas. Fonte: Brasil, 2019b, p. 13, grifo nosso.

D'Ambrosio (2016, p. 53) assevera que “a primeira fonte de conhecimento é a realidade na qual estamos imersos, o conhecimento é gerado holisticamente, de maneira total, e não seguindo qualquer esquema e estruturação disciplinar”. Considerando a realidade multifacetada dessa realidade, admite-se que a “transdisciplinaridade é um enfoque holístico, que procura elos entre peças que por séculos foram isoladas” (p. 54). Os TCT criam possibilidades de exploração que podem preencher lacunas identificadas na BNCC assim como os Itinerários Formativos — IF (Brasil, 2019a), embora esses últimos sejam restritos ao segmento do Ensino Médio.

O Estado de São Paulo foi um dos primeiros a elaborar um currículo para o Ensino Fundamental (São Paulo, 2019) e Médio (São Paulo, 2020), adequado à BNCC (Brasil, 2019). Para o Novo Ensino Médio, elaborou um “cardápio” de IF, responsáveis por 40% da carga horária desse segmento. Na primeira oferta, no final de 2021, para estudantes que cursariam o 2º ano do Ensino Médio no ano de 2022, disponibilizou 244 (duzentos e quarenta e quatro) novas componentes curriculares, contemplando quatro eixos estruturantes: Empreendedorismo; Processos Criativos; Investigação Científica; Mediação e Intervenção Sociocultural. Desse cardápio, destacamos:

Unidade Curricular	Componente Curricular – Itinerário Formativo
No mundo tudo está interligado	As narrativas históricas e sua produção material e imaterial
Em que mundo vivemos?	Globalização e mudanças sociais
Sustentabilidade: qual é a pegada?	Povos Tradicionais seus sentidos e significados
O direito a ter direitos	Direitos Humanos e Cultura de Paz
Cenários, pontes e trilhas	Muros e pontes: sociedade, tecnologia e informação
Muito além das palavras	Luta como prática cultural
Educação financeira sustentável	A influência da mídia no consumo dos jovens

Conexão: matemática na natureza e na arte	A música e a matemática
O indivíduo e o ambiente	Aspectos socioculturais da alimentação
Ação humana e suas consequências	Sociedade e desenvolvimento territorial
Tecnologia e sustentabilidade	Tecnologias sustentáveis
Mundos que se conectam	Territórios, territorialidades e fronteiras culturais; Etnicidade e território
Produção em contexto global	Modos de vida: hábitos culturais e o uso dos recursos naturais
Tradições e heranças culturais	Tradições culturais; Práticas corporais de lutas: heranças culturais; A cultura e seus sentidos
A tecnologia nas narrativas das relações sociais	“Nós, robôs”: as relações socioculturais e de trabalho no mundo digital; Tecnologia, comunicação e cultura
Compromissos com o patrimônio cultural e ambiental	Processos de assimilação e aculturação
Representações da humanidade: teorias e prática	Narrativas transmídias: construindo culturas
O direito a ter direitos: velhas disputas e novos olhares	Grupo de pesquisa do pluralismo cultural
Números também importam	Trabalho, política e pensamento econômico
De olho na informação	Os números por trás da informação; O conhecimento humano e sua aplicabilidade
Números também empoderam!	Comunidade e números: simples e imparcial; Histórias contadas por imagens
Números também são cultura!	Matemática nas diferentes culturas
Consumo, logo existo ...	Pensamento, política e trabalho; Cultura e trabalho
Indicadores sociais: o que isso muda na minha vida	Leitura e interpretação de dados socioeconômicos; Cidadania e as políticas públicas na desigualdade
Corpos em movimento: cultura e ciência	Expressões artísticas: corpo em movimento
O corpo que fala: expressão e (pre)conceitos	Um olhar sobre o corpo: ontem e hoje; O corpo no mundo globalizado
O corpo na mídia e suas múltiplas representações	A cultura do corpo na mídia; Representações do corpo na mídia
Cidades e comunidades sustentáveis	Funções: consumo e preservação do meio
Consumo e produção responsáveis	Pegada ecológica
Como se tornar um resolvidor de problemas?	Pensamento e resolução de situações problema
Como se tornar um consumidor mais consciente?	A relação entre números e mídia: dados e escolhas
Quem define o que é o belo?	Números e padrões da beleza
Eureka! Rumo a novos desafios!	Núcleo de estudos: resolução de problemas

Quadro 3: IF com potencial para exploração etnomatemática. Fonte: São Paulo, 2022

Cada IF acima citado tem uma habilitação prioritária e até três habilitações alternativas, configurando a não exclusividade de nenhuma disciplina, mas a transdisciplinaridade. Na próxima seção, apresentaremos algumas de nossas considerações finais.

Considerações finais

Apesar dos equívocos epistemológicos, das falhas processuais em sua elaboração, das indefinições teórico-metodológicas e das lacunas curriculares, das quais destacamos a ausência da Etnomatemática e da História da Matemática, reconhecemos elementos etnomatemáticos permeando habilidades e competências no campo da Matemática. Além disso, a presença dos quinze TCT (como Educação para valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais brasileiras) e dos diversos IF (como Matemática nas diferentes culturas), evidenciam promissoras possibilidades de exploração. Contudo, apontamos para dois desafios na implantação e implementação dessa proposta: Como garantir a concretização do que foi proposto? Como assegurar uma formação continuada que permita que o professor atenda a tantas demandas (para as quais não foi preparado, em sua formação inicial) e, ao mesmo tempo, respeite a realidade cultural na qual comunidade escolar está inserida? Se não houver uma ampla revisão curricular nos cursos superiores e grandes investimentos em políticas públicas de formação continuada, as propostas da BNCC, dos TCT e dos IF, estarão fadadas ao mesmo destino dos PCN: se tornar apenas uma carta de intenções. Para D'Ambrosio (2004), a Matemática encontra-se “engaiolada” no seu sistema e a resposta só pode ser procurada saindo da “gaiola”. É hora de voar para além dessa gaiola epistemológica.

Referências

- Bandeira, F. (2012). Pedagogia etnomatemática: uma proposta para o ensino de matemática na educação básica. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática: Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática*, 5(2), 21-46.
- Brasil. (1997). Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Ensino Fundamental I*.
- Brasil. (1998). Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Ensino Fundamental II*.
- Brasil. (2002). Ministério da Educação. *PCNs+ Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais*.
- Brasil. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Ministério da Educação.
- Brasil. (2019a). *Referenciais Curriculares para a Elaboração de Itinerários Formativos*. Ministério da Educação.
- Brasil. (2019b). *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC: Contexto Histórico e Pressupostos Pedagógicos*. Ministério da Educação.
- Cortes, D. P. O., Rosa, M. & Orey, D. C. (2017). Traduzindo Dialogicamente as Práticas Laborais de um Feirante por meio da Etnomodelagem. *Boletim do LABEM*, 8(14), 106-123.
- Creswell, J. W. & Creswell, J. D. (2021). *Projeto de pesquisa - Métodos qualitativo, quantitativo e misto*. 5ª edição. Penso Editora.
- D' Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the learning of Mathematics*, 5(1), 44-48.
- D'Ambrosio, U. (2001). *Etnomatemática - elo entre as tradições e a modernidade*. Editora Autêntica.

-
- D'Ambrosio, U. (2004). Gaiolas epistemológicas: habitat da ciência moderna. In: *Anais do II Congresso Brasileiro de Etnomatemática*, pp. 136-140. Natal.
- D'Ambrosio, U. (2005). Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. *Educação e pesquisa*, 31, 99-120.
- D'Ambrosio, U. (2007). *Educação Matemática: da teoria à prática*. Papirus Editora.
- D'Ambrosio, U. (2016). *Educação para uma sociedade em transição*. LF Editora.
- Mota, H. G., & Cavalari, M. F. (2022). Etnomatemática no ensino: um estudo nos trabalhos publicados em anais do Encontro Nacional de Educação Matemática. *Research, Society and Development*, 11(1), 1-18.
- Passos, C. M. (2015). Etnomatemática em movimento: definindo caminhos a partir do movimento da etnomatemática. In: XIX Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. Juiz de Fora: *Anais do XIX EBRAPEM*.
- Rosa, M. (2010). *A mixed-methods study to understand the perceptions of high-school leaders about ELL students: The case of mathematics*. College of Education. Sacramento, CA: California State University, Sacramento.
- São Paulo. (2019). *Currículo Paulista: Ensino Fundamental*. São Paulo: Secretaria da Educação do Estado de São Paulo – SEDUC/SP.
- São Paulo. (2020). *Currículo Paulista: Ensino Médio*. São Paulo: Secretaria da Educação do Estado de São Paulo – SEDUC/SP.
- São Paulo. (2022). *Matrizes das Unidades Curriculares dos Aprofundamentos que compõem os Itinerários Formativos*. São Paulo: SEDUC/SP.
- Silva, M. R. D. S. (2021). *Educação do campo, etnomatemática e BNCC: reflexos de uma formação continuada de professores na construção de orientações curriculares de matemática para os anos finais do Ensino Fundamental*. 300 f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Ji-Paraná: Universidade Federal de Rondônia.

UNINCORPORATED

A DUOETHNOGRAPHY OF REHUMANIZING MATHEMATICS FROM GUÅHAN AND THE US VIRGIN ISLANDS

UNINCORPORATED

Uma duoetnografia de matemática reumanizadora de Guåhan e das Ilhas Virgens Americanas

UNINCORPORATED

Una duoetnografia de la rehumanización de las matemáticas de Guåhan y las Islas Virgenes de EE. UU.

Richard Carlos L. Velasco
(University of Oklahoma, USA)
richard.velasco@ou.edu

Ashly Powell
(University of Oklahoma, USA)
Ashly.L.Powell-1@ou.edu

Recibido: 02/07/2023

Aprobado: 02/07/2023

ABSTRACT

In this paper, the authors take part in a duoethnographic dialogical and reflective conversation about their experiences in mathematics teaching and learning in two unincorporated United States (US) territories (Guåhan and the US Virgin Islands) and discuss how such differed from experiences since moving to the US mainland. The two authors are in a professional mentor-mentee relationship and currently work at a large research university in the central US. Informed by recent experiences since living in the US mainland, the authors used the edited book, “Rehumanizing Mathematics for Black, Indigenous, and Latinx Students” by Goffney et al. (2018) to ground their reflections and discussion. The Rehumanizing Mathematics conceptual framework was used as a sociopolitical lens to guide their dialogic exchange. As duoethnography was used as the methodological approach to analyze the discussion and reflections, the authors were the focal sites of research. Findings from this duoethnography revealed three themes: (1) a recollection of race, culture, language in mathematics; (2) math classrooms as familial community; and (3) culturally responsive mathematics. The paper concludes with implications of these findings for researcher and practitioner communities.

Keywords: rehumanizing mathematics. US territories. math education. duoethnography.

RESUMO

Neste artigo, os autores participam de um diálogo duoetnográfico e reflexivo sobre suas experiências no ensino e aprendizagem de matemática em dois territórios não incorporados

dos Estados Unidos (Guãhan e Ilhas Virgens Americanas) e discutem como tais experiências diferiram das experiências desde a mudança para o continente dos Estados Unidos. Os dois autores têm uma relação profissional de mentor-mentorado e atualmente trabalham em uma grande universidade de pesquisa no centro dos Estados Unidos. Baseados em experiências recentes desde que se mudaram para o continente dos Estados Unidos, os autores utilizaram o livro editado "Rehumanizing Mathematics for Black, Indigenous, and Latinx Students" de Goffney et al. (2018) para embasar suas reflexões e discussão. O arcabouço conceitual da Rehumanizing Mathematics foi usado como uma lente sociopolítica para guiar seu intercâmbio dialógico. Como a duoetnografia foi usada como abordagem metodológica para analisar a discussão e as reflexões, os autores foram os focos da pesquisa. Os resultados desta duoetnografia revelaram três temas: (1) uma recordação de raça, cultura e linguagem na matemática; (2) salas de aula de matemática como comunidade familiar; e (3) matemática culturalmente responsiva. O artigo conclui com as implicações dessas descobertas para as comunidades de pesquisadores e praticantes.

Palavras-chave: rehumanização da matemática, territórios dos EUA, educação matemática, duoetnografia.

RESUMEN

En este artículo, los autores participan en una conversación dialógica y reflexiva duoetnográfica sobre sus experiencias en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en dos territorios no incorporados de los Estados Unidos (EU) (Guãhan y las Islas Vírgenes de los EU). Los dos autores tienen una relación profesional de mentor-mentee y actualmente trabajan en una gran universidad de investigación en el centro de los EU. Informados por experiencias recientes desde que vivieron en los EU. continentales, los autores utilizaron el libro editado, "Rehumanizing Mathematics for Black, Indigenous, and Latinx Students" de Goffney et al. (2018) para fundamentar sus reflexiones y discusiones. El marco conceptual de Rehumanizing Mathematics se utilizó como un lente sociopolítico para guiar su intercambio dialógico. Como la duoetnografía fue utilizada como abordaje metodológico para analizar la discusión y las reflexiones, los autores fueron los lugares focales de la investigación. Los hallazgos de esta duoetnografía revelaron tres temas: (1) un recuerdo de raza, cultura, lenguaje en matemáticas; (2) aulas de matemáticas como comunidad familiar; y (3) matemáticas culturalmente sensibles. El documento concluye con las implicaciones de estos hallazgos para las comunidades de investigadores y profesionales.

Palabras clave: rehumanización de las matemáticas. territorios de los Estados Unidos. educación matemática. duoetnografía.

Introduction

In the edited book, *Rehumanizing Mathematics for Black, Indigenous, and Latinx Students* (*Rehumanizing Mathematics*, henceforth; Goffney et al., 2018) published by the National Council of Teachers of Mathematics, Gutierrez (2018) promotes a sociopolitical conceptual framework of *rehumanizing mathematics* (RM) that positions students from historically and systemically marginalized groups as creators, and not just doers, of mathematics. RM means countering predominant narratives by interrogating who belongs to and succeeds in mathematics. It brings to light the prevalence of hegemony and challenges supremacy and power to re-position those whose experiences have been dehumanized by systems and groups that claim to be the authorities of mathematics. The use of the term *rehumanizing*, as opposed to merely *humanizing*, is intentional as a means of restoring identities in mathematics that have been erased due to dehumanizing practices. Gutierrez's (2018) RM framework consists of eight dimensions: (1) participation/positioning, (2) cultures/histories, (3) windows/mirrors, (4) living practice,

(5) creation, (6) broadening mathematics, (7) body/emotions, and (8) ownership (See Table 1 for brief descriptions of the RM dimensions).

Dimension	Brief Descriptor
Participation/positioning	Refers to the hierarchies at play in a classroom and shifting authority from the teacher or text to the student.
Cultures/histories	Takes into consideration students' cultural backgrounds or their funds of knowledge.
Windows/mirrors	Students being able to see themselves in mathematics as well as have a glimpse into the lives of others.
Living practice	Recognizing different practices in mathematics.
Creation	The autonomy that students are given to invent new algorithms or ways of knowing.
Broadening mathematics	Refers to going beyond mathematics that is taught in school curriculum.
Body/emotions	Allowing students the opportunity to conjure up feelings of joy or use of their body.
Ownership	Viewing mathematics as doing something for oneself.

Table 1: Brief descriptions of the right dimensions of the *Rehumanizing Mathematics* framework (Gutierrez, 2018).

For many people, mathematics is seen as the most neutral of disciplines and should not have any space for conversations surrounding race and politics (Gutierrez, 2013). The predominant mathematics discourse, at least in the United States (US), points to the widening achievement gap among racial groups, but fails to consider that such a case is heavily due to inequities in access and opportunity and who is situated in power more than anything else. As much as we try to avoid them in the discourse of mathematics achievement, issues of race and politics in math education are inevitable. To continue disrupting this discourse of the achievement gap, in this paper we consider RM a sociopolitical and conceptual lens as our epistemological, ontological, and axiological view of mathematics education and discuss our historically lived experiences of mathematics teaching and learning. While there has been a paradigm shift in refocusing math education in more sociocultural and political matters (Felton-Koestler, 2017; Gutierrez, 2013), we believe that the sharing of our stories and experiences provide an additional interesting and unique take on the matter since we are originally from and grew up in US territories—Guåhan (the Indigenous term for Guam) and the US Virgin Islands (USVI), respectively—and are now currently living in the contiguous US. For clarity, our nationalities are US American as individuals born in a US territory are bona fide US citizens, but many consider the US territories to be modern day colonies (Bastian, 2001; Bevacqua & Cruz, 2020; Malavet, 2004) to which we also ascribe. Furthermore, we are intentional in avoiding the sole term, ‘American,’ to acknowledge and recognize the population of people from the larger, global Americas.

In terms of education research, not much has been studied about the teaching and learning of mathematics in these specific contexts. Indeed, there is a visible invisibility regarding data and experiences about math education in a more global scale when the territories are problematically clumped under one umbrella category—the US (Castillo, 2022). However, scant in the literature and

something that we need to consider is whether or not these data are reflective of mathematical learning experiences that are ongoing and happening in the US territories, specifically. Thus, using RM as a conceptual lens, we sought to begin this line of inquiry and add to this gap in the literature by beginning with sharing stories from our selves. The overarching research question that drove our inquiry and this initial study was, *what were our experiences of math education growing up in a US territory and how are they informed by a RM lens?*

Methodology: Duoethnography as Dialogic Reflection

Given the nature of bilateral story sharing of our historically lived experiences, we employed duoethnography as methodology (Sawyer & Norris, 2012) to reflect upon our dialogic conversation regarding our experiences with math education in our respective US territories. As authors of this underexplored area of research and investigation, we also found duoethnography to be a suitable approach because it has “the potential of being accessible to a wider population than does conventional scholarship” (p. 78). By making this study more accessible to a wide population, we seek to further expand conversations surrounding issues of race and politics in mathematics and mathematics education.

Authors as Sites of Duoethnographic Research

In duoethnography, the authors are the sites of research, and their dialogic conversation serves as data for analysis (Sawyer & Norris, 2012). As such, we wish to briefly describe our geographical origins and acknowledge our professional mentor-mentee relationship as participants and sites of research for this study. The first author, Richard, was born and raised in Guåhan and identifies as cisgender Filipino American. Richard was a former secondary math teacher in Guåhan, has also taught secondary mathematics in the US, and is currently an assistant professor of mathematics education at a large research university in the southwest region of the US. The second author, Ashly, was born and raised in USVI and identifies as Virgin Islander. Ashly studied mathematics in her undergraduate education experience in USVI, then moved to the US to begin her graduate studies in pure mathematics. She has since transferred to the math education graduate program where Richard works and is currently assigned. Since finding out that we both are originally from and grew up in US territories, we have been interested in knowing about each other’s respective early experiences in teaching and learning mathematics. Furthermore, we were also interested in how our experiences compared to and/or contrasted those presented in the discussions surrounding RM.

For 10 weeks from August to October 2022, we met once a week for 30 minutes to discuss and reflect upon the chapter readings in the *Rehumanizing Mathematics* text (Goffney et al., 2018). To assist with creating a review of literature, Ashly also created a running annotated bibliography of the chapters, providing brief summaries of the entries as well as her reflective thoughts. The annotated bibliography was a shared document between the both of us, so Richard was also able to add in his reflections of the readings to the live document. We used these reflections in the annotated bibliography as talking points to help guide our dialogic reflections. At the end of 10 weeks, we had one final 30-minute discussion giving our overall reflections of the edited book as well as shared lived experiences relative to the content of the text. Given that this was a final overall reflection of the text and our experiences, we recorded and transcribed the session—using Otter.ai (2022) online transcription software—as additional data for this study. We met two more times thereafter to review our recordings and refine transcription software errors for closer analysis, examination, and discussion of data points (i.e. conversation passages) which evoked further analysis. We analyzed passages of our dialogic conversation using RM as a conceptual lens and looked for points in our dialogue that highlighted any of the dimensions described in Table 1 in the Introduction section above. We then compared our analysis with prior weeks’ discussions and reflections of the chapters from the *Rehumanizing Mathematics* text which in turn resulted in emergent themes.

Findings with Discussion

We uncovered three overarching themes based on our dialogic conversation and reflections about the intersections of our historical lived experiences and the contents of the *Rehumanizing Mathematics* text: (1) Recalling race, culture, language in a math classroom; (2) math classrooms as familial community; and (3) culturally responsive mathematics. While there is no set template on how duoethnographic research is presented (Breault, 2016; Sawyer & Norris, 2012), we chose to follow the structure of duoethnographies that showcased similar dialogic conversations (e.g., Banegas & del Pozo Beamud, 2022; Banegas & Gerlach, 2021; Rose & Montakantiwong, 2018). That is, we juxtaposed our transcribed dialogic reflection under its emergent theme, then follow that dialogue with discussions in the paragraphs thereafter.

Theme 1: Recalling culture, race, and language in a math classroom

Illuminating this first theme, our discussion centred on our early educational experiences with culture, race, and language as US citizens but in a completely different and separated cultural context from that of the continental US. We had a conversation about mirrored cultures with our math teachers, accents, and other forms of English. The dialogue went as follows:

- Ashly: Some of the articles resonated with me because I'm also Black myself. So, like looking back, it made think about my elementary and secondary schooling to see if I see the connection, and I have seen it. Creating relationships between students and teachers is actually helpful in rehumanizing math. Because once you have a connection or understanding of the students, you're able to create math concepts or materials that can help us get in there and help them build self-efficacy and mathematical concepts or be confident in their mathematical skills. Do you understand where I'm coming from? Different people come from different places. They don't be the same, even though we're in America, all Americans are not the same,
- Richard: Right, right.
- Ashly: Growing up in the Virgin Islands, everyone's...not everyone's the same. But we grew up with the same culture. Majority of my teachers were Black, so I didn't experience that teaching with students are taught by predominantly white teachers and feeling that they are not confident in their own mathematics. Because my teachers were Black, they understand the culture because we shared it. So, one of the chapters said, "If you share...it's very helpful to help students of color if they share the same race and culture. So, because of that, I've never really experienced the way or how Black students here in America have been taught or how they've been talked down to, like put in a special education course, because they take time to learn. So, I've never experienced that myself.
- Richard: It's interesting, because I know that is important, but I remember growing up when I was going to school in Guåhan, my mom...actually, this was very common with other Filipino parents who moved to Guåhan. I'll never forget, my mom saying, "No, I'm not going to put you with that teacher because she has a really strong Filipino accent," even though we're from the Philippines. But my mom wanted our English to be really well. So she didn't want us to be in a class where the teacher's English accent was not that great. So, it's very interesting because that's like colonial mentality, too. You know, that thinking of wanting to sound white, or like whiteness prevailing again, just being the norm, even for people of color.

-
- Ashly: I'll tell you, shoot, the teachers I had, like, their English, how we speak, we speak English, but we don't speak proper English. So, because of that aspect in the classroom, they speak improper English as Americans call it because we cut names short, or like sentences short. So, I've never experienced of how to speak English proper in a classroom, except for English class. It's different. But, in the math class, you use your language, because math is more of a pattern and not English.
- Richard: Right. There's more of that relationality because there's a common understanding of how your language is in your place, right? Yeah, so there's like jargon and specific idioms that they use that's not common here.
- Ashly: And that's how you can incorporate culture within a classroom. I just thought about that. Even though we speak English, but how we speak it is different. But I understand it to point like, this is our culture. She's my teacher and she teaches math. Majority of my teachers were female, black female.

In this exchange, the dimensions of *positioning/participation* and *windows/mirrors* were highlighted. In terms of positioning/participation, we discussed how our natural accents, though in English, had brought upon some form of self-consciousness within math spaces in the US. By mentioning the phrase, "proper English," Ashly situates the dominance of US English as being the standard language and discusses the feeling of embarrassment when having to speak in white spaces. She confirms this idea by referencing in the annotated bibliography a time when she was corrected for mispronouncing the number "three" as "tree" in one of her past math courses. Because of situations like this one, both Ashly and Richard reflected on numerous instances when they had to "code-switch" so that they would be deemed intelligent in their math classrooms. In other words, we were positioned to be in situationally immutable circumstances that disallowed the presence of our full selves (Jackson, 1999). Likewise, Richard referenced a time when he first realized that having a US-sounding accent was the standard for success in school and connects it to his reflection of moving to the US for the first time when students in his math class first commented on his "interesting" accent.

Meanwhile, in terms of the concept of mirrors, we also noticed a theme of representation in our discussion, but in somewhat opposing stances. Ashly referenced a more positive mirror experience when she saw herself reflected in her teachers who share the same race. Ashly brought up how she was able to relate to the article that referenced how having a teacher of the same race was impactful for her learning. She was able to empathize with the participants because that was essentially her experience growing up in USVI. That is, while she acknowledges that her experiences differed from Black students in the US, it was easier for her to establish connections and relationships with her teachers with whom she shared the same race in USVI. Richard, on the other hand, pointed to a more sobering experience. He recollected on conversations he had with his parents in the past about trying to avoid being in classrooms with teachers who had strong Filipino accents. He recalled an instance where his mom transferred him from an elementary class with a Filipino teacher to a class with a white teacher. The reason, as he had shared from what his mom has shared, was for him to learn "better English." It is evident through this conversation that while mirrored race between student and teachers in math classes are seen as important for relationships and connections, there still persists a dominant language ideology as deemed necessary to succeed in mathematics (Subtirelu, 2015).

Theme 2: Math classrooms as familial community

Another theme that was uncovered in our dialogic reflection was a sense of familial community within the math classroom.

- Ashly: I noticed that a lot of teachers are females recently now, or for like high school, and elementary. Because I feel like they are like motherly. So, because of that, we

expect for those kids who doesn't have that role model. I read it in this chapter one of the chapters today that they have this “other mother” mentality where they see or view their students as their own and they want to take care of them to succeed. So, because of that kinship or like community, they care. And they build a relationship with help students succeed. And I've noticed that possibly has happened to me in my classroom because I love all my math teachers.

Richard: Yeah, absolutely. So you grew a fondness or likeness towards the math subject or discipline because you had really great teachers who fostered that, that joy mathematics in you, would you say?

Ashly: So, to think about it, it's like a community base, because everyone is...I'm going to tell you the truth, the majority of my classmates were half of my cousins, or like extended family members or friends of friends. So that, like, everybody, it's a small island, so everybody know everybody. Sorry, I mean “everyone knows everyone.” So, because of that, they build a community of being like, parents coming in to check on the kids and that relationship builds structure and understanding for each kid so the teacher should be able to combine everybody's background into one. So, like, we were just basically that family in my classroom. So like, in high school, there was only 17 of us, and the teachers were awesome. Because of that, we built a relationship where basically we were a family of 17. So like, because of that community? I feel like it goes, it continues with you. It doesn't just stop there in the classroom.

Richard: Oh, that's so interesting. Yeah. I mean, Guåhan is still a small island, but it's not as small I guess, because I didn't really have like cousins for my class. And then we lived in different villages. So, we went to different schools.

In this passage, we see the dimensions of *living practice* and *body/emotions* being highlighted. We discuss how having a sense of community in the classroom is translated from relational experiences in community outside of school. Establishing this sense of community in the class where everyone (both students and teacher) has a part to play in the overall success of every individual present within said community. As such, students are more successful and feel a sense of belonging in a math classroom when there is a strong sense of community, where members are not just passive receivers of information, but active contributors as well (Helgevold, 2016). Ashly further reflected upon this notion of community when rereading these passages:

Building that sense of community within the classroom, will encourage students to continue in their future. For example, me. I don't think I would be where I am today without the community that was built in my classes. There will always be that one teacher that will keep the students going. As they say, it takes a village to raise a child. And that's how I felt within my class growing up.

Illuminating these feelings of community within the math classroom as living practice also sparked a sense of joy, which translated to a sense of belonging in the classroom (Good et al., 2012). Richard referenced that while he did not necessarily have blood-related family members in his classes, he still felt a sense of shared cultural value among his classroom community which made it feel like family. He affirms Ashly's notion of community when he shared his reflections in the annotated bibliography in that in the math classroom, “everyone helps everyone,” and added that such was a strategy he used in the math classes that he taught in the US.

Theme 3: Culturally responsive mathematics

One final theme that emerged from our dialogic reflection was the notion of culturally responsive teaching in mathematics. Speaking to the importance of students seeing their cultures and the culture of

others in the math curriculum, we recalled examples of instances when culture was integrated into math lessons.

Richard: I think I remember more of like how I was teaching when I was a teacher in Guåhan. But yeah, I don't think there were a lot of times that I incorporated any sort of cultural thing. I remember one thing. I asked for an example from my co-teacher, she was a mentor for me. And we were talking about order of operations, you know, PEMDAS, right. People just use it as a mnemonic device. But my co-teacher, one thing that she told me what was instead of, you know, math, division, addition and subtraction, you know, my dear Aunt Sally, right? Yeah, Please Excuse My Dear Aunt Sally. She wanted to make it like culturally relevant. And so she said, instead of Please Excuse My Dear Aunt Sally, it was Papa Ed, My Dog Ate Spam. Because she thought that was better context. But I really can't think of anything else. Anytime we still did math work, it was very much US American standard curriculum. "Oh, let's talk about the snow."

Ashly: But, where's the snow?

Richard: Right? Exactly. I think a lot of it was just very much textbook: "The ladder was leaning against the wall at a 45-degree angle, what is the length of the shadow that's forecasted?" You know, it was very much just in general like that.

Ashly: To think about it, I actually this summer wrote worksheets for remedial classes from an undergraduate level. So, one of the questions I created was basically to write linear equations, or like some equations. So, I was like, but I use a Caribbean name, but right now, I can't remember the name. I was like, Jamilla bought two Johnny cakes, and three patties for this amount of money. And Dennis bought five Johnny cakes and 45 patties with, which is like Johnny cakes and patties are like the cultural food that we eat, like fried cultural food. Then, you find like the x and y like how you find the systems on the equation or how much money they spend, or like how much patties they need to make that much money.

Richard: Yeah, I love that. I love that you incorporated not just the cultural items in the problem, but also names. That just reminded me of Guåhan. There was a specific date in the beginning of March. It was designated CHamoru History Month. So that's the month where I remember that we incorporated a lot of CHamoru culture into our lessons. So, we would use things like, "The CHamoru hut sits over the four latte stones." The way the huts are on Guåhan, it's like, there's a huge triangular hut and they would be on four of those things. So that's why we would take measurements of that, and we would use that instead of a house. And I remember we would use names also like that were very much common in CHamoru culture, like Joaquin.

From our dialogue here, *culture/histories* and again, *windows/mirrors*, were dimensions of RM that were evident. These discussion points were brought up when we reflected upon articles in the text that referenced the importance of culturally responsive teaching in mathematics classroom (Thomas & Berry, 2019). We both acknowledged that in our mathematics learning experiences, it was rare to see culture integrated into our math lessons. We also touched on the fact that we had a diverse population of students in the classrooms we were in and that we imagined that it would be difficult to consider everyone's cultural background when planning for a math lesson. However, we have come to understand the importance of having to highlight all students' cultures and backgrounds in the classroom to foster a sense of community and belonging in the classroom.

Speaking more to teaching experiences, we both referenced instances in which culture was a focal point in our math curriculum. Richard recalled an experience teaching order of operations to his middle school

students. He wanted to make the commonly known mnemonic device, PEMDAS (Parenthesis, Exponents, Multiplication, Division, Addition, Subtraction), more meaningful for his students. By integrating an aspect commonly known and consumed food item by people in Guåhan—Spam—students were able to retain the use of the strategy when solving problems involving the application of order of operations. This strategy tended to linking students' cultural capital in their mathematical learning (Feza-Piyose, 2012). Similarly, during a cultural month celebrated by his school, Richard integrated information on CHamoru hut building and the use of latte stones in his geometry unit to provide students of Guåhan a glimpse of CHamoru culture and history. In this same vein, Ashly chimed in and recalled a time when she helped to develop curriculum for USVI math curriculum. It was important for her to include common names from the USVI used in the math word problems, but in addition to, including cultural food (Johnny cakes) in the context. Not only did doing so provide a glimpse into USVI culture, but also provided a window for other students to see other cultures in a math context.

Conclusion

As seen in these excerpts from our reflective dialog, tending to students' diverse cultures, fostering an inclusive classroom environment, and integrating culturally responsive mathematics teaching is integral for a students' feeling of belonging and success in mathematics. Our experiences presented here were affirmed by the articles presented in the RM text, which suggests that such issues need to be confronted and addressed in mathematics classrooms. These issues of exclusionary mathematics by reinforcing Eurocentric ways in doing mathematics is not only problematic in the contiguous US, but is also in a way, an act of mathematical injustice and erasure for students in US territories where US American culture is not the dominant one. Though we lived in geographically unincorporated territories, our experiences through duoethnography have informed the need to do more research in the ways mathematics is taught and learned in the US territories. Perhaps doing so begins with making local students in the territories and the contiguous US feel less unincorporated. Rather, math education researchers and practitioners should consider avenues to help students feel like they are not just doers, but also creators and owners of their mathematics.

References

- Banegas, D. L., & del Pozo Beamud, M. (2022). Content and language integrated learning: A duoethnographic study about CLIL pre-service teacher education in Argentina and Spain. *RELC Journal*, 53(1), 151-164. <https://doi.org/10.1177/0033688220930442>
- Banegas, D. L., & Gerlach, D. (2021). Critical language teacher education: A duoethnography of teacher educators' identities and agency. *System*, 98. <https://doi.org/10.1016/j.system.2021.102474>
- Bastian, J. (2001). A question of custody: the colonial archives of the United States Virgin Islands. *The American Archivist*, 64(1), 96-114. <https://doi.org/10.17723/aarc.64.1.h6k872252u2gr377>
- Bevacqua, M. L., & Cruz, M. L. (2020). The banality of American Empire: The curious case of Guam, USA. *Journal of Transnational American Studies*, 11(1), 127-149. <https://doi.org/10.5070/T8111046995>
- Breault, R. A. (2016). Emerging issues in duoethnography. *International Journal of Qualitative Studies in Education*, 29(6), 777-794. <http://dx.doi.org/10.1080/09518398.2016.1162866>
- Castillo, W. (2022, September 8). *Which students are we counting? A descriptive analysis of student characteristics and data availability of US territories and commonwealths*. Policy Commons. <https://policycommons.net/artifacts/2656659/which-students-are-we-counting-a-descriptive-analysis-of-student-characteristics-and-data-availability-of-us-territories-and-commonwealths/3679684/>

- Felton-Koestler, M. D. (2017). Mathematics education as sociopolitical: prospective teachers' views of the What, Who, and How. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20(1), 49-74. <https://doi.org/10.1007/s10857-015-9315-x>
- Feza-Piyose, N. (2012). Language: A cultural capital for conceptualizing mathematics knowledge. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 7(2), 62-79. <https://doi.org/10.29333/iejme/270>
- Goffney, I., Gutiérrez, R., & Boston, M. (Eds.). (2018). *Rehumanizing mathematics for Black, Indigenous, and Latinx students*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Good, C., Rattan, A., & Dweck, C. S. (2012). Why do women opt out? Sense of belonging and women's representation in mathematics. *Journal of personality and social psychology*, 102(4), 700. <https://doi.org/10.1037/a0026659>
- Gutiérrez, R. (2013). The sociopolitical turn in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(1), 37-68. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.44.1.0037>
- Gutiérrez, R. (2018). The need to rehumanize mathematics. In I. Goffney, R. Gutiérrez, & M. Boston (Eds.), *Rehumanizing mathematics for Black, Indigenous, and Latinx students* (pp. 1-10). National Council of Teachers of Mathematics. https://smep.sites.arizona.edu/sites/smep.sites.arizona.edu/files/Gutierrez%20%282018%29%20The%20Need%20to%20Rehumanize%20Mathematics_NCTM%20Annual%20Perspectives%20Intro.pdf
- Helgevold, N. (2016). Teaching as creating space for participation—establishing a learning community in diverse classrooms. *Teachers and Teaching*, 22(3), 315-328. <https://doi.org/10.1080/13540602.2015.1058590>
- Jackson, R. L. (1999). White space, white privilege: Mapping discursive inquiry into the self. *Quarterly Journal of Speech*, 85(1), 38-54. <https://doi.org/10.1080/00335639909384240>
- Malavet, P. A. (2004). *America's colony: The political and cultural conflict between the United States and Puerto Rico* (Vol. 43). NYU Press.
- Otter.ai [Computer software]. (2022). <https://otter.ai/home>
- Rose, H., & Montakantiwong, A. (2018). A tale of two teachers: A duoethnography of the realistic and idealistic successes and failures of teaching English as an international language. *RELC Journal*, 49(1), 88-101. <https://doi.org/10.1177/0033688217746206>
- Sawyer, R. D., & Norris, J. (2012). *Duoethnography: Understanding Qualitative Research*. Oxford University Press. <https://doi.org/10.1093/acprof:osobl/9780199757404.001.0001>
- Subtirelu, N. C. (2015). “She does have an accent but...”: Race and language ideology in students' evaluations of mathematics instructors on RateMyProfessors. com. *Language in Society*, 44(1), 35-62. <https://doi.org/10.1017/S0047404514000736>
- Thomas, C. A., & Berry III, R. Q. (2019). A qualitative metasynthesis of culturally relevant pedagogy & culturally responsive teaching: Unpacking mathematics teaching practices. *Journal of Mathematics Education at Teachers College*, 10(1), 21-30. <https://doi.org/10.7916/jmetc.v10i1.1668>

INSTITUTIONAL AND INSTRUCTIONAL DECOLONIZING MATHEMATICS EDUCATION

*DESCOLONIZACIÓN INSTITUCIONAL E INSTRUCTIVA DE LA EDUCACIÓN
MATEMÁTICA*

DESCOLONIZAÇÃO INSTITUCIONAL E INSTRUCIONAL DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Arthur B. Powell

(Rutgers University-Newark, United States)
powellab@newark.rutgers.edu

Andrew M. Brantlinger

(University of Maryland, United States)
amb@umd.edu

Luis A. Royo Romero

(University of Maryland, United States)
lroyo@umd.edu

Recibido: 11/07/2023

Aprobado: 11/07/2023

ABSTRACT

In this theoretical essay, we respond to recent scholarship on decolonizing mathematics that asserts that so-called “Western” mathematics is inherently colonialist – that is, in service of the economic and political control of European or wealthy nations over countries of the Global South. Although generally sympathetic with that literature, we argue against some of its presumptions, in part, by distinguishing “Western” or academic mathematics from its recontextualization for schools. First, we argue that, although colonialist messages and values can be disseminated as part of that recontextualization, it is not clear that academic mathematics is inherently colonialist. Then, we offer a suggestive insight into what it might mean to decolonize school mathematics through a pedagogical approach based on research on native language learning, called the “subordination of teaching to learning.” The approach uses tasks that invite learners to use their indigenous mental powers (or brilliance) through engaging in dialogic interactions with themselves and others about objects and relations among them. To illustrate the subordination of teaching to learning, we present an example of how learners use their learning powers to educate their awareness and build mathematical ideas and reasoning; thereby experiencing the joy of their intellectual efforts.

Keywords: curricular recontextualization. indigenous mental powers. mathematical awareness. subordination of teaching to learning.

RESUMEN

En este ensayo teórico, reconocemos los nuevos estudios sobre la descolonización de las matemáticas que afirma que la llamada matemática “occidental” es inherentemente

colonialista – es decir, en servicio para el control económico y político de naciones europeas o adineradas sobre los países del Sur Global. Aunque simpatizamos generalmente con la literatura, argumentamos en contra de algunas de sus presunciones, en parte, distinguiendo las matemáticas “occidentales” o académicas de su recontextualización para las escuelas. Primero, argumentamos que, aunque los mensajes y valores colonialistas pueden ser difundidos como parte de la recontextualización, no es claro si las matemáticas académicas son inherentemente colonialistas. Luego, ofrecemos una visión sugestiva de lo que posiblemente signifique la descolonización de las matemáticas escolares por medio de un método pedagógico basado en la investigación del aprendizaje de lenguas nativas, llamado la “subordinación de la enseñanza al aprendizaje.” Este método utiliza actividades que invitan a los estudiantes a usar sus poderes mentales indígenas (o agudos) a través de la participación en interacciones dialógicas consigo mismo y con otras/os sobre los sujetos y la relaciones entre ellos. Para ilustrar la subordinación de la enseñanza al aprendizaje, les presentaremos un ejemplo de cómo los estudiantes usan sus poderes de aprendizaje para educar su conciencia y construir ideas y razonamiento matemático; experimentando así la alegría de sus esfuerzos intelectuales

Palabras clave: recontextualización curricular. facultades mentales indígenas. conciencia matemática. subordinación de la enseñanza al aprendizaje.

RESUMO

Neste ensaio teórico, respondemos aos recentes estudos sobre a descolonização da matemática que afirmam que a chamada matemática "ocidental" é inerentemente colonialista, ou seja, está a serviço do controle econômico e político das nações europeias ou ricas sobre os países do Sul Global. Embora, em geral, simpatizemos com essa literatura, argumentamos contra algumas de suas pressuposições, em parte, distinguindo a matemática "ocidental" ou acadêmica de sua recontextualização para as escolas. Primeiro, argumentamos que, embora mensagens e valores colonialistas possam ser disseminados como parte dessa recontextualização, não está claro que a matemática acadêmica seja inerentemente colonialista. Em seguida, oferecemos uma visão sugestiva do que pode significar descolonizar a matemática escolar por meio de uma abordagem pedagógica baseada em pesquisas sobre o aprendizado de idiomas nativos, chamada de "subordinação do ensino à aprendizagem". A abordagem utiliza tarefas que convidam os alunos a usar seus poderes mentais indígenas (ou brilhantismo) por meio de interações dialógicas com eles mesmos e com os outros sobre objetos e relações entre eles. Para ilustrar a subordinação do ensino à aprendizagem, apresentamos um exemplo de como os alunos usam seus poderes de aprendizagem para educar sua consciência e desenvolver ideias e raciocínios matemáticos, experimentando assim a alegria de seus esforços intelectuais.

Palavras-chave: recontextualização curricular. poderes mentais indígenas. consciência matemática. subordinação do ensino ao aprendizado.

Introduction

Calls to decolonize educational systems and curricula have increased in recent years. More attention has been paid to decolonizing university than K-12 education, particularly certain subjects (e.g., the

humanities and social sciences). At all levels of education, as Foster et al. (2022) observe, “less attention has been given to STEM subjects generally, and mathematics in particular” (p. 9). Although there are earlier examples (e.g., Iseke-Barnes, 2000), several recent publications (e.g., Foster et al., 2022; Fernandes, 2021; Greene & Mukhopadhyay, 2017) indicate an increased interest in decolonizing mathematics and mathematics education. Though scholarship in this area is nascent and there is no consensus, there are shared presuppositions and views on what decolonizing would entail. We consider and critique two of those in this introductory section before presenting our ‘alternative’ view.

First, scholars publishing in this space believe the ideas and techniques of so-called “Western mathematics” are inherently colonialist, that is, furthering the political control of European or wealthy nations over non-European or less wealthy nations (Foster et al., 2022; Fernandes, 2021; Iseke-Barnes, 2000). In part, their argument is rather than a sociohistorical construct, “Western mathematics” presents itself as dealing in timeless, universal, robust, and infallible “truths” and, as such, as superior to other ways of knowing (quantitatively) inclusive of so-called “non-Western mathematics” or ethnomathematics. Greene and Mukhopadhyay (2017) assert that mathematics “has been narrowed to a Eurocentric perspective” and “has fully been colonized and a single system of categorizing, describing, and creating knowledge and reality accepted” (p. 65).

Although we share the view that “Western mathematics” is a social construct and culturally arbitrary, we argue, rather than the subject itself, mathematicians, mathematics educators, “Western” educational institutions (e.g., schools, publishers), and Western administrative and political elites are responsible for propagating the myth that “Western” mathematics is universal and, for that matter, the related myth that the subject currently institutionalized in university and other settings is “Western.” Instead, we understand “Western mathematics” as a conglomerate of discursive, symbolic, and textual practices gleaned from various historically and geographically identifiable cultures. Although often associated with Ancient Greece and Western Europe, intellectual communities in present-day Western and non-Western societies contributed to what some refer to as “Western mathematics” (Joseph, 1991). African, Arab, and Indian mathematicians developed ideas and techniques now included in “Western mathematics” before European colonialism.

Second, contributors to the decolonizing mathematics education literature assert that applications of so-called “Western mathematics” by European colonizers (and racists) prove mathematics is inherently colonialist. As evidence, they reference the development and early application of statistics. For example, Foster et al. (2022) cite Pearson’s correlation coefficient (r), a measure of linear correlation between two continuous variables developed by Karl Pearson, an English statistician and eugenicist. Similarly, Fernandes (2021) and Greene and Mukhopadhyay (2017) cite craniology, the pseudo-scientific study of the relationship between human skull size and intelligence, applications of measurement with calipers, and statistics that scientific racists believed would prove Europeans’ intellectual superiority. One can think of other problematic applications of mathematics and statistics, including computational models and big-data algorithms that perpetuate, if not exacerbate, institutional racism and other systemic biases by extrapolating from sociohistorical data (O’Neil, 2017).

Although those are potent examples of how mathematical, statistical, and computational tools can be used in elitist, colonial, neo-colonial, neoliberal, and racist projects, we question whether any show that “Western mathematics” concepts and techniques (e.g., correlation coefficients and calipers) are inherently colonialist or, for that matter, racist, capitalist, etc. We instead believe this is an open question. We recognize that the development of arithmetic and other aspects of “Western mathematics” was made possible by early capitalism, social inequality, and oppressive social arrangements (Swetz, 1987). When recontextualized as a school subject (see below), “dominant social and cultural forces have used “Western” mathematics to label, divide, and sort students along national, ethnic, racialized, classed, gendered, linguistic, and other lines. Nor does it mean that in no small part owing to British and U.S. colonialism, standardized, professional-class English has become the de facto language through which academic mathematics currently is produced, practiced, and disseminated. Nor does it mean that the

subject is not generally taught in oppressive, dehumanizing ways. However, again, we believe distinctions must be made between academic or “Western” mathematics, how it is applied and taught.

In the remainder of this paper, we offer an alternative, *initial* take on what decolonizing school mathematics might look like. Unlike others who have contributed to the literature on decolonizing mathematics, we do not assume the concepts and tools of academic mathematics are inherently colonialist or, by their very nature, promote Western or settler colonialism. Instead, drawing on sociological theory, we first argue that to be taught in schools and university settings, academic mathematics is recontextualized and, in that process, colonist as well as anti-colonialist messages—ideas, logics, and, perhaps also, practices (e.g., furthering occupation through the creation of new settlements)—can be introduced into the curriculum. Then, drawing mainly on Gattegno’s (1970/2010, 1973/2000, 1987) work, we present an anti-colonialist instructional approach that treats learners as protagonists of their learning and invites them to use their indigenous mental powers to become aware and talk about relations they of among physical and mental objects. Finally, recognizing that work in this area is nascent, we conclude by inviting other equity-oriented educators to respond to our initial thoughts about what decolonizing mathematics education might entail.

Recontextualization and Colonist Messages in Mathematics Education

To what extent is mathematics colonialist? The answer partly depends on what one means by the term mathematics. Because it is a sliding signifier, it is helpful to begin with some conceptual distinctions. To do that, we draw on the sociological theories of Bernstein (1999, 2000) and Dowling (1998), who both hold that academic fields like academic mathematics are hierarchical and self-referential. Explaining *self-referentiality*, Bernstein (2000) contends that academic disciplines have “produced a discourse which was about only themselves” and that “these discourses had very few external references other than in terms of themselves” (p. 9). Self-referential knowledge is socially constructed through symbolic abstractions that begin in concrete, everyday practices and experiences (Dowling, 1998). In mathematics, self-referentiality intensifies through constructing new abstractions from already accepted abstractions (e.g., category theory as a generalized study of mathematical structures) and developing specialized discourses to work with these abstractions.

Bernstein (1999) observes that academic disciplines have developed *vertical discourses* which “[take] the form of coherent, explicit, and systematically principled structure[s], hierarchically organised, as in the sciences” (p. 159). Vertical discourses create general propositions and theories “which integrate knowledge at lower levels, and in this way [show] underlying uniformities across an expanding range of apparently different phenomena” (p. 162). Vertical discourses are dislocated from the physical and social contexts of their creation and, as such, potentially applicable in new contexts. The vertical discourses of academic disciplines currently are articulated, to a high degree, by professional scholars in academic journals and other specialized texts and, as noted, most often in professional-class English.

Bernstein (1999) contrasts vertical discourses with horizontal discourses. *Horizontal discourses*, such as those used in manual labor like home construction and everyday practices like drumming, are generally “oral, local, context-dependent and specific, [and] tacit” (p. 159). Horizontal discourses are typically acquired outside of schools through apprenticeships and, being localized and context-dependent, do not generalize easily beyond themselves. Moreover, the relationships among different horizontal discourses are segmental in that they are not well-integrated with each other.

For our purposes, we distinguish between *institutional* and *everyday mathematics*, a distinction closely related to *vertical* and *horizontal discourses*. *Institutional mathematics* includes *academic mathematics*, the discursive practices and vertical discourses (e.g., problem statements, proofs, axioms) of professional mathematicians, and the “official” knowledge they sanction in the written texts they disseminate. *Institutional mathematics* also includes *elementary*, *secondary*, and *post-secondary school mathematics*, all recontextualizations of *academic mathematics* for mathematics learners. *Everyday mathematics* involves quantitative reasoning, practices (e.g., measuring, hairstyling, gaming), and horizontal discourses that people use outside school. The weak hybridity between institutional and everyday

mathematics (see, for example, Lave et al., 1984) is rooted in the former's vertical, self-referential discursive practices and the latter's horizontal discourses and situated practices.

Bernstein (1999) and Dowling (1998) use the term “recontextualization” to refer to how the discursive practices and scholarly texts of academic disciplines are altered as they are dislocated from institutional (e.g., university, governmental) settings where they are practiced and regulated and relocated into schools and the discursive practices and texts used in schooling. Recontextualization entails a transformation of practice regardless of whether, like academic mathematics, it is symbol-, discourse-, or text-intensive or, like manual labor, is much less so. We note here that this would hold for the recontextualization of ethnomathematical and non-dominant ways of knowing – an issue that, we would argue, is not adequately addressed in the literature on decolonizing mathematics (e.g., Greene & Mukhopadhyay, 2017; Iseke-Barnes, 2000).

Recontextualization is shaped in response to the discursive practices of academic mathematicians but also by policymakers and administrators who set official curriculum policies, curriculum authors and administrators who translate those policies into curriculum materials, and teachers tasked with implementing those materials. Various non-disciplinary considerations, including psychological theory and assumptions about supposed learning styles and capabilities of youths from dominant and non-dominant cultural backgrounds, influence curricular recontextualizations (Bernstein, 1999; Brantlinger, 2022; Dowling, 1998). High-stakes tests and other assessments also exert an influence. Powell (2022) cites the Programme for International Student Assessment (PISA), an arm of the Organization for Economic Co-operation and Development (OECD), as a neocolonialist and neoliberal assessment project that internationally shapes school mathematics curriculum and instruction.

Colonialist and neocolonialist messages and practices can enter the mathematics curriculum through the recontextualization of academic mathematics for schools. For example, through an “informational” aside that spreads myths about the universality, timelessness, infallibility, and widespread utility of academic mathematics or through a historical aside that uncritically celebrates the mathematical contributions of certain Western European scholars like Isaac Newton without recognizing earlier contributions of the likes of the Indian scholar Madhava of Sangamagrama. It might enter through (a) curricular images of mathematicians who are solely or majority White and male; or (b) curricular contexts that promote white normative, even white supremacist, and other status quo understandings of the social world. As Powell (2022) observes, racist and sexist ideologies have shaped the historiography of mathematics, which is reflected in curricular materials. Increasing numbers of scholars have challenged Eurocentric narratives about the origins of mathematical knowledge (e.g., Gerdes & Djebbar, 2004; Joseph, 1991). However, at a fundamental level, it enters from curricula that impose others’ mathematical ideas and fail to invite learners to use their mental and discursive powers to be protagonists in building mathematical ideas and reasoning and, thereby, experience the joy of their intellectual efforts.

An example of how colonialist messages, if not colonialist practices, enter school mathematics curriculum through the recontextualization of academic mathematics is *The Overland Trail*, a ninth-grade unit from the *Interactive Mathematics Program* (Fendel et al., 2000). Students, organized into small groups, are asked “to be responsible for the planning and travel of four family units on the wagon trail” (p. 193); that is, to affiliate themselves with white settler colonialist families irrespective of their ethnic or racial backgrounds or feelings about white settler colonialism. Although the unit’s tone is a matter-of-fact acceptance of colonialism as a historical fact, a few asides and problem contexts open spaces for critique. Specifically, a footnote at the unit’s beginning informs: “While the land was offered ‘free’ to these migrants, it was not land that was free for the taking. It was the home of the indigenous peoples who had been living there for thousands of years” (p. 190). The day ten homework assignment specifically informs students, “[n]o nation was safe from the ravages of smallpox, cholera, measles, scarlet fever, influenza, and tuberculosis. Those diseases, imported from Europe, took a great toll on Native Americans, bringing death, destruction, and untold misery, killing more people than warfare, slavery, or starvation” (p. 220) and further that “it has been estimated that between 1492 and 1900 the Native American population decreased by about 90%” (p. 221). However, rather than engage students

in sociohistorical critique by reflecting on the violence and misery white settlers inflicted on Native Americans – and, for that matter, enslaved Africans – the text instead asks them to do school mathematics: “[u]se variables and an equation to show how you would find the population of Native Americans at the end of this time period if you knew the population of Native Americans at the beginning of this period” (p. 221).

Finally, although recontextualization can introduce colonialist ideology into school mathematics, the question remains whether academic mathematics is inherently colonialist. On the surface, vertical discourses of academic mathematics neither favor nor disfavor colonialist projects. Further, academic mathematics discourse about mathematical objects, principles, and arguments has nothing to say about (European) colonialism. However, specific underlying values or logics of academic mathematics are consistent with values or logics of European colonialism. Bishop (1990) argues that values “associated with” abstract “symbolisms” of “Western European mathematics” are, in fact, “associated with” Western European imperialism – and hence colonialism. He specifically mentions these: “objectivism” that perceives the world as consisting of “discrete objects” (p. 57), “spirit of rationality” that scorns “mere trial and error practices, traditional wisdom, and witchcraft” (p. 56), and “power and control” in which mathematics operates indirectly through science and technology (p. 58).

Furthermore, he observes that these values “must have had a tremendous impact on the indigenous cultures” they interacted with (p. 56). While, through colonialism, “Western” mathematics and value systems associated with it indeed were forced on indigenous populations, the questions are (a) whether the “values” of objectivism, rationality, and power and control are inherent to academic mathematics or, in Bishop’s terms, are “associated with” it; and (b) do those values further or favor Western colonialism. We see power and control to be about the problematic ways that mathematics is applied but not essential to doing academic mathematics. At the same time, we agree that objectivism and specific rationalities are foundational to academic mathematics as the discipline deals in abstract objects and has a set of rationalities – logics or language games – that, for instance, are partially visible in mathematical proofs. However, it is unclear whether the condescending “spirit of rationality” that Bishop describes should be attributed to academic mathematics or, instead, its practitioners and enthusiasts. More importantly, though part and parcel of academic mathematics, it is uncertain whether objectivism and (Western) rationality favor or further Western colonialism. To us, this seems like an open question.

Decolonizing instruction by inviting students to use their mental powers to build awareness of mathematical ideas and reasoning

Recontextualizing institutional mathematics for instruction is a historical, social, and economic activity and, in most countries, shaped by colonialist ideologies. Whereas we have so far focused on how recontextualization produces school mathematics curricula that can transmit colonialist messages, we turn our attention to the possibility of mathematics instruction that students experience as decolonizing.

Essentially a decolonizing instruction experience engages learners in a culturally mediated act of educating their awareness to create mathematical ideas and reasoning using their mental brilliance and agency. Notably, mental brilliance and intellectual and emotional agency naturally occur in human beings. These claims coincide with results obtained by, among others, the psychologist, epistemologist, and mathematician Caleb Gattegno (1970/2010, 1973/2000). Based on his studies of how children acquire natural language, he theorized their “powers of the mind” or, as we call them, indigenous mental brilliance to be among those in Table 1.

Recognizing those powers of the mind, Gattegno constructed a pedagogical approach he termed “the subordination of teaching to learning” (Gattegno, 1970/2010). At its core, the approach invites learners to engage in tasks designed to allow them to continue as agentic beings employing their powers to build knowledge. Practitioners of this approach to mathematics teaching have offered rich, challenging accounts of learners’ accomplishments in constructing powerful and personal mathematical ideas (see, for example, Coles, 2011; Powell, 1993, 2023).

Indigenous Mental Powers		
Extracting	Abstracting	Interpreting
Transforming	Recognizing	Analyzing
Visualizing	Anticipating	Synthesizing
Evoking images	Noticing patterns	Wondering
Stressing and ignoring		

Table 1: *Theorized indigenous mental powers.*

Another underlying component of Gattegno's pedagogical perspective is embodied in this statement: "*we separate questions of language and notation from those of awareness of the relationships*" (Gattegno, 1963/2011, p. 15, original emphasis). The separation that Gattegno mentions identifies two categories of mathematical content within mathematical curricula that Hewitt (1999) terms and elaborates as arbitrary and necessary. The first category refers to semiotic conventions such as names, labels, and notations. Those cannot be constructed or appropriated through attentive noticing or awareness but instead must be given and retained through memorization and association. Unlike the first, the second category of mathematical ideas can be derived or built by attending to and noticing relations among objects. In this sense, these relations are (logically) necessary and, by inviting students to engage in appropriately designed tasks, can be left to students to discern. Discerning mathematical relations among objects and expressing those relations are two complementary processes.

Furthermore, for mathematics, the subordination of teaching to learning is a pedagogical practice supported by a decolonialist view of what it means to do mathematics. The approach is grounded in Gattegno's (1987) ontological and epistemological view of mathematics:

No one doubts that mathematics stands by itself, is the clearest of the dialogues of the mind with itself. Mathematics is created by mathematicians conversing first with themselves and with one another. ... Based on the awareness that relations can be perceived as easily as objects, the dynamics linking different kinds of relationships were extracted by the minds of mathematicians and considered per se. (p. 13-14)

This view is discursive and participatory as it also implies learners' agentic use of their will. They use their will, a part of the active self, to focus their attention so that their minds observe the content of their experience and, through dialogue with themselves and others, they become aware of the particularities of their experience. In mathematics, the content of experiences, whether internal or external to the self, can be feelings, objects, relations among objects, and dynamics linking different relations.

To support subordinating mathematics teaching to its learning, a framework for working is practical. It consists of an instructional model containing a cluster of four action phases for a curricular unit that is often longer than a single class meeting. The cluster consists of a coherent, flexible set of instructional actions to support learners to work individually or collaboratively to educate their awareness about ideas of a mathematical topic. The modes attend to the arbitrary and necessary categories of mathematical content. Powell (2018) describes the four instructional actions as actual, virtual, written, and formalized. Furthermore, Amaral et al. (2021) and Powell (2023) detail implementations of those instructional actions for teaching fraction knowledge.

A decolonialist instructional task based on subordinating mathematics teaching to learning

Grounded in the theoretical foundation of the subordination of teaching to learning described in the previous section, we now exemplify a decolonizing instructional task. Importantly, it is embedded in a cultural context with familiar elements: numerals, annuli, colors, and numerical arrays. The pedagogical approach provides learners with what is arbitrary and invites them to use their indigenous mental powers to discern and describe what is necessary and, thereby, build mathematical knowledge for themselves. The task described enables learners can engage and build upon their understanding of multiplicative ideas as they decipher what is encoded in the Numbers in Colors chart (Figure 1), including skip counting or multiples, common multiples, least common multiple, divisors or factors, common factors, greatest common factor, composite and prime numbers, exponentiation, factorization, prime factorization, and the unique prime factorization of a natural number. That is, the task can lead learners to articulate the Fundamental Theorem of Arithmetic as their insight.

The instructional practice employed with the task requests that learners to use their mental powers to educate their mathematical awareness. To be aware is to perceive, notice, and be mindful of the fact of something. For example, considering the Numbers in Colors chart below in Figure 1, we can see several things: numerals, each numeral has a segmented or unsegmented annulus surrounding it, and each segment is colored. Furthermore, we can notice there are six rows with ten numerals in each row and, starting at the top of the chart, from left to right, the numerical array is in numerical order from 1 to 60. Together, being mindful, those noticings are currently a part of our awareness. If we were to speak or write about our noticings, then, like ourselves, others can know some of the content of our awareness.

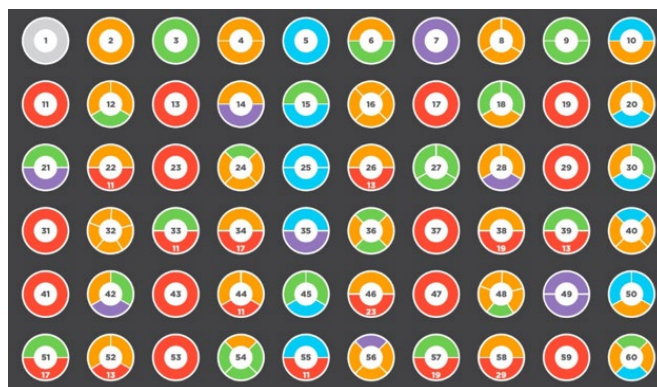


Figure 1: *Numbers in Colors chart.*¹

Moreover, we can use our enhanced awareness to make further sense of the Chart. One possibility is we can see some annuli share the same color, such as the ones surrounding the numerals 2, 4, 6, and so on have orange in common. Being curious about that noticing, we can formulate a question: “I wonder what is common about those numbers that they should share orange as a common color of their annulus?” We can notice that these numerals represent every other number starting with 2, even numbers or multiples of 2 or, said another way, numbers with 2 as a divisor. We are, therefore, aware of a connection between a shared color and a number pattern or sequence. The number 2 is a factor or divisor of those numbers with orange in its annulus. Noticing, wondering, and making sense are ways to educate our awareness.

To further educate our awareness, we can stay with what we discerned previously. We can now notice that all segments of the annulus of some of those numerals are only colored orange and wonder what property those number share. Seeking to answer our question, we can see those numerals—2, 4, 8, and so forth—have annuli with respectively 1, 2, 3, and so on segments. Continuing to reflect on our question, we ultimately recognize those numerals are powers of 2: 2^1 , 2^2 , 2^3 , Those noticings and wondering served to deepen the education of our awareness of mathematical ideas discernible in the Numbers in Colors Chart. But, of course, the Chart has plenty of other numerical properties to be discerned and described.

¹ The chart comes from Dan Finkel and Katherine Cook’s website, mathforlove.com, where it is an element of their game, Prime Climb. We changed the chart’s name so as not to prime (pun intended) students invited to decode it.

It is essential to recognize that the frame of mind in which the above noticings and wonderings arose is akin to the state of mind students experience when they previously sifted and sorted the array of noises they heard from older individuals in their home and community from which they discerned complex features of language and developed their ability to speak their first language(s). In those sifting, sorting, and developing processes, they employed specific mental powers (Gattegno, 1973/2010). As such, we know they have the intellectual acuity to decipher the Numbers and Colors chart. Therefore, we should allow them to experience the joy of doing so by inviting them to engage their indigenous mental powers and to use their oral and written language assets to work with others on the deciphering task.

It is worth mentioning characteristics of our pedagogical approach that differ from instructional methods such as discovery learning and problem solving (see, for example, Goldin, 1990; Schoenfeld, 2007). In our approach, for specific mathematical topics, teachers identify aspects of content that are cultural conventions and those that can be built by using mental powers to notice relations among objects and dynamics among relations. Further, they invite students to engage in cultural tasks designed for students to recognize their need to use their mental, physical, and affective resources to produce specific cultural awarenesses or culturally based mathematical ideas and reasoning. Moreover, like the Algebra Project's method (Moses & Cobb, 2001), the subordination of teaching to learning is grounded in students' lived experiences and purposely details and bridges as equal their experiences and everyday language to the canonical oral and written symbolic representations of salient mathematical features.

Conclusion

In this paper, we offer what we believe is a unique perspective on decolonizing school mathematics; one that differs in key ways from what we identify as an emergent, near-consensus view that is rooted in the idea that "Western mathematics" is inherently colonialist and, as such, that the school mathematics curriculum needs to be entirely recontextualized if not entirely displaced or replaced (Fernandes, 2021; Foster et al., 2022; Greene & Mukhopadhyay, 2017; Iseke-Barnes, 2022). Our view is that, rather than the problem being rooted in academic mathematics or so-called "Western mathematics," the problem is how this mathematics is recontextualized as school mathematics and how that is presented to students. As decolonizing school mathematics is a nascent research area, we anticipate new developments and are excited to consider new contributions and understandings. For example, we believe there is promise in examining the language of mathematics instruction as a site where colonizing and oppressive ideologies are maintained. We encourage other illustrations of instructional approaches decolonizing mathematics education by inviting learners to be protagonists of mathematical ideas and forms of reasoning.

References

- Amaral, C. A. d. N., Souza, M. A. V. F. d., & Powell, A. B. (2021). *Fração à moda antiga*. Edifes.
- Bishop, A. J. (1990). Western mathematics: The secret weapon of cultural imperialism. *Race & Class*, 32(2), 51-65.
- Brantlinger, A. (2022). Critical and vocational mathematics: Authentic problems for students from historically marginalized groups. *Journal for Research in Mathematics Education*, 53(2), 154-172.
- Bernstein, B. (1999). Vertical and horizontal discourse: An essay. *British Journal of Sociology of Education*, 20(2), 157-173. <https://doi.org/10.1080/01425699995380>
- Coles, A. (2011). Gattegno's 'powers of the mind' in the primary mathematics curriculum: Outcomes from a NCETM project in collaboration with "5x5x5=Creativity". *Proceedings of the British society for research into learning mathematics*, 31(1), 49-54.

-
- Dowling, P. (1998). *The sociology of mathematics education: Mathematical myths/pedagogic texts*. London: Falmer Press.
- Fernandes, F. S. (2021). Matemática e colonialidade, lados obscuros da modernidade: giros decoloniais pela Educação Matemática. *Ciência & Educação (Bauru)*, 27.
- Fendel, D., Resek, D., Alper, L., & and Fraser, S. (2000). *Interactive mathematics program (IMP): Integrated high school mathematics*. Emeryville, California: Key Curriculum Press.
- Foster, C., Barichello, L., Bustang, B., Najjuma, R., & Saralar-Aras, I. (2022). Decolonizing Educational Design for School Mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 42(2), 9-14.
- Gattegno, C. (2010). *What we owe children: The subordination of teaching to learning*. Avon. (Original work published 1970.)
- Gattegno, C. (2010). *In the beginning there were no words: The universe of babies*. Educational Solutions Worldwide. (Original work published 1973.)
- Gattegno, C. (1987). How a science is born. In *The science of education: Part 1: Theoretical Considerations* (pp. 1-37). Educational Solutions.
- Gattegno, C. (2011). *Modern mathematics: A manual for primary school teachers*. Educational Solutions Worldwide. (Original work published 1963.)
- Gerdes, P., & Djebbar, A. (2004). Mathematics in African history and cultures: An annotated bibliography. African Mathematical Union.
- Goldin, G. A. (1990). Epistemology, Constructivism, and Discovery Learning in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph*, 4, 31-47. <https://doi.org/10.2307/749911>
- Greene, C. S., & Mukhopadhyay, S. (2017). Decolonizing Mathematics through Cultural Knowledge: Construction of the Nehiyawak Mikiwâhp (Cree Tipi). *Journal of Mathematics and Culture*.
- Hewitt, D. (1999). Arbitrary and necessary part 1: A way of viewing the mathematics curriculum. *For the Learning of Mathematics*, 19(3), 2-9.
- Iseke-Barnes, J. M. (2000). Ethnomathematics and language in decolonizing mathematics. *Race, Gender & Class*, 133-149.
- Joseph, G. G. (2010). *The crest of the peacock: Non-European roots of mathematics*. Princeton University Press.
- Lave, J., Murtaugh, M., & de la Rocha, O. (1984). The dialectic of arithmetic in grocery shopping. In B. Rogoff & J. Lave (Eds.), *Everyday cognition: Its development in social context* (pp. 67-94). Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Moses, R. P., & Cobb, C. E., Jr. (2001). *Radical equations: Math literacy and civil rights*. Beacon.
- O'Neil, C. (2017). *Weapons of math destruction: How big data increases inequality and threatens democracy*. Crown.
- Powell, A. B. (1993). Pedagogy as ideology: Using Gattegno to explore functions with graphing calculator and transactional writing. In C. Julie, D. Angelis, & Z. Davis (Eds.), *Proceeding of the Second International Conference on the Political Dimensions of Mathematics Education* (pp. 356-369). Maskew Miller Longman.

Powell, A. B. (2018). Reaching back to advance: Towards a 21st-century approach to fraction knowledge with the 4A-Instructional Model. *Revista Perspectiva*, 36(2), 399-420. <https://doi.org/10.5007/2175-795X.2018v36n2p399>

Powell, A. B. (2022). Decolonizing mathematics instruction: Subordinating teaching to learning. *Bolema*, 36(73), i - x.

Powell, A. B. (2023). Enhancing students' fraction magnitude knowledge: A study with students in early elementary education. *Journal of Mathematical Behavior*, 70, 1-14. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2023.101042>

Schoenfeld, A. H. (2007). Problem-solving in the United States, 1970–2008: research and theory, practice and politics. *ZDM*, 39(5), 537-551. <https://doi.org/10.1007/s11858-007-0038-z>

Swetz, F. (1987). *Capitalism and Arithmetic: The New Math of the 15th Century*, Open Court, La Salle, translated by DE Smith.

COMMUNITY COLLEGE MATHEMATICS INSTRUCTORS OF COLOR¹ ON THE PURSUIT OF SUPPORTING DEVELOPMENTAL STUDENTS' SELF-EFFICACY

INSTRUTORES DE MATEMÁTICA DE FACULDADES COMUNITÁRIAS NA BUSCA DE APOIAR A AUTOEFICÁCIA DOS ALUNOS

PROFESORES DE MATEMÁTICA DE COLEGIOS COMUNITARIOS QUE BUSCAN APOYAR LA AUTOEFICACIA DE LOS ESTUDIANTES

Taylor Darwin

(Department of Curriculum and Instruction, Texas Tech University, USA)
tdarwin@ttu.edu

Weverton Ataíde Pinheiro

(Department of Curriculum and Instruction, Texas Tech University, USA)
wataidep@ttu.edu

Recibido: 03/07/2023

Aprobado: 03/07/2023

ABSTRACT

As of 2017, colleges in the state of Texas in the United States of America are transitioning to a corequisite model where students take developmental and traditional mathematics classes concurrently. Using a self-efficacy framework, this qualitative study aimed to explore the perceptions of four mathematics instructors of color at two community colleges in Texas that have adopted the corequisite model mentioned above. Semi-structured interviews were used to inquire how instructors perceived to best support students through this new model. Using thematic analysis, five overarching themes emerged: feelings of encouragement, vulnerability, and empathy, challenges in supporting students' development of self-efficacy, relatedness to students. The instructors voiced many challenges in helping students. However, most of the instructors also displayed some level of attending to their student's social and emotional needs to overcome these challenges. In many ways, instructors expressed that they have to be vulnerable with their students to overcome challenges and open themselves up so students are more willing to learn. Instructors discussed instances in which they have been oppressed, which have shaped their educator identity, influenced their current practice, and impacted their relatedness with students. Furthermore, instructors expressed constantly trying to form connections with their students. These instructors discussed how their similar social identities, such as language, race, national origin, and mathematical experiences, are an important middle ground that connects them to their students. Through relatedness and vulnerability, instructors discussed getting students to open up and become more receptive to learning, achieving the necessary outcomes to succeed. The five themes discussed in this paper foreground (a) instructors' ability to provide student encouragement, typically through vulnerability, (b) challenges that

¹ In this paper, we employ the term "of color" as a broad category to encompass individuals who are non-white and, consequently, do not belong to the dominant racial group within the United States of America. We do not intend to use this term offensively. We recognize that this term may be subject to scrutiny. Additionally, we aim to engage in discussions and identify more precise and fitting terms to address the population referred to in this paper accurately.

negatively influence students' self-efficacy and (c) relatedness and empathy to help students succeed, resulting in a higher perceived self-efficacy in their students' part.

Keywords: self-efficacy. mathematics education. instructors of color. community college. corequisite course. developmental education.

RESUMO

Desde 2017, as faculdades do estado do Texas, nos Estados Unidos da América, estão em transição para um modelo de co-requisito em que os alunos fazem aulas de matemática tradicional e de desenvolvimento simultaneamente. Usando um quadro teórico de autoeficácia, este estudo qualitativo teve como objetivo explorar as percepções de quatro instrutores de cor de matemática em duas faculdades no Texas que adotaram o modelo de co-requisito mencionado acima. Entrevistas semiestruturadas foram usadas para indagar como os instrutores discutiam as formas de como melhor apoiar os alunos por meio desse novo modelo de co-requisito. Usando análise temática, os cinco temas abrangentes seguintes emergiram: sentimentos de encorajamento, vulnerabilidade e empatia, desafios no apoio ao desenvolvimento da autoeficácia dos alunos e relacionamento com os alunos. Os instrutores expressaram muitos desafios encontrados ao ajudar os alunos. No entanto, a maioria dos instrutores também demonstraram certos níveis de atendimento às necessidades sociais e emocionais de seus alunos para ajudá-los a superar esses desafios. Em muitas maneiras, os instrutores expressaram que precisaram ser vulneráveis com seus alunos para que assim seus alunos pudessem superar desafios tais como ter mais vontade de aprender. Os instrutores discutiram instâncias em que foram oprimidos, que moldaram suas identidades como educadores, influenciaram nas suas práticas atuais e impactaram as formas com as quais esses instrutores simpatizam com as experiências dos seus os alunos. Além disso, os instrutores expressaram constantemente a tentativa de estabelecer conexões com seus alunos. Esses instrutores discutiram como suas identidades sociais semelhantes aos dos seus alunos, como idioma, raça, nacionalidade e experiências matemáticas, são um meio termo importante que os conecta a seus alunos. Por meio de relacionamento e vulnerabilidade, os instrutores discutiram como fazer os alunos se abrirem e se tornarem mais receptivos ao aprendizado, alcançando os resultados necessários para os seus sucessos. Os cinco temas discutidos neste artigo enfatizam (a) a capacidade dos instrutores de encorajar os alunos, geralmente por meio da vulnerabilidade, (b) desafios que influenciam negativamente a autoeficácia dos alunos e (c) relacionamento e empatia para ajudar os alunos a ter sucesso, resultando em uma maior autoeficácia matemática por parte dos alunos.

Palavras-chave: autoeficácia. educação matemática. instrutores de cor. Faculdade Comunitária. curso de co-requisito. educação desenvolvimentista.

RESUMEN

A partir de 2017, los colegios universitarios del estado de Texas en Estados Unidos de América han hecho la transición a un modelo de corequisito en el cual los estudiantes toman clases de matemáticas tradicionales y de desarrollo de forma simultánea. Utilizando una teoría de auto eficacia, este estudio cualitativo tuvo como objetivo explorar las percepciones de cuatro profesores de color de matemáticas de dos universidades de Texas que adoptaron el modelo de corequisitos mencionado anteriormente. Utilizamos entrevistas semi estructuradas para preguntar cómo los profesores discutieron las formas de apoyar mejor a los estudiantes a través de este nuevo modelo de corequisitos. Utilizando el análisis temático, surgieron los siguientes cinco temas generales: sentimientos de aliento, vulnerabilidad y empatía, desafíos para apoyar el desarrollo de la auto eficacia de los estudiantes y relaciones con los estudiantes. Los profesores expresaron muchos desafíos encontrados al ayudar a los estudiantes. Sin embargo, la mayoría de los profesores también demostraron ciertos niveles

de satisfacción de las necesidades sociales y emocionales de sus alumnos para ayudarlos a superar estos desafíos. De muchas maneras, los profesores expresaron que necesitaban ser vulnerables con sus alumnos para que estos pudieran superar desafíos como estar más dispuestos a aprender. Los profesores discutieron instancias en las que fueron oprimidos, lo cual dio forma a sus identidades como educadores, influyó en sus prácticas actuales e impactó la forma en que se identifican con las experiencias de sus estudiantes. Además, los profesores expresaron constantemente sus intentos de establecer conexiones con sus alumnos. Estos profesores discutieron cómo sus identidades sociales, similares a las de sus estudiantes en términos de idioma, raza, nacionalidad y antecedentes matemáticos, son un punto de conexión importante. A través de la relación y la vulnerabilidad, los profesores discutieron cómo lograr que los estudiantes se abran y sean más receptivos al aprendizaje, alcanzando así los resultados necesarios para su éxito. Los cinco temas discutidos en este artículo enfatizan: (a) la capacidad de los profesores para alentar a los estudiantes, a menudo a través de la vulnerabilidad; (b) los desafíos que influyen negativamente en la auto eficacia de los estudiantes; y (c) la relación y la empatía para ayudar a los estudiantes a tener éxito, lo que resulta en una mayor auto eficacia matemática por parte de los estudiantes.

Palabras clave: autoeficacia. educación matemática. profesores de color. colegio comunitario. curso correquisito. educación para el desarrollo.

Introduction

In 2017, Texas House Bill 2223 transitioned developmental students (students who were not deemed ready for college based on standardized university entrance assessments) to the corequisite model. Under this new model, developmental students are required to take both their developmental and traditional mathematics courses concurrently during the same semester (Texas High Education Coordinating Board, 2018). Prior to the implementation of the corequisite model, if a student was not deemed college-ready, they were mandated to take at least one developmental course (which supports students in areas where they lack foundational knowledge according to the university entrance exams) before they could enroll in their required mathematics classes.

The field of mathematics has a history of underserving historically marginalized students due to gender and sexuality (see Ataíde Pinheiro, 2021; 2022; Goldberg et al. 2023; Lubienski & Ataíde Pinheiro 2020; Neto & Ataíde Pinheiro, 2021), race and socioeconomic status (SES), especially African Americans, Latin@s, and those in poverty (Battey & Franke, 2013; Willey & Ataíde Pinheiro, 2019); unfortunately, developmental courses have yielded similar results. Developmental courses disproportionately and negatively impact students of color (Dunigan et al., 2018; Mashall & Leahy, 2019). Around 60% of all students enrolled in college will take a developmental course (Grubb et al., 2021); of those, 66% are Black and Latinx (Brathwaite et al., 2020), and around 70% are first-generation college students (Nix et al., 2020). Specifically, community colleges enroll a more significant percentage of Black and Hispanic students compared to White Students, along with a majority of low-income and first-generation college students (FGCS; Peaslee, 2017). Research has shown these students come into community colleges at high rates and low self-efficacy (Peaslee, 2017). Further, students who have low-self efficacy are more likely to have low levels of achievement (Ayllon et al., 2019), which may impact their college attrition (Peaslee, 2017). Currently, there are no large initiatives to help these specific populations, only initiatives aimed at assisting developmental students in general (Braithwaite et al., 2020). Therefore, community colleges have a large enrollment of students of color in corequisite courses and their focus needs to be shifted to how to support these students.

Given the dearth of research on students attending 2-year colleges (also known as community college) and the role these institutions play as “educational pipelines and points of access to continued higher education for underrepresented groups” (Chang, 2005, p. 772), this study aims to explore critical areas in community colleges and the instructors who interact with students. Since faculty members substantially impact students, especially the populations mentioned above (Peaslee, 2017), the present

study focuses on how instructors of color perceive their support of these students. In particular, this paper aims to answer the following research question: How do community college teachers of color in Texas believe they are supporting developmental mathematics students' self-efficacy?

Theoretical perspectives and brief literature review

This study uses the framework of self-efficacy to aid in explaining human behaviour (Bandura, 1977). Self-efficacy is a person's perception of their ability to "exercise control over their own level of functioning and over events that affect their lives" (Bandura, 1993, p.118). Self-efficacy can predict a person's motivation, learning, self-regulation, and achievement (Bandura, 1997). Further, Bandura (1997) emphasized that these predictions are based on what an individual believes they can do versus what they may be able to accomplish.

Self-efficacy is the outcome of a system with certain performances that are widely used within educational contexts (Bandura, 1993; Gordon, 2022). These performances are based on four sources: performance accomplishments, vicarious experiences, verbal persuasion, and physiological states. The four performances adopted by Bandura (1977) contribute towards self-efficacy and can help predict how much effort an individual will put forth in situations. The four sources of self-efficacy may impact how teachers influence students to achieve self-efficacy (Gordon, 2022), and can moderate how they interpret their classroom experiences (Bandura, 1997).

Regarding the self-efficacy literature in mathematics, research has shown that students are often surprised to learn that they have been deemed not college ready and have been assigned to corequisite courses (Hu et al., 2015). Specifically, enrolling in developmental mathematics courses damages women and minority students' self-efficacy (Green, 1990). Higbee and Thomas (1999) found that several external factors, such as the institution or instructor, could impact developmental students' success. However, the same study found that students' attitudes about mathematics also impact their overall success in the course. Further, they claimed that self-efficacy needs to be established in developmental courses for students to see their relationship with cognitive performance. How developmental students view their mathematics skills can significantly impact their confidence, understanding, and performance in the course (Brathwaite et al., 2020). Students of color often suffer from lower levels of self-efficacy (Wood et al., 2015), perhaps due to their inequitable experiences in mathematics from a young age (Brathwaite et al., 2020). From the instructor's perspective, several practices can be done to enhance a student's self-efficacy (Ayllón et al. 2019).

Methods and methodology

This study seeks to explore the perceptions of instructors of color teaching corequisite mathematics courses at community colleges in Texas through interviews. In total, four instructors volunteered to participate; see Table 1 below for the participants' demographics.

Pseudonym	Gender	Race	Sexual Orientation	Age Range	Teaching Experience
Consuelo	Cis Woman	Mexican American	Straight	50-59	18+
Dani	Androgynous	Latin	Queer	40-49	6
Corrina	Cis Woman	African American	Straight	50-59	17
Daniel	Cis Man	Salvadorian	Straight	40-49	15

Table 1: Participants' demographic information

The four individual interviews took place virtually and lasted 40 minutes to one hour. The first author conducted the interviews; however, the second author was also present and asked probing questions at

the end of each interview as needed. A semi-structured interview format was selected, so deviation from scripted questions could fulfill all interview's specific needs. After each interview, the authors immediately debriefed and reflected on emerging themes from the interview.

Data Analysis

Microsoft Teams was used as the recording device for the interviews. The data from the video recording were transcribed using an automated transcribing service, coded, and analysed with support drawn from the authors' debriefs and the usage of the software MAXQDA. This study used thematic analysis as an analytical tool. Thematic analysis allows qualitative data to be grouped and themed to understand the data (Terry et al., 2017). Individually, both authors used inductive coding to make sense of each interview, met to discuss their coding, and created themes out of a set of similar codes. The themes found are discussed below.

Findings

Encouragement was the first theme found through the voices of the instructors. Encouragement represents the overarching theme of the instructor's personal journey to becoming a mathematics instructor, and how their experiences have shaped the openness (vulnerability) they displayed towards their students. As Daniel expressed, "good teachers in high school...pushed me and I wanted to go to college", and "good influences and also having enthusiasm for myself [...] striking out my path in mathematics and figuring out that was the subject that I really loved". Similarly, to Daniel, Dani, believes he was drawn to the education field because of teachers: "she [referring to the teacher] was the first person who had ever encouraged me in math," and "my experience as a developmental student - that's what made me into a successful instructor because I was not gifted at math." Consuelo admitted "I never saw in myself the potential they saw" and "it was the instructors here [referring to the community college she works at], that got me to thinking about getting into the field of education." *Vulnerability* as a theme arises when instructors, such as Corrina, expresses the ways social identities impacted her to become a teacher: Corrina explained, "when I was in the 5th grade- that's the first time I had a black teacher and at that moment I realized I could be a teacher." The instructors used these personal experiences as a means to open up to and motivate their students. For example, Dani discussed the following strategy to work with his students, he said:

You can still learn it [math], it's not too late, I started super older. If I can do it, so can you... it may take a couple times, but you're always welcome back if you fail, that's not a comment on you. All it means is you need more time with the material. I tell them these things over and over... you can be good at math.

Instructors also displayed nuanced discussions of the ways they support corequisite students. Consuelo believes, as she expressed, that "instructors put their heart and soul and effort into everything they have to try and help these students be successful." Through interactive activities, group work, and telling stories about math, she feels the students can support each other and get "different scenarios to know that not every problem is the same."

Daniel wants the corequisite students to get out of the mindset that students are going to embarrass themselves if they ask a question by encouraging them to speak up in the classroom. In fact, Daniel mentioned that sometimes he does not even talk about math with the students. For Dani, making sure his classroom is a safe space is a priority. Corrina discussed how she incorporates practices that involve building and measuring things that go over the basics and support students to start to develop a conceptual understanding of mathematics through basic knowledge.

Instructors mentioned ways they felt they were helping students succeed academically and non-academically. From Corrina's perspective, support can be as simple as "talk[ing] to them [students] about how college works" to make them feel like they belong in those learning spaces. She goes on to say students need to "feel like they're part of the community...[and] assets to the community." Dani takes a

more personalized approach, as he expressed, “I don’t try to make my job easier. I try to genuinely address each class as a new entity. And sometimes I’m just constantly building new courses”. Whereas Daniel views himself more as a mathematical psychologist, having to figure out what works best for students and motivate students.

Instructors demonstrated several preconceived emotions they have regarding their students. For example, Dani mentioned:

a good majority of my students are coming in with math anxiety. And reading through their observations about good and negative experiences, I kind of feel like anxiety isn’t something that you developed because of your inability to do math. Math anxiety is given to you because of people’s reactions to your inability to do math.

He mentioned to believe math anxiety is caused by instructors themselves, as he said, “about 80% of my students talk about being mocked by an instructor at their high school level or below.” Corrina believes that “a lot of them [students] had confidence issues [...] especially because they were told [...] they were [...] bad in math”. Yet, she says, “it wasn’t that they were not good at empirical thinking or some of them had gaps in their knowledge. Some of them had confidence issues and emotional issues so we worked through them my first-year teaching.” Corrina believes the corequisite model is a short-term non-equitable math solution since it does not allow students to fully develop as much as other students, and therefore, it contributes to students’ lack of self-efficacy in mathematics.

Challenges in supporting students’ development of self-efficacy were influenced by technology, students’ generational upbringing, the COVID-19 pandemic, students belonging to underserved groups, etc. Specifically, Consuelo said her biggest challenge was not having much time with coreq students; this was echoed by Corrina who believes the corequisite model is just getting students through faster, but not actually learning mathematics. Additionally, Consuelo mentioned the difficulties of getting students to attend class, which was echoed by Daniel mentioning that “very few students showed up, and when they do show up it is hard to get them to participate and ask questions”. Daniel believes the problem is that the current students’ generation wants it instantly. Due to COVID, Daniel thinks we will be needing to support students even more than before because students coming out of high school “aren’t ready.” Yet, Daniel also thinks COVID had more of an impact on their mindset and change their mentality about learning from home. However, Corrina believes that post-COVID online students has even lower math ability in comparison with students that attend her class in-person. Additionally, she believes post-COVID students are wanting to do less and thinking education should be easier. Dani believes there is a noticeable difference in the skill sets of people coming out of high school, yet non-traditional students seem to be pretty much the same. Lastly, Consuelo mentioned, “it’s been very, very stressful trying to meet the needs of all the students at the same time in all of these different modalities. It is just overwhelming, really.”

Systemic challenges were also mentioned throughout the interviews as instructors commented on power dynamics, stigmas, and various barriers faced by students and them as instructors. Consuelo believes some students have a stigma about college, and these stigmas create barriers. Dani discussed systemic challenges, he said, “I watch out for power dynamics [...] a lot of times male Caucasian students are more willing to speak up.... than perhaps a female person of color”. Corrina mentions the corequisite model itself may be a lot for students since there is way too many things to learn in one semester with one hour of help. Dani echoed this sentiment by saying, “this is a lot of math in one semester for anyone”. When considering the root of the problem, Corrina believes it’s a societal problem, recalling a time her white colleagues was scared of a student, she said, “he was a big guy, black guy, and they were afraid of him.... if your teachers are afraid of you, that’s not a good experience to have in class”.

Relatedness as a theme was formed through an engagement with *empathy* or having similar cultural, social, racial, language, gender, mathematical, or some form of relatedness with the student. For example, Daniel mentioned, “there is a cultural barrier, I think sometimes, as soon as they could see that, ohh, this person understands my background a little bit [...] I instantly feel the tension go away,” or to

have a mutual background with students makes them feel safer and open up; he believes it is important students see someone they could relate with. Corrina mentioned she has had a student come to her office and ask her questions because she looks like the students, and they felt comfortable. Dani relates to his students because of his experience as a developmental student. As he said, “I was not gifted at math... I didn’t know that I wanted to study math, I didn’t know I found it interesting.” Consuelo relates to her students through her experiences as a single mother, telling her students she also had to struggle through college to be successful. Daniel attempts to relate anything back to math for his students, he expressed, “math kind of opened the world up to other sciences, philosophy, all kinds of stuff... I try to push that to my students, too” and “math can open the doors to almost anything you wanna learn about”.

Empathy is an ever-present sense from these instructors as they discussed their relations with their students. They wanted their students to feel comfortable, to know it is OK to make mistakes, and that they were once also in their shoes to some capacity. This empathy may happen through creating community and/or safe spaces for the students and getting students to know they once occupied the same spaces as them.

Discussion

Through encouragement, vulnerability, challenges, relatedness and empathy, instructors of color presented a clear picture of what they do at community colleges in Texas to support their students. The challenges instructors face created different fixations. Dani mentioned the power dynamics he is cognizant of and the math anxiety his students face; as a result, he is careful to create a safe space. Often, teachers of color will create environments that attend to students’ Social-Emotional Learning (SEL) needs (White et al., 2022). Dani may find this to be part of his core teaching components based on his educational journey as a queer individual in a very conservative area he once hated. Daniel desperately wants the students to ask questions and feel comfortable enough to ask for help; from his experience, meeting instructors with ego or little vulnerability may have instilled in him the stigma he wishes to get away from.

Consuelo voiced her difficulties in getting students to just show up for classes. At the same time, she used her experiences as a single mother working multiple jobs when she was in college to acknowledge and tell students that it is going to be difficult and if they want to succeed they need to go through the challenges. Corrina focused on the confidence and emotional issues she saw in her students and tried to work through those before establishing a solid mathematical foundation. Corrina also tried to be a mentor in a way to her students, so they can see someone like them in the STEMs. Black educators can often help shape positive black racial identities in students (White et al., 2022), which is even more prevalent in the field of mathematics (Battey & Franke, 2013). In many ways, these oppressive structures discussed by the instructors influence them in shaping their identity as an educator, therefore, shaping their practices and interactions with their students.

Similarly, through their relatedness, instructors tried to form connections with students. These instructors related their social identities, language, race, national origin, mathematical experiences, etc. to find common ground with their students. Specifically, in colleges, students of color have difficulties identifying with white instructors (Chang, 2005), which makes these themes especially interesting and important to be discussed. Importantly, relatedness didn’t necessarily always mean sameness. There is an essence of empathy at play and instructors want to establish relationships with their students before learning can take place. Daniel admitted that sometimes they would not even talk about math, yet he felt forming these relationships was foundational to getting students through to the math. Further, Daniel would attempt to connect math to students’ lives. Empowering students to see math through their everyday lives is an aspect of Culturally Relevant Pedagogy (CRP) (Magee, 2022), which teachers of color are more likely to use (White et al., 2022) and have an enormous impact in the development of their students’ self-efficacy (Ayllón et al. 2019).

Vulnerability had a presence in many parts of all the interviews. Instructors discussed ways they have been potentially oppressed, or marginalized in some fashion, which then may have shaped their educator identity, used that as a point of their practice, or an eventual point of relatedness with students. Dani was vulnerable about the fact that he is a queer man, was a non-traditional developmental math student, came back to school when he was in his 30s, and struggled in math. He realized this resonates with students and can be used as a point of connection; he did not want to come across as an authority figure.

All the instructors acknowledged that the students have had negative previous experiences with math, indicating they might be less willing to ask for help. Without the instructor's vulnerability, the connection, and therefore eventual learning, may not be there for the students (Ayllón et al. 2019). Notably, the physiological state's source of self-efficacy is associated with anxiety (Bandura, 1993), and these instructors clearly have made a point to alleviate and/or work through any issues a student was having.

Self-efficacy is essentially the bridge that connects motivation and learning or developing the motivation to learn. Teachers have meaningful roles in helping students evaluate their capabilities, particularly when learning new tasks and the way in which the instructors approach the students (van Dinther et al., 2011). The students' self-efficacy may have been influenced by their instructors in many ways. Enactive mastery may have been achieved through Dani, Consuelo, and Daniel letting students know it is OK to make mistakes, to try again, and that they will continue to help them until they are able to figure out the problem. Social persuasion may have been achieved through encouraging messages the instructors provided to students, such as "it's OK not to know," "you can learn this," "ask me over and over again." Emotional arousal may have been achieved if the instructor instilled any positive math emotions in the students; this is more difficult to assume the students received, but relating mathematics to what interests students, as mentioned by Daniel, could instill this source of self-efficacy. Lastly, vicarious experiences are typically the way instructors influence student self-efficacy most (van Dinther et al., 2011), in this case that may be achieved through teaching math lessons. Through their teachings, we can hope the student received vicarious experiences. Yet, does the vicarious experience mean as much without the aforementioned social and emotional pieces? These instructors of color demonstrated SEL, as mentioned in the literature review (White et al., 2022), to further influence students' self-efficacy.

Implications and Conclusion

This study has provided the opportunity to discuss what instructors of color believe can be done to best support corequisite students. Undoubtedly, these instructors' experiences through life have shaped them as an educator. However, the teaching industry consists of a predominantly white workforce (Gutiérrez, 2002), and it would be advisable for white educators to incorporate CRP (Magee, 2022), SEL (White et al., 2022), vulnerability, and relatedness in their classroom to best support these populations of students and attempt to provide equity to an already inequitable situation.

References

- Ataide Pinheiro, W. (2021). Dismantling the 'all-boys club' a narrative of contradictions women experience in PhD mathematics programs: A Freirean approach. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 16(3), em0652. <https://doi.org/10.29333/iejme/11090>
- Ataide Pinheiro, W. (2022). *At the intersections: Queer high school students' experiences with the teaching of mathematics for social justice* (Publication No. 29320623) [Doctoral dissertation, Indiana University]. ProQuest Dissertations & Theses Global.
- Ayllón, S., Alsina, Á., & Colomer, J. (2019). Teachers' involvement and students' self-efficacy: Keys to achievement in higher education. *PLOS ONE*, 14(5). <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0216865>

- Bandura, A. (1993). Perceived self-efficacy in cognitive development and functioning. *Educational Psychologist*, 28(2), 117–148. https://doi.org/10.1207/s15326985ep2802_3
- Bandura, A. (1997). Self-efficacy: the exercise of control. *Choice Reviews Online*, 35(03), 35–1826. <https://doi.org/10.5860/choice.35-1826>
- Battey, D., & Franke, M. (2013). Integrating Professional Development on mathematics and equity. *Education and Urban Society*, 47(4), 433–462. <https://doi.org/10.1177/0013124513497788>
- Brathwaite, J., Fay, M., & Moussa, A. (2020). Improving developmental and college- level mathematics: prominent reforms and the need to address equity. *Improving Developmental and college- level mathematics: Prominent reforms and the need to address equity*, 1–22. <https://ccrc.tc.columbia.edu/publications/improving-developmental-college-level-mathematics.html>
- Chang, J. C. (2005). Faculty Student Interaction at the community college: A focus on students of color. *Research in Higher Education*, 46(7), 769–802. <https://doi.org/10.1007/s11162-004-6225-7>
- Dunigan, C., Flores, K., Haynes, M., Rangel, C., Velchoff, A., & Warren, J. (2018). Design principles for corequisite mathematics: an exploration of corequisite models for Texas colleges and universities in response to state legislative change (House Bill 2223). *Texas Success Center*. <https://tacc.org/tsc/resources?topic%5B0%5D=39>
- Goldberg, E. R., Darwin, T. K., Esquibel, J. S., Noble, S., Mullins, M., & Ataide Pinheiro, W. (2023). Contemporary debates on equity in STEM education: Takeaways from a doctoral seminar in Equity in STEM Education. *Journal of Research in Science, Mathematics and Technology Education*, 6(SI), 69–89. <https://doi.org/10.31756/jrsmt.214SI>
- Gordon, D., Blundell, C., Mills, R., & Bourke, T. (2022). Teacher self-efficacy and reform: a systematic literature review. *The Australian Educational Researcher*, 1–21.
- Green, L. T. (1990). Test anxiety, mathematics anxiety, and teacher comments: relationships to achievement in mathematics classes. *The Journal of Negro Education*, 59(3), 320. <https://doi.org/10.2307/2295567>
- Grubb, W., Boner, E., Frankel, K., Parker, L., Patterson, D., Gabriner, R., Hope, L., Schiorring, E., Smith, B., Taylor, R., Walton, I., & Wilton, S. (in press). Understanding the “crisis” in basic skills: framing the issues in community college. *Understanding the “Crisis” in Basic Skills: Framing the Issues in Community College*.
- Gutiérrez, R. (2002). Enabling the Practice of Mathematics Teachers in Context: Towards a New Equity Research Agenda. *Mathematical Thinking and Learning*, 4(2&3), 145–187.
- Higbee, J., & Thomas, P. V. (1999). Affective and cognitive factors related to mathematics achievement. *Journal of Developmental Education*, 23(1), 8–24.
- Hu, S., Bertrand Jones, T., Brower, R., Park, T., Tandberg, D., Nix, A., & Martindale, S. (2015). Learning from the ground up (full report): Developmental education reform at Florida college system institutions. *Learning From the Ground Up: Developmental Education Reform At Florida College System Institutions*. Retrieved from
- Lubienski, S. T., & Ataide Pinheiro, W. (2020). Gender and mathematics: What can other disciplines tell us? What is our role? *Journal of Urban Mathematics Education*, 13(1), 1–14. <https://jume-ojs-tamu.tdl.org/JUME/issue/view/28>

Magee, P. A., Willey, C., Ceran, E., Price, J., & Cervantes, J. B. (2020). The affordances and challenges of enacting culturally relevant stem pedagogy. *Handbook of Research on STEM Education*, 300–310. <https://doi.org/10.4324/9780429021381-28>

Neto, V., & Ataíde Pinheiro, W. (2021). Análise comparativa entre Brasil e os Estados Unidos: O problema de gênero em livros didáticos de matemática [Comparative analysis between Brazil and the United States: The problem of gender in mathematics textbooks]. *Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática*, 5(1), 1–20. <https://doi.org/10.34019/2594-4673.2021.v5.33216>

Nix, A. N., Jones, T. B., Brower, R. L., & Hu, S. (2020). Equality, efficiency, and developmental education reform: the impact of SB 1720 on the mission of the Florida college system. *Community College Review*, 48(1), 55–76. <https://doi.org/10.1177/0091552119876327>

Peaslee, D. (2017). The relationship between faculty confirmation and Community College student self-efficacy. *Community College Journal of Research and Practice*, 42(10), 635–649. <https://doi.org/10.1080/10668926.2017.1333931>

Texas Corequisite Project. (2020). Texas Corequisite Project. <https://instruction.austincc.edu/txcoreqs/>

Texas Higher Education Coordinating Board. (2018, March). *60X30 TX Texas Higher Education Coordinating Board*.

Terry, G., Hayfield, N., Clarke, V., & Braun, V. (2017). Thematic Analysis. In *The sage handbook of qualitative research in psychology* (pp. 17–37). essay, Sage.

van Dinther, M., Dochy, F., & Segers, M. (2011). Factors affecting students' self-efficacy in higher education. *Educational Research Review*, 6(2), 95–108.

White, T., Bristol, T., & Britton, T. (2022). Teachers of Color & Self-efficacy in social and emotional learning (SEL): Strengthening equity-based approaches to Sel. *Urban Education*, 004208592211148. <https://doi.org/10.1177/00420859221114875>

Willey, C., & Ataíde Pinheiro, W. (2019). Supporting prospective urban teachers to access children's multiple mathematical knowledge bases: Community mathematics explorations. In: Bartell, T., Drake, C., McDuffie, A., Aguirre, J., Turner, E., Foote, M. (Eds.), *Transforming mathematics teacher education* (p. 57–76). Cham: Springer.

Wood, J. L., Newman, C. B., & HARRIS III, F. R. A. N. K. (2015). Self-Efficacy as a Determinant of Academic Integration: An Examination of First-Year Black Males in the Community College. *Western Journal of Black Studies*, 39(1).

MANIFESTAÇÕES DA IDEOLOGIA DA CERTEZA EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA

DIRECIONAMENTOS NO ÂMBITO DA GEOMETRIA

MANIFESTATIONS OF THE IDEOLOGY OF CERTAINTY IN MATHEMATICS TEXTBOOKS

Directions in the field of Geometry

MANIFESTACIONES DE LA IDEOLOGÍA DE LA CERTEZA EN LOS LIBROS DE TEXTO DE MATEMÁTICAS

Direcciones en el campo de la geometría

Douglas Ribeiro Guimarães

(Universidade Estadual Paulista, Brasil)

douglas.guimaraes@unesp.br

Rúbia Barcelos Amaral

(Universidade Estadual Paulista, Brasil)

rubia.amaral@unesp.br

Beatriz Fernanda Litoldo

(Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Brasil)

beatriz.litoldo@uftm.edu.br

Recibido: 02/07/2023

Aprobado: 02/07/2023

RESUMO

Este texto contém um recorte da pesquisa de mestrado do primeiro autor, sob a orientação da segunda. Nele, temos como objetivo apresentar e analisar as formas com que a ideologia da certeza se manifesta em livros didáticos de Matemática brasileiros, em particular, nos capítulos de Geometria. Apesar de ser uma discussão antiga no campo da Educação Matemática, a ideologia da certeza se caracteriza, principalmente, pela compreensão do discurso matemático como puro, generalizador e rico em aplicações, o que vemos como uma discussão ainda atual. Escolhemos analisar a Geometria presente nos livros didáticos por se tratar de um tema de interesse do nosso grupo de pesquisa, e ainda porque na revisão de literatura empregada na pesquisa de mestrado, nenhuma investigação semelhante a essa foi encontrada. Partindo de uma análise documental, investigamos os capítulos de Geometria de duas coleções de livros didáticos destinados ao Ensino Médio brasileiro, buscando estudar todo o seu conteúdo. Nesses livros há tanto o conteúdo destinado aos estudantes, com os conceitos, os exemplos, os exercícios, entre outros, quanto as orientações didáticas para os professores, que abarcam aspectos sobre a utilização do material, textos informativos, respostas dos exercícios etc. Ao interpretar os dados, identificamos que a ideologia da certeza se manifesta nos capítulos escolhidos por meio da estrutura elaborada por seus autores, em que a partir da exposição de um conceito geométrico, exemplos de aplicação são

inseridos, sendo seguidos por exercícios. Esse padrão ‘conceito, exemplo e exercício’, em nossa visão, encontra respaldo na construção do próprio conhecimento geométrico. Também identificamos que a partir de contradições entre o que se espera do estudante e o que é apresentado ao professor, o desenvolvimento do discurso dado pela ideologia da certeza é ainda mais reforçado. Entendemos que questionar e enfraquecer a ideologia da certeza torna-se um desafio que não fica limitado ao exposto pelos livros didáticos, mas deve fazer parte da agenda política, social e cultural da Educação Matemática. Desse modo, críticas e reflexões para com o conhecimento matemático discutido em sala de aula carecem de considerar de que maneiras a ideologia da certeza se manifesta e de que formas ela pode ser enfrentada.

Palavras-chave: educação matemática crítica. livro didático. geometria.

ABSTRACT

This text contains an excerpt from the first author's master's research, under the guidance of the second. In it, we aim to present and analyze the ways in which the ideology of certainty manifests itself in Brazilian Mathematics textbooks, in particular, in the chapters of Geometry. Despite being an old discussion in the field of Mathematics Education, the ideology of certainty is mainly characterized by the understanding of mathematical discourse as pure, generalizing and rich in applications, which we see as a still current discussion. We chose to analyze the Geometry present in textbooks because it is a topic of interest to our research group, and also because in the literature review used in the master's research, no investigation similar to this one was found. Starting from a documental analysis, we investigated the chapters of Geometry of two collections of textbooks destined to the Brazilian High School, trying to study all its content. In these textbooks, there is both content intended for students, with concepts, examples, exercises, among others, and didactic guidelines for teachers, which cover aspects of using the material, informative texts, answers to exercises, etc. When interpreting the data, we identified that the ideology of certainty manifests itself in the chosen chapters through the structure elaborated by its authors, in which, from the exposition of a geometric concept, examples of application are inserted, being followed by exercises. This ‘concept, example and exercise’ pattern, in our view, also finds support in the construction of geometric knowledge itself. We also identified that from contradictions between what is expected from the student and what is presented to the teacher, the development of the discourse given by the ideology of certainty is even more reinforced. We understand that questioning and weakening the ideology of certainty becomes a challenge that is not limited to what is exposed by textbooks, but must be part of the political, social and cultural agenda of Mathematics Education. Thus, criticisms and reflections on the mathematical knowledge discussed in the classroom need to consider in what ways the ideology of certainty manifests itself and in what ways it can be faced.

Keywords: critical mathematics education. textbook. geometry.

RESUMEN

Este texto contiene un extracto de la investigación de maestría del primer autor, bajo la dirección del segundo. En él, pretendemos presentar y analizar las formas en que la ideología de la certeza se manifiesta en los libros de texto brasileños de Matemática, en particular, en los capítulos de Geometría. A pesar de ser una discusión antigua en el campo de la Educación Matemática, la ideología de la certeza se caracteriza principalmente por la comprensión del discurso matemático como puro, generalizador y rico en aplicaciones, lo que vemos como una discusión aún vigente. Optamos por analizar la Geometría presente en los libros de texto porque es un tema de interés para nuestro grupo de investigación, y también porque en la revisión bibliográfica utilizada en la investigación de maestría no se encontró ninguna

investigación similar a esta. A partir de un análisis documental, investigamos los capítulos de Geometría de dos colecciones de libros didácticos destinados a la Enseñanza Media Brasileña, tratando de estudiar todo su contenido. En estos libros hay tanto contenidos destinados a los estudiantes, con conceptos, ejemplos, ejercicios, entre otros, como guías didácticas para profesores, que abarcan aspectos de uso del material, textos informativos, respuestas a ejercicios, etc. Al interpretar los datos, identificamos que la ideología de la certeza se manifiesta en los capítulos escogidos a través de la estructura elaborada por sus autores, en la que, a partir de la exposición de un concepto geométrico, se insertan ejemplos de aplicación, seguidos de ejercicios. Este patrón de 'concepto, ejemplo y ejercicio', desde nuestro punto de vista, encuentra apoyo en la construcción misma del conocimiento geométrico. También identificamos que a partir de las contradicciones entre lo que se espera del alumno y lo que se le presenta al docente, se refuerza aún más el desarrollo del discurso dado por la ideología de la certeza. Entendemos que cuestionar y debilitar la ideología de la certeza se convierte en un desafío que no se limita a lo expuesto por los libros de texto, sino que debe formar parte de la agenda política, social y cultural de la Educación Matemática. Así, las críticas y reflexiones sobre los saberes matemáticos discutidos en el aula necesitan considerar de qué manera se manifiesta la ideología de la certeza y de qué manera puede ser enfrentada.

Palabras clave: educación matemática crítica. libro de texto. geometría.

Considerações iniciais

Neste artigo apresentamos um recorte da pesquisa de mestrado do primeiro autor, sob a orientação da segunda, que tinha por objetivo geral compreender como a Educação Matemática Crítica (EMC) permeia duas coleções de livros didáticos do Ensino Médio, no horizonte da Geometria. Assumindo as perspectivas de Ole Skovsmose sobre a EMC, Guimarães (2022) abordou e discutiu os conceitos de democracia e papel sociopolítico da Educação Matemática, ideologia da certeza, matemacia e ambientes de aprendizagem, para analisar os capítulos de Geometria de livros didáticos brasileiros, aprovados pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), no edital de 2018 (Brasil, 2015).

Para o presente texto, buscamos discorrer e apresentar análises desses materiais considerando a ideologia da certeza que se manifesta ao longo dos capítulos de Geometria. Tal ideologia é amparada pelos estudos de Borba (1992), Borba e Skovsmose (2001) e Skovsmose (2007), em que são discutidos alguns papéis sobre o conhecimento matemático advindo da perspectiva colocada pelas universidades, pelos programas científicos de televisão, pelos jornais, entre outros veículos de comunicação e sujeitos, incluindo professores e estudantes.

Consideramos que apesar da discussão sobre a ideologia da certeza ser antiga, visto o ano dos referidos estudos, falas e argumentos como 'foi provado matematicamente', 'os números expressam a verdade', 'as equações mostram/garantem que...', continuam sendo comuns no discurso desses veículos e sujeitos, sempre relacionados com o papel social da Matemática, em particular, dos processos que ocorrem em sala de aula, no sentido de buscar uma valorização e até uma superioridade em comparação com outras áreas do conhecimento matemático, principalmente quando relacionado aos cotidianos/mundo real.

Ressaltamos que eleger os livros didáticos como objetos de estudo é uma agenda de pesquisa importante, visto que no cenário brasileiro estes materiais, quando destinados aos professores e estudantes das escolas públicas, passam por um processo de seleção, avaliação e distribuição a partir do funcionamento do PNLD. Este Programa é responsável, todos os anos, por levar novos e repor antigos materiais didáticos para as escolas públicas cadastradas (Mazzi, 2018).

Nesse sentido, ao reconhecer o papel do PNLD enquanto uma engrenagem que faz parte das políticas públicas educacionais brasileiras, ter um olhar específico para a qualidade dos livros e materiais que ele

distribui se constitui um caminho de estudo significativo, até porque os livros didáticos são recursos expressivos que fazem parte das salas de aula (Lajolo, 1996; Gonçalves, 2022).

Diante do exposto, temos como objetivo apresentar e analisar as formas com que a ideologia da certeza se manifesta em livros didáticos, em particular, nos capítulos de Geometria, considerando a pertinência e a relevância desses materiais para subsidiar as práticas pedagógicas dos professores, bem como a aprendizagem dos estudantes.

Ideologia da certeza

A certeza dada à Matemática é discutida em Borba (1992) para qualificar os discursos veiculados em mídias e também pelas pessoas quando assumem o conhecimento matemático como importante e superior aos demais. O referido autor faz uma crítica a essa visão tomando por base a aplicação dessa ciência para problemas ‘reais’, argumentando que não é apenas pela pureza e certeza da Matemática que as soluções são encontradas, mas também pelo fator humano, que toma decisões, faz as aplicações e assume suposições diante do que será resolvido. Nesse sentido, Borba (1992) expõe exemplos que elucidam o desvelar da ‘incerteza’ matemática, como os sistemas de votação e a forma de distribuição dos recursos públicos. Nesses casos, não basta um modelo específico para predizer o que deve ser feito, mas as influências humanas serão imprescindíveis na determinação dos rumos das soluções. Assim, evitar, em sala de aula, o discurso oferecido por essa certeza torna-se um movimento importante quando o conhecimento matemático for desenvolvido pelos estudantes.

No caminhar pela certeza matemática, encontramos em Borba e Skovsmose (2001) uma compreensão que traz as ideias de Borba (1992), mas alicerçadas agora em algo além das considerações que devemos fazer ao aplicar a Matemática na resolução de problemas, questionando sobre a forma com que a educação formal acaba por ‘filtrar’ particularidades importantes do conhecimento produzido. Tal filtro pode ser visto, por exemplo, enquanto uma ‘filtragem ética’, abordada por Skovsmose (2008), para se referir aos momentos em que a Matemática é operada, sendo que apenas as técnicas baseadas em procedimentos matemáticos são utilizadas sem nenhuma reflexão, em que interesses particulares (ou o fator humano apontado por Borba (1992)), deixam de existir. Ou seja, é por meio de uma ‘filtragem ética’ que as formulações imprecisas do processo de resolução de problemas são deixadas de lado, restando aos estudantes e especialistas (e.g. engenheiros) acreditarem na neutralidade e certeza ofertada pela Matemática (Skovsmose, 2008).

Retornando ao que foi elaborado por Borba e Skovsmose (2001), e ingressando na discussão sobre a ideologia da certeza, cabe destacar, primeiramente, o que os autores concebem como ideologia: “um sistema de crenças que tende a esconder, disfarçar ou filtrar uma série de questões ligadas a uma situação problemática para grupos sociais” (Borba & Skovsmose, 2001, p. 128). No entanto, focar a questão ideológica no que tange à Matemática tem por base dois pressupostos:

- 1) A matemática é perfeita, pura e geral, no sentido de que a verdade de uma declaração matemática não se fia em nenhuma investigação empírica. A verdade matemática não pode ser influenciada por nenhum interesse social, político ou ideológico.
- 2) A matemática é relevante e confiável, porque pode ser aplicada a todos os tipos de problemas reais. A aplicação da matemática não tem limite, já que é sempre possível matematizar um problema (Borba & Skovsmose, 2001, p. 130-131).

Os pressupostos estão baseados no caráter puro e generalizador da Matemática, além das possibilidades de aplicação deste corpo de conhecimentos. Para Borba e Skovsmose (2001), ao pontuar um papel de diversas aplicações da Matemática, ocorre o reforço de um discurso que a coloca em linha de superioridade com outras áreas, bem como um discurso de confiança, visto que ao fazer uso da Matemática, podemos chegar a resultados exatos e inquestionáveis.

Assim, a ideologia da certeza é caracterizada quando, ao resolver problemas, uma e apenas uma solução esteja no horizonte do solucionador, ou seja, são resoluções que se baseiam no paradigma verdadeiro-falso, em que a possibilidade de escapar dessa dicotomia não ocorre. Porém, o fato de resolver problemas com apenas uma resposta não fica restrito ao ambiente escolar, pelo contrário, essa discussão é ampliada nos contextos voltados ao cotidiano/mundo real, fazendo com que a aplicação da Matemática seja vista como a ‘melhor maneira’ de chegar numa resposta, ofertando a sensação “de que questões e dificuldades em aplicações ‘reais’ da matemática são ‘similares’ às questões e dificuldade que [os estudantes] encontram quando tratam de problemas apresentados na escola” (Borba & Skovsmose, 2001, p. 132).

Em resumo, o poder dado à ideologia da certeza pode estar em sala de aula, quando os estudantes sentem que a partir da pureza do conhecimento matemático e sua inquestionável aplicabilidade na resolução de problemas, qualquer que seja o desafio encontrado na ‘vida real’ pode ter uma solução simples, exata e inquestionável. Ademais, será apenas com a Matemática, e não com os conhecimentos de outras áreas, que isso é possível, uma vez que ela é neutra e livre de imprecisões, isto é, já passou pelo ‘filtro’ ético, tal como discutido por Skovsmose (2008).

Sendo assim, parece-nos claro que a ideologia da certeza é uma crença fortemente enraizada e que mostra evidências das inter-relações entre a Matemática e o poder (Litoldo & Guimarães, no prelo). Skovsmose (2021), por exemplo, explica que a partir das celebrações e da presença de qualidade inerentes ao conhecimento matemático, a formação de professores privilegiou, por muito tempo, uma abordagem semelhante, como a que foi propagada pelo Movimento da Matemática Moderna. Desse modo, reações a qualquer tipo de dominação, entre os quais a ideologia da certeza é enfatizada, fazem-se necessárias ao assumir uma postura como a da EMC, seja no campo da pesquisa, seja na prática, e que é aderente ao olhar teórico aqui trazido neste texto.

Um modo comum de emergência dessa ideologia em sala de aula acontece por meio das comunicações entre professor e estudantes (Borba & Skovsmose, 2001). Entendemos que tal comunicação pode estar amparada por diversos recursos, entre eles os livros didáticos. Assim como destaca Lajolo (1996), há uma dinâmica entre esses materiais, o professor e os estudantes, sendo que os dois primeiros precisam manter uma interação, em que diálogos sejam possibilitados, com o objetivo final de oportunizar as aprendizagens dos estudantes. Contudo, nessa interação não pode haver certo controle sobre a ação docente, tal como sinaliza Nogueira (2018); pelo contrário, o diálogo que é mantido pelo professor e pelo(s) autor(es) desse material, por meio da leitura do primeiro, necessita de uma horizontalidade, em que o professor enxerga nesse recurso possibilidades para sua prática, e não um impedimento ou cerceamento de suas ações.

Ao se ancorar na ideologia da certeza conforme trazem Borba e Skovsmose (2001), a articulação com o livro didático é mencionada por Skovsmose (2007) por meio da ‘realidade virtual’. Nessa realidade, ao considerar que, por exemplo, os exercícios¹ inseridos nesse material não passaram por um processo de empiria, Skovsmose (2007) afirma sobre a inexistência de imprecisões nos enunciados, configurando, assim, uma ‘realidade virtual’, que não tem natureza real; em que fazer compras, medir, calcular, entre outras ações, existem apenas para dar significado aos valores exatos, necessários e suficientes que estão presentes nos exercícios, ou seja, por meio de um processo que ‘filtra’ considerações anteriores à resolução pelos estudantes.

Compreendemos que existe uma relação entre a ideologia da certeza e a realidade virtual, pois a primeira estabelece um discurso, tal como as falas e argumentos trazidos na introdução, e também é capaz de finalizar qualquer discussão que tenha a Matemática enquanto um corpo de conhecimento utilizado para aplicar conceitos em problemas ‘reais’. Logo, se imprecisões são retiradas dos exercícios, como os que estão em livros didáticos, certezas alusivas a eles e suas respectivas aplicações também são possibilitadas por meio da realidade virtual, fazendo prevalecer um entendimento sobre o poder puro e generalizador

¹ Embora haja diferenças na literatura em Educação Matemática relativa aos termos ‘exercícios’ e ‘problemas’, estamos considerando neste texto ambos como sinônimos. No entanto, em relação à escrita, vamos nos referir explicitamente aos ‘exercícios’ para designar as propostas presentes em livros didáticos, quando destinadas à resolução pelos estudantes.

da Matemática diante de situações apresentadas aos estudantes, e comunicadas pelo professor e pelos materiais que estão em sala de aula.

Metodologia da pesquisa

Assumimos os pressupostos da pesquisa qualitativa (Creswell, 2010), com o delineamento da análise documental sobre os materiais perquiridos (Cellard, 2012). Para Cellard (2012), há dois momentos sobre essa empreitada: a) *análise preliminar* dos documentos, procurando conhecer seus elaboradores, o contexto de produção, os modos de escrita, os conceitos-chave por detrás, entre outros elementos; b) *análise em si* dos documentos, buscando por interpretações do investigado à luz do objetivo e das bases teóricas escolhidas para a pesquisa. Como neste texto trazemos um recorte do trabalho de Guimarães (2022), a análise preliminar não será abordada.

Os materiais analisados são duas coleções de livros didáticos de Matemática, a saber: *Matemática: Ciência e Aplicações* de Iezzi, Dolce, Degenszajn, Périco e Almeida (2016a, 2016b, 2016c) e *Matemática: interação e tecnologia*, de Balestri (2016a, 2016b, 2016c). Esses livros foram escolhidos por serem representativos dos mais distribuídos pelo PNLD, edital 2018 (primeira coleção), e por serem os primeiros a participar de algum edital do referido Programa (segunda coleção).

Para analisar esses materiais, um olhar específico sobre os capítulos de Geometria foi dado, pois este tema é foco de interesse do nosso grupo de pesquisa (teorEMa – Interlocações entre Geometria e Educação Matemática) (Litoldo & Amaral-Schio, 2021) e, diante da revisão de literatura realizada por Guimarães (2022), nenhum estudo com características semelhantes havia sido realizado.

Em síntese, depois de estabelecido o recorte que seria dado nas coleções de livros didáticos, realizou-se a análise dos materiais, percorrendo-os como um todo, ou seja, investigando as páginas do conteúdo geométrico do livro do estudante, bem como as orientações didáticas destinadas ao professor². Esse movimento é importante pois, ao analisar livros didáticos, possíveis contradições entre o que se espera dos estudantes e do professor ao fazer uso desses materiais podem ser encontradas (Carreta, 2017). Por fim, observamos que para investigar os materiais selecionados nos amparamos no aporte teórico alusivo à ideologia da certeza (Borba, 1992; Borba & Skovsmose, 2001; Skovsmose, 2007).

Manifestações da ideologia da certeza nos livros didáticos de Matemática

Identificamos nos materiais analisados uma semelhança importante quanto à forma de estruturar os capítulos de Geometria. De maneira geral, eles seguem um padrão ‘conceito, exemplo e exercício’, que caracteriza, nessa ordem: exposição do conceito geométrico que será estudado na seção de algum capítulo/unidade³ do material, recorrendo, em sua maioria, a textos apenas matemáticos, com poucas ilustrações; fornecimento de exemplos que identificam aplicações diretas do conceito apresentado, sendo que cerca de 80% deles estão em situações puramente matemáticas (178 exemplos dos 204 totais em Iezzi et al. (2016a, 2016b, 2016c) e 122 dos 148 exemplos em Balestri (2016a, 2016b, 2016c)), ou seja, não realizam inter-relações com aspectos reais (Skovsmose, 2000); e proposição de exercícios que, além de aplicar os conceitos geométricos abordados inicialmente, relacionam-se com os exemplos fornecidos a partir da forma de escrever os enunciados e produzir os contextos, visto que mais uma vez aproximadamente 80% deles estão voltados apenas para situações exclusivamente matemáticas (1.092 de 1.325 exercícios em Iezzi et al. (2016a, 2016b, 2016c) e 716 de 854 exercícios em Balestri (2016a, 2016b, 2016c)).

² Esses livros são destinados aos professores e estão divididos em duas partes. Na primeira delas, o professor tem acesso, exatamente, ao conteúdo que está no livro do estudante, ou seja, os conceitos, os exemplos, os exercícios, entre outros elementos. Na segunda parte, os autores deixam orientações didáticas específicas para o professor, em que além das respostas aos exercícios, ele pode conhecer aspectos sobre o uso do material, textos informativos, formas de avaliação etc.

³ Enquanto Iezzi et al. (2016a, 2016b, 2016c) nomeiam as divisões da coleção por ‘capítulos’, Balestri (2016a, 2016b, 2016c) prefere chamá-las de ‘unidades’.

Tal modo padronizado de estruturar esses capítulos/unidades, em nossa visão, encontra respaldo na própria produção do conhecimento geométrico, principalmente por ter na Geometria Euclidiana sua base de sustentação. Como argumenta Gravina (2001), nessa discussão é importante a utilização do raciocínio lógico-dedutivo, em que a construção do conhecimento ocorrerá a partir do uso de conceitos primitivos e axiomas que, combinados por meio de relações lógicas, geram teoremas e outras afirmativas (proposições, lemas e corolários). Nesse sentido, os conceitos são apresentados de modo linear, sequencial e dependente dos anteriores, o que também acontece na estruturação de ‘conceito, exemplo e exercício’.

O que compreendemos a partir do exposto é que será por meio deste padrão que uma primeira manifestação da ideologia da certeza encontra-se presente nos materiais perquiridos. Isso porque, ao partir de conceitos já dados, os autores elucidam possíveis aplicações deles em situações específicas, que tomam a forma de exemplos e, imediatamente, propõem exercícios com base nos mesmos exemplos e conceitos aplicados. Essa forma de apresentar o conteúdo aos estudantes pode levá-los a considerar que em determinados casos é possível aplicar conceitos geométricos, bastando seguir fielmente os exemplos (que contém as resoluções necessárias e exatas) e executar uma série de exercícios, isto é, a partir de situações específicas e, conjuntamente às suas experiências com o livro didático, os alunos podem compreender que os conceitos geométricos são facilmente postos em prática em diversas outras situações semelhantes (Figura 1). Fazemos essa afirmação visto que o livro didático funciona como um material que faz parte da prática de sala de aula, veiculando conhecimentos aos estudantes (Guimarães, 2022). Nesse sentido, seu conteúdo opera enquanto uma fonte possível para que esses sujeitos adquiram conhecimentos que, neste caso apresentado, segue uma estruturação bastante padronizada.

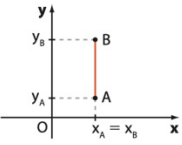
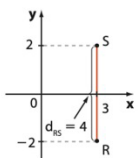
<p>• 2º caso: O segmento \overline{AB} é paralelo ao eixo y.</p>  <p>A distância entre A e B é dada pelo módulo da diferença entre as ordenadas de A e B, isto é:</p> $d_{AB} = y_A - y_B $	<p>14 Determine a distância entre os pontos dados.</p> <p>a) A(5, 2) e B(1, 3)</p> <p>b) C(-1, 4) e D(-2, -3)</p> <p>c) E(-4, -3) e O(0, 0)</p> <p>d) F(-5, 4) e G(2, -5)</p> <p>e) H(-1, 5) e I(-1, 12)</p> <p>f) J(-2, -1) e K(3, -4)</p> <p>g) L(-4, 3) e M(-4, -7)</p> <p>h) N($\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$) e P($-\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$)</p> <p>i) Q(1, 3) e R(-3, 3)</p>
<p>EXEMPLO 3</p> <p>A distância entre os pontos R(3, -2) e S(3, 2) é $d_{RS} = -2 - 2 = 2 - (-2) = 4$. Assim, $d_{RS} = 4$ u.c. (unidades de medida de comprimento).</p> 	

Figura 1: Padrão ‘conceito, exemplo e exercício’ em Iezzi et al. (2016c, p. 11-13).

Outra manifestação da ideologia da certeza é observada nas orientações disponíveis para o professor. No caso da coleção *Matemática: Ciência e Aplicações*, os autores assim escrevem:

para que o livro didático seja um auxiliar confiável, é necessário que os conceitos sejam apresentados com precisão, a linguagem e o rigor sejam compatíveis com essa etapa da escolaridade, as propriedades sejam justificadas e aplicadas a exercícios e situações-problema, os conteúdos estejam integrados e os conhecimentos matemáticos possam ser aplicados em situações cotidianas ou usados em outras áreas do saber, construindo, dessa maneira, aprendizagens significativas (Iezzi, Dolce, Degenszajn, Périgo & Almeida, 2016c, p. 260).

Entendemos que nessa mensagem ao professor alguns elementos característicos da ideologia da certeza estão presentes, na particularidade de compreender a concepção em torno do produto desenvolvido pelos autores, ou seja, sua coleção de livros didáticos. Interpretamos que ao trazer para o professor um material

‘confiável’, a exatidão e o rigor da Matemática precisam estar presentes em sala de aula ou, ao menos, é o que Iezzi et al. (2016a, 2016b, 2016c) esperam de seus livros.

Dentre características dos materiais que irão satisfazê-los como ‘confiáveis’, está o fato de que os conceitos sejam cada vez mais precisos e as propriedades justificadas (‘a Matemática é pura e perfeita’); também que sejam realizadas aplicações em exercícios e situações-problema (‘a Matemática é aplicada em todos os problemas reais’); e, além disso, essas aplicações podem ser usadas nas situações que são de outras áreas do conhecimento, isto é, ‘a Matemática é superior a outras áreas’ (Borba, 1992; Borba & Skovsmose, 2001).

Portanto, em nosso ponto de vista, ao passar pelo filtro da ideologia da certeza, a coleção *Matemática: Ciência e Aplicações* está pronta para ser utilizada enquanto ferramenta ‘confiável’ para direcionar a prática do professor de Matemática. As prescrições que estão nos livros são tomadas como legítimas e adequadas, o que pode superar o trabalho docente no que se refere ao planejamento de ensino, à escolha dos conteúdos, à abordagem metodológica e até mesmo ao sistema de avaliação.

Por outro lado, é importante observar sobre contradições (Carreta, 2017) entre o que se espera do professor e dos estudantes ao utilizar esses materiais, de ambas as coleções. No caso das obras de Iezzi et al. (2016a, 2016b, 2016c), o uso de situações cotidianas para servir como um momento de aplicação dos conhecimentos matemáticos é solicitada ao professor, de maneira que, a partir disso, os estudantes possam ter ‘aprendizagens significativas’. Porém, conforme trouxemos inicialmente nesta seção, mais de 80% dos exercícios apresentados aos estudantes são voltados exclusivamente para tratar de contextos da própria Matemática, tais como área de figuras, volume de sólidos, afirmações geométricas (axiomas e teoremas), entre outros. Logo, há um descompasso entre o que se espera do professor e o que é oportunizado aos estudantes.

Já na segunda coleção, Balestri (2016c, p. 301) explica que buscou “evitar as contextualizações artificiais como pretexto para a obtenção de dados numéricos”, especificamente quando considera os eixos de contextualização e interdisciplinaridade⁴. Assim, de acordo com o que o autor informa aos professores, a coleção optou por não seguir os passos da realidade virtual, uma vez que trazer contextos apenas como pretexto é uma característica dessa realidade. Caso o professor adentrasse na realidade virtual, ele teria

as justificativas para assumir que todos os dados relevantes para resolver os problemas estão apresentados com exatidão; que as informações não-relevantes para a solução do problema são deixadas de lado; que é possível resolver o problema por meio de técnicas matemáticas já apresentadas e bem definidas; e que há uma e apenas uma solução correta (Skovsmose, 2007, p. 83).

No entanto, o que encontramos em passagens dessa coleção permite identificar uma manifestação da ideologia da certeza, marcada pela aparição de traços da realidade virtual, sobretudo ao que é apresentado para os estudantes (Figura 2).

23. De um queijo com formato circular cujo raio mede 10 cm e altura mede 6 cm foi retirada uma fatia, cuja vista superior sugere um setor circular com ângulo central de 30° .
Para ser guardada, essa fatia será envolta com filme plástico para alimentos. Qual a quantidade mínima de filme plástico necessário para envolver toda a fatia de queijo?
aproximadamente 203,74 cm² Use $\pi = 3,14$.

⁴ Contextualização e interdisciplinaridade são dois eixos tomados como perspectiva para o Ensino Médio brasileiro, conforme especificações dos Parâmetros Curriculares Nacionais para essa etapa (Brasil, 2000), que era um dos documentos curriculares em vigência no momento de produção das coleções de livros didáticos analisadas nesta pesquisa.

Diante do que interpretamos como manifestações da ideologia da certeza nos livros didáticos, podemos identificar que, por um lado, existe uma forma estrutural dessa ideologia permear os capítulos de Geometria, seguindo, inclusive, a própria construção do conhecimento geométrico apresentado por seus autores. Por outro lado, compreendemos que a partir do que se mostra aos estudantes (situações puramente matemáticas) e aos professores (buscar por situações reais), ocorrências da realidade virtual são observadas, fazendo com que a ideologia da certeza seja evitada pelos professores, ao mesmo tempo em que os próprios materiais a reforçam.

Considerações finais

Neste texto trouxemos parte dos resultados de uma pesquisa que teve por objetivo apresentar e analisar as formas com que a ideologia da certeza se manifesta em livros didáticos, em particular, nos capítulos de Geometria. Por se tratar de um recorte desta (Guimarães, 2022) apresentamos apenas duas manifestações da ideologia da certeza, como abordada por Borba e Skovsmose (2001). Enfatizamos que na investigação maior, outras discussões são abordadas, inclusive com possibilidades evidenciadas nos dados de desafiar essa ideologia, tais como mudanças nas perguntas efetuadas pelos autores das coleções, indo em direção a questões exploratórias, que não apresentam uma única resposta; trocas no padrão ‘conceito, exemplo e exercício’; e a proposição de práticas interdisciplinares, que ajudam na congregação da Geometria com outras áreas do conhecimento, sem hierarquização. Vemos que tais possibilidades podem ser ainda saídas encontradas pelos professores para desafiar a ideologia da certeza, quando estes fazem uso dos materiais analisados, ou semelhantes.

Consideramos de suma relevância discutir a ideologia da certeza, no campo da Educação Matemática, por ela se configurar como uma postura encontrada no discurso de diversos sujeitos e veículos de comunicação, incluindo os livros didáticos. Tal discurso reforça o poder dado à Matemática quando aplicada para solucionar problemas da realidade, incluindo uma verdadeira crença que deixa de lado o fator humano e se preocupa apenas com as questões técnicas.

Questionar e enfraquecer a ideologia da certeza torna-se um desafio que não fica limitado ao exposto pelos livros didáticos, mas deve fazer parte da agenda política, social e cultural da Educação Matemática. Desse modo, críticas e reflexões para com o conhecimento matemático discutido em sala de aula carecem de considerar como a ideologia da certeza se manifesta e de que formas ela pode ser enfrentada.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001 e do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). Agradecemos, ainda, a Marina Aiub pelo design das figuras deste artigo.

Referências

- Balestri, R. (2016a). *Matemática: interação e tecnologia, volume 1*. (2ª ed.). São Paulo: Leya.
- Balestri, R. (2016b). *Matemática: interação e tecnologia, volume 2*. (2ª ed.). São Paulo: Leya.
- Balestri, R. (2016c). *Matemática: interação e tecnologia, volume 3*. (2ª ed.). São Paulo: Leya.
- Borba, M. C. (1992). Teaching mathematics: challenging the sacred cow of mathematical certainty. *The Clearing House*, 65(6), 332-333.

Borba, M. C., & Skovsmose, O. (2001). A ideologia da certeza em educação matemática. In O. Skovsmose, *Educação matemática crítica: a questão da democracia*. (pp. 127-148; A. Lins, & J. L. Araújo, Trad.). Campinas, SP: Papirus.

Brasil. (2000). *Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio – Parte I – Bases legais*. Brasília: Ministério da Educação.

Brasil. (2015). *Edital de convocação 04/2015 – CGPLI: edital de convocação para o processo de inscrição e avaliação de obras didáticas para o Programa Nacional do Livro Didático PNLD 2018*. Brasília: Ministério da Educação.

Carreta, C. L. A. (2017). *O programa nacional do livro didático. Do conceito de função à função logarítmica: um olhar sociocrítico*. (Dissertação de Mestrado). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, SP, Brasil.

Cellard, A. (2012). A análise documental. In J. Poupart, J. P. Deslauries, L. H. Groulx, A. Laperrière, R. Mayer, & A. P. Pires. *A pesquisa qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos*. (3ª ed.). (pp. 295-316; A. C. A. Nasser, Trad.). Petrópolis, RJ: Vozes.

Creswell, J. W. (2010). *Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto*. (3ª ed.). Porto Alegre: Artmed.

Gonçalves, F. R. (2022). *Um estudo sobre a presença e a influência das crenças de professores de matemática ao utilizar o livro didático*. (Dissertação de Mestrado). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, Brasil.

Gravina, M. A. (2001). *Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo*. (Tese de Doutorado). Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, Brasil.

Guimarães, D. R. (2022). *Educação matemática crítica permeando capítulos de geometria em livros didáticos: entre direcionamentos, contextos e enunciados*. (Dissertação de Mestrado). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, Brasil.

Iezzi, G., Dolce, E., Degenszajn, D., Périgo, R., & Almeida, N. (2016a). *Matemática: ciência e aplicações, volume 1: ensino médio*. (9ª ed.). São Paulo: Saraiva.

Iezzi, G., Dolce, E., Degenszajn, D., Périgo, R., & Almeida, N. (2016b). *Matemática: ciência e aplicações, volume 2: ensino médio*. (9ª ed.). São Paulo: Saraiva.

Iezzi, G., Dolce, E., Degenszajn, D., Périgo, R., & Almeida, N. (2016c). *Matemática: ciência e aplicações, volume 3: ensino médio*. (9ª ed.). São Paulo: Saraiva.

Lajolo, M. (1996). Livro didático: um (quase) manual de usuário. *Em aberto*, 16(69), 3-9.

Litoldo, B. F., & Amaral-Schio, R. B. (2021). Mathematics textbooks as subject of study: producing knowledge on the presence of geometry. *The Mathematics Enthusiast*, 18(3), 502-534.

Litoldo, B. F., & Guimarães, D. R. (no prelo). Possible dialogues between power, mathematics and cryptography: a critical reflection on their interrelationships. *12th International Conference of Mathematics Education and Society*.

Mazzi, L. C. (2018). *As demonstrações matemáticas presentificadas nos livros didáticos do ensino médio: um foco nos capítulos de geometria*. (Tese de Doutorado). Instituto de Física “Gleb Wataghin”, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.

Nogueira, P. O. (2018). *O papel do editor no processo de edição do manual do professor*. (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.

Skovsmose, O. (2000). Cenários para investigação. *Bolema*, 13(14), 66-91.

Skovsmose, O. (2007). *Educação crítica: incerteza, matemática, responsabilidade*. (M. A. V. Bicudo, Trad.). São Paulo: Cortez.

Skovsmose, O. (2008). *Desafios da reflexão em educação matemática crítica*. (O. A. Figueiredo, & J. C. Barbosa, Trad.). Campinas, SP: Papirus.

Skovsmose, O. (2021). Esboçando uma filosofia da educação matemática crítica. In G. H. G. Silva, I. M. S. Lima, & F. A. G. Rodríguez (Orgs.), *Educação matemática crítica e a (in)justiça social: práticas pedagógicas e formação de professores*. (pp. 33-62). Campinas: Mercado de Letras.

CALLING FOR CRITICAL INTERROGATIONS OF WHITE SUPREMACY AND SETTLER COLONIALISM IN MATHEMATICS EDUCATION RESEARCH

GETTING IN “GOOD TROUBLE, NECESSARY TROUBLE”¹

*CHAMADO PARA INTERROGAÇÕES CRÍTICAS DA SUPREMACIA BRANCA E DO
COLONIALISMO DOS COLONOS NA PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*

Ficar em "problemas bons, problemas necessários"

*LLAMADO A CUESTIONAMIENTOS CRÍTICOS DE LA SUPREMACÍA BLANCA Y EL
COLONIALISMO DE COLONOS EN LA INVESTIGACIÓN DE LA EDUCACIÓN
MATEMÁTICA:*

Meterse en “problemas buenos, problemas necesarios”

David W. Stinson

(Georgia State University, United States)

dstinson@gsu.edu

Jayasree Subramanian

(SRM University AP, India)

jayasree.subramanian@gmail.com

Cathery Yeh

(University of Texas at Austin, United States)

cathery.yeh@austin.utexas.edu

Recibido: 02/07/2023

Aprobado: 02/07/2023

ABSTRACT

In this essay, we contextualize a call for strengthening equity and social justice research in mathematics education by inserting the mathematics education enterprise into two world events of 2020: the global COVID-19 pandemic and the global resurgence of the Black Lives Matter movement. We do so to underscore how white colonialism is forever present everywhere in structures and institutions around the globe, including those of the mathematics education enterprise. We briefly describe the logics of white supremacy and settler colonialism and then combined them into a compounding scheme of colonizing white supremacist logics. Next, we feature recent USA-based mathematics education research to illustrate some different possibilities when equity and social justice research is indeed strengthened through critical interrogations of white supremacy and settler colonialism. We conclude the essay with a justification for getting in good trouble, necessary trouble.

¹ Abridged from the forthcoming chapter: Stinson, D. W., Subramanian, J., & Yeh, C. (in press). Strengthening equity and social justice research in mathematics education through critical interrogations of white supremacy and settler colonialism. In M. A. Clements, B. Kaur, T. Lowrie, V. Mesa, & J. Prytz (Eds.), *Fourth International Handbook of Mathematics Education*. Springer.

Keywords: mathematics education. settler colonialism. white supremacy.

RESUMO

Neste ensaio, contextualizamos um apelo para o fortalecimento da pesquisa de equidade e justiça social na educação matemática, inserindo o empreendimento da educação matemática em dois eventos mundiais de 2020: a pandemia global de COVID-19 e o ressurgimento global do movimento Black Lives Matter. Fazemos isso para enfatizar como o colonialismo branco está sempre presente em todas as estruturas e instituições ao redor do mundo, incluindo aquelas do empreendimento de educação matemática. Descrevemos brevemente as lógicas da supremacia branca e do colonialismo dos colonos e, em seguida, as combinamos em um esquema composto de colonizar as lógicas da supremacia branca. Em seguida, apresentamos pesquisas recentes em educação matemática nos EUA para ilustrar algumas possibilidades diferentes quando a pesquisa sobre equidade e justiça social é de fato fortalecida por meio de interrogações críticas sobre a supremacia branca e o colonialismo dos colonos. Concluimos o ensaio com uma justificativa para nos metermos em problemas bons, problemas necessários.

Palavras-chave: educação matemática. colonialismo colonizador. supremacia branca.

RESUMEN

En este ensayo, contextualizamos un llamado para fortalecer la investigación sobre equidad y justicia social en la educación matemática al incorporar la empresa de educación matemática en dos eventos mundiales de 2020: la pandemia mundial de COVID-19 y el resurgimiento mundial del movimiento Black Lives Matter. Hacemos esto para subrayar cómo el colonialismo blanco está siempre presente en todas partes en las estructuras e instituciones de todo el mundo, incluidas las de la empresa de educación matemática. Describimos brevemente las lógicas de la supremacía blanca y el colonialismo de colonos y luego las combinamos en un esquema compuesto de lógicas colonizadoras de supremacía blanca. Aquí, presentamos una investigación reciente sobre educación matemática basada en los EE. UU. para ilustrar algunas posibilidades diferentes cuando la investigación sobre equidad y justicia social se fortalece a través de la interrogación crítica de la supremacía blanca y el colonialismo de los colonos. Concluimos el ensayo con una justificación para meterse en buenos problemas, problemas necesarios.

Palabras clave: educación matemática. colonialismo de colonos. supremacía blanca.

COVID-19, the Black Lives Matter Movement, and the Mathematics Education Enterprise

The global COVID-19 pandemic of March 2020 and the global resurgence of the Black Lives Matter (BLM) Movement of May 2020 squarely (re)positioned discussions on “race,” racism, and white supremacy as galvanizing debates of contention in many villages, towns, and cities around the globe. Opposing political parties and community groups in many corners of the Western world and beyond latched on to the COVID-19 crisis and the fight for Black, Indigenous, and people of color lives either to advance antiracism and cultural pluralism ideals or to radicalize xenophobic and ultranationalist principles. These clashing reactions were evident in the different neoliberal policies anchored in white colonialism (e.g., racism, anti-Blackness, patriarchy, classism, ableism, etc.) enacted in response to the pandemic. The virus itself did not discriminate based on race, class, or country. Yet around the globe and throughout every country, COVID-19 appeared to target vulnerable and marginalized communities: those in poverty, immigrants, the undocumented, people of color, Indigenous peoples, and those dis/abled.

Like the global pandemic and consequential intensifying global inequality, the violent and devastating effects of white colonialism on Black communities, communities across the diaspora, and communities of color became ever so evident in 9 minutes and 44 seconds as video footage of the May 2020 murder of an unarmed, 46-year-old Black man, George Floyd, by a Minneapolis, Minnesota, USA police officer circled the globe on social media. This condemnable murder reignited the BLM movement that began 8 years earlier in the United States as an activist response to the February 2012 shooting death of an unarmed, 17-year-old African American male high school student, Trayvon Martin. The response in May 2020 to the video footage of the heinous crime extended the BLM protest marches for racial equity and social change from city streets in the United States to city streets throughout the Commonwealth, the European Union, and the South American and African continents and beyond.

The structures and institutions of the mathematics education enterprise (i.e., its structural and ideological entrenched systems) have not escaped the disproportionality and inequitable hardwiring effects of white colonialism. If mathematics education is viewed as the teaching and learning of a collection of disembodied systems and objects that exist outside of social systems, then characterizing mathematics education as racist and grounded in white colonialism, seems farfetched. But if mathematics education is considered as a part of social systems, such as educational systems, and exists through human interaction, enacted through policies, and measured through social apparatuses shaped by history and context, such as standardized tests, then mathematics education can be seen as a hegemonic racial project of cultural colonization entangled with and in social systems of white supremacy (Martin, 2009, 2013, 2019).

The mathematics education enterprise as “a racialized space, an instantiation of White institutional space” (Martin, 2013, p. 328), we argue, is designed to maintain a global system of white colonialism inside and outside the field of mathematics. Within the mathematics education research community, how often do researchers speak boldly for justice yet continue to inflict racial violence on lives and minds through the perpetuation of racial scripts that not only hide the brilliance, competence, and agency of children and youth of color but also perpetuate suffering (Gholson & Wilkes, 2017; Martin et al., 2017)? Across the world, racial scripts divide, sort, and stratify along a caste hierarchy placing whites at the top and all others at the bottom (Wilkerson, 2020).

Through racial listings and orderings forever present throughout socio-historical, -political, and -cultural discourses, hierarchies are formed and maintained, and groups are divided and positioned against one another. Discourses however are not mere words that might be heard or read but rather discursive practices that systematically form the possibilities and impossibilities of knowledge discourses, producing and reproducing régimes of truth (Foucault, 1969/1972). In other words, discourses and discursive practices are not merely ways of organizing what people say and do but rather ways of organizing actual people and their systems, creating in turn “truths” about mathematics teaching and learning (Stinson & Walshaw, 2017). These discursive hierarchical truths enacted within the mathematics education enterprise, for example, intensify the “‘gap-gazing’ fetish” (Gutiérrez, 2008, p. 357) of the so-named achievement gap to normalize children and youth of color at the bottom of an achievement pyramid (Gholson & Wilkes, 2017); reify mathematics as the purview of white males (Stinson, 2013) to perpetuate a singular image in the invention of the mathematician (Hottinger, 2016); and solidify a system of curricular tracking to maintain the capitalist necessity of stratifying children and youth of color and of the working class in segregated, low-level classrooms (Battey, 2013). Discursive hierarchical truths in the end maintain mathematics as an instrument of exclusion and social stratification in which Black, Indigenous, and other students of color are subjected to erasure, oppression, and dehumanization (Martin, 2019; Martin et al., 2017). Disrupting and displacing these hierarchies necessitate collective and iterative endeavors in critically questioning discourses and discursive practices that reify exclusion by positioning whiteness as normative, (re)producing white supremacy and settler colonialism.

Defining White Supremacy and Settler Colonialism

The terms *white supremacy* and *settler colonialism* are both contested and contentious concepts and analytic frames found throughout the humanities and social science literature (e.g., Mills, 1997; Veracini, 2013). Nevertheless, social geographers Bonds and Inwood (2016), pulling from a wide range of research and scholarship found in a variety of intellectual fields, succinctly defined and outlined the differences between the analytic frames white privilege and white supremacy and (post) colonialism and settler colonialism. One key aspect of their definitions is the positioning of both white supremacy and settler colonialism in historicized rather than historical contexts—historicized contexts locate the frames in the here and now rather than the past.

To move beyond white privilege, Bonds and Inwood (2016) identified racism and white privilege as mere symptoms and white supremacy as the disease. White supremacy succinctly defined, according to Bonds and Inwood, “is the presumed superiority of white racial identities ... in support of the cultural, political, and economic domination of non-white groups” (pp. 719–720). White supremacy, therefore, “is the *defining logic* of both racism and privilege as they are culturally and materially produced” (p. 720, emphasis in original). Through a historicized understanding, white supremacy then is no longer only located in historical pasts or nationalist extremist groups but rather “reveals its stubborn endurance and the ways its every-day logics are reproduced through spectacular and mundane violences that reaffirm empire and the economic, social, cultural, and political power of white racial identities” (p. 721).

The acknowledgment of the enduring violences of the empire and the economic, social, cultural, and political power of white supremacy is what distinguishes settler colonialism from colonialism (Bonds & Inwood, 2016). Settler colonialism is positioned in the here and now, a permanent and “unfolding project [that] involves the interplay between the removal of First Peoples from the land and the creation of labor systems and infrastructures that make the land productive” (p. 721). Settler colonialism, then, as a historicized process, like white supremacy, is no longer only located in historical pasts or conquering empires. But rather, settler colonialism is a forever present everywhere dialectic that “drives the socio-spatial logics of contemporary settler colonial nationalism and identity and is not only central to the production of white supremacist discourses, but the very materiality of whiteness itself” (pp. 721–722).

Together, the sum of the logics of both white supremacy and settler colonialism is greater than its parts, compounding into a colonizing white supremacist disease that is culpable in nearly every local, regional, national, and global act, large and small, of dehumanization. This compounded disease, we contend, has seeped into nearly every structure and institution (some more so than others) of human making around the globe. As such, this disease explains, in part (in no particular order): the brutalizing violences of racism, the enduring inequalities of patriarchy, the proliferating policies of immigrant criminalization, the multiplying injustices of corporate globalization, the contradicting justifications of religious intolerance, the mounting imbalances of criminal justice, the unending pathologizing of the LGTBQIA2S+² community, the mortifying rationing of healthcare, the restricting access of adequately funded schools, the solidifying prejudices of academic tracking, the intensifying dangers of unrestrained militarization, the accelerating infringements of governance, the escalating usages of English only, the limiting acknowledgements of dis/abilities, the accumulating incidences of hunger and homelessness, the perpetuating persistence of unemployment and underemployment, and on and on. The numbers, 6,500,000 human deaths and counting—disaggregated by country, race, ethnicity, class, disability, and gender—and 9 minutes and 44 seconds, are clearly illustrative of the far-reaching brutal power of colonizing white supremacist logics around the globe: in these instances, establishing which human lives matter—an ultimate act of dehumanization.

² LGTBQIA2S+ is an acronym for lesbian, gay, bisexual, transgender, queer and/or questioning, intersex, asexual, two-spirited, plus the countless other affirming ways in which people choose to self-identify.

Calling for Critical Interrogations of White Supremacy and Settler Colonialism

While an increasing number of researchers in the international mathematics education community over the past two decades have drawn attention to the inequities and injustices embedded in the mathematics education enterprise, when material structures and institutions are not explicitly addressed and dismantled, inequities and injustices can often stay intact. In that, even amidst these ongoing efforts, the enduring stability of white supremacy and settler colonialism can unintentionally be reproduced and reified. We therefore ask the international mathematics education research community to consider a far-reaching question: *can the mathematics education enterprise be liberated from its forever present everywhere colonizing white supremacist logics?* Uniquely different from other questions of equity and social justice, this question aims to pry loose equity and social justice research from “White rationality, White sensibilities, and White benevolence” (Martin, 2015, p. 20) that has seeped into much of the existent research and reform efforts. It asks all members of the largely white international research community to take a critical look inward rather than always affixing the gaze outward. This question is not about erroneously (re)centering whiteness but rather about critically examining the discourses and discursive practices of colonizing white supremacist logics embedded throughout the mathematics education enterprise. Such an examination prompts a different set of questions to think with (Bové, 1995): How did these discourses and discursive practices come into existence? How are these discourses and discursive practices reproduced and regulated? How are these discourses and discursive practices reified even with and in much of the current research and reform efforts to make mathematics teaching and learning equitable and just? How might these discourses and discursive practices affect classrooms, schools, communities, students, teachers, and parents and community members? How might these discourses and discursive practices be disrupted, deconstructed, and displaced? All in all, how might the mathematics education enterprise escape the disproportionality and inequitable discourses and discursive practices of colonizing white supremacist logics?

Thinking with these questions when conceiving, planning, conducting, and writing up equity and social justice centered research, we argue, requires incorporating explicit critical interrogations of colonizing white supremacist logics as an essential element throughout the entire research process. Such interrogations add another layer to the research plan, requiring researchers and research teams to think, rethink, and then, re-rethink some more about how the topics, purposes, frameworks, methods, and findings of their research project might (or might not) reproduce or reify colonizing white supremacist logics of mathematics and mathematics teaching and learning. The absence of such critical interrogations does not make a research project “bad,” just dangerous; and being dangerous just means there is more work to do (Foucault, 1983/1997). In other words, not adding a layer of explicit critical interrogations of colonizing white supremacist logics to the research plan (i.e., not doing the more) results in research that is incomplete and dangerously opened to the possibilities of reproducing and reifying rather than deconstructing and displacing colonizing white supremacist logics. While adding a layer of explicit critical interrogations (i.e., doing the more) brings different possibilities in the name of equity and social justice, for example: different ways to characterize mathematics (Gutiérrez, 2017a), different directions to turn toward (Martin, 2019), different frameworks to envision (Battey & Leyva, 2016), and different pedagogical paradigms to explore (Davis, 2018).

Rochelle Gutiérrez (2017a), in her article “Living Mathematx: Towards a Vision for the Future,” presented not only a different way to characterize mathematics but also a different term: mathematx. Proposed as a new vision for practicing mathematics, mathematx disrupts, deconstructs, and displaces the restrictive and inadequate Western defining principles of mathematics. Located at the intersection of “ethnomathematics (including Western mathematics), postcolonial theory, aesthetics, biology, and Indigenous knowledge” (p. 2), mathematx aims to open the door for different lenses for viewing and relating with the universe and others. In doing so, it opens an opportunity to learn how different approaches—mathematics or mathematx—“make im/possible certain forms of knowing the world, recognizing that all of these forms are provisional, local, and legitimate” (p. 26). Mathematx, as a different way of practicing, allows the asking of new questions that move past previous notions of Western mathematics or other mathematics, mathematics as oppressing or liberating, mathematics as

discovered or invented, toward “a radical reimagination of mathematics, a version that embraces the body, emotions, and harmony” (p. 15).

Danny Martin (2019), in his article “Equity, Inclusion, and Antiracism in Mathematics Education,” turned toward a different direction of equity and social justice research: a turn toward antiracism. This turn brings into sharp relief that reform efforts in mathematics education in the name of equity for Black children and youth have been “a delusion rooted in the fictions of white imaginaries and characterized at best by incremental changes that do little to threaten the maintenance of racial hierarchies and white supremacy inside or outside of mathematics education” (p. 471). Through race-critical analyses that highlight socio-historical and -political structures and discourses that maintain white supremacy and Black dehumanization, Martin documented how reform efforts in the name of equity and social justice have been inadequate. In the end, Martin conceded that fixing the mathematics education enterprise in the name of Black liberation is unrealistic given decades of evidence of failed reform efforts. He argued that liberation-seeking Black people need to recognize that mainstream mathematics education cannot be fixed and that “the current system of mathematics education must be replaced by a new system that allows Black people to flourish in their humanity, free from antiracism” (p. 473).

Dan Battey and Luis Leyva (2016), in their article “A Framework for Understanding Whiteness in Mathematics,” envisioned a different developing framework “to support mathematics education scholars in general, and White scholars specifically, in examining the racist internal structure of mathematics education” (p. 50). They began building their framework by clarifying the nuances among the terms white supremacy, white privilege, whiteness, and racism. They defined whiteness as “the ideology that maintains White supremacy.... the fictive ideology from which racism is established” (pp. 50–51). The goal of the framework offered therefore “is not merely to name White privilege in mathematics education but rather to document the institutional ways in which White supremacy in mathematics education acts to reproduce subordination and advantage” (p. 51). All in all, Battey and Leyva intended the framework to de-silence race and destabilize the racial neutrality of whiteness in the mathematics education enterprise. They suggested that Moore’s critical analysis of law education pertains equally to mathematics education: “Deconstructing the white institutional space will require that we discard this constraining white frame and center the experiences and voices of students of color in the project of identifying and eliminating the structural remnants of our white racist past” (W. L. Moore, as cited in Battey & Leyva, p. 163).

Julius Davis (2018) in his article “Redefining Black Students’ Success and High Achievement in Mathematics Education: Toward a Liberatory Paradigm,” suggested a different pedagogical paradigm of liberation for Black students. Davis began his justification for a shift toward a liberatory paradigm by critiquing the Eurocentric paradigm that pervades mathematics education and that aligns Black students’ success and high achievement with the interests and standard of whiteness. This standard of whiteness, according to Davis, “is a form of property that dictates acceptable norms, behaviors, cultural practices, status, reputation, achievements, and performance in mathematics spaces and society. It also includes the exclusion of Black community” (p. 70). Grounding a paradigm of liberation “in a diasporic view of Black history in mathematics, culture, values, and interests” (p. 71), Davis necessarily redefined success and high achievement in mathematics. In his closing defense of a liberatory paradigm, Davis argued that the Eurocentric paradigm must be abandoned because it does not focus on the collective achievement of Black students. He noted: “the focus on liberation for Black people in society has always been about the collective, not the individual. The same must be true for mathematics education” (p. 76).

Evidently, critical interrogations of colonizing white supremacist logics provide different possibilities for the mathematics education enterprise. There are other instances in recent literature that demonstrate how the researchers or research teams thought, rethought, and then, re-rethought some more in a move toward critical interrogations of white supremacy and/or settler colonialism. For example, Harper, Maher, and Jung (2021), in their article “Whiteness as a Stumbling Block in Learning to Teach Mathematics for Social Justice,” employed Battey and Leyva’s (2016) framework for understanding

whiteness to uncover how two early-career, white women teachers either disrupted or perpetuated white supremacy in their implementation of social justice mathematics lessons. Wells (2018), in his article “Understanding Issues Associated with Tracking Students in Mathematics Education,” rooted tracking in “capitalist explorations and settler colonialism” to demonstrate how tracking in mathematics education “creates cultures of academic apartheid” (p. 68). And Nishi (2021), in her article “White Hoarders: A Portrait of Whiteness and Resource Allocation in College Algebra,” combined tenants of critical whiteness studies, settler colonialism, and critical race theory to illustrate how “whiteness-at-work in college algebra yielded a certain entitlement by white students to classroom resources” (p. 1179). In the mathematics education literature, it is encouraging to see possibly the makings of a new trend, a different way forward for equity and social justice research in mathematics education. Although dangerous, a simple Google Scholar search (English language only; conducted January 2023) of the terms “white supremacy” and “mathematics education” returned only 21 results between 1980 and 1999 but nearly 1,400 between 2000 and 2022. Similarly for the terms “settler colonialism” and “mathematics education,” that search returned zero results between 1980 and 1999 but nearly 300 results between 2000 and 2022.

To close, in featuring recent USA-based equity and social justice centered mathematics education research to support a suggested approach of strengthening such research, three probable issues necessitate direct explanations. First, the seven examples offered in the discussion above are from English-only journals (see Meaney, 2013, for a discussion of unintended consequences of the prevalence of English only in mathematics education research). But none of the examples were pulled from the pages of mainstream mathematics education journals. In fact, more than one was rejected through the review process at the *Journal for Research in Mathematics Education* and *Educational Studies in Mathematics*, the two main controlling journals in the field (controversial topics in such journals more times than not continue to be relegated to “special issues”). Two of the seven articles were published in journals outside of mathematics education, which is often the case when a topic is seen as “too progressive”; and three were published in non-mainstream mathematics education journals known for disruptively pushing the field forward: two in the *Journal of Urban Mathematics Education* and one in the *Philosophy of Mathematics Education Journal*. Given the larger mainstream international mathematics education research community’s unfortunate, over thirty-year history in being all but silent in meaningfully addressing issues of race and racism (Stinson, 2011), hopefully lessons have been learned from the past as mathematics education researchers continue to cross paradigmatic and epistemological boundaries (Tate, 1997) in the name of equity and social justice.

Second, it is tempting to position analyses of colonizing white supremacist logics as only applicable to specific countries or to structures and institutions outside of the mathematics education enterprise. Such positioning, in both cases, would be in error. Valoyes-Chávez and Martin (2016), in their critical analyses of racism both inside and outside the mathematics classroom in the context of Colombia and the United States, respectively, documented how colonizing white supremacist logics have no home country but rather are at home in every country. The omnipresence and persistence of racism, according to Valoyes-Chávez and Martin, “stems from the fact that that the meanings for race and racial categories are created, politically contested, and re-created in any given sociohistorical and geopolitical context as a way to maintain boundaries of difference related to domination and oppression” (p. 363). Given that white supremacy and racism are two sides of the same coin of domination and oppression (Stinson, 2017), together they shape the structures and institutions of human making in nearly any given country, including those of the mathematics education enterprise. Moreover, Subramanian’s (see Stinson, Subramanian, & Yeh, in press) detailed discussion of the conflicts and contradictions of white supremacy and Brahminical supremacy in postcolonial India provides further evidence that colonizing white supremacist logics are indeed at home in any country.

Third, taking a turn toward incorporating critical interrogations of colonizing white supremacist logics throughout the research process is likely to land a researcher in “trouble.” The politically polarizing of the two global events of 2020 noted at the beginning of this essay—the COVID-19 pandemic and the resurgence of the BLM movement—was not achieved in a vacuum. But rather achieved through a

political strategy of entangling the two events in the multiplicity of polarizing events the world over since the beginning of the 21st century that continue to violently deepen socio-political and -cultural divides arising in too many villages, towns, and cities throughout the world. One of these increasingly visible divides is the battle between the “conservative right” and the “progressive left” over the control of knowledge production, validation, and dissemination. Conducting research that incorporates critical interrogations of colonizing white supremacist logics inserts the researcher into the center of this highly politicized battle. Taking a turn toward such interrogations then, in the end, becomes a risk, a risk of getting in trouble.

Closing Question of Good Trouble, Necessary Trouble

The *trouble* here refers to the personal and professional attacks, threats, and harassments that Gutierrez (2017b) and Rubel (Rubel & McCloskey, 2019) experienced on all fronts after their research which explicitly challenges the dominance of colonizing white supremacist logics within the mathematics education enterprise was picked up by members of right-wing extremist organizations and groups and social media and news outlets (e.g., Fox News, 2018; Pullmann, 2018). Nonetheless, building on the late civil and human rights icon and former USA Congressman, John Lewis’s statement, “never, ever be afraid to make some noise and get in good trouble, necessary trouble” (2018), Flint and Toledo (2022) conceptualized a theoretical and methodological framing of “good trouble” that simultaneously draws attention to injustices and searches for new modes of relating to each other and the world. Making good trouble, according to Flint and Toledo, then is a practice of inquiry that critically interrogates cultural and societal norms and traditions “that are often assumed to be natural and immutable, as well as our complication within them” (p. 728). So, in the name of equity and social justice, as members of the international mathematics education research community, we must ask: Does there not exist an ethical and moral obligation to unshackle the mathematics education enterprise from its forever present everywhere colonizing white supremacist logics? Does there not exist an ethical and moral obligation to get in good trouble, necessary trouble?

References

- Battey, D. (2013). Access to mathematics: A possessive investment in whiteness. *Curriculum Inquiry*, 43(3), 332–359. <https://doi.org/10.1111/curi.12015>
- Battey, D., & Leyva, L. A. (2016). A framework for understanding whiteness in mathematics education. *Journal of Urban Mathematics Education*, 9(2), 49–80. <https://doi.org/10.21423/jume-v9i2a294>
- Bonds, A., & Inwood, J. (2016). Beyond white privilege: Geographies of white supremacy and settler colonialism. *Progress in Human Geography*, 40(6), 715–733. <https://doi.org/10.1177/0309132515613166>
- Bové, P. A. (1995). Discourse. In F. Lentricchia & T. McLaughlin (Eds.), *Critical terms for literary study* (pp. 50–65). University of Chicago Press.
- Davis, J. (2018). Redefining Black students’ success and high achievement in mathematics education: Toward a liberatory paradigm. *Journal of Urban Mathematics Education*, 11(1&2), 69–77. <https://doi.org/10.21423/jume-v11i1-2a359>
- Flint, M. A., & Toledo, W. (2022). Making good trouble: Becoming-with critical inquiry. *International Review of Qualitative Research*, 14(4), 728–749. <https://doi.org/10.1177/19408447211012649>
- Foucault, M. (1972). *The archaeology of knowledge* (A. M. Sheridan Smith, Trans.). Pantheon. (Original work published 1969)

Foucault, M. (1997). On the genealogy of ethics: An overview of work in progress. In P. Rabinow (Ed.), *The essential works of Michel Foucault, 1954–1984* (Vol. I; pp. 253–280). New Press. (Interview conducted 1983)

Fox News (2018, January 11). Professor claims ‘meritocracy’ in math class is a ‘tool of whiteness’: Report. <https://www.foxnews.com/us/professor-claims-meritocracy-in-math-class-is-a-tool-of-whiteness-report>

Gholson, M. L., & Wilkes, C. E. (2017). (Mis)taken identities: Reclaiming identities of the “collective Black” in mathematics education research through an exercise in Black specificity. *Review of Research in Education*, 41(1), 228–252. <https://doi.org/10.3102/0091732X16686950>

Gutiérrez, R. (2008). A gap-gazing fetish in mathematics education? Problematizing research on the achievement gap. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 357–364. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.39.4.0357>

Gutiérrez, R. (2017a). Living mathematx: Towards a vision for the future. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, 32, 1–34.

Gutiérrez, R. (2017b). Why mathematics (education) was late to the backlash party: The need for a revolution. *Journal of Urban Mathematics Education*, 10(2), 8–24. <https://doi.org/10.21423/jume-v10i2a347>

Harper, F. K., Maher, E. M., & Jung, H. (2021). Whiteness as a stumbling block in learning to teach mathematics for social justice. *Investigations in Mathematics Learning*, 13(1), 5–17. <https://doi.org/10.1080/19477503.2020.1827662>

Hottinger, S. N. (2016). *Inventing the mathematician: Gender, race, and our cultural understanding of mathematics*. SUNY Press.

Lewis, J. (2018, November 7). Our struggle is not the struggle of a day, a week, a month, or a year—it is the struggle of a lifetime. Be persistent and consistent. We shall overcome. #GoodTrouble. Twitter. <https://twitter.com/repjohnlewis/status/1060202650082390018?s=20>

Martin, D. B. (2009). Researching race in mathematics education. *Teachers College Record*, 111(2), 295–338. <https://doi.org/10.1177/016146810911100208>

Martin, D. B. (2013). Race, racial projects, and mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(1), 316–333. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.44.1.0316>

Martin, D. B. (2015). The collective Black and principles to actions. *Journal of Urban Mathematics Education*, 8(1), 17–23. <https://doi.org/10.21423/jume-v8i1a270>

Martin, D. B. (2019). Equity, inclusion, and antiblackness in mathematics education. *Race Ethnicity and Education*, 22(4), 459–478. <https://doi.org/10.1080/13613324.2019.1592833>

Martin, D. B., Rousseau-Anderson, C., & Shah, N. (2017). Race and mathematics education. In J. Cai (Ed.), *Compendium for Research in Mathematics Education* (pp. 607–636). National Council of Teachers of Mathematics.

Meaney, T. (2013). The privileging of English in mathematics education research, just a necessary evil? In M. Berger, K. Brodie, V. Frith, & K. le Roux (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Mathematics Education and Society Conference* (Vol. 1, pp. 65–84). Cape Town, South Africa: MES7. <https://www.mescommunity.info/mes7a.pdf>

Mills, C. W. (1997). *The racial contract*. Cornell University Press.

-
- Nishi, N. W. (2021). White hoarders: A portrait of whiteness and resource allocation in college algebra. *The Journal of Higher Education*, 92(7), 1164–1185. <https://doi.org/10.1080/00221546.2021.1914495>
- Pullmann, J. (2018, August 30). Professor who worked on Common Core tests: Math education needs to downplay ‘objects, truth, and knowledge.’ *The Federalist*. <https://thefederalist.com/2018/08/30/professor-worked-common-core-tests-math-needs-downplay-objects-truth-knowledge/>
- Rubel, L., & McCloskey, A. V. (2019). The “soft bigotry of low expectations” and its role in maintaining white supremacy through mathematics education. *Bank Street Occasional Paper Series*, 41, 113–128. <https://educate.bankstreet.edu/occasional-paper-series/vol2019/iss41/10/>
- Stinson, D. W. (2011). Race in mathematics education research: Are we a community of cowards? *Journal of Urban Mathematics Education*, 4(1), 1–6. <https://doi.org/10.21423/jume-v4i1a139>
- Stinson, D. W. (2013). Negotiating the “White male math myth”: African American male students and success in school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(1), 69–99. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.44.1.0069>
- Stinson, D. W. (2017). Beyond white privilege: Toward white supremacy and settler colonialism in mathematics education. *Journal of Urban Mathematics Education*, 10(2), 1–7. <https://doi.org/10.21423/jume-v10i2a348>
- Stinson, D. W., & Walshaw, M. A. (2017). Exploring different theoretical frontiers for different (and uncertain) possibilities in mathematics education research. In J. Cai (Ed.), *Compendium for research in mathematics education* (pp. 128–155). National Council of Teachers of Mathematics.
- Stinson, D. W., Subramanian, J., & Yeh, C. (in press). Strengthening equity and social justice research in mathematics education through critical interrogations of white supremacy and settler colonialism. In M. A. Clements, B. Kaur, T. Lowrie, V. Mesa, & J. Prytz (Eds.), *Fourth International Handbook of Mathematics Education*. Springer.
- Tate, W. F. (1997). Race-ethnicity, SES, gender, and language proficiency trends in mathematics achievement: An update. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(6), 652–679. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.28.6.0652>
- Valoyes-Chávez, L., & Martin, D. B. (2016). Exploring racism inside and outside the mathematics classroom in two different contexts: Colombia and USA. *Intercultural Education*, 27(4), 363–376. <https://doi.org/10.1080/14675986.2015.1106135>
- Veracini, L. (2013). ‘Settler colonialism’: Career of a concept. *The Journal of Imperial and Commonwealth History*, 41(2), 313–333. <https://doi.org/10.1080/03086534.2013.768099>
- Wells, C. L. (2018). Understanding issues associated with tracking students in mathematics education. *Journal of Mathematics Education*, 11(2), 68–84. https://educationforatoz.com/images/2018-7-6_JME_Wells.pdf
- Wilkerson, I. (2020). *Caste: The origins of our discontents*. Random House.

SUSTAINABILITY AND MATHEMATICAL MODELLING IN 5TH GRADE

SOSTENIBILIDAD Y MODELADO MATEMÁTICO EN 5º GRADO

SUSTENTABILIDADE E MODELAGEM MATEMÁTICA NO 5º ANO

Lisa Steffensen

(Western Norway University of Applied Sciences, Norway)

lste@hvl.no

Recibido: 03/07/2023

Aprobado: 03/07/2023

ABSTRACT

This research investigates how pre-service teachers aim to bring awareness of environmental sustainability while learning mathematical modelling to their 5th-grade students. Theoretical perspectives from socio-critical modelling research can involve engaging students in societal issues, including focusing on action. Thematic coding of a mandatory task by a group of pre-service teachers, where they design, implement, and reflect on a modelling activity during practicum, is used to analyze how they combine environmental and mathematical aims. The findings show that the pre-service teachers emphasize the authenticity of tasks and data, engage students in actions in littering, reflect on students' critique of assumptions, and focus on the meaning-making of environmental numbers using students' everyday language. Implications to teacher education suggest that teachers can combine focusing on environmental sustainability through mathematics education. Further, teacher education can support pre-service teachers and students in actions through socio-critical modelling activities.

Keywords: mathematical modelling, socio-critical perspectives, sustainability, primary education, pre-service teachers.

RESUMEN

Esta investigación investiga cómo los maestros en formación pretenden generar conciencia sobre la sostenibilidad ambiental mientras aprenden modelos matemáticos a sus estudiantes de quinto grado. Las perspectivas teóricas de la investigación de modelos sociocríticos pueden implicar involucrar a los estudiantes en cuestiones sociales, incluido el enfoque en la acción. La codificación temática de una tarea obligatoria por parte de un grupo de futuros profesores, donde diseñan, implementan y reflexionan sobre una actividad de modelado durante la práctica, se utiliza para analizar cómo combinan los objetivos ambientales y matemáticos. Los hallazgos muestran que los futuros maestros enfatizan la autenticidad de las tareas y los datos, involucran a los estudiantes en acciones para tirar basura, reflexionan sobre la crítica de los supuestos de los estudiantes y se enfocan en la creación de significado de los números ambientales usando el lenguaje cotidiano de los estudiantes. Las implicaciones para la formación docente sugieren que los profesores pueden combinar el enfoque en la sostenibilidad ambiental a través de la educación matemática. Además, la formación docente puede apoyar a los futuros docentes y estudiantes en acciones a través de actividades de modelado sociocrítico.

RESUMO

Esta pesquisa investiga como os futuros professores visam trazer a consciência da sustentabilidade ambiental enquanto aprendem modelagem matemática para seus alunos da 5ª série. As perspectivas teóricas da pesquisa de modelagem sociocrítica podem envolver o envolvimento dos alunos em questões sociais, incluindo o foco na ação. A codificação temática de uma tarefa obrigatória por um grupo de futuros professores, onde eles projetam, implementam e refletem sobre uma atividade de modelagem durante o estágio, é usada para analisar como eles combinam objetivos ambientais e matemáticos. Os resultados mostram que os professores iniciantes enfatizam a autenticidade das tarefas e dos dados, envolvem os alunos em ações de lixo, refletem sobre a crítica dos alunos às suposições e se concentram na criação de significado dos números ambientais usando a linguagem cotidiana dos alunos. As implicações para a formação de professores sugerem que os professores podem combinar o foco na sustentabilidade ambiental por meio da educação matemática. Além disso, a formação de professores pode apoiar professores e alunos em formação inicial em ações por meio de atividades de modelagem socio-crítica.

Palavras-chave: modelagem matemática, perspectivas socio-críticas, educação primária, sustentabilidade, professores em formação.

Introduction

In 2017, a dead whale was found in Norway with its stomach full of plastic packing. As a result of the plastic whale, schools and local communities became engaged and increased their focus on littering (Lislevand, 2021). There was an increase in people who thought plastic was an environmental problem, from 2.5% in 2015 to 45% in 2018 (Sylte, 2018). It caused organisations, politicians and decision-makers to act toward marine littering. Initiatives on plastic pollution are still happening, and in September 2022, the “Clean Hardangerfjord” initiated what they refer to as the world’s largest plastic clean-up, engaging schools, companies, and volunteers (Clean the Fjords, 2022). Similar clean-ups are seen globally, like The Ocean Clean-up (2022), founded by a Dutch teenager in 2013. In Norway, the quantities of waste are growing along with economic growth and rising consumption, and globally, waste production is predicted to increase by 70% from 2018 to 2050 (Sensoneo, 2019). Waste worsens climate change by releasing methane gas and carbon dioxide, and littering (incorrectly disposed waste) destroys wildlife and natural habitats. Within mathematics education research, Barwell (2018) argue that the prevalence of mathematics in environmental issues calls for an important role of mathematics education in understanding the challenges. Citizens need competencies to critically engage with the mathematical information in sustainability, for instance, by reflecting on their own behaviours. He problematises that teaching about, e.g. statistical literacy and mathematical modelling rarely go beyond students as consumers of statistical information or critical thinkers and highlights how it could also focus on incorporating values, social relations, or social or environmental effects of mathematical models. Mathematical modelling refers to the process of using mathematics to solve real-world problems.

Combining environmental sustainability issues and mathematics education can increase students’ awareness of critical real-world problems while providing relevant context to mathematics education. Sustainability is one of three interdisciplinary topics in the Norwegian core curriculum (Ministry of Education and Research, 2017). Here, it is stated that students should develop competencies to “make responsible choices and to act ethically and with environmental awareness” (p. 15). In the mathematics curriculum (Ministry of Education and Research, 2019), it is highlighted that mathematical modelling should contribute to understanding relationships within society and nature. Combining sustainability and mathematical modelling can contribute to students’ understanding of mathematics as a relevant subject while bringing awareness to important societal issues.

I investigate Pre-service Teachers' (PTs) modelling activities involving sustainability, and I particularly focus on *how PTs bring awareness to environmental issues while learning mathematical modelling to their 5th-grade students*. A mandatory task by one group of PTs attending a teacher education course is used to investigate this focus.

Combining sustainability issues and mathematical modelling

Several studies have combined environmental issues and mathematical modelling. For instance, English (2012, 2013a, 2013b) described how 1st-grade students engaged in recycling while selecting attributes, structuring and representing data, and making predictions. Also, English (2009) described how 5th-grade students constructed guidelines indicating the health of a creek. She highlighted that modelling promotes interdisciplinary learning, and the study included core concepts from mathematics, science, society and the environment and the interaction between these areas.

Solares-Rojas et al. (2022) described how 2nd-grade students investigated socio-ecological problems in their community. The nearby river is highly polluted by the region's factories and urban centres, and the students used tables and pictograms to present their classifications of local animals. The research involved collaborative work with school students, researchers, and the community. Aguirre et al. (2019) described a modelling task that combined modelling with social justice issues involving the context of polluted water. Teachers estimated the number of bottled water needed for the school children in the affected area. Aguirre et al. argued that after teachers engaged in such tasks, this led them to imagine other relevant topics to include when modelling in their own classroom, e.g. immigration issues, recycling, and food insecurity.

Gürbüz and Çalik (2021) researched 7th-grade students' investigations of waste management using plastic bottles instead of bricks when building houses. They found that students' dialogues involved discussions both of mathematical problem solving and exploring relevant environmental issues such as protecting the environment, waste saving, and informing society. They highlighted that the modelling activity facilitated students' inquiry, critical thinking, and acting as responsible citizens for the environmental issue under investigation. Another study exploring waste was done by Jung et al. (2021). They described a modelling activity where 7th-grade students investigated the Great Pacific garbage patch. The students designed a model to convey the size and density of the garbage patch, and they discussed various approaches. They engaged in, e.g. the origin of the trash, the effects on wildlife, and the extent and actions taken. Özdemir (2021) researched 5th-graders' integration of environmental and mathematics education and found that this combination brought awareness of their actions and roles and attention to the relevance of mathematics in solving real-world problems. They highlighted that the duality between environmental issues and mathematics could broaden students' perspectives, and both are needed to achieve meaningful reasoning. Johnsen-Høines (2020) described how 4th-grade students mathematically investigated issues related to the plastic whale from Norway. They visited an exhibition about the plastic whale, had classroom talks, and worked on formulating their mathematical problems. Examples of the latter are "How much plastic is thrown into the ocean each day – each week – a year" and "How much garbage can we pick up in one year – two years – three years" (p. 200). When students presented their results, they focused on approaches and asked questions to peers to understand if they had suggestions on other approaches.

Socio-critical modelling perspectives

Socio-critical modelling perspectives emphasise the role of mathematics education in addressing the nature and role of mathematical models in society (Barbosa, 2009). By bringing students awareness of how mathematics shapes their community, students can engage in societal issues. Skovsmose (2023) argued that mathematics education could empower students to take action in society. Schools could educate students to believe their actions can make a difference in society, and idealistically, educational processes can turn into (collectively) actions outside the classroom. For example, the focus on the plastic

whale in the media and schools resulted in substantial public actions where citizens volunteered to pick up litter. Related, Rosa and Orey (2015) argued that a socio-critical modelling dimension should engage students in taking action to solve problems in their reality, and Gutstein (2006) described how students could act by reading and writing their world toward a more just society. He highlighted that teachers can provide students opportunities to develop a sense of social agency by engaging in and taking action on issues like disparities in wealth, racism, and other forms of inequality in their mathematics classroom. Combining sustainability and mathematics can provide opportunities for students and can be a way of engaging them in action.

When teaching societal issues, social, political and economic dimensions are typically avoided and deemphasised (Bhattacharya et al., 2021). Therefore, teachers and teacher educators should reflect on their responsibility to include a focus on these dimensions when teaching mathematics to students. Ernest (2019) argued that mathematics teachers have ethical obligations to use mathematics to raise ethical issues in the classroom, such as care for environmental issues. He described that modelling real-world examples can help develop skills, concepts and strategies and motivate problem-solving. He problematised that educators focus on instrumental numeracy and teaching to the tests instead of empowering students to contribute to a democratic society concerned with social justice and environmental problems. As an example of the latter, a study from Villarreal et al. (2015) described a situation when PTs engaged in socio-critical modelling tasks. They were encouraged to choose their topic of interest, investigate, report, and present their work. Their findings show that the PTs included such as socio-economic issues, ecological conscience (e.g. trash and recycling), and problems affecting them personally. The PTs engaging in trash and recycling issues expressed that when designing their modelling activity, their aim was not “obtain a super formula”; instead, it was to “modelling to raise awareness”.

Quantifying and comprehending ecological entities can be challenging for various reasons, potentially resulting in a lack of action toward the problem. When imagining large numbers, Renert and Davis (2012) described that humans struggle with our quantity sense, the “ability to comprehend magnitude and size” (p. 99). For instance, we have difficulties conceiving the amount of 29 trillion (2.9×10^{13}) kilograms of carbon emissions emitted to the atmosphere. This struggle is problematic when it comes to dealing with environmental issues. When working with environmental issues in the classroom, teachers must be aware of the challenges in comprehending large numbers, particularly for young students. Johnsen-Høines (2020) described how students’ perceptions from their everyday life are part of forming how they perceive and interpret concepts. While their conceptual content is thoughts and meanings of one’s surroundings, conceptual expressions are the oral expressions, signs, and body language used to express your thoughts and meanings. Johnsen-Høines (2020) used the terms 1st and 2nd order language to refer to students’ language (verbally, hand signs, drawings, etc.). Students understand words and signs from their 1st-order language and can think and learn through it. Their 2nd order language needs to be translated. An example of a student’s 1st-order language is a visual image of three fishes or showing three fingers, while “|||” or “3” is part of their 2nd-order language. While 1st order language is strongly connected to their perception, meanings, and thoughts of a concept, 2nd order language has weak links to students’ conceptual content. In Johnsen-Høines’s (2020) study with 4th-grade students, they try to visualise the amount of plastic waste from the statement: “15 tonnes of plastic is thrown every minute” (p. 199). The teacher facilitated students grappling with large numbers by focusing on familiar units. For instance, when imagining 15 tonnes, they started by imagining 1 kilo of sugar and physically measured the time by counting 60 seconds. When modelling real-life experiences such as the plastic whale with young students, it is imperative to consider the student’s language to comprehend environmental numbers.

Vos (2011) emphasised that providing authentic contexts is essential for students’ modelling experiences. She described how authentic resources (e.g., a basket) can be used in inauthentic activities (e.g., finding the basket’s circumferences) or task variations can facilitate different forms of authenticity. Also, some parts of a modelling task can be authentic; for instance, students can work with authentic data or use authentic modelling software. When working with authentic or personally relevant contexts,

Suh et al. (2021) found authenticity was a criterion for successful practice and engagement for elementary students' participation in modelling activities. Young people's engagement in initiatives like "Clean Hargangerfjord" (Clean the Fjords, 2022) shows that environmental issues are important to their lives. Suh et al. (2021) described that teachers emphasize criteria for success, for instance, connections to students' lived experiences, how the task connected to students' interests and emotions, or degree of civic and social awareness.

Dealing with environmental issues can lead to hopelessness due to their severity and complexity. So, introducing the burdens of environmental issues to young students could be accompanied by providing hope through action (Ryan & Steffensen, 2021). Freire et al. (2014) describe how hope has its foundation in believing that we can organize ourselves to different possibilities for the future. For instance, believing we are able to reduce the amount of litter in the future and mobilize ourselves accordingly.

Methodology

This study is part of a larger design-based research, where researchers and teacher educators aim to improve mathematics teaching and learning, see, e.g. Hansen (2021). Here, PTs were introduced to mathematical modelling in their second year of teacher education and asked to design a modelling activity. To investigate how PTs bring awareness of environmental issues while teaching mathematical modelling, I use one task from one group of PTs as a case study. This group was chosen because their modelling activity involved littering. They implemented the modelling activity during their practicum, which they described in a mandatory written assignment.

The practicum school asked the PTs to introduce the topic of sustainability and take an interdisciplinary approach. The PTs designed a modelling activity consisting of natural science, social studies, Norwegian, arts and crafts, and mathematics. They focused on littering in nature. Their students were two 5th-grade classes, with 21 and 20 students. The students worked in groups of about ten. In the first part of the activity, the students were outside and asked to collect as much litter as they could in one hour. The second part took place inside the classroom, and the PTs used their litter measurements to design four modelling tasks for their students, each containing subtasks (a total of 11 tasks). In their assignment, the PTs expressed mathematical objectives such as mathematical modelling, standardized and unstandardized measuring, whole numbers, and decimals, and the four basic arithmetic operations. They also expressed that they wanted to use the subject of mathematics to shed light on littering issues and assist sustainability. The assignment was thematically coded in NVivo and categorized into main themes. Due to page limitation, three main themes are included in this paper, chosen because they provide illustrating examples to reflect on the research question. The above theoretical perspectives are used to reflect on the emerging themes.

Combining the subject of mathematics with awareness of environmental issues

Three main themes are used to discuss how PTs bring awareness to environmental issues while teaching mathematical modelling to their 5th-grade students: (1) Authenticity, problem-posing, and critique, (2) Mathematical modelling focusing on action, and (3) Meaning-making using students' everyday language.

The authenticity, problem-posing, and critique in mathematical modelling

The PTs start the modelling activity by letting their students pick litter in their local community. They ask students to "pick as much as you can" and "the result will be measured" and tell them that both classes will do the same activity. The PTs' focus is linked to community engagement on littering issues, and they aim to make the data relevant to the students by using their own litter measurements. Using authentic data aligns with what Vos (2011) and Suh et al. (2021) highlighted as essential to engage

students in modelling tasks and make the modelling activity more authentic. The PTs display the data in a table, see Table 1:

	Class 5A	Class 5B
Number of students	20	21
Litter in kilos	15.3	6.4

Table 1: Measurements of litter collected by the two classes.

The PTs use the authentic data and pose questions such as: (1) Both classes used one hour. How much litter could class 5A pick up in two hours? (2) How much litter could both classes pick up in one week if they use one hour daily? (3) Each student picked about 0.5 kilos in one hour. How much litter could you and your family pick up in one hour? (4) Make your own task about littering. The PTs pose most of the questions (10 out of 11) but include one where the students should pose a question themselves (Q4). There are strong arguments for letting students pose their own questions based on their interests when modelling, as Villarreal et al. (2015) described. However, the PTs have limited time for the activity, and both students and PTs are unfamiliar with modelling.

Some of these modelling problems resemble regular world problems and could trigger students to solve them as routine textbook problems. For instance, answering (1) by merely doubling what class 5A picked in one hour and not giving it more thought. However, the PTs express that students ask questions such as “Where did class A go since they managed to pick that much?” and “Was it more litter there?”. These utterances imply that the students compare their results and consider that location impacts these. Thus, one could argue that students use their knowledge about the data to be critical to the generalizability of the collected data. As one student said, “If we pick litter for two hours, it is not sure that we find as much. Or perhaps we find more”. Their reflection on the data would perhaps not have happened if they saw this as a genuine word problem in a textbook. The authenticity of data (Suh et al., 2021; Vos, 2011), their experience, together with the discrepancy between the two classes’ results (15.3 kilos compared to 6.4 kilos), might have contributed to shedding light on the real situation and bringing this knowledge into play when modelling and predicting results.

The PTs acknowledged the students’ implicit critique and argumentation about the generalizability. They write: “After all, all their thoughts were correct and reasonable and highlighted that it is not always as simple as just calculating, and then the answer is given”. Critically engaging with mathematical information is essential for critical citizens (Barwell, 2018). To acknowledge and provide opportunities to dwell on critical questions is essential for teachers and students when engaging in numbers and data. Although the PTs express the student’s critical approach to the data as valuable, they also express worries that students became “more engaged in investigating whether the numbers were representative or fair than working with the problems”. It may seem like the PTs perceive these critical questions as students being “off-track”. Teachers raising concerns about what is “on track” when it comes to modelling conversations were also described by Aguirre et al. (2019). Due to the nature of modelling tasks and their strong connections to the real world, it is relevant to include discussions that perhaps seem non-mathematical at first glance. In the PT’s reflections, they write that as an improvement of their actions in the classroom, they could have taken students’ critical questions more seriously, for instance, by dwelling on why class 5A had managed to collect more litter than class 5B. Although the problem-posing tasks designed by the PTs inhabit traits from ordinary mathematics tasks, the students perceive them as authentic and pose relevant and critical questions about how to deal with the data and their generalizability. Providing more space for students’ reflections could have provided opportunities for students to further elaborate and reflect on the nature of models, the assumptions, and the consequences of the selected criteria in line with Barbosa (2009) ideas of socio-critical modelling.

The PTs research question in their mandatory task is: “How can we use the subject of mathematics to shed light on littering issues and assist sustainability in primary school?” Their research question and their activities with the students involved at least two forms of action. First, there is an action toward using mathematics education to “assist sustainability”. Their focus on using mathematical modelling as an approach to promote sustainability is in line with Ernest’s (2019) and Barwell’s (2018) call for mathematics education to empower students’ regarding environmental issues. They actively address how mathematics education can be part of empowering primary students with environmental issues through the subject of mathematics. Also, using mathematical modelling to raise ethical issues in the classroom is in line with what Ernest (2019) highlighted as the ethical obligations of teachers. The PTs invite the students to contribute ideas on how they could connect mathematics to littering. They write that their students “initially struggles to answer, ‘How can we use mathematics in picking litter?’”. By asking the students how mathematics is relevant to littering, the PTs bring awareness to how mathematics is part of real-world issues. The PTs further write: “After some guidance and time to think, several contributed with ideas, and we saw a clear engagement when discovering this [how to use mathematics when picking litter]”. Allowing the students time to reflect on the duality between mathematics and littering is related to the findings of Özdemir (2021); working with environmental issues in the mathematics lesson engaged the students. And it also provides meaningful reasoning on how mathematics has relevance to real-world problems and engagement with environmental issues, and vice versa.

Secondly, there is an action toward hands-on activities by students. When the PTs engage their students in picking litter and dealing with the numbers involved, they focus on action in line with what Gutstein (2006) and Rosa and Orey (2015) proposed. It is contrary to teachers’ typical approach toward a descriptive approach (Bhattacharya et al., 2021). The PTs state that one aim of picking litter was because they wanted “to visualise how small individual contribution can contribute to making a difference for the environment”. They focus on the fact that individual efforts matter. Visualising litter can help bring forward important messages. For instance, seeing the plastic bags found inside the “plastic whale” was a wake-up call for many people, resulting in individual action towards littering (Sylte, 2018). Also, the emphasis that individual action matters can provide hope rather than a feeling of hopelessness caused by the magnitude and the severity of this problem, in line with what Ryan and Steffensen (2021) describe. The PTs further write: “We wanted to give the students the experience that they contributed to a larger community. That’s why we cleaned up nature, which led to the students gaining a strong sense of belonging”. They emphasise that they want their students to see that their contribution count in a larger picture. By giving their students the opportunity to contribute, they provide hope for a better future along with the ideas of Freire (2014). The focus on individual contributions and the responsibility one has as a citizen could have been balanced with a focus on the responsibility of large companies, decision-makers, and government. Norway’s largest contributors to marine plastic waste are fisheries, aquaculture, shipping, tourism, and consumers. When teachers choose to focus on individual contributions, they should emphasise that littering is not an individual responsibility alone, and systemic changes in.

Meaning-making using students’ everyday language

When designing the modelling activity, the PTs and students decide to weigh all the litter. The PTs ask students to make assumptions about the weight of their group’s litter bag while collecting. They get suggestions like “it is heavier than the school bag” and “it weighs about the same as my little sister”. The PTs express that they want their students to use their everyday experiences and that “it is important to create a dialogue with the students about the non-standardised measurements [...] and we tried to create a translation between 1st and 2nd order language”. The PTs lean on the mathematics curricula, where it is stated that students should use non-standardised units (Ministry of Education and Research, 2019). Further, they use the concepts from their mathematics curricula literature, students use of 1st and 2nd order language, to describe students’ oral language, hand signs, drawings, etc. As Johnsen-Høines

(2020) highlighted, because of the weaker links between conceptual content and conceptual expression in students' 2nd order language, the PTs emphasise it is important to translate between students' 1st and 2nd order language. Thus, they aim to build stronger links between students' perceptions, meanings, and thoughts of a concept in line with Johnsen-Høines' (2020) ideas. When students express that the litter bag is heavier than their school bag, it is meaningful to them; they have first-hand experience and, thus, probably part of students' 1st order language. The PTs write that they "let the students lead the conversation with their language and experience, and gradually build and introduce concepts that we want to be part of the students' 1st order language". When the PTs express awareness of using students' 1st order language while simultaneously using standardised measuring units, it could help students translate their everyday language toward standardised units.

Comprehending the problems of littering involves an understanding of the amounts involved. The weight is one way of quantifying the amount. The PTs write that "the students kept running over to us so we 'could feel how much the small pieces of litter weighted, too'". The students share their tactile experiences with the PTs. And the PTs emphasise students' engagement in actually feeling the weight of litter. As highlighted by Renert and Davis (2012) and Johnsen-Høines (2020), visualising environmental numbers that may be difficult for students to grasp can be one way of understanding mathematical-based sustainability issues.

Concluding comments

The findings from how PTs' can bring awareness to environmental issues while learning mathematical modelling to 5th-grade students are summarised in **Table 2**.

Themes	Combining mathematical modelling and environmental issues
Authenticity, problem-posing, and critique	<ul style="list-style-type: none"> • Students collect their own authentic data in their community. • PTs pose problems based on students' authentic data. • PTs value students' critique regarding the generalisability of the data but worry that students are "off-track" mathematically.
Action and modelling	<ul style="list-style-type: none"> • Students engage in hands-on action towards littering. • Students provide ideas on combining mathematics and littering. • PTs emphasise that individual action also contributes to society. • PTs have an action on using the subject of mathematics to bring awareness of and promote sustainability.
Meaning-making in an everyday language	<ul style="list-style-type: none"> • Students lead conversations and use their everyday language. • PTs help translates between students' 1st and 2nd order language. • PTs support students' visualisations and comprehension of environmental numbers.

Table 2: Overview of findings.

This research supports researchers like Ernest (2019), Barwell (2018), and Renert and Davis (2012) call for mathematics education to engage in environmental sustainability. It adds to empirical research on environmental and sustainability issues in mathematics education. In particular, it adds to research on socio-critical modelling perspectives, as expressed by, amongst others, Aguirre et al. (2019), Rosa and Orey (2015) and Barbosa (2009); modelling activities with primary students focusing on interdisciplinary learning, as described, for instance, by English (2009, 2012, 2013a, 2013b); and

modelling with an environmental focus (Gürbüz & Çalik, 2021; Johnsen-Høines, 2020; Jung et al., 2021; Solares-Rojas et al., 2022).

The challenge presented by global environmental threats implies that teacher education, schools, and teachers have a role in supporting students' engagement in environmental issues through mathematics. The findings from this research imply implications for teacher education, for example, to encourage PTs to combine mathematics education with environmental sustainability. When combining these two fields, teacher educators can emphasise issues such as the authenticity of tasks and data, engaging students in action on an individual level as well as at a systemic level, enabling meaning-making of environmental numbers using students' everyday language, critique models and their use in society, and how teachers can act as socio-critical agents on serious societal problems.

Limitations of the research involve representativeness and generalisability due to being a case study. Further, the mandatory task is the PTs' reflections about what happened in the classroom and does not display the full picture of the classroom activity. For instance, the data does not show whether the PTs or the students reflected on behavioural changes, e.g. reducing individual (and collective) waste. Nevertheless, the research provides insight into how PTs use mathematical modelling to contribute to environmental awareness regarding littering.

References

Aguirre, J. M., Anhalt, C. O., Cortez, R., Turner, E. E., & Simic-Muller, K. (2019). Engaging Teachers in the Powerful Combination of Mathematical Modeling and Social Justice: The Flint Water Task. *Mathematics teacher educator*, 7(2), 7–26.

Barbosa, J. C. (2009). Mathematical modelling, the socio-critical perspective and the reflexive discussions. In M. Blomhøj & S. P. Carreira (Eds.), *Proceedings from Topic Study Group 21 at the 11th International Congress on Mathematical Education in Monterrey, Mexico* (pp. 133–143). Roskilde Universitet.

Barwell, R. (2018). Some thoughts on a mathematics education for environmental sustainability. In P. Ernest (Ed.), *The philosophy of mathematics education today* (pp. 145–160). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-77760-3_9

Bhattacharya, D., Carroll Steward, K., & Forbes, C. T. (2021). Empirical research on K-16 climate education: A systematic review of the literature. *Journal of Geoscience Education*, 69(3), 223–247.

Clean the Fjords. (2022). *Rein Hardangerfjord*. <https://www.reinhardangerfjord.no/>

English, L. D. (2009). Promoting interdisciplinarity through mathematical modelling. *ZDM*, 41(1), 161–181. <https://doi.org/10.1007/s11858-008-0106-z>

English, L. D. (2012). Data modelling with first-grade students. *Educational Studies in Mathematics*, 81(1), 15–30.

English, L. D. (2013a). Complex Modelling in the Primary and Middle School Years: An Interdisciplinary Approach. In G. A. Stillman, G. Kaiser, W. Blum, & J. P. Brown (Eds.), *Teaching Mathematical Modelling: Connecting to Research and Practice* (pp. 491–505). Springer.

English, L. D. (2013b). Surviving an avalanche of data. *Teaching Children Mathematics*, 19(6), 364–372.

Ernest, P. (2019). The ethical obligations of the mathematics teacher. *Journal of Pedagogical Research*, 3(1), 80–91.

- Freire, P. (2014). Pedagogy of solidarity: A dialogue. In P. Freire, A. M. A. j. Freire, & W. F. d. Oliveira (Eds.), *Pedagogy of Solidarity* (pp. 35–64). Left Coast Press.
- Gutstein, E. (2006). *Reading and writing the world with mathematics: Toward a pedagogy for social justice*. Routledge.
- Gürbüz, R., & Çalik, M. (2021). Intertwining Mathematical Modeling with Environmental Issues. *Problems of Education in the 21st Century*, 79(3), 412–424.
- Hansen, R. (2021). Pre-service teachers' facilitations for pupils' independency in modelling processes. In F. K. S. Leung, G. A. Stillman, G. Kaiser, & K. L. Wong (Eds.), *Mathematical modelling education in East and West* (pp. 283–292). Springer.
- Johnsen-Høines, M. (2020). *Begynneropplæringen. Matematikdidaktikk - barnetrinnet*. Caspar Forlag.
- Jung, H., Wickstrom, M. H., & Piasecki, C. (2021). Bridging Modeling and Environmental Issues. *Mathematics Teacher: Learning and Teaching PK-12*, 114(11), 845–852.
- Lislevand, T. (2021, Mai, 23). Plasthvalen [The plastic whale]. In *Store norske leksikon [Great Norwegian Encyclopedia]*. <https://snl.no/plasthvalen>
- Ministry of Education and Research. (2017). *Verdier og prinsipper for grunnopplæringen - overordnet del av læreplanverket [values and principles for primary and secondary education]*. <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/verdier-og-prinsipper-for-grunnopplaringen/id2570003/>
- Ministry of Education and Research. (2019). *Læreplan i matematikk 1.–10. trinn [Curriculum for Mathematics year 1–10]*. <https://www.udir.no/lk20/MAT01-05>
- Renert, M., & Davis, B. (2012). Ecological sustainability and mathematics education: Integrally connected. *Journal of Integral Theory and Practice*, 7(1), 94–104.
- Rosa, M., & Orey, D. C. (2015). Social-critical dimension of mathematical modelling. In G. A. Stillman, W. Blum, & M. S. Biembengut (Eds.), *Mathematical Modelling in Education Research and Practice* (pp. 385–395). Springer.
- Ryan, U., & Steffensen, L. (2021). Applying critical perspectives in mathematics education - from the present towards hope for the future. In A. Andersson & R. Barwell (Eds.), *Applying critical perspectives in mathematics education* (pp. 231–239). Brill. https://doi.org/https://doi.org/10.1163/9789004465800_011
- Sensoneo. (2019, Mai 23). *Global Waste Index 2019*. <https://sensoneo.com/global-waste-index-2019/>
- Skovsmose, O. (2023). *Critical Mathematics Education*. Springer.
- Solares-Rojas, A., Arellano-Aguilar, O., García González, M. M., López-Vargas, M. d. R., Coles, A., & Méndez Serrano, A. (2022). Mathematics education and social-environmental crises: an interdisciplinary proposal for didactic innovation with rural communities in Mexico. *Research in Mathematics Education*, 24(2), 202–223.
- Suh, J. M., Matson, K., Birkhead, S., Green, S., Rossbach, M., Seshaiyer, P., & Jamieson, S. (2021). Elementary Teachers' Enactment of the Core Practices in Problem Formulation through Situational Contexts in Mathematical Modeling. In J. M. Suh, M. H. Wickstrom, & L. D. English (Eds.), *Exploring Mathematical Modeling with Young Learners* (pp. 113–145). Springer.
- Sylte, G. (2018, Mai 23). *The plastic-whale-effect and the dry summer [Plasthvaleffekten og den tørre sommeren]*. <https://bjerknas.uib.no/artikler/plasthvaleffekten-og-den-torre-sommeren>

The Ocean Clean-up. (2022). *The Ocean Clean-up*. <https://theoceancleanup.com/>

Villarreal, M. E., Esteley, C. B., & Smith, S. (2015). Pre-service mathematics teachers' experiences in modelling projects from a socio-critical modelling perspective. In G. Stillman, W. Blum, & M. Salett Biembengut (Eds.), *Mathematical Modelling in Education Research and Practice* (pp. 567–578). Springer.

Vos, P. (2011). What is 'authentic' in the teaching and learning of mathematical modelling? In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling*, 713–722. Springer.

Özdemir, D. (2021). Integration of Mathematics and Environmental Education: Change in the Views of 5th Grade Students toward Sustainability. *Acta Didactica Napocensia*, 14(2), 194–202.

EXPERIENCING CRITICAL MATHEMATICS EDUCATION

CHANGES IN STUDENTS' PERSPECTIVES ON THE RELEVANCE OF MATHEMATICS¹

EXPERIMENTANDO LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA

Cambios en las perspectivas de los estudiantes sobre la relevancia de las matemáticas

EXPERIMENTANDO A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA

Mudanças nas perspectivas dos alunos sobre a relevância da matemática

Daniela Steflitsch

(University of Klagenfurt, Austria)

daniela.steflitsch@aau.at

Recibido: 03/07/2023

Aprobado: 03/07/2023

ABSTRACT

When students ponder why they consider it relevant to learn math it becomes apparent that their attributions of relevance do not meet what educational policies state as goals. While they generally consider the subject to be important, their explanations why they do so are limited to only elementary mathematical skills needed in everyday life or unspecified skills for later work life, rarely connecting them to broader societal topics. Integrating Critical Mathematics Education (CME) tasks into math lessons might be a chance to let attributions of relevance evolve further. This contribution shows in how far the students' perspectives on the relevance of math changed after they experienced several CME units. 16 students from three different schools have participated in two rounds of interviews where they have been asked about their image of math and math learning and if and what they consider relevant. Within the second round of interviews, after they experienced several CME units, additional questions about their experiences in these lessons have been added. The analysis shows that students' general attribution of relevance did not change considerably. However, effects could be identified in their reflections about the CME units. Students talked about how these units let them experience a connection between math and societal topics that leads to a more personal and direct relevance of math for their lives. However, their understanding of what counts as doing math might hinder them to easily transfer their experiences within these units to their general attributions of relevance of math. If teachers regularly include CME tasks into their math lessons and make reflections on what mathematical activities have been applied to make sense of them an integral part of instruction, CME seems to offer the opportunity for students to broaden their conceptions of math and experience connections between math and societal topics more clearly.

Keywords: critical mathematics education. relevance. students' perspectives.

¹ This is the abridged version of a longer manuscript available at <https://doi.org/10.5281/zenodo.7962256>.

RESUMEN

Cuando los estudiantes reflexionan sobre por qué consideran relevante el aprendizaje de las matemáticas, resulta evidente que sus atribuciones de relevancia no se ajustan a lo que las políticas educativas establecen como objetivos. Aunque en general consideran que la asignatura es importante, sus explicaciones de por qué lo hacen se limitan únicamente a las competencias matemáticas elementales necesarias en la vida cotidiana o a competencias no especificadas para la vida laboral posterior, y rara vez las relacionan con cuestiones sociales más amplias. La integración de tareas de Educación Matemática Crítica (EMC) en las clases de matemáticas podría ser una oportunidad para que las atribuciones de relevancia evolucionen aún más. Esta contribución muestra hasta qué punto cambiaron las perspectivas de los estudiantes sobre la relevancia de las matemáticas tras experimentar varias unidades de EMC. Dieciséis alumnos de tres centros diferentes participaron en dos rondas de entrevistas en las que se les preguntó por su imagen de las matemáticas y del aprendizaje de las mismas, si las consideraban relevantes y qué hacían. En la segunda ronda de entrevistas, después de que experimentaran varias unidades de EMC, se han añadido preguntas adicionales sobre sus experiencias en estas lecciones. El análisis muestra que la atribución global de relevancia por parte de los alumnos no cambió considerablemente. Sin embargo, se pudieron identificar efectos en sus reflexiones sobre las unidades EMC. Los alumnos hablaron de cómo estas unidades les permiten experimentar una conexión entre las matemáticas y los problemas de la sociedad que conduce a una relevancia más personal y directa de las matemáticas en sus vidas. Sin embargo, su comprensión de lo que se considera hacer matemáticas podría impedirles transferir fácilmente sus experiencias dentro de estas unidades a sus atribuciones generales de relevancia de las matemáticas. Si los profesores incluyen regularmente tareas de EMC en sus clases de matemáticas y hacen de la reflexión sobre qué actividades matemáticas se han aplicado para darles sentido una parte integral de la enseñanza, la EMC parece ofrecer a los alumnos la oportunidad de ampliar sus concepciones de las matemáticas y experimentar más claramente las conexiones entre las matemáticas y los problemas de la sociedad.

Palabras clave: educación matemática crítica. relevancia. perspectivas de los estudiantes.

RESUMO

Quando os alunos ponderam por que consideram relevante aprender matemática, fica evidente que suas atribuições de relevância não atendem às metas estabelecidas pelas políticas educacionais. Embora, em geral, considerem a disciplina importante, suas explicações para isso se limitam apenas a habilidades matemáticas elementares necessárias na vida cotidiana ou a habilidades não especificadas para a vida profissional posterior, raramente relacionando-as a tópicos sociais mais amplos. A integração de tarefas de Educação Matemática Crítica (EMC) nas aulas de matemática pode ser uma chance de permitir que as atribuições de relevância evoluam ainda mais. Esta contribuição mostra até que ponto as perspectivas dos alunos sobre a relevância da matemática mudaram depois que eles passaram por várias unidades de EMC. 16 alunos de três escolas diferentes participaram de duas rodadas de entrevistas em que foram questionados sobre a imagem que tinham da matemática e do aprendizado de matemática e se e o que consideravam relevante. Na segunda rodada de entrevistas, depois de terem experimentado várias unidades de EMC, foram acrescentadas perguntas adicionais sobre suas experiências nessas aulas. A análise mostra que a atribuição geral de relevância dos alunos não mudou consideravelmente. Entretanto, foi possível identificar efeitos em suas reflexões sobre as unidades de EMC. Os alunos falaram sobre como essas unidades permitem que eles vivenciem uma conexão entre a matemática e os tópicos sociais, o que leva a uma relevância mais pessoal e direta da matemática para suas vidas. Entretanto, a compreensão que eles têm do que é considerado fazer matemática pode impedi-los de transferir facilmente suas experiências nessas unidades

para suas atribuições gerais de relevância da matemática. Se os professores incluírem regularmente tarefas de EMC em suas aulas de matemática e fizerem reflexões sobre quais atividades matemáticas foram aplicadas para dar sentido a elas como parte integrante da instrução, a EMC parece oferecer a oportunidade para que os alunos ampliem suas concepções de matemática e experimentem as conexões entre a matemática e os tópicos sociais de forma mais clara.

Palavras-chave: educação matemática crítica. relevância. perspectivas dos alunos.

Introduction

How useful and relevant the content of a subject appears to students for their present and future lives is often not only decisive for how much students enjoy learning new content (e.g., Canning & Harackiewicz, 2015), but ultimately also contributes to a legitimization of the school subject itself. What is considered socially or politically relevant is usually reflected in the formulated goals of education in general and for each subject in particular in educational policy, including the curricula. In the case of mathematics education, it becomes clear that students are meant to learn more than mathematical facts and procedures, and their understanding of mathematics should go beyond one of immediate applicability (BMBWF, 2022). Also academic discourses revolve around the question of relevance and purpose of a specific subject. In German-speaking countries, discourses around that question traditionally depart from the idea of “general education” (*Allgemeinbildung*).

Influential contributions in that regard were brought up, for example, by Heymann (2003), who considered it important, among other things, that students should “attain an overall perspective [on the world around them], to be able to make sense of the phenomena they encounter and understand the relationships among them, to have a working knowledge of the world beyond the horizon of their own limited experience” (p. 35). Mathematics education should, therefore, not only enable students to apply what is learned directly in their life but also to understand social contexts that go beyond the individual dimension. Similarly, Fischer (2012) emphasized reflection, which involves interpreting knowledge and operations regarding the requirements of a specific situation, placing them in larger contexts, and finally evaluating them. This should ultimately also help to dismantle the subjects’ boundaries, in other words, contribute to an examination of the extent to which central ideas may be relevant beyond the subject itself (Heymann, 2003).

When looking at what actually reaches the students, it becomes apparent that these goals, like many desirable ideas formulated in mathematics education research, can often only be considered an illusion. Studies show that students generally consider mathematics a very important subject, regardless of whether they like it or not (Kislenko et al., 2007). If they were asked more closely why they feel mathematics is important, their attributions of relevance usually remain unfounded, and students quickly falter with their explanations. In most cases, these explanations are limited to elementary mathematical skills needed in everyday life, like going shopping or building a house, or to unspecified skills that they might use later in their professional life (Kolloosche, 2017; Maaß, 2013; Gebremichael et al., 2011). Moreover, it seems that if students see some relevance for their lives, it only touches the individual level but rarely connects to broader social topics.

Similar results were found in the pre-interviews with students in the research project discussed in this paper. This confirms that it is arguably very difficult to extend students’ relevance attributions in the current ‘traditional’ form of teaching mathematics beyond those frequently stated by the students. However, these definitely fall short if we want to work towards the above-mentioned educational goals. As Kolloosche (2017) concluded, this would probably require a “completely different style of teaching mathematics, a style which allows the students to experience and reflect on the educational goals envisaged” (p. 641). One approach to teaching mathematics that might evolve students’ attributions of relevance is the one of Critical Mathematics Education (CME). Within CME, socio-political and critical perspectives are included in mathematics lessons that should foster a broader understanding of the social,

cultural, and political dimensions of mathematics in society (Skovsmose, 1994). This includes a (critical) engagement with mathematics that goes beyond memorizing mathematical facts and procedures (which are also important), but also refers to mathematics as a tool for examining and transforming the world.

This might create possibilities for students to experience mathematics in different ways and connected to social, cultural or political issues and might, therefore, evolve their attributions of relevance. This paper investigates how students experienced CME lessons, focusing on effects that show up in the students' attributions of relevance. This leads to the following research question: *How do students' perceptions of the usefulness and relevance of mathematics evolve when a CME approach is used?*

Students' perceptions of the relevance of mathematics

Research on students' perspectives on teaching and learning mathematics has increased in recent decades. Contributions vary in their focus and might use various theoretical concepts like conceptions/perceptions, experiences, or beliefs and attitudes. Many of the studies on students' beliefs also deal with the topic of importance and usefulness or relevance of mathematics. Most of these are quantitative in nature, using closed questionnaires to survey students' perceptions. While some studies report that students only learn math for the use in school in order to pass exams (Onion, 2004), others show that mathematics is generally considered and ranked important (Agüero-Calvo et al., 2017). However, it often remains open what lies behind the students' ideas about the importance of mathematics or what influence teachers or teaching might have.

Maaß and Ege (2007) and Kollosche (2017) showed in their qualitative contributions that students seem convinced of the relevance of mathematics. Still, their relevance attributions often stayed vague and at a superficial level. They mainly named needing mathematics for dealing with money or for their later profession. Relevance was often attributed to an unspecified later point in life or indirectly as a prerequisite for future studies or other subjects (Gebremichael et al., 2011). Kollosche (2017) summarized that the students' explanations often stop "at that connection between relevance and profession, the relevance still lies in an inapproachable distance and does not connect to anything the students are doing in the classroom" (p. 639). Maaß and Ege (2007) concluded that most students do not have any insight into the importance of mathematics for society. Some seem to experience mathematics primarily as a self-referential system or only as an academic exercise without any connection to societal issues. Gebremichael et al. (2011) reported similar experiences and stated that some students even started to challenge teachers when they wanted to include real-life problems in mathematics teaching.

Critical mathematics education

Definitions of CME differ among those who practice or write about it, which is why contributions often vary in their focus. Andersson and Barwell (2021) characterized it as a form of mathematics education that is "driven by urgent, complex questions; is interdisciplinary; is politically active and engaged; is democratic; involves critique; and is reflexive and self-aware" (p. 3). They summed up three broad CME traditions: a Freirean, which highlights the importance of raising learners' consciousness as they are experts and actors for change in their own (social) environment, a Foucauldian, which focuses on mathematics in relation to discourses, and the Nordic School as driven forward by Scandinavian contributions, that emphasize the analysis and also critique of the role mathematics plays in their lives and in society.

Empirical studies within the field rarely focus on students' reactions to the implementation of a CME approach explicitly. Studies that included student feedback reported of an increased student engagement (of most students) as the students could see a personal connection to the topics worked on in class (e.g., Brantlinger, 2013; Gutstein, 2006; Wright, 2020). The shifted way of doing mathematics also caused a shift in the way students perceived mathematics. Some articulated that they learned how powerful math can be as it helps to explain and justify things (e.g., Brown, 2009; Gutstein, 2006; Wright, 2020).

However, students did not always react in ways intended by the teachers. Especially at the beginning of changing the teaching approach, students did not think about more critical perspectives without the teacher's help (Brantlinger, 2013) or interpreted mathematical results in ways that reinforced rather than challenged problematic views and stereotypes (Esmonde, 2014; Kokka, 2020). This indicates that using mathematics to understand societal issues and thereby developing mathematical consciousness is not a straightforward process and needs practice, just as learning inner-mathematical content does.

Research context and methods

The data for answering the research question were collected as part of a larger research project, in which a teacher training program with nine mathematics teachers on the concept of CME took place. I designed and carried out the workshops between October 2021 and May 2022. During this period, the teachers and I met approximately once a month (including a break due to COVID restrictions). We collectively elaborated on the concept of CME and possible practical realizations for their math classes. Thereby, we did not focus explicitly on one of the concepts mentioned above. The main goal was to collaboratively work on tasks they could bring into their classroom where students could experience how mathematics might be used to identify, interpret, evaluate and critique mathematics embedded in social, scientific, economic, or political systems. Most teachers (7) were middle school teachers from the school where the meetings took place. A higher vocational teacher and a high school teacher who were interested in the content of the workshops also participated. Student data were collected from three different classrooms taught by three teachers. Two of them also agreed to classroom observations, which were videotaped. All students of the three classes were asked if they wanted to take part in the study and do two interviews. Teachers were asked to select high-achieving, low-achieving, and average students from the group of voluntarily participating students and to also consider students who like mathematics as well as some that might not. Assuming that the teachers know their students well, this selection method was chosen to capture as many different student views as possible. A total of 16 students participated in the interviews. As the teachers could freely decide in which class they specifically wanted to apply a CME approach, students differed in age and, therefore, in their experience with mathematical content. Three students attended a higher vocational school (9th grade), seven a grammar school (8th grade), and six a middle school (7th grade).

The first round of one-on-one semi-structured interviews was carried out at the beginning of the school year. Questions revolved around what image students have of mathematics, how they experience math lessons, how they think they best learn math, and what they consider relevant. After we worked on possible practical implementations over the school year, the teachers were free to choose tasks they thought would fit best in their classrooms. While some took exactly the tasks we discussed in the course, others modified some parts to make them a better fit, and again others designed new tasks themselves. Designed lessons applied in classrooms of the interviewed students dealt with topics like wealth distribution, taxes, and cost of living in Austria, or water consumption of food.

Tasks dealing with injustices in the distribution of wealth on a national or international level cover an important societal issue and seem to be a popular example for bringing critical aspects into the mathematics classroom (e.g., Esmonde, 2014; Gutstein, 2003; Staples, 2005; Wright, 2016). Similarly, engaging in a task about the tax system, that is based on mathematical models, provides an opportunity to reflect on how the use of mathematics creates realities. Students can think critically about the extent to which changes in the system can favor or disadvantage different groups of people. The task about water consumption of food aimed at letting students critically reflect on their consumer behavior by using math to question myth about environmental impacts of food production. It initiated reflections about how their decisions can have an impact on the environment and also about individual versus political responsibilities in regard to environmental issues.

The second round of interviews with the students took place after the teachers integrated these CME aspects into several lessons (every teacher spent at least 6 hours on these units before I interviewed the students). Again, questions about the students' image of mathematics and its relevance and usefulness

for their lives were discussed. Compared to the first round of interviews, a section that specifically focused on how they experienced CME lessons was added to the conversations. Interviews were carried out and transcribed in German and I translated important parts into English.

For the analysis, I followed a qualitative thematic analysis method (Braun & Clarke, 2006). I started by reading and re-reading the transcripts of the first round of interviews and coding the data without trying to fit the codes into any specific category that other literature has brought up. After coding the data with the help of MAXQDA I grouped them into broader themes and possible sub-themes. One of the broad themes that came up was “relevance of mathematics” This includes all statements of students that deal with relevance attributions to mathematics. This comprises answers to the specific question what mathematical content they consider relevant and why, but also other parts of the interviews where the students brought up the topic themselves.² The process was repeated for the second round of interviews. This time I focused especially on feedback and reflections on the CME units, where students elaborated on how they worked, what they liked or did not like, and what they felt was different compared to “normal” math classes. In order to specifically identify what might have changed in their attributions of relevance of math, I compared statements dealing with this topic (in pre- and post-interviews) of every individual student in a third round of analysis. Additionally, I wrote memos during the analysis to catch thoughts that came up while reading that might help to make even better sense of the data.

Results

Students’ answers in the first round of interviews yielded results similar to those reported in the literature and did not substantially differ between different age groups and school types.

Analysis showed that the aspect of usefulness seems to be central for many students, even to the extent that they name usefulness an essential feature of mathematics. When asked more closely why they consider it important, they often struggled to explain their thoughts in more detail. Their attributions of relevance of mathematics at this point rarely went beyond general and superficial understandings, primarily referring to an unspecified, later point in time. Most of them mentioned only elementary mathematical skills they might need for every-day life, like going shopping or building a house later. The argument that they consider it essential to learn math since they will need it later in life came up again and again. Besides these attributions, nearly all students referred to the importance of mathematics for professional life. Again, most comments were very general in nature and pointed to an unknown point in the future. When asked to elaborate more on why it is important to have mathematical knowledge for professional life, students seemed to struggle to develop more sustained statements. It was noticeable that students’ references to the relevance of mathematics were mainly formulated as a general rather than an individual attribution. This could be noticed in the students’ frequent use of indefinite instead of definite pronouns or their attenuation of arguments by including words like “generally”, “in principle”, or “everybody”. Interestingly, some students even seemed to be aware that they could not justify their perceptions but still insisted on the (very general) importance of the subject. At this point, students did not see any connection between math and societal topics or mentioned math being important for anything other than counting or calculating.

When comparing the answers to the explicit question about the relevance of mathematics from the first round of interviews with those from the second round of interviews after the students had experienced CME units, no fundamental changes in attributions could be identified. Most students stuck to the general attributions of relevance for later life, especially for work life, without being able to justify their statements. Many students mentioned the same examples as in the first conversation or added some very basic other explanations.

However, a closer analysis of students’ reflections on the CME units (the focus of several later questions in the second round of interviews) showed that effects on their relevance attributions (at least when

² Includes statements like: I find math important because..., I consider math interesting cause I need it for...

talking about these lessons and the covered content there) were indeed noticeable. When students talked about the CME lessons, they did not only refer to how they experienced these, how they worked, and what they were able to take with them but often brought up the point that these lessons helped them understand essential issues going on outside of school through the use of mathematics. Many expressed how important they considered the (societal) content learned in these lessons, as Lucy's statement after learning about water consumption of different kinds of food in the CME units shows:

Lucy: I think these lessons were pretty interesting. Because the topic of water consumption is something that affects us all a lot and I think it's pretty cool when you then.... when something so important is connected to math [...] and I also learned a lot of things that I didn't know at all before.

Overall, the analysis of students' reflections on the CME units revealed that their attributions of relevance seemed to evolve, particularly in relation to the point of reference and connection between mathematics and social issues. In contrast to the very general explanations and the reference to later usefulness, the relevance attributions in their reflections of the CME lessons referred to a more concrete and immediate use. Students mentioned that because of these lessons, they understood issues that were (just) happening around them. Many saw a direct relevance for their lives by including these topics in mathematics classes and emphasized how important they consider seeing connections but also how seldom that happens in mathematics. When asked about what was different in these CME lessons, Peter, an 8th grader, explained:

Peter: Um... Yeah, definitely with like... looking at situations that you have in real life. [...] We don't do that often in math and that's actually it. So, that you look at something that is also like that in real life. We hadn't done that so often.

In addition to a seemingly more immediate relevance, there was also a noticeable trend in considering learned content important for themselves instead of only attributing very general importance. For some students, the content learned in these lessons appeared to directly impact their lives outside of school as they seemed to rethink or even adapt their behavior. Many mentioned that they talked with their parents about the lessons. Lucy explained how learning that avocados do need more water than other vegetables or fruits but much less than meat impacted the consumer habits in her family:

Lucy: I also told my mother about it. And she said, then we'll just um.... we will be more careful what we buy now. And we usually ate five avocados a week or so. Now I haven't seen any avocados in my kitchen for a long time.

Similarly, others explained that they are more aware of what is happening around them and that they never questioned facts they had heard about the topic before, like Katrin's' response shows:

Katrin: I've often heard that avocados are bad for the environment, but I never questioned why actually. So, I was surprised that meat actually needs so much water.

Now that they could better understand what is behind these facts, they felt better prepared to talk about it and were happy to contribute to discussions they experienced outside of school. Katrin explained that in conversations with her cousin, who is vegan, "it was kind of... yes, was exciting to actually know something [about the topic of water consumption of food] now". She felt much more confident within these conversations to also point out facts that contradict the criticism that vegans often hear (e.g., "Vegans want to do something good for the environment but at the same time consume vegetables that need a lot of water"). Engaging with the topic led to her interest in similar issues, and she conducted further research outside of class.

Katrin: So I then... I researched, because I was really interested in it, how much water is available on earth, how much of it is salt water, fresh water. And how much is really usable fresh water, as drinking water. I found that really exciting. Maybe we could have looked at all that together [in class].

Addressing such topics in class seemed to motivate her to search for other data that connects to it. It becomes clear that she obviously sees a connection between what she has learned in school and real-life

issues and would like to deepen this by bringing new information and statistics into the classroom to make sense of it together.

Eva, a higher vocational student, first seemed surprised that such societal topics have something to do with mathematics. However, she seemed to have changed her mind after the units since she highlighted the importance for their lives outside of school when covering such topics in mathematics class.

Eva: That we have [touched the topic of] wealth distribution, which I thought has nothing to do with mathematics at first, but we did it anyway, because that is also something very important for us outside [of school]. [...] Wealth distribution, with money, we simply learn about that already in the first grade [9th grade, but first year in that school], how that's distributed, how all this generally works in Austria and so on...

In a similar vein, Victoria expressed her surprise at learning about taxes:

Victoria: I was wondering... You have to pay wage tax? Because there was a task about wages... different things that I didn't know. [...] I was like [wondering]... What? You have to pay a wage tax? For getting money? So, there was a real question mark in all our heads. It was quite interesting learning about that.

These examples indicate that the students appreciated learning about real-world issues in mathematics. While some were not sure what they learned mathematically in these lessons (Steflitsch & Deweis-Weidlinger, in press), others explicitly articulated that they realized that through the use of math they could better understand, reflect and evaluate certain (societal) issues and that mathematics can help make things clearer.

Overall, the students' reflections indicate that although they were not able to transfer their experiences to their general explanations about the relevance of mathematics (yet?), working on CME tasks might create the conditions for a later transfer.

Discussion and implications

The students' discourses on the relevance of mathematics did not seem to develop considerably over the school year and after these CME units. Explicit questions about the relevance of math were answered in almost identical terms and with very similar examples in both interviews. This is rather unsatisfactory for two reasons. First, the relevance attributions do not seem to evolve any further after a certain grade level, regardless of what new mathematical content is being covered in the following years. Only sporadically, further developments beyond the generalized relevance attribution for elementary mathematical skills that could directly be applied and will be needed in the future could be observed. Second, using a CME approach does not seem to contribute significantly to an (immediate) enhancement of the already very entrenched perceptions. Or at least students did not transfer experiences made in these lessons to their general relevance attributions, irrespective of grade level or topic covered.

That students obviously struggle to transfer these expressions of importance to their general attributions of relevance might have several reasons. First, it has been shown that changing beliefs is generally challenging and needs time (e.g., Kaiser & Maaß, 2006). Another major reason might be the students' general perception of (school) mathematics. If they (and maybe also the teachers) only think of doing math when actually doing calculations they might not value other mathematical activities that go beyond, like representation, interpretation, argumentation, or justification. CME tasks often emphasize these other competencies and might sometimes include only very basic calculations. Therefore, students might struggle to see which mathematical competencies are applied to fully make sense of societal topics even though they experienced it within the CME units. It seemed as if they only valued calculations as a truly mathematical activity but did not consider doing math when they discussed different (mathematical) approaches to find a solution, analyzed graphs or data, drew graphs themselves, compared and critiqued different solutions (Steflitsch & Deweis-Weidlinger, in press). Also other empirical studies showed that

students' beliefs about math are mainly scheme-oriented and that they seem to become accustomed to doing mathematics without thinking much about it (Kloosterman, 2002).

Even though none of the students articulated that CME tasks did not fit into math class or that they did not understand why they included such topics into math class, which was often the case in prior studies (e.g., Brantlinger, 2013; Gutstein, 2006), it seemed, that their understanding of doing mathematics somehow hindered them from seeing a connection between mathematics and societal topics. This claim is supported by the fact that students could not really think of other issues that might be suitable or interesting for them to deal with in mathematics class. When explicitly asked for possible other topics, they either expressed that they could not think of any other or the topics were very similar to the ones already covered in prior CME units. Often, they weren't sure if topics they are interested in would fit into math and might, therefore, even see the need for creating a new subject where they cover issues that are important for their lives. This rigid separation of different subjects could be one reason why the general relevance attributions have not noticeably evolved, as students do not (yet) seem to perceive the inclusion of social issues as a 'normal' part of mathematics education. In general, students apparently had little insight into the role of mathematics in society and could not independently establish or see connections to social issues. If this is to be one goal of mathematics education, then we need to give them the opportunity to experience these connections within mathematics classes.

What gives cause for hope is that tendencies for possible further development can be identified in the students' reflections on CME units. As these show, students valued a critical engagement with societal topics in the math classroom, and they reported seeing a personal and direct relevance for themselves and for a participation in social discourses. This indicates that attributions might evolve in a direction that is also more in line with learning objectives formulated within educational policy (e.g., working on social issues, critical thinking).

To strengthen the transfer of separate relevance attributions for certain units to students' general ones, it seems essential to include these approaches regularly as a normal part of teaching mathematics. Students need time to get used to a different kind of teaching and a different kind of mathematical tasks and problems. This is also indicated by Gutstein (2006) who concluded that "although [he] had taught this class for a year at the time of this project, students had apparently not internalized using mathematics to analyze social realities." (p. 47). Kaiser and Maaß (2006) reported that first changes in students' views about modeling tasks with social contexts were noticeable after 15 months, even in students that first showed strong resistance.

The results indicate that for a better understanding of the (long-term) effects and impacts of CME at the student level, it is not sufficient to focus on the students' direct feedback and reflections about CME teaching or specific units or projects. Closer attention must also be paid to how the students' general perceptions of mathematics change. Longer-term studies focusing on the effects of CME teaching on students would provide information on the extent to which changes are noticeable and whether formulated goals are (sustainably) reached.

Based on the present findings, teachers might want to make reflections about the relevance of mathematics and connections to societal topics an inclusive part of their teaching as this might help to make students even more aware of that. Especially reflecting on the different mathematical activities that might have been applied to make sense of the discussed issues seems essential to not solely value doing calculations as doing mathematics. This also offers the opportunity to critically reflect on the role that mathematics plays in these contexts. Including societal topics into math classes regularly and an explicit focus on the different mathematical activities applied might broaden the students' conceptions of mathematics and their perception of where mathematics might be helpful to understand things better but also where the boundaries of mathematics are.

As indicated by the students' reflections, the CME tasks provided an opportunity to let students see connections between mathematics and other issues more clearly. Thus, the students' rigid thinking in

subjects can be counteracted, and at the same time, students' attributions of "math is everywhere" become more justifiable. Students can develop a greater awareness of the importance and role of mathematics in their individual lives as well as in our society. Therefore, regularly including CME in mathematics teaching might also be one possibility to counteract "the empty promise of the relevance of mathematics" (Kollosche, p. 638).

References

- Agüero-Calvo, E., Meza-Cascante, L. G., & Suárez-Valdés-Ayala, Z. (2017). Attitude toward usefulness of mathematics of Costa Rican high school students. *Modern Journal of Language Teaching Methods*, 7(8).
- Andersson, A., & Barwell, R. (2021). Applying critical mathematics education: An introduction. In A. Andersson & R. Barwell (Eds.), *New directions in mathematics & science education: Applying critical mathematics education* (pp. 1–23). Brill.
- Brantlinger, A. (2013). Between politics and equations. *American Educational Research Journal*, 50(5), 1050–1080.
- Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3(2), 77–101.
- Brown, R. (2009). Teaching for social justice: Exploring the development of student agency through participation in the literacy practices of a mathematics classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 12(3), 171–185.
- BMBWF (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung). Verordnung des Bundesministers für Unterricht und Kunst vom 14. November 1984 über die Lehrpläne der allgemeinbildenden höheren Schulen, BGBl. Nr. 88/1985.
- Canning, E. A., & Harackiewicz, J. M. (2015). Teach it, don't preach it: The differential effects of directly-communicated and self-generated utility value information. *Motivation Science*, 1(1), 47–71.
- Esmonde, I. (2014). "Nobody's rich and nobody's poor ... It sounds good, but it's actually not": Affluent students learning mathematics and social justice. *Journal of the Learning Sciences*, 23(3), 348–391.
- Fischer, R. (2012). Fächerorientierte Allgemeinbildung: Entscheidungsfähigkeit und Kommunikationsfähigkeit mit Expertinnen. In R. Fischer, U. Greiner, & H. Bastel (Eds.), *Domänen fächerorientierter Allgemeinbildung* (pp. 9–17). Trauner.
- Gebremichael, A. T., Goodchild, S., & Nygaard, O. (2011). Students' perceptions about the relevance of mathematics in an ethiopian preparatory school. In M. Pytlak, T. Rowland & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1430–1439). University of Rzeszów.
- Gutstein, E. (2006). *Reading and writing the world with mathematics: Toward a pedagogy for social justice*. Taylor & Francis.
- Heymann, H. W. (2003). *Why Teach Mathematics?* Springer.
- Kaiser, G., & Maaß, K. (2006). Vorstellungen über Mathematik und ihre Bedeutung für die Behandlung von Realitätsbezüge. In A. Büchter, H. Humenberger, S. Hußmann, & S. Prediger (Eds.), *Realitätsnaher Mathematikunterricht vom Fach aus und für die Praxis* (pp. 83–94). Franzbecker.

Kislenko, K., Grevholm, B., & Lepik, M. (2007). “Mathematics is important but boring”: Students’ beliefs and attitudes toward mathematics. In C. Bergsten, B. Grevholm, H. S. Måsøval, & F. Rønning (Eds.), *Relating practice and research in mathematics education: Proceedings of NORMA 05* (pp. 349–360). Tapir.

Kloosterman, P. (2002). Beliefs about mathematics and mathematics learning in the secondary school: Measurement and implications for motivation. In G. C. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (pp. 247–292). Kluwer.

Kokka, K. (2020). Social justice pedagogy for whom? Developing privileged students’ critical mathematics consciousness. *The Urban Review*, 52(4), 778–803.

Kollosche, D. (2017). The ideology of relevance in school mathematics. In A. Chronaki (Ed.), *Proceedings of the Ninth International Mathematics Education and Society Conference* (Vol. 2, pp. 633–644). University of Thessaly Press.

Maaß, K., & Ege, P. (2007). Mathematik und Mathematikunterricht aus der Sicht von Hauptschülern. *Mathematica Didactica*, 30(2), 53–85.

Onion, A. J. (2004). What use is maths to me? A report on the outcomes from student focus groups. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 23(4), 189–194.

Staples, M. (2013) Integrals and equity: A math lesson prompts new awareness for prep school students – and their teacher. In E. Gustein & B. Peterson (Eds.), *Rethinking mathematics: Teaching social justice by the numbers* (pp. 181–188). Rethinking Schools.

Steflitsch, D., & Deweis-Weidlinger, K. (in press). Critical Mathematics Education in der Wahrnehmung österreichischer Schüler*innen: Ein genauerer Blick auf mathematisch inhaltsspezifische Auswirkungen. In T. Hamann, M. Helmerich, D. Kollosche, K. Lengnink, & S. Pohlkamp (Eds.), *Mathematische Bildung neu denken: Andreas Vohns erinnern und weiterdenken*. WTM Verlag.

Wright, P. (2020). Transforming mathematics classroom practice through participatory action research. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 24(2), 155–177.

STUDENTS' PERSPECTIVES ON CRITICAL MATHEMATICS EDUCATION

PERSPECTIVAS DE LOS ESTUDIANTES SOBRE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA

PERSPECTIVAS DOS ALUNOS SOBRE A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA

Daniela Steflitsch

(University of Klagenfurt, Austria)

daniela.steflitsch@aau.at

Andrew Brantlinger

(University of Maryland, United States)

amb@umd.edu

Recibido: 03/07/2023

Aprobado: 03/07/2023

ABSTRACT

Theoretically, critical mathematics education (CME) differs markedly from traditional, teacher-centered mathematics teaching approaches. In addition to meeting mathematical goals, a main focus of CME lies on fostering students' critical consciousness and positioning them as active and informed actors in the classroom and beyond. However, only few empirical studies explicitly focus on how students experience CME instruction and curriculum. In this contribution, we draw on interview data to examine how K-12 students in one Austrian and one American school setting respond to and perceive CME lessons. The analysis revealed that, within both classroom settings, students' perceptions vary greatly, with some perceiving CME lessons as being completely different from prior experiences in school mathematics to some seeing little-to-no difference. Additionally features of CME instruction that mathematics teachers and researchers might consider to be the most salient are not necessarily the ones that students report attending to. Reasons for that might be manifold, and students might need more time with CME instruction and especially with reflecting on such lessons to identify the rationale behind the instructional approach. Moreover, researchers should be aware that students might not share their understanding of critical instructional reforms and might have diverse or even divergent perceptions.

Keywords: critical mathematics education, students' perspectives.

RESUMEN

Teóricamente, la educación matemática crítica (EMC) difiere notablemente de los enfoques tradicionales de enseñanza de las matemáticas centrados en el profesor. Además de alcanzar objetivos matemáticos, la EMC se centra en fomentar la conciencia crítica de los estudiantes y en posicionarlos como actores activos e informados en el aula y fuera de ella. Sin embargo, sólo unos pocos estudios empíricos se centran explícitamente en cómo los estudiantes experimentan la enseñanza y el plan de estudios de la EMC. En esta contribución, nos basamos en datos de entrevistas para examinar cómo responden y perciben las clases de

EMC los alumnos de K-12 de un centro escolar austriaco y otro estadounidense. El análisis reveló que, en ambos contextos, las percepciones de los alumnos varían enormemente: algunos perciben las clases de EMC como completamente diferentes de sus experiencias previas en matemáticas en la escuela, mientras que otros ven poca o ninguna diferencia. Además, las características de las clases de EMC que los profesores de matemáticas y los investigadores podrían considerar más destacadas no son necesariamente las que los alumnos dicen haber tenido en cuenta. Las razones pueden ser múltiples, y los alumnos pueden necesitar más tiempo para la enseñanza de la EMC y, sobre todo, para reflexionar sobre esas lecciones e identificar la lógica que subyace al enfoque didáctico. Además, los investigadores deben ser conscientes de que los estudiantes pueden no compartir su comprensión de las reformas críticas de la enseñanza y pueden tener percepciones diversas o incluso divergentes.

Palabras clave: educación matemática crítica, perspectivas de los estudiantes, educación matemática.

RESUMO

Teoricamente, a educação matemática crítica (EMC) difere bastante das abordagens tradicionais de ensino de matemática centradas no professor. Além de atingir metas matemáticas, a EMC se concentra em promover a consciência crítica dos alunos e posicioná-los como atores ativos e informados na sala de aula e fora dela. Entretanto, apenas alguns estudos empíricos enfocam explicitamente como os alunos vivenciam o ensino e o currículo da EMC. Nesta contribuição, utilizamos dados de entrevistas para examinar como os alunos do ensino fundamental e médio de uma escola austríaca e de uma escola americana respondem e percebem as aulas de EMC. A análise revelou que, em ambos os contextos, as percepções dos alunos variam muito: alguns percebem as aulas de EMC como completamente diferentes de suas experiências anteriores de matemática na escola, enquanto outros veem pouca ou nenhuma diferença. Além disso, as características das aulas de EMC que os professores e pesquisadores de matemática podem considerar mais importantes não são necessariamente aquelas que os alunos relatam ter levado em consideração. Os motivos podem ser diversos, e os alunos podem precisar de mais tempo para o ensino de EMC e, o que é mais importante, para refletir sobre essas aulas e identificar a lógica por trás da abordagem didática. Além disso, os pesquisadores devem estar cientes de que os alunos podem não compartilhar sua compreensão das reformas críticas de ensino e podem ter percepções diversas ou até mesmo divergentes.

Palavras-chave: educação matemática crítica, perspectivas dos alunos, educação matemática.

Introduction

Critical pedagogy, as outlined by Freire (1970), rejects teacher-centered, assimilationist teaching and instead is designed to foster students' critical consciousness, or understandings of the forces and institutions that shape their lives, and critical agency, the sense that students can fight for justice and make a difference in the world. It requires that students be positioned subjectively so that they come to understand themselves as competent and informed political actors and also co-determine the ends and means of their own education (Freire, 1970). As part of this subjective positioning, students should be provided opportunities to construct their own understandings of disciplinary subject matter and to take critical perspectives on disciplinary knowledge and how it is used in society (Skovsmose, 1994).

In recent decades, there have been calls for critical pedagogy to be adopted in schools. Especially in times of national and global uncertainties and challenges such as racism, economic inequalities, or global

warming, schools need to take responsibility for equipping students so that they are able to collectively transform these conditions. In many different nations, attempts have been made to include critical pedagogical approaches in different school subjects, including mathematics. Theoretically, at least, critical mathematics education (CME) is a radical departure from both traditional and (non-critical) reform-oriented mathematics instruction (Gutstein, 2006; Gutiérrez, 2002). As with other critical pedagogies, CME is designed “disrupt” status quo arrangements, practices, and understandings. That said, the schooling has institutional momentum and logics which may subsume radical possibilities (Shor, 2014).

In this paper, we examine how secondary students in two different national contexts experience and understand CME curriculum and instruction – the extent to which they see it as being disruptive of, or at least different from, school mathematics as they have experienced it. We specifically draw on interview data from high school students in Chicago and middle grades students in Austria who were in classrooms where their teachers taught a series of CME lessons. With this in mind, we aim to answer the following research question: *(How) do students perceive CME lessons in comparison to other, “normal” math lessons?*

Theoretical Background

Although having commonalities with other critical pedagogies, CME is in some ways distinctive, in particular, for having goals that are specific to mathematics and, different than the basic, reading and writing literacy goals that Freire (1970) was concerned with. Reflective of this, Gutstein (2003) distinguishes between social justice goals and reform-oriented mathematical goals for CME instruction. From this perspective, the mathematical goals include the development of mathematical power, which means the ability to solve nonroutine (and routine) mathematics problems as a mathematician might, and also reading the world with mathematics which means, for example, positioning students to “mathematize” the socioeconomic conditions that shape their lives. The social justice goals include fostering students’ critical consciousness about the social world and their sense of agency (i.e., the confidence that they can affect positive social change). The social justice goals require that CME materials be contextualized in ways that are more responsive to social and political concerns than (non-critical) reform materials (Brantlinger, 2022; Gutiérrez, 2002; Gutstein, 2003).

As with other reformers, CME advocates have directed much criticism at traditional mathematics instruction in which the teacher lectures from the front of the room and students are expected to learn passively and work independently on routine tasks. While traditional instruction can result in students developing fluidity with mathematical conventions and procedures, students come to understand mathematics as pre-ordained and mostly irrelevant to their own interests and futures.

Few empirical studies have explicitly focused on how students respond to and perceive CME curriculum and instruction. Some student reactions were either included in teacher-researchers analysis of their own teaching (e.g., Avcı, 2019; Brantlinger, 2013; Gutstein, 2006; Voss & Rickards, 2016) or in examinations of teachers’ approaches to implementing CME (e.g., Kokka, 2020; Wright, 2020). Many of these studies reported an increased engagement of (most) students as they could make personal connections to the topics covered in class (Avcı, 2019; Gutstein, 2006; Voss & Rickards, 2016). Wright (2020) found that this increased engagement was most evident among lower-achieving students and students who did not participate much in traditional mathematics classrooms. Students did, however, not always react to CME instruction as intended by their teachers. Initially at least, some students could not see how social issues would fit into a mathematics classroom and resisted teaching mathematics differently (e.g., Gutstein, 2006; Voss & Rickards, 2016). In particular, higher-performing students expressed concern about wasting time discussing things that are not part of standardized tests. Avcı (2019) reported about initial challenges to dismantle usual power structures and familiar hierarchies in the classroom as students were suggesting teacher interventions instead of wanting more shared authority when problems within group work arose. It needed a continual praxis to achieve more horizontal teacher-student relationships and egalitarian peer interactions.

While these previous studies provide insights about general student reactions or feedback to the introduction of CME approaches that touch diverse aspects of classroom practice, we want to explicitly address whether and to what extent students perceive CME as possibly disruptive or different from more traditional approaches.

Methods

The research projects from which this paper was developed were both focused on various dimensions of CME. Brantlinger is White, middle class, and male and had a decade of mathematics teaching experience, five years teaching Black and Latinx high school students in Chicago, at the time of his CME study. Steflitsch is White, female and middle class and had been teaching in different Austrian public schools with a predominantly white student body, but with students from diverse socio-economic backgrounds. In both projects, this included a description of the CME curriculum design, implementation processes, and student reactions (e.g., engagement, resistance). Both studies included pre- and post-interviews with students to better understand the perspectives of youth whose views are rarely considered in the reform of mathematics education. Given that in Brantlinger's project, he was a teacher-researcher, other researchers conducted the most of the student interviews. Steflitsch conducted the interviews in her project as she was not the CME instructor. In both projects, participating students were asked about their perceptions of CME lessons and, in particular, how they saw them as being different or similar to the mathematics instruction they had experienced in previous coursework and also the standard (i.e., non-CME) lessons they had experienced in their current classroom. As detailed below, the two research contexts were quite different, one with Black and Latinx students in a US high school and one with White, middle-class students in an Austrian middle school (gymnasium). Although the comparison of results from these different settings was in some ways limiting – high school students, in particular those from historically marginalized groups, might have stronger critiques of society and its institutions, than middle school students – it was also a strength as there were some surprising (to us) similarities in the ways that both groups discussed CME lessons and their relationship to the standard (non-CME) curriculum.

For the analysis, we followed a qualitative thematic analysis method (Braun & Clarke, 2006). After reading and re-reading the transcripts of all the interviews from both projects, we inductively coded the data. After individually coding the transcripts we discussed created codes and interesting parts. We identified broader themes including the following: (1) difference or no difference in *real-world themes and contexts* considered, (2) differences or no difference *between CME and typical instruction*, and (3) difference or no difference in *classroom organization*. Although there were other themes that we identified (e.g., difference or no difference in *student attitudes, motivation, and behavior*), the focus of the present paper is on themes related to the first three codes. As part of the interview analysis, we also wrote analytic memos where we considered potential cross-cutting claims (i.e., across student interviews, across the US and Austrian settings) and sought evidence from interviews in support of, but also that did not support, these potential claims.

Context US

The US student interviews come from Brantlinger's (2007, 2014) research on his CME instruction in two high school settings in Chicago Public Schools (CPS), the first being a night school program at Guevara High School and the second being a summer school program at Park Vista High School (all names are pseudonyms). These were semester-long "make-up" geometry courses that were offered to CPS students on compressed timelines – nine weeks at Guevara and three weeks at Park Vista. Almost all of the sixty students across the two settings were African American or Latinx. Almost all had failed geometry previously. In interviews and conversations, some of the students expressed frustration with having to retake geometry in a remedial school setting.

CME lessons comprised about 20 percent of the curriculum at both Guevara and Park Vista. Brantlinger (2007, 2014) documented encountering significant obstacles to designing CME lessons for high school geometry. Although he found social topics of potential critical interest to his Black and Latinx students that might be mathematized, he found that many did not fit with school geometry. Reciprocally, there were required geometry topics that did not lend themselves to critical, real world application. However, at that time in CPS, statistics topics were to be included in the geometry curriculum. Although somewhat odd, this also was beneficial, as most of Brantlinger's CME lessons involved data analysis, statistics, or probability whereas only some involved geometry. In terms of social issues, Brantlinger's curriculum addressed such issues as economic inequality in the US, institutional racism, and student access to recess by race in CPS schools, and Eurocentrism in global map making.

Context Austria

The Austrian student interviews come from Steflitsch's research, where she collaboratively worked with nine math teachers in workshops on the concept of CME and possible practical realizations of it in their classrooms. The analysis for this paper focuses on interviews with 8th-grade students taught by Miss Kenny, a math and physics teacher for grades 5-12 at Mountain View grammar school. The school is located in a smaller city in the South of Austria. The student population at Austrian public grammar schools is fairly homogeneous (at least in this area), and most students come from middle class family backgrounds. Academically, this grammar school is known for being one of the best in the region, and therefore, the pressure on but also the willingness of students to perform well is relatively high.

While the Austrian curriculum is formulated so mathematics teachers have a lot of freedom to choose how to translate content-related goals into practice, many teachers are concerned with preparing students for the standardized matriculation exam. Often students (and their parents) mainly care about acquiring the tools and knowledge for passing this test rather than other competencies. Still, mathematics teaching is very traditional in many schools, with a teacher-centered presentation of knowledge followed by a work phase where students can practice applying it.

Miss Kenny was the only teacher from the workshops who designed CME lessons herself. As she particularly values an open exchange of ideas in her classroom and has been teaching this class for three years, she has a very intimate relationship with her students. That was why she found it easy to come up with a social topic that might interest her students. The Austrian curriculum allows freedom as to when a teacher wants to cover a particular mathematical content during the year, and all different mathematical branches (such as geometry, algebra, statistics, or calculus) are taught combined in math classes. In part because of this, Miss Kenny did not find it to be particularly challenging to design CME lessons that aligned with the mathematical objectives that she was required to meet. Also, as with Brantlinger, Miss Kenny's lessons mainly involved data analysis, statistical reasoning, and basic mathematical operations, including dealing with different units and large numbers. In terms of the social context, the lessons dealt with the topic of water consumption of food. These aimed at letting students critically reflect on their consumer behavior by using math to question myth about environmental impacts of food production. It initiated reflections about how their decisions can have an impact on the environment and also about individual versus political responsibilities in regard to environmental issues.

Students' comparisons of CME and "normal" mathematics

Both Brantlinger and Miss Kenny understood that, as CME educators, they needed to think about the mathematical and social goals of their lessons but also about how they would teach those lessons. Most obviously, they understood that they needed to avoid traditional, "banking" instruction (Freire, 1970; Gutstein, 2003). As such, both teachers attempted to position their students to take ownership of their learning in CME lessons and non-CME lessons alike. However, as both the rules and roles should change with the transition to critical pedagogy, Brantlinger and Miss Kenny both understood that they needed to prepare students to discuss critical, and potentially controversial, ideas about social reality, something

that many students have never experienced previously, at least in the mathematics classroom. Both teachers also were aware that the CME tasks they designed differed from traditional – even reform-oriented – mathematics tasks in two clear ways: (1) they should simultaneously address important mathematical and social justice issues and (2) they are open-ended (or open-middled) in the sense that there is no formulaic way to arrive at a mathematical “answer” or, for that matter, no shared stance on social reality that students should arrive at.

In sum, the CME lessons felt, to the teachers, as a substantial – even radical – departure from mathematics lessons as usual. However, the interviews indicate that whereas, for some students in both settings, CME lessons did seem like a substantial (if not radical) departure from typical mathematics lessons, for other students, they did not. That is, in both classroom contexts, the students’ perceptions of CME tasks and lessons varied greatly. When asked about how they compared to typical mathematics lessons, some students reported perceiving CME lessons as being completely different whereas other reported seeing little-to-no difference. Further, in both settings, only a small proportion explicitly named the critical social contexts and consideration of social issues in mathematics lessons as being different. This was surprising to both of us as researchers.

Amongst those students in both settings who saw CME it as a departure, some specifically reported that they saw CME lessons as helping them to see *connections between mathematics and real-world issues* and/or their lives outside of school. Peter, an Austrian student, immediately highlighted the real-life connections in CME lessons, indicating that this is something they do not usually experience in mathematics lessons:

Interviewer: Was there anything special about the lessons? Something you would say you don’t have in ‘normal’ math class? Anything special?

Peter: Um... Yeah, definitely with like.... Um... situations that you have in real life. We don’t have that so often in math and that’s actually it. So, that you look at something that is also like that in real life.

Interviewer: Is that something that you like?

Peter: Yes, it is. Because I think you really also learn something for life then.

Similarly, some US students seemed to appreciate how they were asked to consider and discuss critical societal issues in CME lessons. Diego argued that this “strengthened” the mathematics curriculum.

Interviewer: What kind of things about the course that—sorry. What are the things that you appreciated about the class?

Diego: I don’t know, he gave us real life facts, and put it to math. Thought it was cool.

Interviewer: So you like doing both? Like, you don’t mind the math if it’s mixed in with other stuff?

Diego: Nah, thought it was strengthened.

Yet, other US students seemed to initially struggle to see how social issues might relate to mathematics but seemed to change their minds after experiencing CME instruction.

Ingrid: It’s the same, it’s just I like this math course, you know, cause you know, we didn’t just do math, he lets us talk about our opinions and stuff. And, we did all that other/even though it wasn’t really RELATED to math, but you know, it was interesting.

Interviewer: Could you think of that as math?

Ingrid: Yeah, it DOES have to do with math, cause, you know, measurements, and/ yeah. It’s just that we never, I never thought of it before as math, and so.

Even if not explicitly referring to societal topics, students in both US settings saw the (non-critical) reform-oriented instruction that built a foundation for CME lessons as being a *departure from the*

traditional instruction they had experienced in other classrooms, and as being more responsive to their thinking and learning.

Jaime: And, Mr. Brantlinger would always explain everything. Like if we don't understand, he'll have someone that knows about it, help us out or work in teams or groups or something. Because probably I might not know something, but Anabel might know something. And we all help each other, we all collaborate.

While students in the Austrian setting were already used to a form of instruction that focused on conveying understanding and exchanging mathematical ideas, as this was of importance for Miss Kenny, some still highlighted that CME units were different as the tasks demanded another form of working. Katrin explicitly pointed to this difference as the students were not supposed to just calculate but to think about their consumer behavior in CME lessons. She also referred to the openness of the tasks and how this allowed students to share their opinions and come up with different solutions:

Interviewer: Would you say that these lessons were somehow different from 'normal' math lessons? Was there anything that was special for these units?

Katrin: It was not a task where we were told: "Please calculate this now" or something quite mathematical. For example, we had to write a shopping list. That was different. [...] Um... of course, we are always allowed to think and contribute [to the lesson] ourselves, but this was really very special that we really had a lot, a lot of free space.

Similarly, Jaime, a US student, implied that CME instruction can foster student agency as it opened up opportunities to draw individual connections to the material. Jaime explained that by including personal questions to start discussions, Brantlinger was "not only giving them [the students], well, not only giving the students a voice, but actually giving them the opportunity to experience math "in your own way."

In contrast, for other students in both settings CME lessons did not stand out as being all that different from typical mathematics lessons. Even if explicitly prompted for differences in teaching style or the content of the lessons, some students did not name any. The US student, Brody's response illustrates this:

Interviewer: Okay, any other differences?

Brody: No.

Interviewer: Like, in his teaching style, or in the content of the class, or anything?

Brody: No.

An Austrian middle school student also considered CME lessons to be quite similar to their 'normal' math lessons. Instead of pointing to the discussion of critical social issues, he observed that he and his classmates had never before watched a video in mathematics class. Another Austrian student stated that the only thing special for him in CME lessons was that the researcher (Stefflitsch) was present for observations. The implication was that, for him, CME lessons were similar to typical mathematics instruction. In sum, the variation of student responses in interviews suggested that they experience and make sense of CME instruction in very different ways.

Second, when considering differences, instead of discussing the novelty of having considered critical social issues, a number of interviewed students in both settings pointed to aspects of student-centered instruction that undergirded or were foundational to CME instruction in both settings. For example, when asked about differences, many students referred to the *organization of instruction*, especially group work, as a key difference between mathematics learning in Brantlinger's or Miss Kenny's classrooms and mathematics learning in previous mathematics classrooms. Although students in both settings appreciated the opportunity to work collaboratively with peers, some students were not used to it and voiced skepticism about it. Consider the following excerpt from Maya, a summer school student at Park Vista:

Maya: I don't like those type of [CME] projects, yeah. They kind of, I don't know. It's 'cause right now, like working in groups, like, my group doesn't talk a lot, you know. 'Cause it just kinda sucks, you know, trying to do something. Or there's two people that'll do everything, and the others ones will be doing nothing, so. I don't know. They don't really know how to work as a group.

In contrast, Maya's classmate Emma named collaborative groupwork as something that she found improved her engagement:

Emma: Actually, yeah, it's a little, it's better, it's more fun than I expected. I thought it was going to be boring.

Interviewer: Why is it more fun? Like, what makes it more fun?

Emma: Well, 'cause, we were working in groups so that's a lot better than working just alone, not talking or whatever. 'Cause he gives you time to talk and whatever, you know?

In contrast to many of the US students, the Austrian students had a history of working in groups in mathematics classrooms. Nevertheless, when asked to name differences between CME and typical mathematics lessons, some Austrian students focused mainly on the organization of the classroom. For some, groupwork was cited as a point of commonality and as the reason they did not consider CME instruction to be different from typical mathematics instruction. However, for other Austrian students, classroom organization was salient as CME lessons seemed to change how students worked in groups. For example, Peter explained how working with classmates on CME lessons differed from his experiences working in groups during 'normal' mathematics lessons. He highlighted how it was not just a matter of distributing different types of calculations in the group, but that everyone had to actively contribute to the solution process, as differing opinions might lead to differing results.

Peter: Well, I found it very exciting to work in groups and to do things together. I find that only solving tasks in group work, I don't think it's so good to just solve mathematical tasks, because you can always distribute the work: this one does these calculations and that one does those. But to discuss things together, what his opinion is, I find that more exciting.

Interviewer: Did you have the feeling that everyone contributed?

Peter: Yes, well, with tasks where you only have to do the calculations in groups, I think there are always people who just... who tend to push the work onto the others, but [in these lessons] everyone definitely had a say.

Another classmate shared Peter's view that collaboration worked much better in CME lessons than in the partner work they had experienced in previous mathematics lessons.

Some other students, in both settings, did not address social issues, differences in teaching style, or classroom organization in their feedback but referred to some changes in the classroom setting, as it appeared that external changes primarily caught their attention. They talked about the cameras that Brantlinger and Steflitsch set up in some lessons for analytical reasons, a change of class size, as more students attended previous courses, or tables being positioned differently to support group work. Lisa's comments capture quite well how some students did not perceive CME instruction as being much different compared to more traditional instruction, except for mentioning these classroom setting characteristics:

Lisa: The thing that was different was that cameras were there, but.... Yes... But otherwise it was... Well... We moved the tables differently. Maybe we don't do that so often. But otherwise I can't think of any differences.

Discussion

The purpose of this study was to add to the empirical literature on CME and, in particular, that which focuses on students' experiences with and perceptions of CME. There is a sizable theoretical and/or

advocacy literature that assumes that critical pedagogy, and CME as part of that, will be a radical departure from school as usual and, as such, that teachers and students alike will experience it as transformative and inspirational. Only some of this literature acknowledges that schools have institutional momenta and logics that inhibits transformation and reform.

Of course, it is possible that the study teachers – Brantlinger and Miss Kenny – simply got CME wrong. Brantlinger (2013, 2014) documents some of the shortcomings of his CME instruction while at the same time arguing that the CME theoretical and advocacy literatures are divorced from many of the practical and institutional realities that mathematics teachers face; for example, in the US context at least, the non-applied nature of the required secondary curriculum and the intensive, nature of teachers' day-to-day work that provides little time for curriculum design and reflection. That said, from a perspective of the researchers, the CME lessons in both the US and Austrian settings were a clear departure from typical mathematics lessons. Brantlinger's discourse analysis (2013) of CME and other (non-CME) lessons in his classroom provides evidence of this. Steflitsch's initial analyses of activities in Miss Kenny's classroom is also consistent with this claim.

However, as the results of this study demonstrated, student perceptions of CME lessons can vary greatly, even when they attend the same course/class and experience the same lessons. It also revealed that the features of CME instruction that mathematics teachers and researchers might consider to be the most salient, or different from typical school mathematics, are not necessarily the features that students seem to attend to. There are several possible explanations for this. We consider three here.

First, it may be that students needed additional experience with CME to be able to clearly distinguish between CME lessons and other mathematics lessons. For example, that CME lessons needed to comprise a much greater proportion of the curriculum throughout a school year. This is easier said than done. As Brantlinger (2022) argues, although CME lessons have made inroads into public schools in the US and elsewhere, CME activities, tasks, and lesson plans available to teachers map onto only certain secondary content strands and required topics (e.g., proportional reasoning). Although there are a number of CME curriculum resources for teachers, none seem to provide the level of curriculum coverage that the CME equity agendas as articulated by Gutstein (2003) and others (e.g., Gutiérrez, 2002; Skovsmose, 1994) seem to demand.

Second, in both contexts, the students generally were not used to reflecting and talking about their experiences in mathematics classrooms. This was evident in the analysis of all their pre- and post-interviews that also included questions about their general experiences and attitudes toward mathematics and mathematics teaching. To varying degrees, in interviews, the students seemed to lack the language to describe or express what they have and were experiencing in the mathematics classroom. It was not uncommon that students answered questions with "I don't really know," which frequently led the interviewers to ask detailed follow-up questions, to which the students sometimes only responded with general agreement or disagreement. Although most of the students in both contexts described long histories with traditional mathematics instruction, they lacked experiences with alternative models. This was the first time they would have been asked to reflect on and articulate distinctions about a set of CME lessons and other lessons they had experienced.

An implication for research is that researchers not assume that students will share their understanding of a particular curricular or instructional reform and, really, that they anticipate diverse, if not divergent, student reactions to and understandings of particular instructional reforms. While this may seem obvious to some qualitative researchers, the widespread use of observational protocols and rubrics to 'measure' some aspect of instruction and learning suggests that many educational researchers fail to adequately account for students' perspectives.

An implication for teachers and other practitioners (e.g., curriculum designers) is that they take time to name and have students reflect on aspects of their curriculum and instruction and the rationale behind particular instructional approaches. For example, that they set aside class time for students to reflect on why and how they are working in groups on non-routine mathematics tasks or CME projects. This did

happen in both classrooms but often through an impromptu discussion (e.g., in response to student resistance to working in groups, in response to students' sometimes hegemonic reactions to CME lessons) rather than a planned discussion. Not only would this help students to understand the differences but also give them a 'language of description' that might help them to articulate their preferences and goals to their teachers and school administrators.

Conclusion

There is a considerable literature on CME, although much of it is theoretical or advocacy work (e.g., Gutiérrez, 2002; Skovsmose, 1994) and, therefore, there is a need for research that is well grounded in the realities of schooling, teachers' worklives, or student experience. This research adds to the empirical literature on CME and, in particular, that which examines how K-12 students in a range of settings respond to and perceive the integration of critical social issues into the school mathematics curriculum. The results of this study seem to run counter to common assertions in the CME literature; for example, the assumption that students, or at least those from less privileged backgrounds, will uniformly embrace CME instruction or, at the very least, recognize it as being different from school as usual. Following Shor (2014), our concluding contention is that school resists and transforms reforms, even those that are critical and potentially transformative, such as CME instruction. and that this is something that is rarely explicitly addressed in the CME literature. Pais (2017) already pointed out that mathematics education research tends to "obliterate the real of schools for the sake of research, thus allowing it to flourish" (p.787). To avoid this, at the very least, there is a need for more *empirical work* like the current study and a need for theoretical and advocacy work on CME instruction to engage more fully and responsively with the empirical results such as those we present in this paper.

References

- Avc, B. (2019). *Critical mathematics education: Can democratic mathematics education survive under neoliberal regime?* Brill Sense.
- Brantlinger, A. (2007). *Geometries of inequality: Teaching and researching critical mathematics in a low-income urban high school* [Dissertation]. Northwestern University, Evanston.
- Brantlinger, A. (2013). Between politics and equations. *American Educational Research Journal*, 50(5), 1050–1080.
- Brantlinger, A. (2014). Critical mathematics discourse in a high school classroom: examining patterns of student engagement and resistance. *Educational Studies in Mathematics*, 85(2), 201–220.
- Brantlinger, A. (2022). Critical and vocational mathematics: Authentic problems for students from historically marginalized groups. *Journal for Research in Mathematics Education*, 53(2), 154–172.
- Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3(2), 77–101.
- Freire, P. (1970). *Pedagogy of the Oppressed*. Bloomsbury Publishing.
- Gutiérrez, R. (2002). Enabling the practice of mathematics teachers in context: Toward a new equity research agenda. *Mathematical Thinking and Learning*, 4(2-3), 145–187.
- Gutstein, E. (2003). Teaching and learning mathematics for social justice in an urban, latino school. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(1), 37.
- Gutstein, E. (2006). *Reading and writing the world with mathematics: Toward a pedagogy for social justice*. Routledge.
- Kokka, K. (2020). Social justice pedagogy for whom? Developing privileged students' critical mathematics consciousness. *The Urban Review*, 52(4), 778–803.

Pais, A. (2017) The subject of mathematics education research. In A. Chronaki (Ed.), *Proceedings of the Ninth International Mathematics Education and Society Conference* (Vol. 2, pp. 783–791). University of Thessaly Press.

Shor, I. (2014). *When students have power: Negotiating authority in a critical pedagogy*. University of Chicago Press.

Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Kluwer.

Voss, R., & Rickards, T. (2016). Promoting students' self-directed learning ability through teaching mathematics for social justice. *Journal of Education and Practice*, 7(26), 77–82.

Wright, P. (2020). Transforming mathematics classroom practice through participatory action research. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 24(2), 155–177.

UMA ABORDAGEM MARXISTA DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA EM UMA ESCOLA DO CAMPO

A MARXIST APPROACH TO FINANCIAL EDUCATION IN A RURAL SCHOOL

UNA APROXIMACIÓN MARXISTA A LA EDUCACIÓN FINANCIERA EN UNA ESCUELA RURAL

Lucas Gabriel dos Santos Tolomeotti

(Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Brasil)

lucastolomeotti@alunos.utfpr.edu.br

Linly Sachs

(Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Brasil)

linlyasachs@yahoo.com.br

Recibido: 04/07/2023

Aprobado: 04/07/2023

RESUMO

Diante da instituição da Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF), em 2010, no Brasil e da recomendação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para incorporação de temáticas como educação para o consumo, educação financeira e educação fiscal, de forma transversal e integradora, o estado do Paraná incorporou o componente curricular de Educação Financeira, em 2021, para cada série do Ensino Médio de todas as escolas da rede pública de ensino estadual, inclusive escolas situadas em áreas de Reforma Agrária. Este artigo tem por objetivo apresentar e analisar potencialidades de uma proposta com abordagem marxista para o componente curricular de Educação Financeira, em particular, com o tema do lucro, desenvolvida em uma turma da 1ª série do Ensino Médio, em uma escola do campo situada em área de assentamento da Reforma Agrária, considerando as diretrizes pedagógicas do Setor de Educação do estado do Paraná do Movimento dos Trabalhadores Rurais Sem Terra (MST). Tendo como base o materialismo histórico-dialético, esta pesquisa transcorreu em três etapas: a primeira, da elaboração de uma proposta, considerando diretrizes pedagógicas do MST; a segunda, de aplicação dessa proposta; e, a terceira, de análise dos resultados. A produção dos dados da pesquisa ocorreu por meio de gravação de áudio dessas aulas, com posterior transcrição. As aulas se organizaram de forma expositiva-dialogada, com questões norteadoras para o desenvolvimento dos conhecimentos, de tal forma que os estudantes apresentavam suas concepções acerca das temáticas abordadas e o professor se colocava como mediador no processo investigativo. Neste artigo, a análise se centra em uma aula apenas, em que os objetos do conhecimento abordados foram: origem do lucro e relação entre lucro e trabalho. Conclui-se que a aplicação da proposta possibilitou que os estudantes pudessem distinguir aparência e essência no tema abordado, na medida em que eles superaram a visão inicial que apresentavam de que o lucro resulta necessariamente do capital comercial, atingindo a compreensão de que ele advém do trabalho produtivo. Desse modo, puderam entender a origem do lucro por meio de uma perspectiva histórica e, em especial, perceber a contradição existente entre lucro e trabalho.

ABSTRACT

In view of the publication of the National Strategy for Financial Education (ENEF), in 2010, in Brazil and the recommendation of the National Common Curricular Base (BNCC) to incorporate themes such as education for consumption, financial education and tax education, in a transversal and integrative way, the state of Paraná incorporated the Financial Education curriculum component, in 2021, for each High School grade of all schools in the state public education, including schools located in areas of Agrarian Reform. This article aims to present and analyze the potential of a proposal with a Marxist approach for the curricular component of Financial Education, in particular, with the theme of profit, developed in a class of the 1st year of High School, in a rural school located in settlement area of the Agrarian Reform, considering the pedagogical guidelines of the Education Sector of the state of Paraná of the Movement of Landless Rural Workers. Based on historical-dialectical materialism, this research took place in three stages: the first, the elaboration of a proposal, considering the MST's pedagogical guidelines; the second, the application of that proposal; and, the third, analysis of the results. The production of research data occurred through audio recording of these classes, with subsequent transcription. The classes were organized in an expositive-dialogued way, with guiding questions for the development of knowledge, in such a way that the students presented their conceptions about the approached themes and the professor placed himself as a mediator in the investigative process. In this article, the analysis focuses on a single class, in which the objects of knowledge addressed were: origin of profit and relationship between profit and work. It is concluded that the application of the proposal made it possible for students to distinguish appearance and essence in the topic addressed, as they overcome the initial view, they had that profit necessarily results from commercial capital, reaching the understanding that it comes from productive work. In this way, they could understand the origin of profit through a historical perspective and, in particular, perceive the contradiction between profit and work.

Keywords: marxism. financial education. field education. Landless Rural Workers Movement.

RESUMEN

En Brasil, Con la institución de la Estrategia Nacional de Educación Financiera (ENEF), en 2010 y la recomendación de la Base Curricular Común Nacional (BNCC) de incorporar temas como educación para el consumo, educación financiera y educación fiscal, de manera transversal e integradora, el estado de Paraná en 2021 incorporó el componente curricular de Educación Financiera, para cada grado de Enseñanza Media de las escuelas de la red de educación pública estatal. Este artículo tiene como objetivo presentar y analizar las potencialidades de una propuesta con enfoque marxista para el componente curricular de la Educación Financiera, en particular, el tema de la ganancia, desarrollado en una clase del 1º año de enseñanza media, en una escuela rural ubicada en asentamiento de la Reforma Agraria, considerando las orientaciones pedagógicas del Movimiento de los Trabajadores Rurales Sin Tierra (MST) del estado de Paraná. Basada en el materialismo histórico-dialéctico, esta investigación se desarrolló en tres etapas: la primera, la elaboración de una propuesta considerando las orientaciones pedagógicas del MST; el segundo, la aplicación de dicha propuesta; y, el tercero, análisis de los resultados. La producción de datos de investigación ocurrió a través de la grabación de audio de estas clases, con posterior transcripción. Las clases se organizaron de forma expositiva-dialogada, con preguntas orientadoras para el desarrollo del conocimiento, de tal forma que los estudiantes expusieron sus concepciones sobre los temas abordados y el profesor se colocó como mediador en el

proceso investigativo. En este artículo, el análisis se centra en una sola clase, en la que los objetos de conocimiento abordados fueron: origen de la ganancia y relación entre la ganancia y el trabajo. Se concluye que la aplicación de la propuesta posibilitó que los estudiantes distinguieran apariencia y esencia en el tema abordado, pues superaron la visión inicial que tenían de que la ganancia resulta necesariamente del capital comercial, llegando al entendimiento de que proviene del trabajo productivo. De esta forma, pudieron comprender el origen de la ganancia a través de una perspectiva histórica y, en particular, percibir la contradicción entre ganancia y trabajo.

Palabras clave: marxismo. educación financiera. educación de campo. Movimiento de Trabajadores Rurales Sin Tierra.

Introdução

Seguindo uma iniciativa da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), que criou, em 2008, uma plataforma para incentivar ações voltadas à Educação Financeira em diversos países do mundo (*International Network of Financial Education*), após a publicação do relatório *Improving Financial Literacy: Analysis of Issues and Policies* (OECD, 2005), foi instituída no Brasil a Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF), em 2010.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) indica que as redes de ensino no país devem incorporar temáticas como a educação para o consumo, a educação financeira e a educação fiscal, de forma transversal e integradora, de modo que sejam “contempladas em habilidades dos componentes curriculares, cabendo aos sistemas de ensino e escolas, de acordo com suas especificidades, tratá-las de forma contextualizada” (Brasil, 2018, p. 20).

Diante disso, o estado do Paraná incorporou o componente curricular de Educação Financeira, em 2021, para cada série do Ensino Médio de todas as escolas da rede pública de ensino estadual (com exceção das escolas indígenas e quilombolas), inclusive escolas situadas em áreas de Reforma Agrária (Instrução Normativa Conjunta DEDUC/DPGE/SEED n. 011, 2020) – que possuem diretrizes pedagógicas próprias, elaboradas pelo Setor de Educação do Movimento dos Trabalhadores Rurais Sem Terra (MST).

Assim sendo, este artigo tem por objetivo apresentar e analisar potencialidades de uma proposta com abordagem marxista para o componente curricular de Educação Financeira, em particular, com o tema do lucro, desenvolvida em uma turma da 1ª série do Ensino Médio, em uma escola do campo situada em área de assentamento da Reforma Agrária, considerando as diretrizes pedagógicas do Setor de Educação do estado do Paraná do MST.

Educação Financeira

A formalização da Educação Financeira na educação escolar é um processo relativamente recente, que ganha força a partir do século XXI em vários países do mundo (Duvoisin, 2021). No Brasil, a Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF) foi lançada em 2007 pelo Comitê de Regulação e Fiscalização dos Mercados Financeiros, de Capitais, de Seguros, de Previdência e Capitalização, e coordenado pela Comissão de Valores Mobiliários (CVM), que posteriormente vigora em 2010, sob decreto presidencial, com o intuito de “promover a educação financeira e previdenciária e contribuir para o fortalecimento da cidadania, a eficiência e solidez do sistema financeiro nacional e a tomada de decisões conscientes por parte dos consumidores” (Decreto n. 7.397, 2010).

O relatório da OCDE define educação financeira do seguinte modo:

o processo pelo qual consumidores/investidores financeiros aprimoram sua compreensão sobre produtos, conceitos e riscos financeiros e, por meio de informação, instrução e/ou aconselhamento objetivo, desenvolvem habilidades e confiança para se tornarem mais conscientes de riscos e oportunidades

financeiras, a fazer escolhas informadas, a saber onde buscar ajuda e a tomar outras medidas efetivas para melhorar seu bem-estar financeiro (OECD, 2005, p. 118).

De maneira crítica, Duvoisin (2021, p. 194) afirma:

Explicitamente, foi a preocupação com a incapacidade da população em compreender e manejar os novos instrumentos financeiros, de complexidade crescente, que motivou o surgimento de uma política positiva de educação voltada para as finanças. Implicitamente, no entanto, este processo pode ser entendido como um movimento de disseminação de um conjunto de valores, comportamentos e normas condizentes com as necessidades do capitalismo financeirizado. Trata-se de educar os trabalhadores para adequar-se a uma nova fase do capitalismo.

Desse modo, a Educação Financeira tem, também, uma função ideológica: “naturalizar a centralidade das finanças na vida econômica da sociedade” e “induzir uma determinada ética e padrão de conduta condizente com a lógica financeira à vida individual e familiar” (Duvoisin, 2021, p. 193-194).

No estado do Paraná, dado o alinhamento político da gestão (2019-2022) de seu governo com instituições financeiras e do histórico crescente de políticas neoliberais no estado desde 2010 (Mendes, Horn & Rezende, 2020), foi instituído, em 2021, o componente curricular de Educação Financeira, com uma aula semanal, em cada uma das três séries do Ensino Médio na rede estadual de ensino (Instrução Normativa Conjunta DEDUC/DPGE/SEED n. 011, 2020). No ano de 2022, com a implementação do Novo Ensino Médio¹, o componente passou a ter duas aulas semanais, obrigatoriamente, nas três séries. Justifica-se tal ampliação do seguinte modo:

O trabalho com a Educação Financeira é um assunto abrangente e que somente com a mediação do professor e o envolvimento dos estudantes será possível verificar todas as implicações da prática consumista no dia a dia de todos. Essa reflexão é muito importante para despertar junto aos estudantes a motivação necessária na busca dos conhecimentos matemáticos de acordo com a realidade de cada um, estabelecendo um constante diálogo entre a Matemática Financeira e o exercício da cidadania (Paraná, 2022).

Na seção seguinte, são apresentadas as diretrizes pedagógicas elaboradas pelo Setor de Educação do MST do estado do Paraná.

Diretrizes pedagógicas do MST

A Educação do Campo, desde sua concepção enquanto um movimento organizado, no fim do século XX, busca articular as lutas dos trabalhadores rurais, especificamente no combate às injustiças e desigualdades que se fazem presentes na sociedade brasileira, a um projeto de educação. Os movimentos sociais camponeses tiveram e têm protagonismo nesse processo, com destaque para o MST (Munarim, 2008).

A partir de experiências educacionais desenvolvidas nas escolas do campo em áreas de Reforma Agrária (acampamentos e assentamentos), o Setor de Educação do MST do Paraná tem elaborado, ao longo dos anos, suas diretrizes pedagógicas próprias. Entre os anos de 2010 e 2012, foram realizados encontros entre educadores de todo o estado e pesquisadores que pudessem contribuir com a construção de um documento de referência para essas escolas (MST, 2013).

Com base na pedagogia soviética, na “tentativa de superar o conteúdo verbalista da escola clássica, a partir do olhar do materialismo histórico-dialético, rompendo com a visão dicotômica entre teoria e prática” (Freitas, 2009, p. 36), as diretrizes se centraram nos complexos de estudo. Em linhas gerais,

Complexo é uma unidade curricular do plano de estudos, multifacetada, que eleva a compreensão do estudante a partir de sua exercitação em uma porção da realidade plena de significações para ele. É uma exercitação teórico-prática que acontece na realidade existente no mundo do estudante, vivenciada

¹ O Novo Ensino Médio foi aprovado, em âmbito nacional, em 2017, e instituído até o ano de 2022 nas redes de ensino de todo o país. Com ele, há uma ampliação na carga horária anual no Ensino Médio e uma mudança na organização curricular, criando os chamados Itinerários Formativos.

Assim sendo, os complexos de estudo utilizam-se das bases das ciências e das artes para a compreensão de práticas sociais, isto é, “o estudo da realidade viva” (Pistrak, 1934, p. 120-121 *apud* Freitas, 2009, p. 45).

No material do MST, especificamente, a proposta é organizada semestralmente, em complexos de estudo, sendo que cada um envolve algumas disciplinas. Os complexos são centrados em temas, chamados porções da realidade, que permeiam diversos aspectos das vidas dos estudantes e de suas comunidades em área de acampamento ou assentamento rural, como “A luta pela reforma agrária”, “Produção de alimentos”, “A cultura camponesa”, “As formas de organização coletiva dentro e fora da escola” e “Manejo dos ecossistemas” (MST, 2013)

Materialismo histórico-dialético

Nesta pesquisa, é utilizado o materialismo histórico-dialético para a compreensão dos fenômenos da realidade.

O procedimento consiste em operar simultaneamente em dois níveis de análise: a observação direta e a observação indireta, procurando distinguir entre a aparência e essência. Nesse processo, a relação sujeito-objeto conserva sempre a noção de que o objeto sobre o qual se trabalha é um objeto produzido pelos homens. Isso significa que inevitavelmente o sujeito está auto-implicado no objeto. Não há uma relação de exterioridade, há uma relação de auto-implicação, que não é uma relação de identidade, mas uma relação de unidade. Marx opera sempre com a categoria de totalidade e de contradição, entendendo ser a realidade social um complexo constituído de múltiplos complexos (Bezerra Neto & Bezerra, 2010, p. 3).

Nesse sentido, o método de investigação desenvolvido por Marx, chamado por Netto (2011) de método de Marx², é: (i) materialista, pois parte de uma análise material da realidade, não ideal, já que, a princípio, existimos materialmente para, depois, pensarmos, isto é, “o modo de produção da vida material é que condiciona o processo da vida social, política e espiritual” (Marx, 2008, p. 47); (ii) histórico, pois fatos sociais decorrem de um movimento histórico, determinado pelo sistema de produção – as condições materiais de hoje decorrem de fatores históricos, ou seja, anteriores; e, por fim, (iii) dialético, pois entende que todo movimento histórico é dialético, ou seja, pressupõe conflitos, contradições e superações.

Logo, para a realização da investigação, é necessário tomar o objeto, analisá-lo e criticá-lo. Nesta pesquisa, a Educação Financeira é o objeto de análise e crítica, e, em um movimento dialético, propõe-se um modo de superação, por meio de uma proposta alternativa de Educação Financeira, alinhada com as diretrizes pedagógicas do MST – que está parcialmente relatada neste artigo.

Procedimentos metodológicos

A pesquisa transcorreu em três etapas: a primeira, da elaboração de proposta, considerando diretrizes pedagógicas do MST; a segunda, de aplicação da proposta; e, a terceira, de análise dos resultados. Neste artigo, abordaremos apenas uma parte da pesquisa³ – em suas três etapas.

² Assumimos, aqui, que são sinônimos “materialismo histórico-dialético” e “método de Marx”.

³ Em desenvolvimento, em nível de mestrado.

Para a elaboração da proposta em sua totalidade, levou-se em consideração análises marxianas⁴ do sistema capitalista e conexões com as temáticas indicadas para o componente curricular de Educação Financeira da 1ª série do Ensino Médio pela rede estadual pública de ensino do estado do Paraná⁵.

A proposta foi aplicada em uma escola do campo da rede estadual pública de ensino, situada em área de assentamento da Reforma Agrária no município de Londrina, distrito de Lerroville, Paraná, Brasil. Os participantes foram 18 estudantes de uma turma da 1ª série do Novo Ensino Médio, denominados E1, E2, E3 etc. A sequência transcorreu em 14 aulas, de 45 minutos cada, no componente curricular de Educação Financeira, cujo professor responsável é o primeiro autor deste artigo⁶.

Neste artigo, a análise centra-se em uma aula apenas (a quinta), em que os objetos do conhecimento abordados foram: origem do lucro e relação entre lucro e trabalho. Eles foram escolhidos com o propósito de desenvolver o estudo vivo da realidade, contribuindo para a análise crítica dos estudantes, tomando como base o materialismo histórico-dialético, além dos pressupostos das diretrizes pedagógicas do MST.

As aulas se organizaram de forma expositiva-dialogada, com questões norteadoras para o desenvolvimento dos conhecimentos, de tal forma que os estudantes apresentavam suas concepções acerca das temáticas abordadas e o professor se colocava como mediador no processo investigativo. Como ferramentas para o desenvolvimento dessas investigações, o professor utilizou-se de Datashow, quadro e giz.

A produção dos dados da pesquisa ocorreu por meio de gravação de áudio dessas aulas, com posterior transcrição e análise – que foi norteadora pela perspectiva marxista de análise do sistema capitalista, em especial, acerca da origem do lucro e qual sua relação histórica e material com o trabalho.

Descrição e análise de dados

O professor começa sua aula retomando pontos tratados nas aulas anteriores (referentes a origem do dinheiro, sua relação com o trabalho e deste com a mercadoria) e apontando para novos questionamentos como: de onde vem o lucro? Qual o salário social necessário? O que é crédito e qual sua história? O objetivo estipulado pelo professor é o de compreender a origem do lucro por meio de uma perspectiva histórica, trazendo luz para a contradição entre lucro e trabalho.

Para iniciar as indagações, o professor apresenta os circuitos de troca de mercadoria que foram se transformando na sociedade com o advento da propriedade privada (Marx, 2013). Primeiramente, aborda a troca do tipo M-D-M (mercadoria – dinheiro – mercadoria), em que o indivíduo utiliza o dinheiro como meio para trocar uma mercadoria por outra. Em seguida, aborda a troca do tipo D-M-D' (sendo $D' = D + \Delta D$, ou seja, a quantidade inicial de dinheiro mais um incremento), no caso do capital comercial, e a troca do tipo D-D', no caso do capital usurário, que não é mediado pela troca de mercadorias, isto é, “dinheiro que se troca por mais dinheiro, uma forma que contradiz a natureza do dinheiro e, por isso, é inexplicável do ponto de vista da troca de mercadorias” (Marx, 2013, p. 309).

Explicando a atuação dos prestamistas, o professor apresenta relatos das formas de obtenção de crédito: na antiga Babilônia (século VIII a. C.), como transferência de dívidas por meio de recibos, mas na forma

⁴ O termo “marxiano” refere-se à obra de Karl Marx – diferentemente de “marxista”, que faz referência a uma linha teórica desenvolvida a partir de sua produção.

⁵ A elaboração dessa proposta deu-se juntamente a uma iniciativa do Setor de Educação do estado do Paraná do MST de apresentar à Secretaria da Educação e do Esporte do Paraná uma proposta para o Novo Ensino Médio, específica para escolas do campo em áreas de Reforma Agrária (Colégio Estadual do Campo Vista Alegre & Escola Itinerante Caminhos do Saber, 2022) – da qual participou o primeiro autor deste artigo.

⁶ O projeto de pesquisa foi aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, sob o parecer de nº 5.100.674 e Certificado de Apresentação de Apreciação Ética de nº 50809321.7.0000.0177.

de mercadorias, como trigo, arroz etc.; e nas ilhas gregas de Delos (século II a. C.), com a transferência de riquezas entre contas. Nesse momento, um estudante fez uma pergunta:

E1: Isso seria o Pix⁷?

Claramente, ele fez uma relação entre os exemplos históricos apresentados e as transferências bancárias atuais, com as quais tem mais familiaridade.

Dando continuidade à trajetória do crédito, o professor comenta como as implicações do fim do Império Romano fortaleceram a ascensão da classe mercantil e como a relação entre Estado e essa classe se estreitou frente aos empréstimos dela ao Estado⁸. Também, aborda que, de forma recorrente, o Estado deixa de pagar esses empréstimos, gerando mobilização política por parte dos prestamistas à reivindicação de um banco nacional, com parte da classe mercantil e parte governamental, centralizando em tal banco a oferta de crédito e a emissão monetária. Com isso, o professor destaca a problemática da utilização de reservas fracionárias pelos bancos nacionais, isto é, a prática de emprestar valores superiores aos que dispõem, mantendo uma fração do total sob sua guarda.

Após essa abordagem acerca das relações históricas entre instituições financeiras e o Estado, o professor dá continuidade no objeto de pesquisa principal da aula: qual a fonte do lucro? Nesse momento, ocorre o seguinte diálogo:

Professor: Já estudamos o dinheiro, já estudamos a mercadoria, o trabalho. E o lucro, como funciona isso? De onde vem o lucro? Se eu perguntasse para vocês, como vocês responderiam? De onde vem?

E2: De onde você ganha mais.

Professor: Muito bem, você ganha mais. E de que forma você ganha mais?

E2: Você cobra um valor acima do valor.

Tal resposta já era aguardada pelo professor, pois é manifestada no senso comum. Comumente, é apresentada a ideia de que é na revenda de mercadoria que os comerciantes obtêm o lucro; logo, tais compreensões equivocadas da realidade fazem-se presentes em sala de aula.

A fim de superar tal conclusão modificada da realidade, o professor faz a leitura com os estudantes⁹ de um trecho de *O Capital*, de Marx (2013, p. 305). Ao decorrer da leitura do texto, o professor vai recorrendo a determinadas analogias para a conexão de ideias, como segue¹⁰:

Professor: Admita-se que, por força de algum privilégio inexplicado, possa todo vendedor vender mercadoria a 110 [reais], mas vale 100, por exemplo. É que nem vocês falaram, esses 10 reais é o lucro, com o acréscimo do preço de 10%, o vendedor apossa-se de um valor excedente de 10 reais. Depois de vendedor, ele torna-se comprador. Antes de ele vender, ele precisa comprar de alguém para poder revender, ou seja, o terceiro possuidor de mercadoria encontra-o depois e por sua vez usufrui do privilégio de vender a mercadoria 10% mais caro, nosso homem quando vendedor ganhou 10, e agora como comprador perde 10. Por que o cara que vendeu para o Elião¹¹, vai querer vender mais, não vai querer vender mais? Porque o cara que vende mesmo sendo indústria, vai querer vender a mais. Mesmo que ele ganhe 10 na venda, ele perde 10 na compra. Vamos continuar, no fim, tudo se resume a que todos os vendedores vendem reciprocamente um aos outros suas mercadorias com o valor aumentado de 10%, o que representa que terem vendido a mercadoria pelos seus valores, um acréscimo nominal geral dos preços das mercadorias tem o mesmo efeito que estimá-las em prata em vez de ouro, a designações monetárias os preços das mercadorias aumentaram, mas suas relações de valores continuam inalteráveis. Depois de terem lido esse texto, dá para

⁷ Forma de transferência monetária instantânea eletrônica, oferecida pelo Banco Central do Brasil.

⁸ Exemplo disso foi o governo de Florença ter emprestado grandes valores (cerca de 100 vezes de sua dívida inicial) de cidadãos ricos da cidade em troca de que eles não pagassem impostos de propriedade e receberem juros (Ferguson, 2009, p. 64).

⁹ A princípio, em seu planejamento, o professor pretendia separar os estudantes em grupos para a realização da leitura, porém, devido ao tempo avançado da aula, decide realizar a leitura junto deles, em voz alta. Há de se colocar que, nesse dia, fora realizada somente uma aula e não duas, como de costume.

¹⁰ Para fins de diferenciação, nesse trecho, a escrita em itálico faz referência ao texto de Marx (2013, p. 176), com algumas mudanças de palavras.

¹¹ Pequeno mercado próximo à escola, onde cotidianamente a comunidade escolar realiza compras.

a gente afirmar com ênfase que o lucro vai surgir só pelo fato de vender a mais? Porque, por mais que ele tenha esse lucro, ele perde na compra.

Prontamente, um estudante (E3) responde:

E3: Depende de quanto você vai pagar e quanto você vai vender.

Professor: Sim, tem essas variações, como o grosso do lucro só vem disso? [...] porque quem vendeu para o cara vai tirar o dele, e não é pouco, a indústria, dependendo do produto, trabalha com margem de lucro de 30%, 40%.

E3: Professor, mas, tipo assim: ele compra lá com 100 reais, só que os 100 reais, ele não fica com ele, ele já tinha 100 reais que investiu, ele só vai voltar os 100 reais que ele já tinha.

Professor: Mas da onde vêm os 100 reais que ele já tinha? Da venda de mercadoria, só voltou o dinheiro que ele já tinha.

E4: Mas daí ele vende mais caro, ué.

Professor: Mas ele compra mais caro também, mas daí temos um limite. A Coca Cola, imagina se cobrassem 100 reais, vocês iam comprar? Tem um limite aí, o grosso do lucro sai de onde? [...] Qual a fonte de todas as mercadorias? O que gera plantação, uma casa e um carro?

E1: Pessoa.

Professor: Mais precisamente.

E1: Trabalhador.

Com isso, o professor percorre a constatação que autores como Marx (2013) apresentam, de que a força de trabalho médio necessário é a única força, o único dispositivo que pode produzir valor, logo, sendo a fonte dos lucros.

Com o objetivo de ilustrar a relação entre lucro e força de trabalho, o professor apresenta um exemplo de produção e questionamento, como segue:

Professor: Dentro de uma indústria, por exemplo, o cara vai produzir um telefone. Ele demora, vamos pensar, 3 horas para produzir um telefone desse [o professor mostra o telefone dele], e a carga horária dele é de 9 horas por dia. Ele produz quantos celulares? Três, né? Vamos pensar que, para ele ser pago, é só um celular. Basta produzir um, de um único dia. Quanto é o salário dele? R\$ 1200,00. Se você for comprar, esse celular é R\$ 1200,00. Numa jornada de trabalho [de três horas], se ele já produz o suficiente para se pagar, o resto dos celulares para onde é que vai?

E3: Para a empresa.

Nesse diálogo, o estudante E3 compreende a relação fundamental de lucro e força de trabalho, nomeada para os estudantes após o seu entendimento, de mais-valia. Tal conceito é um dos fundamentais da obra marxiana:

A extensão da jornada de trabalho além do ponto em que o trabalhador teria produzido apenas um equivalente do valor de sua força de trabalho, acompanhada da apropriação desse mais-trabalho pelo capital – nisso consiste a produção do mais-valor absoluto. Ela forma a base geral do sistema capitalista e o ponto de partida da produção do mais-valor relativo. Nesta última, a jornada de trabalho está desde o início dividida em duas partes: trabalho necessário e mais-trabalho. Para prolongar o mais-trabalho, o trabalho necessário é reduzido por meio de métodos que permitem produzir em menos tempo o equivalente do salário. A produção do mais-valor absoluto gira apenas em torno da duração da jornada de trabalho; a produção do mais-valor relativo revoluciona inteiramente os processos técnicos do trabalho e os agrupamentos sociais (Marx, 2013, p. 707).

Em seguida, o professor discute com os estudantes a respeito do salário do trabalhador, responsável pela produção de mercadorias e de mais-valia, que depende de fatores históricos, sociais e políticos. Finaliza

tratando do salário mínimo nacional e do mínimo necessário, de acordo com o Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Socioeconômicos (DIEESE).

Com o desenvolvimento da aula, o professor abordou a origem do lucro por meio de uma perspectiva histórica, destacando a contradição existente entre lucro e trabalho. Desse modo, mostrou que o lucro não advém apenas do capital comercial, como aparenta o senso comum, já que aumentar o valor da mercadoria para obtenção de lucro, em grande escala, aumentaria o valor de todas as mercadorias e o próprio comerciante seria afetado por esse aumento, na medida em que ele é também um indivíduo que necessita comprar mercadorias para sua reprodução de sua vida. Ao contrário, mostra que o lucro advém essencialmente do trabalho, no processo produtivo. Essa abordagem procura distinguir a aparência e a essência – como propõe o materialismo histórico-dialético.

Considera-se, portanto, que essa abordagem é marxista, com base no materialismo histórico-dialético, porque busca analisar o objeto em seu movimento real, isto é, compreender o lucro em sua essência, contrário ao que é repercutido no senso comum. A aparência que se tem do lucro é que se trata de um valor gerado pelo capitalista por meio de seu investimento inicial com um incremento de seu próprio trabalho; porém, em uma abordagem histórica e materialista, observa-se que a sua essência está atrelada à mais-valia. Também, observa-se a contradição (relação dialética) presente na relação entre trabalho e lucro: enquanto o primeiro é realizado pelos trabalhadores, gerando mais-valia, o segundo é fruto desse processo, mas apropriado por outrem. Em outras palavras, o trabalho é coletivo e social, mas sua apropriação é privada e concentrada.

Considerações finais

Este texto objetivou apresentar e analisar potencialidades de uma proposta com abordagem marxista para o componente curricular de Educação Financeira, em particular, com o tema do lucro, desenvolvida em uma turma da 1ª série do Ensino Médio, em uma escola do campo situada em área de assentamento da Reforma Agrária, considerando as diretrizes pedagógicas do Setor de Educação do estado do Paraná do MST.

Dentre as potencialidades, conclui-se que a aplicação da proposta possibilitou que os estudantes pudessem distinguir aparência e essência no tema abordado, na medida em que eles superaram a visão inicial que apresentavam de que o lucro resulta necessariamente do capital comercial, atingindo a compreensão de que ele advém do trabalho produtivo. Desse modo, puderam entender a origem do lucro por meio de uma perspectiva histórica e, em especial, perceber a contradição existente entre lucro e trabalho.

Abordar elementos históricos, sociais e políticos nas aulas de Educação Financeira contribui para a efetivação das diretrizes pedagógicas do Setor de Educação do estado do Paraná do MST, com o desenvolvimento dos complexos de estudo, que exigem a articulação entre diferentes áreas do conhecimento para a compreensão de um determinado fenômeno da realidade.

Faz-se uma ressalva: as condições materiais de trabalho nas escolas acabaram por criar impeditivos para a realização da proposta com a qualidade que se esperava. Nesse sentido, problemas como não haver horários comuns de planejamento entre os professores, os contratos temporários de trabalho e a consequente rotatividade desses profissionais dificultam o trabalho colaborativo indicado pelas diretrizes pedagógicas. Essa aula, por exemplo, poderia ter sido desenvolvida de forma colaborativa com outros professores, aproximando-a da proposta dos complexos de estudo.

Ainda assim, é possível perceber que, quando o professor de Educação Financeira desenvolve uma abordagem em suas aulas como a que foi relatada, apresenta ao estudante uma visão crítica e histórica da realidade, colocando questões norteadoras essenciais para tornar os estudantes, dentro ou fora da sala de aula, pesquisadores da realidade viva.

No caso específico da aula analisada neste artigo, o professor observou que necessitaria de mais uma aula, ao menos, para tratar do tema do lucro. Ainda assim, observam-se potencialidades na construção dialogada do conhecimento, levando em consideração as concepções já estabelecidas dos estudantes. Nesse processo, o alvo é a análise da realidade, possibilitando aos estudantes compreenderem as relações entre trabalho e lucro. Com isso, eles puderam entender a forma e a dinâmica da sociedade, das suas contradições, sendo base para a formulação de novos conhecimentos – como a origem do crédito, que foi tema de uma aula seguinte a essa.

Referências

- Bezerra Neto, L.; Bezerra, M. C. S. (2010). A importância do materialismo histórico na formação do educador do campo. *Revista HISTEDBR On-line*, número especial, 251-272.
- Brasil (2018). *Base Nacional Comum Curricular: educação é a base*. Ministério da Educação.
- Colégio Estadual do Campo Vista Alegre & Escola Itinerante Caminhos do Saber (2022). *Proposta Pedagógica Curricular – Ensino Médio*.
- Decreto n. 7.397, de 22 de dezembro de 2010 (2010). Institui a Estratégia Nacional de Educação Financeira – ENEF, dispõe sobre a sua gestão e dá outras providências. Presidência da República. http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2010/decreto/d7397.htm.
- Duvoisin, L. A. A. (2009). Educação financeira, imperialismo e financeirização. *Revista Estudos do Sul Global*, 1 (1), 191-200.
- Freitas, L. C. (2009). A luta por uma pedagogia do meio: revisitando o conceito. In M. M. Pistrak (Org.), *A Escola-Comuna* (pp. 9-101). Expressão Popular.
- Ferguson, N. (2009). *A ascensão do dinheiro: a história financeira do mundo*. Tradução de Cordelia Magalhães. Planeta do Brasil.
- Instrução Normativa Conjunta DEDUC/DPGE/SEED n. 011 (2020). Dispõe sobre Matriz Curricular do Ensino Médio na rede pública estadual de ensino do Paraná. Secretaria de Educação e do Esporte. https://www.educacao.pr.gov.br/sites/default/arquivos_restritos/files/documento/2021-01/instrucaonormativa_112020_curriculoem.pdf.
- Marx, K. (2008). *Contribuição à crítica da economia política*. Tradução e introdução de Florestan Fernandes. Expressão Popular.
- Marx, K. (2013). *O Capital: crítica da economia política – Livro I: O processo de produção do capital*. Tradução de Rubens Enderle. Boitempo.
- Mendes, A. A. P., Horn, G. B., & Rezende, E. T. de. (2020). As políticas neoliberais e o pragmatismo gerencial na educação pública paranaense. *Roteiro*, 45, 1–24.
- MST [Movimento dos Trabalhadores Rurais Sem Terra]. (2013). *Escola Itinerante: Plano de Estudos*. Unioeste.
- Munarim, A. (2008). Movimento Nacional de Educação do Campo: uma trajetória em construção. In *Anais da 31ª Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação*, Caxambu.
- Netto, J. P. (2011). *Introdução ao Estudo do Método de Marx*. Expressão Popular.

OECD [Organisation for Economic Co-operation and Development] (2005). Improving Financial Literacy Analysis of Issues and Policies. *Financial Market Trends*, v. 2005/2, 109-123.

Paraná (2022). *Caderno de Itinerários Formativos 2022: ementas das unidades curriculares ofertadas em 2022*. Secretaria de Educação e do Esporte.

MOTIVOS PARA A APRENDIZAGEM

O CONCEITO DE *MIDDLEGROUND*

REASONS FOR LEARNING

The middleground concept

RAZONES PARA APRENDER

El concepto de middleground

Denival Biotto Filho

(Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, Brasil)

denivaldenival@gmail.com

Recibido: 04/07/2022

Aprobado: 04/07/2022

RESUMO

Um modo de discutir e interpretar motivos para a aprendizagem é por considerar os conceitos de background, middleground e foreground. Esse trabalho se situa no contexto da Educação Matemática Crítica, área em que os conceitos de background e foreground foram amplamente discutidos e pesquisados. Desenvolvo aqui um ensaio teórico que busca apresentar e discutir o outro conceito mencionado: o conceito de middleground. Os motivos que uma pessoa tem para aprender podem ser desenvolvidos nas interpretações que ela faz de suas experiências passadas e de sua bagagem cultural (background), nas interpretações que ela faz de seu contexto social atual (middleground), e no modo como ela percebe suas oportunidades sociais e visualiza suas perspectivas de futuro (foreground). Para aprofundar a reflexão aqui produzida, foi desenvolvida uma entrevista realizada com três pessoas que estavam envolvidas em algum processo de aprendizagem, não necessariamente formal ou institucionalizado. Os resultados apresentam discussões que contribuem no sentido de entender e interpretar os motivos que levam uma pessoa a aprender.

Palavras-chave: foreground. middleground. background. educação matemática.

ABSTRACT

One way to discuss and interpret motives for learning is to consider the concepts of background, middleground and foreground. This paper is situated in the context of Critical Mathematics Education, an area in which the concepts of background and foreground were widely discussed and researched. I develop here a theoretical essay that seeks to present and discuss the third concept mentioned: the concept of middleground. The motives people have for learning can be developed in their interpretations of their past experiences and their culture (background), in their interpretations of their current social context (middleground), and in the way they perceive their social opportunities and how they see their future (foreground). To deepen the reflection produced here, an interview was carried out with three people who were involved in some learning process, not necessarily formal or

institutionalized. The results present discussions that contribute towards understanding and interpreting the reasons that lead a person to learn.

Keywords: foreground. middleground. background. mathematics education.

RESUMEN

Una forma de discutir e interpretar los motivos para el aprendizaje es considerar los conceptos de background, middleground y foreground. Este trabajo se sitúa en el contexto de la Educación Matemática Crítica, un área en la que los conceptos de background y foreground fueron ampliamente discutidos e investigados. Desarrollo aquí un ensayo teórico que busca presentar y discutir el otro concepto mencionado: middleground. Los motivos de una persona para aprender pueden desarrollarse en las interpretaciones que hace de sus experiencias pasadas y antecedentes culturales (background), en las interpretaciones que hace de su contexto social actual (middleground), y en la forma en que percibe sus oportunidades sociales y visualiza sus perspectivas para el futuro (foreground). Para profundizar en la reflexión que aquí se produce, se realizó una entrevista a tres personas que estuvieron involucradas en algún proceso de aprendizaje, no necesariamente formal o institucionalizado. Los resultados presentan discusiones que contribuyen para comprender e interpretar las razones que llevan a una persona a aprender.

Palabras clave: foreground. middleground. background. educacion matematica.

Introdução

Meu interesse é discutir os motivos que levam uma pessoa a aprender. O contexto cultural do estudante é repleto de valores que podem fornecer motivos para a aprendizagem. Podemos pensar em processos de aprendizagem fortemente ligados à cultura, tais como aprender a dançar, cozinhar, jogar, e assim por diante. Porém, a educação formal também é parte de um processo cultural. No caso da matemática, D'Ambrósio (1990) apresenta uma lista de valores que destacam a importância que a matemática pode ter para uma pessoa ou para um grupo de pessoas. Os motivos para uma pessoa aprender são influenciados pelos valores presentes na sua cultura e pelos valores presentes na sua história individual. O autor utiliza o termo *background* para se referir a esse contexto cultural do estudante. Por outro lado, Skovsmose (2014) defende que os motivos que um estudante tem para aprender são configurados em suas perspectivas de futuro. O autor utiliza o termo *foreground* para fazer referência a como uma pessoa interpreta suas oportunidades e possibilidades de futuro. Pode-se pensar em muitas razões pelas quais estudantes desenvolvem motivos para aprender e que fazem referência a essas perspectivas, tais como: ser aprovado em um concurso público, passar no vestibular, exercer uma profissão, entre outros. Tais motivos são formados no *foreground* do estudante. No entanto, apresento aqui o conceito de *middleground* para contribuir com as discussões sobre os motivos que levam uma pessoa a aprender.

O conceito de *middleground* foi inspirado nas discussões envolvendo os conceitos de *background* e *foreground*. *Background* tem a ver com cultura, *foreground* tem a ver com as oportunidades sociais. *Background* inclui o que a pessoa já viveu, *foreground* inclui o que a pessoa pode viver. *Background* faz referência ao passado de alguém, *foreground* faz referência ao seu futuro. No entanto, tais conceitos não são definidos somente por fatos culturais ou sociais, mas inclui as interpretações da pessoa sobre esses fatos. Dessa forma, podemos dizer que, por um lado, *background* é formado pelas experiências de uma pessoa, tais como dificuldades passadas, obstáculos superados, coisas que foram aprendidas, realizações e frustrações. Por outro lado, *background* também é formado pelas interpretações da pessoa sobre essas experiências (Biotto, 2015). De modo similar, podemos dizer que, por um lado, *foreground* é formado pelas possibilidades e oportunidades de uma pessoa, o que inclui seus desejos, sonhos, intenções, expectativas, aspirações, esperanças, medos e obstáculos. Por outro lado, *foreground* também é formado pela interpretação e pela percepção dessa pessoa em relação às oportunidades que lhe são

apresentadas (Skovsmose, 2014). Os conceitos de *background* e *foreground* são discutidos em uma perspectiva que inclui parâmetros sociais, políticos, econômicos e culturais proporcionados pela sociedade (Skovsmose, 2011).

Podemos dizer que, de certa forma, *background* faz referência ao passado de uma pessoa e *foreground* faz referência ao seu futuro. E quanto ao presente? O modo como uma pessoa interpreta sua situação atual pode oferecer motivos para a aprendizagem? É com essa pergunta em mente que apresento, neste artigo, o conceito de *middleground*. Trata-se de um estudo que busca adicionar o contexto social e cultural da situação presente de uma pessoa nas discussões sobre *background* e *foreground*. Uma apresentação prévia sobre esse conceito foi realizada no XIV Encontro Nacional de Educação Matemática, evento brasileiro sem anais publicado. Acredito que as discussões aqui apresentadas contribuem no sentido de entender e interpretar os motivos que levam uma pessoa a aprender.

Motivos para aprender e os conceitos de *background* e *foreground*

Muitos autores têm procurado entender os motivos que estudantes têm para se engajarem em processos de aprendizagem. Esse assunto tem sido tratado em diferentes perspectivas, incluindo estudos culturais, sociais, psicológicos e filosóficos. Em particular, um modo de entender e interpretar os motivos para a aprendizagem é por considerar os conceitos de *background* e *foreground* (Biotto, 2015; D'Ambrósio, 1990; Skovsmose 2014). Segundo esta abordagem, os motivos que levam uma pessoa a aprender são formados a partir das interpretações de possibilidades a partir de seu contexto social e cultural. Nesta seção, faço alguns apontamentos sobre (1) as relações entre *background* e motivos para a aprendizagem e (2) as relações entre *foreground* e motivos para a aprendizagem.

Baber (2007) realizou uma pesquisa com estudantes imigrantes paquistaneses na Dinamarca e concluiu que o sonho que eles tinham de uma vida melhor produzia motivos para a aprendizagem. Tais estudantes se dedicavam bastante aos estudos, pois entendiam que precisavam ter um desempenho melhor do que os cidadãos nativos se quisessem ter oportunidades iguais. Por causa disso, as famílias de imigrantes planejavam cuidadosamente o futuro de seus filhos, visando o acesso ao ensino superior e buscando melhores índices de nível social. O autor destaca alguns aspectos interessantes nos *backgrounds* desses estudantes. Por exemplo, o desejo de obter uma educação de qualidade tem raízes nas origens culturais do Paquistão, onde a educação muitas vezes é associada a sair da pobreza. Além disso, muitos pais desses estudantes não tiveram acesso à escola, mas agora eles têm interesse em proporcionar aos filhos as oportunidades que lhes foram anteriormente negadas. Assim, os aspectos culturais e a interpretação das experiências pessoais em seus *backgrounds* foram elementos importantes na configuração dos seus motivos para a aprendizagem.

No entanto, o *background* de uma pessoa pode ter sido configurado em um contexto que desestimula o interesse pelos estudos. Por exemplo, em Biotto (2015) é apresentada uma investigação com crianças em situação de risco social atendidas por uma instituição de semi-abrigo no Brasil. Quando as crianças são indagadas sobre a profissão que gostariam de ter quando se tornassem adultos, uma menina de onze anos de idade disse que pretendia se casar sete vezes e ter dez filhos. Ela explicou que, de forma similar a uma personagem de uma novela que ela estava assistindo, ela poderia ganhar pensão dos diferentes maridos e ganharia dinheiro dessa forma. Por isso, ela não tinha motivos para estudar. Uma pessoa pode interpretar seu próprio contexto de muitas formas e, de uma perspectiva mais geral, amigos, parentes, colegas, propagandas, estereótipos, histórias fictícias e outros elementos da cultura e da história da pessoa influenciam esse processo de interpretação. O *background* de uma pessoa pode ter sido configurado em um contexto opressivo, o que pode incluir racismo, violência e processos de exclusão (Skovsmose, 2014). D'Ambrosio (1990) destaca que algumas raízes culturais podem ser heranças de um processo de dominação cultural. Assim, o *background* de uma pessoa pode proporcionar motivos para a aprendizagem e motivos para a não-aprendizagem.

Foregrounds também podem configurar motivos para a aprendizagem. Skovsmose, Scanduzzi, Alrø e Valero (2008) investigaram *foregrounds* de estudantes de uma favela brasileira. Os autores entrevistaram

cinco estudantes e pediram para que falassem sobre como imaginavam o futuro deles. Os estudantes explicaram que sofriam discriminação por morarem em um bairro pobre e falaram sobre o desejo que sentiam de sair daquele lugar para uma nova vida fora da favela. Para eles, a educação poderia proporcionar possibilidades nesse sentido. Os estudantes podiam ver o que seria possível para eles se ultrapassassem a linha de fronteira social e tivessem acesso a outros modos de vida. Apesar das barreiras da divisão social e da exclusão, a educação poderia proporcionar uma abertura de oportunidades de vida. Esses estudantes tinham motivos para aprender configurados em seus *foregrounds*.

No entanto, *foregrounds* podem ser arruinados e constituírem um enorme obstáculo para a aprendizagem. Considere, por exemplo, uma situação na África do Sul apresentada por Skovsmose (2005). Durante o apartheid, um regime de segregação racial que durou de 1948 até 1994, as pesquisas procuravam explicar o baixo rendimento escolar das crianças negras, especialmente em matemática. Eram estudos de caráter claramente racista que afirmava que o baixo desempenho das crianças negras se devia à sua constituição genética. Outras pesquisas, também de caráter racista, procuravam explicar o fraco desempenho das crianças negras pelas influências familiares em sua formação, afirmando que o papel altamente autoritário do pai suprimia a criatividade dos filhos. Porém, quando o autor visitou uma escola na África do Sul para crianças negras, ele ficou impressionado com as condições existentes ali. Inicialmente, podia se observar a estrutura física deficiente da escola: ausência de portas, vidros quebrados, sem parte do telhado. Além disso, um problema mais profundo do que a estrutura física da escola tinha a ver com o modo como as crianças negras eram tratadas pela sociedade. As perspectivas de futuro ofereciam poucas possibilidades atraentes e os empregos que exigiam habilidades matemáticas não eram para negros. Seus *foregrounds* estavam arruinados e não havia motivos para a aprendizagem.

Os exemplos citados nesta seção foram apresentados no sentido de trazer alguma contextualização sobre as discussões envolvendo as relações entre os motivos que um estudante tem para aprender e o seu contexto em termos de *background* e de *foreground*. Muitas pesquisas já trataram dessas discussões (Baber, 2007; Biotto, 2015; Biotto, & Skovsmose, 2014; Fé, 2021; Skovsmose, Alrø, & Valero, 2008; Soares, 2022). No entanto, percebo a necessidade de ampliar as discussões no sentido de *background* e *foreground* não serem conceitos oposicionistas, mas complementares. Percebo também a necessidade de incluir o termo *middleground* para contribuir com as discussões sobre os motivos para a aprendizagem.

O conceito de *middleground*

“Nosso pensamento é moldado pelo dualismo. Entrada, saída. Preto, branco. Bom, mal. Tudo aparece como pares opostos. Mas isso está errado. [...] Nada está completo sem uma terceira dimensão. Não existe apenas em cima e embaixo. Há o meio.” (Odar & Friese). Essa frase é de uma obra de ficção e descreve uma inquietação que tive ao escrever este artigo. Este trabalho trata de dois conceitos tratados na literatura da Educação Matemática Crítica, *background* e *foreground*, mas adiciona um terceiro conceito para contribuir com as discussões da área: o conceito de *middleground*.

Mas qual o motivo de se adicionar um terceiro conceito às discussões existentes? Percebi essa necessidade em minha prática profissional. Como professor, sempre me interessei sobre os motivos pelos quais os estudantes aprendem. Como pesquisador, tenho procurado interpretar esses motivos em termos de *background* e *foreground*. Para falar sobre a necessidade de se adicionar um terceiro conceito às discussões, consideremos uma situação hipotética apresentada por Skovsmose (2004) em que uma tribo de índios tem como principal atividade a criação de frangos. Essa atividade é tão importante nessa aldeia que podemos dizer que toda a vida deles gira em torno da criação de frangos. É possível imaginar um professor de matemática que queira dar significado às atividades de ensino por contextualizar os conteúdos matemáticos com a criação de frangos: venda, compra, troca, e assim por diante. Mas talvez isso não seja de interesse dos alunos. Talvez, eles tenham a perspectiva de uma vida fora da aldeia, e a matemática que queiram aprender é relacionada ao avião, que um dia eles viram passar por cima da aldeia. De certa forma, é possível dizer que os frangos fazem parte do *background* dos alunos, enquanto que o avião faz parte de seus *foregrounds*. Vou explorar um pouco mais esse exemplo hipotético da tribo

de índios. Imagine agora que alguém pergunte para os jovens índios que estão engajados em alguma atividade de aprendizagem matemática, qual o motivo de estarem aprendendo aquilo. Um jovem responde: “porque eu gosto de matemática”. Outro responde: “porque a matemática está em tudo”. Ainda outro responde: “porque meu amigo também está aprendendo”. Muitas vezes eu escutei respostas semelhantes em minha prática profissional. Para mim, essas respostas são válidas e podem ser entendidas em termos de *middleground*.

Recentemente, o mundo presenciou a pandemia da COVID-19. No Brasil, durante o ano de 2021, a busca mais realizada no Google do tipo *como fazer* foi: como fazer horta em casa (Google Trends, s.d.). Considere o caso hipotético de João, um brasileiro que estava procurando se isolar socialmente durante a pandemia. Ele acessou um site na internet que incentivava as pessoas a fazerem uma horta em casa durante o isolamento. Visto que morava em um apartamento, decidiu plantar algumas plantas em vasos. Mas algumas semanas depois as plantas morreram. Por isso, ele decidiu aprender mais sobre como cultivar plantas em casa, tentando responder às seguintes questões: quais as melhores plantas para se ter em vasos? Quais plantas são melhores adaptadas ao cultivo em um ambiente interno? Qual a luz ideal? Que solo utilizar? Qual a frequência de regas? O que fazer se houver pragas? Quais cuidados são necessários no consumo de folhas e frutos? Quais os gastos envolvidos? O impacto financeiro será positivo ou negativo? Podemos imaginar muitos motivos para a aprendizagem de João sobre hortas. Talvez, tais motivos estivessem relacionados com os benefícios para a saúde de alimentos sem agrotóxicos, com os benefícios para a saúde emocional durante o tempo de isolamento, ou com um possível impacto positivo em seus gastos financeiros. Antes da pandemia, João não tinha a intensão de fazer uma horta caseira, e também não pretende continuar o projeto depois que o isolamento acabar. Assim, os motivos para a aprendizagem de João não foram configurados em seu *background* ou em seu *foreground*, mas podem ser interpretados em termos de *middleground*.

É importante agora que eu defina de modo mais claro o que quero dizer com o termo *middleground*. Esse conceito faz referência ao presente de uma pessoa. Tem a ver com o ambiente cultural e social em que ela está inserida no momento. *Middleground* inclui o que a pessoa está vivendo, o que ela está aprendendo, as dificuldades que ela está passando, os obstáculos que ela está superando, os projetos pessoais ou coletivos que ela está desenvolvendo. *Middleground* não é definido somente por fatos pessoais, culturais e sociais, mas inclui as interpretações e a percepção da pessoa sobre esses fatos. O conceito de *middleground* está inserido em uma perspectiva que inclui parâmetros sociais, políticos, econômicos e culturais proporcionados pela sociedade.

Ao escolher utilizar a palavra *middleground*, me inspirei em técnicas de pintura, desenho e fotografia envolvendo a ideia de profundidade. Nestas artes gráficas, *foreground* se refere aos elementos mais próximos da visão, *background* se refere aos elementos mais distantes da visão, e *middleground* se refere aos elementos que estão entre o *foreground* e o *background*. No contexto musical, os três termos também são utilizados para diferenciar o papel dos diferentes instrumentos em uma música.

Também é importante deixar claro que não é meu objetivo entrar aqui em uma discussão filosófica sobre passado, presente e futuro. Mais do que explicitar o contexto temporal do estudante, as discussões envolvendo *background*, *middleground*, e *foreground* visam entender e interpretar os motivos que levam uma pessoa a aprender. Esses conceitos não são simples indicativos de tempo. Eles têm um caráter interpretativo e, conforme argumentarei nesse artigo, são individuais e coletivos, são dinâmicos, e podem fornecer motivos para a aprendizagem.

Além disso, entendo que as fronteiras entre *background*, *middleground*, e *foreground* não são bem definidas. Em vez disso, considero que os três conceitos podem possuir elementos em comum. Ou seja, os motivos que uma pessoa tem para aprender podem ser configurados simultaneamente no *background*, no *middleground*, e no *foreground* de uma pessoa.

Uma entrevista

O presente artigo trata-se principalmente de um ensaio teórico para apresentar o conceito de *middleground*, mas contém também elementos provenientes da análise qualitativa e interpretativa de dados de uma entrevista. Com o objetivo de entender melhor os motivos para alguém aprender, a entrevista foi realizada com três pessoas que estavam em algum processo de aprendizagem, não necessariamente formal. Essa entrevista ocorreu por videoconferência com as três pessoas ao mesmo tempo. Os procedimentos para a entrevista receberam aprovação do Comitê de Ética, incluindo a utilização do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido. A realização e análise da entrevista seguiram a proposta apresentada em Kvale e Brinkmann (2009) em que a entrevista acontece como uma conversa estruturada na qual entrevistador e entrevistado procuram interpretar juntos o elemento de pesquisa que está sendo investigado. As três entrevistadas foram jovens mulheres adultas que tinham amizade entre si. Conversamos sobre vários assuntos, mas o foco principal da conversa foi identificar que coisas elas estavam aprendendo e os motivos para isso. O objetivo principal dessa entrevista foi entender se *middleground* pode oferecer motivos para a aprendizagem.

A seguir, apresento um breve resumo sobre os relatos das três entrevistadas, que chamaremos de Gertrudes, Isabel e Laura. Gertrudes é formada em pedagogia, é professora e intérprete de Libras (Língua Brasileira de Sinais). Quando questionada sobre o motivo de ter aprendido Libras, ela responde que, em um primeiro momento, foi por curiosidade. Depois, ela se comoveu com as necessidades dos surdos. Ela se dedicou a aprender Libras porque teve vontade de ajudar. Atualmente, Gertrudes relata que está aprendendo duas coisas: inglês com um professor particular online e edição de vídeos. Ela acredita que tais aprendizados são importantes e necessários, mas também diz que aprende porque sente alegria. Nas palavras dela: “eu acho que é isso que motiva a gente, é sentir alegria; aprender algo novo dá sentido pra nossa vida”.

Isabel também é formada em pedagogia. Ela conta que escolheu essa área pelo incentivo de uma amiga e que, após conhecer, passou a amar a profissão. Ela explica que quanto mais experiências novas ela tem, mais possibilidades ela visualiza e passa a ter o desejo de aprender coisas novas. Atualmente, ela está aprendendo espanhol e Libras. Ela conta que quis aprender espanhol porque as séries televisivas que ela assistia em espanhol fez com que ela passasse a apreciar em língua. Já os motivos para ela aprender Libras estão relacionados com situações que ela presenciou nas escolas em que trabalhou: ela ficava comovida com os alunos que eram surdos e que não conseguiam se comunicar com outros. Isabel tem o alvo de ter um emprego mais estável como professora e acredita que a matemática é importante nesse sentido.

Laura conta que já terminou o Ensino Médio e que gosta muito de música. Ela gostava de uma série de TV que tratava do tema e, por isso, decidiu aprender a tocar violão. Laura também está aprendendo espanhol e também se interessou pela língua por causa de séries de TV. Ela falou que quer usar isso para ajudar pessoas em um trabalho voluntário religioso. Quando questionada sobre seu futuro, ela disse que quer passar mais tempo com amigos após a pandemia, quer viajar e conhecer novos lugares, quer ser menos tímida e ansiosa, e que tem muita vontade de trabalhar como confeiteira.

Características de backgrounds, middlegrounds e foregrounds

Nesta seção, faço uma discussão mais específica a partir da análise da entrevista realizada. Para a construção do conceito de *middleground*, me preoquei em trazer certa harmonia entre esse conceito e os conceitos de *background* e *foreground*. Assim, optei por destacar algumas características em particular que, conforme argumento a seguir, estão presentes em cada um dos conceitos abordados aqui. Dessa forma, discuto *background*, *middleground* e *foreground* fazendo referência a cada uma das seguintes características: (1) coletividade e individualidade, (2) dinamicidade e (3) possibilidade de oferecer motivos para a aprendizagem.

Background, middleground e foreground podem ser ambos: coletivos e individuais. *Background* tem a ver com cultura, e cultura pode fazer referência a um grupo específico de pessoas, tais como a cultura indígena, a cultura asiática, a cultura rural, e assim por diante. Podemos falar então sobre o *background* de um grupo de pessoas, o que inclui sua cultura, sua história, seus costumes. Por exemplo, um grupo de adolescentes em uma comunidade indígena explicaria o fenômeno da chuva de um modo diferente do que fariam um grupo de profissionais de uma cidade industrializada, incluindo o modo de quantificar a chuva (D'Ambrosio, 1990). No entanto, *background* também pode ser entendido a partir de uma perspectiva individual. Podemos pensar na história de vida de uma pessoa, os desafios que ela já enfrentou, suas frustrações e realizações passadas. Em alguns trabalhos, a palavra *background* é utilizada para designar a origem do indivíduo, seus costumes, sua bagagem cultural (Skovsmose, 1994; Biotto, 2015). De forma similar, *middleground* e *foreground* podem representar o contexto e as perspectivas tanto de um grupo específico de pessoas como de uma pessoa de modo individual.

Na entrevista realizada, podemos ver elementos de coletividade nas várias similaridades presentes na fala das entrevistadas. Por exemplo, Gertrudes e Isabel são ambas formadas em pedagogia; Isabel e Laura estão ambas aprendendo espanhol; as três entrevistadas estão todas envolvidas com a Libras e Isabel contou durante a entrevista que teve o incentivo de Gertrudes para trabalhar nessa área. Quando questionadas sobre o que pensam do futuro, as três entrevistadas relataram mudanças que gostariam de fazer nas suas qualidades pessoais, tais como ser alguém menos insegura, ansiosa ou tímida. Todas falaram também que desejam viajar. Visto que as três entrevistadas são amigas, podemos imaginar muitas conversas entre elas que moldam suas opiniões, projetos e valores. Em tais conversas, elas configuram seus *backgrounds*, *middlegrounds* e *foregrounds* de modo coletivo. Além disso, essa característica da coletividade presente na entrevista poderia também ser interpretada de um ponto de vista mais geral. Por exemplo, as similaridades nas suas falas podem representar algo comum nas mulheres jovens adultas da região em que vivem. Além disso, elas pertenciam a uma mesma religião que parece incentivar o aprendizado de novas línguas.

Background, middleground e foreground podem ser dinâmicos. Com isso, quero dizer eles podem mudar. Obviamente, não é possível mudar o passado nem as experiências de uma pessoa. Mas *background* envolve mais do que somente alguns fatos culturais e sociais ou do que um conjunto de experiências de vida de uma pessoa. *Background* inclui as interpretações da pessoa sobre esses fatos e experiências (Biotto, 2015). E interpretações podem mudar. De modo similar, uma mudança no *middleground* de uma pessoa pode acontecer devido a alterações em seu contexto atual, tais como uma mudança de emprego, do lugar em que mora, dos relacionamentos afetivos. Mas, devido ao seu caráter interpretativo, mudanças podem acontecer em um *middleground* sem haver alterações no contexto do indivíduo. E no caso do *foreground* de uma pessoa, ele muda quando ela passa a ter uma nova perspectiva para o futuro. Além disso, mudanças no *background* e *middleground* podem fornecer tendências para mudanças no *foreground*.

Por exemplo, em Biotto (2015) é apresentada uma investigação envolvendo *foregrounds* de crianças que queriam se tornar jogadores de futebol quando crescessem. Elas encaravam essa profissão como uma oportunidade de evolução social. As crianças conheciam histórias de vida sobre jogadores ricos e famosos que eram extremamente pobres antes da fama. Depois da fama, esses jogadores são retratados na mídia com uma vida bastante atraente, em carros de luxo, em iates particulares, saindo com modelos famosas, visitando lugares luxuosos, usando roupas caras, sendo aclamados pelos fãs em lugares públicos. Na visão das crianças, o futebol era uma forma segura de ascensão econômica e social. No entanto, durante um trabalho educativo desenvolvido com as crianças, elas puderam fazer pesquisas sobre a carreira no futebol, o que incluiu conversar com um ex-futebolista e preparador físico que já havia trabalhado em clubes famosos. As crianças passaram a conhecer melhor a profissão, incluindo um dado que surpreendeu o grupo: apenas 3% dos jogadores de futebol registrados no Brasil tinham uma boa remuneração salarial. Os *backgrounds* daquelas crianças, alguns deles configurados em uma situação de risco social, e seus *middlegrounds*, que incluem as coisas novas que elas estavam aprendendo, foram importantes ao proporcionar tendências para mudanças em seus *foregrounds*. Dessa

forma, apesar de ainda almejarem a carreira de futebolistas, elas não a consideravam mais como a única forma de evolução social, mas passaram a considerar também outras possibilidades atraentes.

No que diz respeito às participantes entrevistadas, foi possível identificar mudanças em seus *backgrounds*, *middlegrounds* e *foregrounds* que aconteceram em ambas situações: relacionadas à mudança de contexto em que se encontravam e relacionadas à mudança de interpretações. A entrevista foi realizada durante a pandemia da COVID-19, e ficou evidente que as mudanças geradas pela pandemia trouxeram novos elementos para o contexto das entrevistadas. Gertrudes disse que “um motivo a mais que nos fez querer aprender coisas novas é a pandemia”. Ela conta que o fato de que havia ficado mais fácil fazer cursos de modo online a incentivou a aprender inglês, pois ela tinha vergonha de tentar falar inglês em ambientes presenciais. Isabel relata que, durante a época de isolamento da pandemia, ela passou a assistir mais séries, e isso desenvolveu seu desejo de aprender espanhol. E Laura conta que a pandemia mudou seu modo de pensar, pois agora ela queria viajar mais e aproveitar mais oportunidades para estar com os amigos. Durante a entrevista, as participantes relataram que alguns projetos de futuro foram cancelados ou mudados. Por exemplo, Gertrudes desistiu da ideia de ter uma profissão na área de direito ou na área de estética. Ela já até havia pensado anteriormente em trocar a profissão que ela tem hoje como professora e intérprete de línguas. Mas agora ela tem certeza de que quer continuar nessa profissão. Ela deixa claro que essas mudanças em seus planos estão relacionadas a uma mudança no modo como sua situação era interpretada, pois o que mudou não foi a situação dela, mas o que ela pensava a respeito dessas profissões.

Background, middleground e foreground podem oferecer motivos para a aprendizagem. A aprendizagem é uma forma de ação, e ações são guiadas por motivos (Skovsmose, 2011). Uma pessoa pode aprender se tiver motivos para isso (Skovsmose, 1994). Já fiz alguns apontamentos nesse artigo sobre as relações entre *background* e motivos para a aprendizagem, bem como sobre as relações entre *foreground* e motivos para a aprendizagem. Acredito que os motivos que uma pessoa tem para aprender também podem ser gerados em seu *middleground*.

Na entrevista, notei alguns elementos nos motivos para a aprendizagem das entrevistadas que parecem estar no *middleground* delas, tais como curiosidade, desejo de ajudar outros, satisfação em aprender, entre outros. Por exemplo, Gertrudes diz que aprendeu Libras inicialmente por curiosidade e depois por vontade de ajudar. Ela está aprendendo inglês e edição de vídeos por achar necessário, mas também porque traz a ela alegria. Isabel relatava que “não ligava para aprender coisas novas”, mas que, depois que passou a viajar, ela “abriu a mente”. Ela conta que decidiu cursar pedagogia por causa do incentivo de uma amiga, e também por que gosta de trabalhar com crianças. Atualmente, Isabel está aprendendo espanhol e Libras. Ela conta que decidiu aprender espanhol por causa de uma série que assistia e que decidiu aprender Libras para ajudar as crianças surdas. Laura conta que tentou aprender violão porque gostava de música e por causa da influência de uma série que assistia. E ela também está aprendendo espanhol pelo mesmo motivo.

A partir dessa perspectiva, é possível discutir os motivos para as participantes aprender em termos de *background*, *middleground* e *foreground*. Elas falaram sobre como a educação é encarada por elas, pela família e pela sociedade. Elas falaram sobre coisas que estavam aprendendo e sobre os motivos para aprenderem essas coisas. Esses motivos incluem as experiências que tiveram, a situação atual em que se encontravam, e os planos que tinham para o futuro. Elas falaram sobre melhorar algumas qualidades pessoais, sobre empregos que querem ter, e sobre coisas que querem fazer. Elas falaram sobre a importância da matemática para atingir esses objetivos e sobre as dificuldades que tiveram nos estudos escolares. Seus motivos para a aprendizagem foram configurados pelas suas experiências, por seus valores, pelo contexto social e cultural em que se encontravam, pelas suas perspectivas de futuro.

Conclusões

Uma pessoa aprende se tiver motivos para isso. Um modo de entender e interpretar os motivos que alguém tem para aprender é por considerar o *background*, o *middleground* e o *foreground* dessa pessoa.

Em particular, apresentei aqui o conceito de *middleground* e argumentei que *background*, *middleground* e *foreground* formam juntos um contexto social e cultural que tem um fator interpretativo, que é pessoal e coletivo, que pode mudar de forma dinâmica, e que fornece motivos para a aprendizagem. Apesar dos apontamentos aqui realizados sobre as possíveis relações entre os motivos para a aprendizagem e o conceito de *middleground*, este artigo é uma apresentação inicial desse conceito, e acredito que ainda há muito o que se desenvolver e investigar sobre ele. Por fim, espero que esse conceito possa contribuir com as discussões da Educação Matemática Crítica sobre os motivos que os estudantes têm para aprender.

Referências

- Alrø, H., Skovsmose, O., & Valero, P. (2009). Inter-viewing Foregrounds: Students' Motives for Learning in a Multicultural Setting. In M. César, & K. Kumpulainen (Eds.), *Social Interactions in Multicultural Settings* (13-37). Rotterdam: Sense Publishers.
- Baber, S. A. (2007) *Interplay of citizenship, education and mathematics: Formation of foregrounds of Pakistani immigrants in Denmark*. (Tese de doutorado). Aalborg: Aalborg University.
- Biotto, D., Fº, & Skovsmose, O. Researching foregrounds: About motives and conditions for learning. In: SKOVSMOSE O. Critique as uncertainty. Charlotte, North Carolina, USA: Information Age Publishing, 2014. p. 87-94
- Biotto, D., Fº. (2015). *Quem não sonhou em ser um jogador de futebol?: trabalho com projetos para reelaborar foregrounds* (Tese de doutorado). Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, SP, Brasil.
<https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/124075/000831902.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- D'Ambrósio, U. (1990) *Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer*. São Paulo: Atica.
- FÉ J. P., Neto. (2021) *Promovendo uma educação popular em um cursinho popular: como isso é possível, utilizando questões de matemática do ENEM reelaboradas?* (Dissertação de mestrado). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG, Brasil.
- Google Trends. (s.d) Google. Disponível em: <https://trends.google.com.br/trends/yis/2021/BR/>. Acesso em 6 out. 2022.
- Kvale, S., & Brinkmann, S. (2009) *InterViews: learning the craft of qualitative research interviewing*. (2a ed.). Los Angeles, London, New Delhi, Singapore: Sage Publications.
- Odar B., (Criador e Produtor) & Frieze J. (Criador). (2017) *Dark: Temporada 1, Edisódio 8* (Netflix). Alemanha: Wiedemann & Berg Television.
- Skovsmose, O. (2004). Foreground dos educandos e a política de obstáculos para aprendizagem. In Ribeiro, José Pedro Machado ; Carmo Santos Domite, Maria do & Ferreira, Rogério (eds.) (Ed.), *Etnomatemática: papel, valor e significado*. Zouk.
- Skovsmose, O. (2005) *Travelling through education: Uncertainty, mathematics, responsibility*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Skovsmose, O. (2011) *An Invitation to Critical Mathematics Education*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Skovsmose, O. (2014) *Foregrounds: Opaque stories about learning*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Skovsmose, O. (2014) *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Skovsmose, O., Scandiuizzi, P. P., Valero, P., & Alrø, H. (2008). Learning Mathematics in a Borderland Position: Students' Foregrounds and Intentionality in a Brazilian Favela. *Journal of Urban Mathematics Education*, 1(1), 35-59.

Soares, D. A. (2022) *Sonhos de adolescentes em desvantagem social: vida, escola e educação matemática* (Tese de doutorado). Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – UNESP, Rio Claro, SP, Brasil.
https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/236147/soares_da_dr_rcla.pdf?sequence=3&isAllowed=y

Souza, A. P. S, Biotto, D., Fº. (2021) Perspectivas de futuro de estudantes mulheres em um curso de licenciatura em física. In: CONEDU, n.7 - Conedu em Casa. Evento online. Anais [...]. Campina Grande: Realize Editora, 2021. Disponível em: <<https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/81445>>. Acesso em: 07 jun. 2022.

APPROXIMATE REASONING AND THE ETHNOMATHEMATICS OF COOKING

RAZONAMIENTO APROXIMADO Y ETNOMATEMÁTICA DE LA COCINA

O RACIOCÍNIO APROXIMADO E A ETNOMATEMÁTICA DA COZINHA

A Mani

(Indian Statistical Institute, India)

a.mani.cms@gmail.com

Recibido: 03/07/2022

Aprobado: 03/07/2022

ABSTRACT

Several methods of approximate reasoning are known and many remain to be discovered across domains. Some are tied to reasoning with uncertainty. The developments over the last fifty years or so in the development of approximate reasoning methods, and their application across multiple STEM domains suggest that it is necessary to introduce them early in school. While efforts towards building the infrastructure for the process have been limited, the bigger question is “What should be introduced?”. If concepts are always approximated in real life, then how should they be done mathematically? If the real numbers are not always necessary to approximate concepts or even quantities, then how should they be approximated, and what should be taught in schools? Specifically, functional representations of approximate reasoning are not introduced early. This additionally impedes diversity, ethnomathematical explorations, learning from experience, and through models. The objective of this research is to explain the problem with a focus on the ethnomathematics of cooking, and associated haptic methods. Further, it is argued through the context that of the many approaches to approximate reasoning, intrusive methods are best avoided, and that general rough sets is better suited for modeling such knowledge. Intrusive methods such as those based on fuzzy or probability theory are those that indulge in an excess of unjustified numeric assumptions. This builds on earlier work of the present author on modeling approximate reasoning. Her axiomatic approach to granularity are additionally applicable to approximate recipes that possess desired properties. In the contexts of ethnomathematical discourse involving haptic reasoning (as in cooking), it is shown that such an approach can model the essence of context without oversimplifications or outright dismissal of the efforts involved. Further, it has the potential to help in inventing expressive structured languages for the ethnomathematics, and associated model eliciting activities. Distinct facets of three specific contexts are theoretically explored to illustrate aspects of the reasoning, and meta aspects.

Keywords: approximate reasoning. ethnomathematics. haptic methods.

RESUMEN

Se conocen varios métodos de razonamiento aproximado y muchos quedan por descubrir en todos los dominios. Algunos están ligados a razonar con incertidumbre. Los desarrollos durante los últimos cincuenta años más o menos en el desarrollo de métodos de razonamiento aproximados y su aplicación en múltiples STEM dominios sugieren que es necesario

introducirlos temprano en la escuela. Mientras los esfuerzos para construir la infraestructura para el proceso han sido limitados, la pregunta más importante es "¿Qué se debe introducir?". Si los conceptos son siempre aproximados en la vida real, entonces, ¿cómo deberían hacerse matemáticamente? Si los números reales no siempre son necesarios para aproximar conceptos o incluso cantidades, entonces, ¿cómo se deben aproximar y qué se debe enseñar en ¿escuelas? Específicamente, las representaciones funcionales del razonamiento aproximado no son introducido temprano. Esto además impide la diversidad, etnomatemática exploraciones, aprendiendo de la experiencia y a través de modelos. El objetivo de este investigación es explicar el problema con un enfoque en las etnomatemáticas de cocción y métodos hápticos asociados. Además, se argumenta a través del contexto que de los muchos enfoques del razonamiento aproximado, los métodos intrusivos son es mejor evitarlo, y que los conjuntos generales generales son más adecuados para modelar tales conocimiento. Métodos intrusivos como los basados en la teoría difusa o de probabilidad son aquellos que se entregan a un exceso de suposiciones numéricas injustificadas. Este se basa en trabajos anteriores del presente autor sobre el modelado del razonamiento aproximado. A ella enfoque axiomático de la granularidad también es aplicable a aproximaciones recetas que poseen las propiedades deseadas. En los contextos del discurso etnomatemático que implica el razonamiento háptico (como en cocinar), se muestra que tal enfoque puede modelar la esencia del contexto sin simplificaciones excesivas ni desestimación directa de los esfuerzos involucrados. Además, tiene el potencial de ayudar en la invención de lenguajes estructurados expresivos para el etnomatemáticas y actividades asociadas de generación de modelos. distintas facetas de Se exploran teóricamente tres contextos específicos para ilustrar aspectos de la razonamiento y metaaspectos.

Palabras clave: razonamiento aproximado. etnomatemáticas. métodos hápticos.

RESUMO

São já conhecidos vários métodos de raciocínio aproximado, mas ainda muitos se encontram por descobrir em diversos domínios. Alguns estão ligados ao raciocínio com incerteza. Os desenvolvimentos ao longo dos últimos cerca de cinquenta anos no que se refere a métodos de raciocínio aproximado e a sua aplicação em vários domínios das STEM (ciência, tecnologia, engenharia e matemática) sugerem que é necessário introduzi-los cedo na escola. Enquanto os esforços para construir a infra-estrutura para este processo têm sido limitados, a grande questão que se coloca é "O que deve ser introduzido?". Se os conceitos são sempre aproximados na vida real, então como é que eles devem ser feitos matematicamente? Se os números reais nem sempre são necessários para aproximar conceitos ou mesmo quantidades, então como devem eles ser aproximados, e o que deve ser ensinado nas escolas? Em particular, a introdução de representações funcionais de raciocínio aproximado não é realizada primitivamente. Isso também impede a diversidade, as explorações etnomatemáticas, a aprendizagem por experimentação e baseada em modelos. O objetivo desta pesquisa é explicar o problema com foco na etnomatemática do ato de cozinhar e métodos hápticos associados. Para além disso, argumenta-se, através do contexto, que das muitas abordagens para o raciocínio aproximado, os métodos intrusivos devem ser evitados, e que os conjuntos brutos gerais são os mais adequados para modelar tal conhecimento. Métodos intrusivos, como os que são baseados em teoria difusa ou da probabilidade, são aqueles que se entregam a um excesso de suposições numéricas injustificadas. Este trabalho baseia-se num anterior, da presente autora, sobre modelagem de raciocínio aproximado. A abordagem axiomática da granularidade também é aplicável para aproximar receitas que possuam as propriedades desejadas. No contexto do discurso etnomatemático que envolve raciocínio háptico (como em cozinhar) é mostrado que tal abordagem pode modelar a essência do contexto sem simplificações excessivas ou rejeição total dos esforços envolvidos. Adicionalmente, tem o potencial de ajudar na invenção de linguagens estruturadas expressivas para a etnomatemática e respetiva extração de modelos. São

exploradas, do ponto de vista teórico, facetas distintas de três contextos específicos para ilustrar aspectos do raciocínio e meta-aspectos.

Palavras-chave: raciocínio aproximado. etnomatemática. métodos hápticos.

Approximate Reasoning

Approximate reasoning, broadly encompasses reasoning about vague objects, uncertainty, ambiguity, and drawing approximate inferences of a relatively well-defined reality. In fact, skills in approximate reasoning are essential for handling complexity of human diversity, and to avoid harmful reductionist dualities such as those between the mind and body, and biology and culture. In other words, it is essential for critical inquiry.

A fuzzy model of '*she is very good*' would involve subjective valuations like '*very*' is 0.9' that intrude into the data by changing its intended meaning. There are other methods of approximate reasoning that proceed with unjustified assumptions (especially of a numeric nature) about the context, objects and associated attributes, and there are ones that proceed with a minimum of additional assumptions. Fuzzy sets, probability theories, real-valued subjective probability theories, possibility, objective/subjective Bayesian decision-making, and evidence theory are examples of the former, and are intrusive in many senses. General rough set methods (Mani, 2020a; Mani, 2012; Pagliani & Chakraborty, 2008; Duntsch & Gediga, 2000; Pawlak, 1991), on the hand, are less intrusive, and more so when numeric measures are avoided. Applications to education research are considered in (Mani, 2020b; Mani, 2020c; Mani, 2021a; Mani, 2021b; Mani, 2022b) by the present author. Key aspects of the axiomatic framework are explained by her in (Mani, 2020a). Possibility theories without the burden of numeric valuations may additionally be less intrusive.

The problems and issues of teaching uncertainty from a probabilistic (frequentist, combinatorial or subjective) is explored by many authors in the literature (Greer & Mukhopadhyay, 2005; Jolliffe, 2005; Tarr & Lannin, 2005). However, the point of data intrusion or simply the act of making large excesses of assumptions in modeling (in the education-research sense) or in general is apparently not explicitly considered. Subjective probabilities may take values in a partially ordered set or the set of reals. The latter style of doing it is more common. While humans can argue for a high likelihood of an event, it is well-known that human reasoning does not cohere with the task of estimating numeric probabilities (Teigen, 1994), and this has lead to numerous proposals for handling conflicting assignments in the AIML literature.

Numeric measures owe their origin to assignments of weights that specify degrees of truth or of confidence (or degrees of belief) to propositions. These assignments lead to distinct mathematical theories. For example, a statement like "This glass is half-full" can be interpreted from the fuzzy perspective as the degree of truth of "This glass is full" is some value corresponding to 'half'. There is no probabilistic or possibility reasoning involved here unless one has a suitable sensor or agent. From a classical perspective, either the glass is full or it is not full (reading 'half-full' as a single predicate leads to the same situation). Fuzzy truths involve both a gradation of truth-value and of uncertainty as is shown in the example. As such values are very subjective, it is more important to concentrate on ontological aspects towards reducing or explaining the subjective aspect. While the paper (Dubois and Prade 2001) highlights the issue of compositionality (or preservation of valuations relative to standard logical connectives such as conjunction and disjunction) in a few approaches, the possibilities through generalized connectives are not explored.

Statistical methods, always involve making assumptions about the dataset(s) under consideration – this makes them ill-suited for handling connections between concepts that cannot be associated with simple valuations. Descriptive (or exploratory) statistics additionally involve assumptions (though of a relatively milder nature). The positivist approach to descriptive statistics as the 'one pure statistics' suffers from a pathetic idea of causality, and the ontological commitments to numerical valuations, and

measures of observed quantities. On the other hand, Bayesian model tests, parametric and non-parametric statistical decision-making are too intrusive, require sufficiently large datasets, robust and predictable contexts, and are of limited value. Abuse or conceptually flawed application of statistical decision-making, probabilistic and subjective probabilistic reasoning is not uncommon in research practice (Bruns & Ioannides, 2006; Collaboration, 2015). Intrusive aspects can additionally be traced to suggested teaching practices as in (Lehrer & English, 2018).

The points mentioned above suggest that an adaptation of non-intrusive reasoning practices, and associated minimalism to learning contexts in school can be useful for clarity in mathematical thinking, and intuitive decision procedures that are less likely to go wrong. Ethnomathematics of different types can provide accessible representations for the purpose.

In the present paper, the nature of reasoning modeled by these theoretical approaches is not comparatively explored in detail. Instead, a few defects of the intrusive approaches are mentioned, and the reason for favoring non-intrusive approaches are pointed out in greater detail. The latter is shown to be relevant for representations of ethnomathematical practices, related modeling, and necessary for a good understanding of the logical complexities involved from a philosophical perspective.

General Rough Sets and Reasoning

From a modern perspective, general rough sets is the study of approximations of an object by others in a set-theoretical, mereological or category-theoretical setting. The approximations may be constructed on the basis of qualitative or quantitative or mixed modal considerations. Technicalities will be omitted here as they are not explicitly used in this paper. The references suggested earlier refer to different facets of rough sets. One reason for its widespread adoption is its applicability to tabular data (Mani, 2021b).

The lower approximation of an object is another object (or a collection of relatively definite properties) that have most or all of the relatively definite properties of the object (possibly a collection). The concept of lower approximation may be a mere description and need not correspond to a new object. Thus, in a farm, suppose a cow X is older than three years, is capable of producing 300 Kg of meat and has no other adverse features. X can be regarded as a lower approximation of another hornless cow that is three and half years old and weighs 360Kg. Approximations naturally depend on the collection of properties considered in a context.

It is however possible to define lower approximations abstractly without actually evaluation every attribute possessed by collections of objects. Specific properties such as the lower approximation of a collection must be a part of the collection, the lower approximation of a sub-collection must necessarily be a part of the lower approximation of the collection can be imposed. Specific potential approximations may be explored for such properties.

Likewise, upper approximations can be viewed from the perspective of possible properties satisfied by a vague object as an object corresponding to the set of properties possibly satisfied by it. The context necessarily determines the perspective. The set of all bovines may be read as an upper approximation of the set of cows provided such an approximation is useful. That cows share the defining properties of bovines is not the only way the mentioned approximation may be constructed.

In the contexts of cooking, lower and upper approximations, additionally come into play in the following way:

A typical recipe should be treated as a clue,

Its lower approximations are recipes that interpret the essence of the recipe subject to chemical constraints without additional ingredients or processes, and

Its upper approximations are recipes that build over the recipe with additional ingredients or processes subject to chemical constraints.

Thus, recipes can have multiple lower and upper approximations. Relations such as “*is as good as*”, and “*is more nutritious than*” can be defined over them. Similar connections are “*is better than*”, “*is as tasty as*”, and “*is a poor version of*”. All these can be defined over sets of recipes and approximations thereof, and it can be checked that the relations are at least quasi orders.

Intrusive Reasoning

The following statements (due to the present author) are intended to illustrate different approximate reasoning strategies in a shopping context involving a shop selling a mix of partly ripe and unripe tomatoes:

- A. They sell half-ripe tomatoes.
- B. They sell unripe tomatoes.
- C. There is a 50% chance that the tomatoes will be half-ripe.
- D. It is very possible that their tomatoes are half-ripe.
- E. The possibility that their tomatoes are half-ripe is 0.5/0.6/0.9.
- F. The probability of their tomatoes being half-ripe is 0.5.
- G. Some/Most/Many of their tomatoes are likely to be unripe.
- H. The ripeness of a heap of tomatoes provided by them is approximated by a set of two ripe and an unripe tomato, or three ripe and an unripe tomato.
- I. Their tomatoes are mostly unripe.
- J. They sell at least two half ripe tomatoes.
- K. All their tomatoes are half ripe.

Readers may be familiar with at least some of the above. The statements have or can be assigned entirely different ontologies. For example, the linguistic hedge ‘mostly’ in statement-I can be assigned values in the unit interval and thus interpreted through a fuzzy function. Statement-F is grounded in some subjective probabilistic interpretation or perhaps in bad mathematics? It is obviously very intrusive as it assumes a lot about the context. Rough interpretations can be considered for ‘A, E, G, I’ and ‘H’, and extended with additional concepts. The lower approximation of ‘A’ can be ‘J’ and its upper approximation may be ‘K’ or ‘B’ or ‘G’ depending on half-ripe tomatoes being necessarily unripe.

Ethnomathematics and Haptic Perception

The generally accepted definition of ethnomathematics (D’Ambrosio, 2006; Mukhopadhyay & Greer, 2015) is that of the mathematics practiced by at least part of cultural groups, such as urban and rural communities, groups of workers, professional classes, children in a given age group, indigenous societies and other groups that are identified by the objectives and traditions common to these groups. Thus, practitioners of such mathematics may be cooks, and painters. These people need not uniformly practice the same kind of mathematics, and wide variations may be common. Ethnomathematics lacks a precise formal definition because it is additionally part of cultures, and affordances of objects in

distinct contexts. In fact, definitions, and proofs of so-called mainstream mathematics involve similar aspects – proofs are because of a culture.

The perception of objects by touch and proprioception in non-verbal communication is referred to as haptic perception. While research on haptic perception is known to the brain research, psychology, and specific machine learning communities, it is not actively employed in fields such as pure or applied mathematics or education. This can be attributed to the complexity of associated mathematical models, and haptic perception being mostly employed in informal contexts. Further, the importance of approximate reasoning as opposed to approximate computation has only been recognized during last few decades. Even in recent papers, haptic perception is seen as a potential aid in visualization or understanding of concepts rather than as a means towards achieving goals. This can be observed in the overview on embodied design and math learning (see for example, (Abrahamson, 2019)).

Ethnomathematical practices involve haptic perception and cognition. In this research, the focus is on mass, number, volume, and density perception in the context of cooking by different classes of people.

Mass, Volume and Density estimation

It is well-known that people are likely to judge the mass of an object better if they actively lift it. In fact, it was demonstrated and confirmed by others that observers were better at discriminating among the masses of objects when they were actively lifted rather than passively rested in the hand (Amazeen, 1999). This proved that the muscles of a person are capable of perceiving the weight of an object. Further, it was observed that the object would be discernible by its mass provided its discernibility ratio is greater than a person-specific fixed constant. The ratio being determined as the ratio of the absolute difference of the mass of an object from that of a standard object to that of the standard object. Learning processes may be associated with such perception. Research over tens of decades has led to a few well-supported conclusions such as:

People are capable of making accurate statements about the length of unseen objects in their hands,

Haptically perceived heaviness is independent of haptically perceived size (Amazeen, 1999), and this unsettles traditional claims about the two being coupled by the brain, and

A person presented with objects of exactly the same weight but different volumes perceives the objects to decline in weight as volume increases.

In fact, the so-called size-weight illusion means that a person's perception of the heaviness of an object does not refer to the object's weight (Jones, 1986; Stevens & Rubin, 1970).

Mathematical models for the hypothesis that a person's haptic perception of the heaviness of an object refers to neither an ordinary physical property of the object nor to a derived mental state are proposed in the paper (Turvey Et. Al., 1999). The tensor-based model assumes that an object's affordances (interpreted as the resistance of the object to translation and rotation, perceivable through a person's muscles) constrain the perception of its heaviness. However, the model (Turvey Et. Al., 1999) follows a more modern understanding of affordances as it is not tied to perception alone (the authors however claims that their theory is based on Gibson's ideas).

Gibson's theory of affordances (Wagman, 2019; Gibson, 1977) in the context of shape perception can be stated as follows: *people tend to pay attention to (and therefore devote more resources for reasoning about) physical shapes and features of objects that are mechanically relevant (or useful for actions) for themselves*. Further it is claimed beyond these affordances, they do not necessarily bother about building a taxonomy of objects based on their shape and attributes. However, Gibson's theory ties affordances to perception, and fails to connect it with the environment. The aspect has been subsequently developed by others (Wagman, 2019). In the present authors' opinion, the notion of affordances is necessary to

describe the relationship between people and material objects as it can specify the mutual dependence between their goals and action, and specifies potential facilities offered by the environment towards performing those actions.

The connection of affordances involved in creativity (in relation to eggs, art, and geometry) is explored in the paper (Glaveanu, 2012), and it is asserted that:

As such, we can conclude that what we mean by creativity and what we mean by affordances often overlaps and creativity can be defined as the process of perceiving, exploiting, and “generating” novel affordances during socially and materially situated activities.

Ethnomathematics of Cooking

This ethnomathematical context is related to concepts such as volume, volume estimation, dynamic volumetric reasoning, density estimation, reasoning about covariance, and three-dimensional transformations. However, the language of models in the literature are unlikely to be the language of practitioners (especially from South-East Asian countries) of such ethnomathematics of any educational attainment.

While, Geogebra is the main tool that enables dynamic volumetric reasoning in the empirical contexts of (Panorkou, 2019) or spatial reasoning abilities in (Seah & Horne, 2020), cooking situations involve granules of different types deployed through bottom up or top-down strategies. The second part of the statement is explained below.

Loosely speaking, granules in the context of approximate reasoning, may be seen as units of reasoning that when combined in appropriate ways lead to approximations of concepts or objects. The reader may refer to (Mani, 2020a) for formal aspects of related theories (the axiomatic approach to granular computing is followed in this research.) When a practitioner adds spices directly from polypacks in increments, then they make use of a top-down granular strategy relying on haptic reasoning about decrease in weight of the poly-pack with unreliable visual feedback about volume. Such an inference is suggested by empirical studies on visual and haptic perception. However, they use a bottom-up strategy while adding spices or salt with bare hands.

Professional cooks including so-called home-makers effectively make use of apparently ill-defined quantitative measures of ingredients. For example, they might add a certain quantity of salt or spice straight from packets into the cooking pot or cauldron. In cultures or scenarios where it is permissible to use one's hands to touch the spices directly, such people tend to demonstrate finer levels of precision. The approximate reasoning employed in quantitatively estimating the ingredients need not be simple enough for constructing formal models. It is however not too difficult if the goal is restricted to merely compute and add the necessary amount of spices or salt. In fact, current machine learning practices tend to focus on simplified goals, and process to achieve apparent ‘results’.

A proper understanding of such cooking procedures can be useful for reasons such as a need for improved speed, a need to save space and energy, the recognition that greater accuracy may not make a significant difference, and that variations in the measures may actually be helpful for the end consumers. Perspectives of experienced or specialist cooks on the process can additionally lead to multi-criteria decision-making problems of great value in application contexts.

Eggs in a Recipe

Typically, recipes themselves refer to vague, and imprecise quantities of ingredients. For example, the term three eggs refers to three eggs of variable mass, and volume. The volume of an egg can be computed from its external dimensions through many formulas (Hoyt, 1979; Narushin & Romanov et. Al, 2021).

However, they are not easy to use without a specialized small appliance. Optionally, computer vision techniques with the necessary tools may be used. At least three lengths need to be determined for a proper volume estimation (two suffices in some cases). Further, not all chicken eggs are geometrically similar. Haptic perception may lead to reasonable solutions. Additional rules such as the following are often used:

If the eggs appear small, then it is all right to use four eggs instead of three standard ones in a cake.

The desired fluffiness of the cake is better approximated with four small eggs (rather than by three).

The desired fluffiness of the cake is achievable with four small eggs rather than three.

An egg is an egg irrespective of its price.

If the recipe book says three then three it shall be as smaller eggs seem to weigh more.

The first three rules are based on an understanding of the variability of the size of eggs in the context of the cake recipe. However, they are based on different perspectives of the context, and are methodologically different. The first is somewhat opaque about the underlying reasoning, the second refers to a level of fluffiness of the cake (that has a complex nonlinear relationship with the volume of eggs added) and of approximating it closely. Readers may note that chicken eggs typically weigh about 50g without their shell, while the figures for smaller and larger eggs are closer to 40 and 60g respectively. Further, cakes may lose their structural integrity and become dense when suboptimal amount of eggs are used. The last is therefore unjustified, and is confounded by illusions generated by human proprioception.

This case illustrates the use of partial order relations, and upper/lower approximations based on qualitative features. Formally, these can be exactly described through sets and relations or through rules relating to the partial order and attributes. Practitioners of ethnomathematics can derive the advanced rules that they make use of in multiple ways, and it would be useful to study these. A critical cook would also reflect on the recipe and procedures because the chemical composition of an egg changes drastically with cooking time (Provost Et. Al, 2016). That said, it does happen that invalid rules and inappropriate approximations may be part of ethnomathematical practice. The last rule about the use of eggs is an example.

Commercial Biryani

A large pot of biryani (typically prepared with beef, rice, spices, oil, and vegetables) may require at least 1.5Kg of salt to taste. In many large restaurants in the Indian subcontinent, the cooks add most spices directly from polythene packets of different sizes. Salt is sold in packs of 1 Kg, and so cooks are likely to add a packet, roughly half of another, and a little more. The same methodology is used for other spices. Apparently, this would save about 10 minutes relative to a method that relies on a precise weighing scale. The lack of sufficient infrastructure/space for weighing may be another reason – the addition of this constraint to the problem leads to the view of the strategy as an approximate optimal solution. In fact, such conditions are normal in congested cities where space is overpriced. The granular approximation strategy mentioned earlier applies to the tasks mentioned. However, the haptic evolution is not too clear, and requires expression in a new language.

The above illustrates an important aspect of ethnomathematical situations – that of identifying the original vague issues solved. Relevant questions that relate to the context are: ‘does it even lead to any quality control on the end product?’, ‘is it possible to indicate hierarchies on the nature of applied knowledge?’, and ‘how embodied are such skills?’. These questions and possible answers require a more

detailed explanation of the processes mentioned. While detailed theory for specific contexts are not known, partial mathematical models do exist in the discourses.

Deprivation and Cooking

Often, people cook with insufficient resources, and this leads to lack of nutrients, and food that is lacking in taste, and quality. While many classes do remain hungry, those that can afford a little more, make foods full of fillers (consisting mostly of cheaper carbohydrates). Their eating styles further relate to the effects of man-made famines in countries with enduring aspects of old and new colonialism such as India. A relevant question in this context is “How do these aspects express themselves in approximate reasoning?”

Recipes are approximated from both qualitative and quantitative perspectives during the process. Often people may not be aware of the history, the nature of, the nutritive value, and are governed by rules such as ‘it is necessary to stuff one’s stomach with rice’. Such rules and context determine the approximations of the concept of a meal. Meat and salad with a few carbohydrates may not be seen as a proper meal by many communities – this means that the composition of granules (components of a meal) does not follow Boolean disjunction.

Remarks

In this research, approximate reasoning of different types that have formal methodologies associated are reflected upon, connected with haptic reasoning, and distributed cognition. It is argued that general rough sets can be non-intrusively applied to model associated reasoning without indulging in often poorly justified use of real numbers that pervade practical approximate decision-making. The nature of ethnomathematics of cooks is explored, and it is suggested that the context has the potential for explorations of uncharted territories of approximate reasoning. Related modeling activities for learners that focus on non-intrusive reasoning and haptic perception are thus strongly motivated.

Acknowledgment: This research is supported by women scientist grant no. WOS-A/PM-22/2019 of the Department of Science and Technology, India.

References

- Abrahamson, D. (2019). A New World: Educational Research On The Sensorimotor Roots Of Mathematical Reasoning, In Shvarts A. (Ed.). *Proceedings of the PME and Yandex Russian conference: Technology and Psychology for Mathematics Education*, pp 48–68. Moscow, Russia: HSE Publishing House
- Amazeen, E. L. (1999). Perceptual independence of size and weight by dynamic touch. *Journal of Experimental Psychology* 25, 102-119.
- D’Ambrosio, U. (2006). *Ethnomathematics: Link between tradition and modernity*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Bruns, S.B. & Ioannidis, J. P. A. (2016). p-Curve and p-Hacking in Observational Research. *PLoS ONE* 11(2): e0149144.DOI. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0149144>
- Collaboration, Open Science. (2015). Estimating the reproducibility of psychological science. *Science* 349, 6251, 1–8. *OSF* <https://osf.io/82fth>
- Dubois, D. & Prade, H. (2001). Possibility theory, probability theory and multiple-valued logics: A clarification *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence* 32: 35–66.

Düntsches, I. & Gediga, G. (2000). *Rough set data analysis* Methodos Publishers.

Gibson, J. J. (1977). The theory of affordances. In R. E. Shaw & J. Bransford (Eds). *Perceiving, acting, and knowing: toward an ecological psychology*, Hillsdale, USA, 1(2), 67-82.

Glăveanu, V. P. (2012). What can be done with an egg? Creativity, material objects, and the theory of affordances. *The Journal of Creative Behavior*, 46(3), 192-208. DOI: <https://www.doi.org/10.1002/jocb.13>

Greer, B. & Mukhopadhyay, S. (2005). Teaching and Learning the Mathematization of Uncertainty: Historical, Cultural, Social and Political Contexts (pp.297-324) In G. A. Jones (Ed) *Exploring Probability in School Challenges for Teaching and Learning*, Springer.

D. F. Hoyt (1979). Practical Methods of Estimating Volume and Fresh Weight of Bird Eggs *The Auk*, Volume 96, Issue 1, January 1979, Pages 73–77, <https://doi.org/10.1093/auk/96.1.73>

Jolliffe, F. (2005). Assessing Probabilistic Thinking and Reasoning In Graham A. Jones (Ed) *Exploring Probability in School Challenges for Teaching and Learning*, Springer pp. 325-344.

Jones, L. A. (1986). Perception of force and weight: Theory and research. *Psychological Bulletin*, 100, 29-42.

Lehrer, R., & English, L. (2018). Introducing children to modeling variability. In Ben-Zvi, D., Makar, K., & Garfield, J., (Editors). *International Handbook of Research in Statistics Education* (pp.229-260). Voorburg, the Netherlands: Springer.

Mani. A. (2020a). Comparative approaches to granularity in general rough sets. In R. Bello, D. Miao, R. Falcon, M. Nakata, A. Rosete, & D. Ciucci (Eds.), *IJCRS 2020*, LNAI, Vol. 12179. Springer, 500-518. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-52705-1>

Mani, A. (2020b). Towards student centric rough concept inventories. In R. Bello, D. Miao, R. Falcon, M. Nakata, A. Rosete, & D. Ciucci (Eds.), *IJCRS 2020*, LNAI 12179, Springer, 251-266.

Mani, A. (2021a). Mereological emptiness for the signed number problem. In *5th International Workshop on Women in Logic, LICS'2021*, Rome Link: <https://arxiv.org/pdf/2106.03566>

Mani, A. (2021b). What may be a table in education research? In D. Kolloosche (Ed) *Exploring new ways to connect: Proceedings of the Eleventh International Mathematics Education and Society Conference* (Vol. 2, pp. 651–661). Tredition. <https://doi.org/10.5281/zenodo.5415451>

Mani A. (2022b). Mereology for STEAM and Education Research. In: Chari D, Gupta A (eds.), *EpiSTEMe 9*, volume 9, pp. 122–129. TIFR, Mumbai.

Mukhopadhyay, S. & Greer, B. (2015). Cultural responsiveness and its role in humanizing mathematics education. *CERME 9*, Charles University in Prague; ERME, Prague, pp.1624-1629.

Narushin, V. G., Romanov, M. N. & Griffin, D. K. (2021). Non-destructive measurement of chicken egg characteristics: Improved formulae for calculating egg volume and surface area. *Biosystems Engineering*, 201, pp. 42-49.

Pagliani, P. & Chakraborty, M. K. (2008). *A geometry of approximation*. Springer.

Panorkou, N. (2019). Exploring dynamic measurement for volume In H. Venkat, A. Essien, P. Vale, M. Graven (Eds.), *Proceedings of PME 43*, Vol. 3, Pretoria, South Africa, pp. 177-184.

Pawlak Z. (1991). *Rough Sets: Theoretical Aspects of Reasoning About Data*. Kluwer Academic Publishers, Dodrecht.

Provost, J. J, Kelly, B. S., Wallert, M. & Colabroy, K. L. (2016). *The science of cooking*, Wiley.

Seah, R. T. K. & Horne, M. (2020). The influence of spatial reasoning on analysing about measurement situations. *Mathematics Education Research Journal* DOI: <https://doi.org/10.1007/s13394-020-00327-w>.

Stevens, J. C., & Rubin, L. L. (1970). Psychophysical scales of apparent heaviness and the size-weight illusion. *Perception and Psychophysics*, 8, 225-230.

Tarr, J. E. & Lannin, J. K. (2005). How Can Teachers Build Notions of Conditional Probability and Independence? (pp. 215-240) In G. A. Jones (Ed) *Exploring Probability in School Challenges for Teaching and Learning*, Springer.

Teigen, K. H. (1994). Variants of Subjective Probabilities: Concepts, Norms, and Biases In G. Wright & P. Ayton (Eds) *Subjective Probability*. John Wiley & Sons pp.211-238.

Turvey, M. T., Shockley, K. & Carello, C. (1999). Affordance, proper function, and the physical basis of perceived heaviness. *Cognition*, 73 (2) (pp. B17-B26). DOI: [https://doi.org/10.1016/S0010-0277\(99\)00050-5](https://doi.org/10.1016/S0010-0277(99)00050-5).

Wagman, J. B. (2019) A Guided Tour of Gibson's Theory of Affordances. In J. B. Wagman & J. C. Blau (Eds) *Perception as Information Detection*, Routledge, New York DOI: <https://doi.org/10.4324/9780429316128>.

POSSIBLE DIALOGUES BETWEEN POWER, MATHEMATICS AND CRYPTOGRAPHY

A CRITICAL REFLECTION ON THEIR INTERRELATIONSHIPS

Possíveis diálogos entre poder, matemática e criptografia

Uma reflexão crítica sobre suas inter-relações

Posibles diálogos entre el poder, las matemáticas y la criptografía

Una reflexión crítica sobre sus interrelaciones

Beatriz Fernanda Litoldo

(Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Brasil)

beatriz.litoldo@uftm.edu.br

Douglas Ribeiro Guimarães

(Universidade Estadual Paulista, Brasil)

douglas.guimaraes@unesp.br

Recibido: 03/07/2022

Aprobado: 03/07/2022

ABSTRACT

In this text we discuss how power, mathematics and cryptography establish dialogues that are considered critical for the present, but which have influence from the past and concerns for the future. We contextualize our reflections from a historical perspective, especially in the Brazilian context, and advance the debates about how cryptography, based on mathematical theories, influenced and dynamized wars. Going a little beyond this historical context, we present some reflections concerning the role of cryptography as a means of data security, one of the main discussions in contemporary society. In this reflection, we point out the position of power that the holders of this knowledge occupy, and that, in the scope of basic school, lacks important discussions for both teachers and students.

Keywords: cryptography. power. mathematics lessons.

RESUMO

Neste texto discutimos sobre como o poder, a matemática e a criptografia estabelecem diálogos que são considerados críticos para a atualidade, mas que possuem influência do passado e preocupações para o futuro. Contextualizamos nossas reflexões a partir de uma perspectiva histórica, sobretudo no contexto brasileiro, e avançamos nos debates a respeito de como a criptografia, baseada em teorias matemáticas, influenciou e dinamizou as guerras. Indo um pouco além desse contexto histórico, apresentamos algumas reflexões concernentes ao papel da criptografia como meio para a segurança de dados, uma das principais discussões da sociedade contemporânea. Nessa reflexão, pontuamos sobre a posição de poder que os

detentores deste saber ocupam, e que, no âmbito da escola básica, carece de discussões importantes tanto para os professores quanto para os estudantes.

Palavras-chave: criptografia. poder. aulas de matemática.

RESUMEN

En este texto discutimos cómo el poder, las matemáticas y la criptografía establecen diálogos que se consideran críticos para el presente, pero que tienen influencia del pasado y preocupaciones por el futuro. Contextualizamos nuestras reflexiones desde una perspectiva histórica, especialmente en el contexto brasileño, y avanzamos en los debates acerca de cómo la criptografía, basada en teorías matemáticas, influyó y dinamizó las guerras. Yendo un poco más allá de este contexto histórico, presentamos algunas reflexiones sobre el papel de la criptografía como medio de seguridad de datos, una de las principales discusiones en la sociedad contemporánea. En esta reflexión, señalamos la posición de poder que ocupan los poseedores de este saber, y que, en el ámbito de la escuela básica, carece de discusiones importantes tanto para docentes como para alumnos.

Palabras clave: criptografía. poder. lecciones de matemáticas

Contextualizing the discussion

The text presented here originates from the first author's master's work. Having the cryptography theme at the heart of the entire dissertation and taking a qualitative approach, Litoldo's (2016) research, in one of its chapters, paid attention to building a relational dialogue that involved discussions and reflections alluding to the fields of power, mathematics and cryptography.

In the Brazilian context, in general, the topic of cryptography and its possibilities/insertions in Basic Education has been gaining attention, over two decades, in the area of Mathematics Education. As addressed by Litoldo and Guimarães (in press), the literature highlights several studies that focus on establishing dialogues between cryptography and mathematical concepts and/or content, with the aim of presenting teaching proposals aimed at contextualized learning.

Together and in parallel with this scenario, the world has become increasingly globalized and technological. The intense growth of the various means of communication, social media, new ways of doing business, via cyberspace, among others, added to a capitalist system forms, and shapes a new area called 'data security'. Based on complex mathematical concepts, in which cryptography plays a fundamental role, ensuring the confidentiality of information can be considered a representative of power (e.g. economic). However, for some cryptanalysts, breaking these sigils can also represent another type of power (e.g. social).

Having said this introduction, we now invite the reader to embark on the discussions and critical reflections raised by the authors regarding the relational dialogue between power, mathematics and cryptography. The purpose here is not to arrive at an absolute truth or to privilege a perspective of reflection, but, for now, we propose to highlight some of the historical events that allow us to look at the webs established between power, mathematics and cryptography, in the past, at the moment currently and in the future.

Cryptography: initial notes

A long time ago, secret writing was started, having as a necessity the efficiency and secrecy of the administrative communications of the countries and also of the armies. Ensuring messages traveled securely was one of the most important concerns. To prevent messages from being intercepted, several

methods and processes were developed in order to hide the contents. In view of this, the ciphers and codes arise.

In this scenario, some nations created specific departments for codes and ciphers to be produced. On the other hand, the codebreakers, called cryptanalysts, began to strive to unravel what was secret. In this way, the “history of codes and their keys is the history of a centuries-old battle between code makers and decipherers, an intellectual arms race that has had a strong impact on the course of human history” (Singh, 2008, p. 11, our translation).

The remarkable scientific discoveries about the art of secret communication, also known as cryptography, took place in the continuous battle between the creators and the decipherers of ciphers/codes. Ciphers, in search of increasingly secure ciphers/codes, and decipherers, in constant work of breaking, marked history, being important characters in wars and in the results of battles.

In Singh’s (2008) view, mathematicians are currently responsible for the battles. According to him, while World War I was marked by chemists (use of mustard gas and chlorine) and World War II by physicists (atomic bomb), it will be mathematicians who, through information, will be in control of the next war weapon. This is because they are responsible for developing ciphers/codes used in the secrecy of military information and, at the same time, they are on the front lines to decode them.

Thus, when studying the evolution of cryptography and understanding how its development was linked to history, it is possible to perceive how power (social, political, economic, scientific, etc.) and mathematics are intertwined. However, the role of this science in information security can make the holders of this knowledge at the forefront of a fundamental process for today’s society.

Power, Mathematics and Cryptography

Upinsky (1989), even realizing the whole relationship between mathematics and power, draws attention to how misleading the neutrality of mathematics can be. According to him, it is implicitly present in various sectors of society, masked in the most diverse branches. The author classifies mathematics as a perverse, evil and despotic entity that often disguises itself in a respectable and neutral way. Bauchspies and Restivo (2001), from a sociological perspective of mathematics, also address questions about the supposed purity and naivety of mathematics and establish reflections on ‘what do numbers hide?’. As the authors ask the numbers “embedded in networks of power and are they arranged in such a way that they purposely obscure the power behind their visual and oral representations?” (cf. Said, 1983, p. 184 apud Bauchspies & Restivo, 2001, p. 8). In this scenario, according to Skovsmose (2007), some discussions such as the macroeconomic model of a country and flight reservations contain characteristic elements of how mathematics is at work in situations that go unnoticed.

Although mathematics is hidden in the most varied branches of society and its manipulation, a priori, is governed by the interests of a few, Napoleon (1981, apud Upinsky, 1989, p. 30, our translation) argues that “‘the pretexts are never lacking for those who they have the power to do what they like’ and ‘using the supposed principle of general utility as a pretext, one gets as far as one wants’”. This assertion reminds us of what D’Ambrosio (1994) comments on the advances we have made in the last century, such as knowledge of nature and the development of new technologies, but which were accompanied by “despicable human behavior”, such as the destruction mass, starvation, new diseases, moral decay, etc. And says:

Much of this paradox has to do with an absence of reflections and considerations of values in academics, particularly in the scientific disciplines, both in research and in education. Most of the means to achieve these wonders and also these horrors of science and technology have to do with advances in mathematics (D’Ambrosio, 1994, p. 443).

Thus, we perceive how numbers have the power to rule the world, having in mathematics the figures that “dance” in the system of power (Upinsky, 1989). But, after all, if numbers rule the world, as Galileo

wanted, anything that exists, in turn, must have a number. In this direction, Upinsky (1989) mentions that, as a result of this principle – numbers rule the world – “not only do all things have number, but also, as [the Pythagoreans] said, ‘all things are numbers’” (p. 73, our translation). With this same thought, the author brings Roger Bacon (1214-1294), to argue about the sovereignty of mathematics over all things. According to him,

Roger Bacon, [repeated] whenever: ‘all causes of natural phenomena can be represented by lines, angles and figures’ [where he proclaimed that] ‘mathematics has universal experiences which apply to all sciences and no science can be understood without mathematics’ (Upinsky, 1989, p. 121, our translation).

With this stance, we understand how mathematics, when viewed from the perspective of power, becomes the master of science, assuming great importance in various daily activities of man, being positioned at the core of social development (D’Ambrosio, 1994). Associating this power with cryptography, we observe that its evolution is marked by the search for powerful ciphers, in which mathematics enters its history bringing functions and number theory as excellent tools for secure ciphers (Skovsmose, 2007). To have the mathematics to develop protected ciphers is to have a power of secrecy, which in many cases, such as World Wars for example, is to dominate situations and even influence the course of history (Singh, 2008).

Faced with all this, it is a fact that mathematical thinking and especially its manipulation have intervened throughout history. From this, supremacy consists of understanding the logic of the system and understanding its rules to the point of interpreting and using them in one’s favor (Upinsky, 1989). To assimilate this logic is to be aware that whoever wins is the one who ascends the fastest and it is also to understand that this confrontation only generates a greater increase in the organization of power.

For example, the results of wars are nothing more than a reflection of the constant reinforcement of weapons and combat techniques, including the power of secrecy of information (Singh, 2008; Upinsky, 1989). It is from this idea that cryptography and cryptanalysis clash and constantly evolve, because in the same way it is necessary to reinforce and create new encryption and decryption techniques. Thus, from this conception, confrontation alters the balance of power, generating its increase. This example allows us to reflect on the assumption of the ideology of progress, when it considers, assuming as an absolute truth, that scientific, social, cultural development and political progress, among others, are intrinsically related and walk in the direction that the world, at over the course of this development, it can gradually get better. The logic of the system mentioned by Upinsky (1989) opposes this assumption and gives strength to the considerations made by D’Ambrosio (1994) that reflects and conceptualizes science, and also mathematics, as a double agent, in which it operates and serves both the ‘good’, as for ‘evil’, depending on the interests given by the logic of the system.

This *modus operandi* can be observed in the context of wars. The link between the ‘art of war’ and mathematics is an ancient one. From a long time ago, mathematics began to figure as an important and useful element in the mechanics of war, a practical knowledge required in the field of military art. It is in practical necessity (that of military constructions and artillery) that mathematics has completely altered the meanings of defenses and attacks in wars (Valente, 1999). According to this author, the first firearms appeared in the 14th century and underwent rapid evolution/improvement, influencing the powers of defense and attack. After the significant transformation of use cannons, for example, new questions and problems about defenses emerged. So,

The walls of medieval fortresses no longer resist the onslaught of cannon balls. More than ever, the “art of fortifying well” becomes a state business. Books on fortification are multiplying, engineers are transformed into great characters and fundamental figures of power (Valente, 1999, p. 41-42, our translation).

In this context, some areas of mathematics, such as arithmetic and geometry, ended up becoming guarantees of security, which are “used as an instrument of persuasion due to their ineffability and the new insights and fecundity that demonstration makes possible” (Vérin, 1993, apud Valente, 1999, p. 42, our translation). In this way, it is considering the knowledge of geometry that the practice of engineers is elevated and ends up being configured in fundamental roles for the combatants. Therefore, it was up

to geometry to become the support of military treaties and writings (Valente, 1999). Thus, if, on the one hand, mathematical knowledge, here in the specificity of geometry, allows the development of new fortification instruments, so that they are considered powerful technologies for war, on the other hand, we find an inhuman operationalization, arising from this knowledge and the technologies that emerge from it. In this scenario, there is one more clear example that the ideology of progress “does not simply bring ‘wonders’. It is also accompanied by ‘horrors’”(Skovsmose, 2007, p. 142, our translation).

To understand this “expansion” of mathematics as an instrument of war, let us look, for example, at its emergence and development in Brazil. As a European colony, initially, the country was concerned with its own formation, expansion and stabilization with the production of demographic and material wealth. The men who at the time were called mathematicians came to Brazil on missions and work on cartography, astronomy and engineering (Leite, 1945 apud Valente, 1999). As for school mathematics, its origins are rooted in the late 17th century, when, through the *Aula da Esfera do Colégio de Santo Antônio*, students learned to introduce contents in geometry and arithmetic. Subsequently, in response to a royal determination of King João IV, the school started in the *Aula* a kind of preparatory course for students, whose destiny was to attend the *Aulas de Artilharia e Fortificação*, in which practical geometry, that of engineers, was considered as fundamental matter (Valente, 1999).

Founded in 1647, in Portugal, by D. João IV, the *Aula de Fortificação e Arquitetura Militar* had the important task of reorganizing its military force. At that time, “it was urgent to become aware of the advances made in the art of war. The expedient was to hire international experts on the subject. Such a practice was common among countries whose aim was to improve their armies” (Valente, 1999, p. 43, our translation). Thus, after Portugal, in 1648, “the Portuguese Court hired foreigners, specialists in military courses, to come to Brazil to teach and train qualified personnel to work with military fortifications” (Lyra Tavares, 1965 apud Valente, 1999, p. 43, our translation).

From the 18th century, Brazil was in the great rush for gold, which ended up moving an initial disorderly exploration, influencing the Portuguese Crown to take “successive measures to always collect as much as possible, [thus] physicists and military took command of the organization, foundation of villages and construction of civil life in regions created by mining” (Valente, 1999, p. 43, our translation). In this context, with the increase in exploited wealth, threats to the territory also increased, which, in turn, increased the need to defend itself. This was decisive in the creation of the School of Fortification and Military Architecture, which later split into two branches: military education and family education (Valente, 1999).

According to Valente (1999), the *Aula do Terço de Artilharia do Rio de Janeiro* represented the initial moment of the formation of an important class in colonial society. Through a course, which became the basis of military schooling, the children of soldiers and nobles could now pursue a war career at the *Aula de Artilharia e Fortificações do Rio de Janeiro*. Thus, we realized how the military schools were related to mathematics, not only for their theoretical knowledge, but also, strongly, for their practical knowledge, such as the geometry of engineers.

With this brief example about the constitution of mathematics in Brazil, we note that it was linked, in the initial moments, to the ideas of the art of war and the conquest of powers (social, political, territorial, economic, among others). So, given everything exposed here, can we really conclude that mathematics and its theoretical evolution are intrinsically linked to war? It is worth remembering, at this moment, the question that moves us to think about such a discussion, which is the intellectual arms race in which ciphers and deciphers acted and still act in the search for the power of secrecy (Singh, 2008). This race is due to mathematics and the power it exerts on encryption and decryption algorithms. In this way, the question raised above becomes even more complex in the sense that, nowadays, information and its secrecy are one of the most influential characterizations of power, be it social, political, territorial, economic, , etc.

In view of all this discussion, we see that mathematics and its generating conflicts are closely intertwined, the line that separates them being tenuous, and at times it can be considered and

operationalized as a potential knowledge of freedom and emancipation, and at times, under it, it can be conceived and used as uncomfortable and subordinate (Skovsmose, 2007). In this regard, D'Ambrosio (2011) argues that:

We spent the year 2000 with great festivities, we were threatened by the millennium bug, the product of powerful viruses built with sophisticated computational mathematics, we escaped this bug thanks to powerful antiviruses developed thanks to the same mathematics, we went through the year 2001, which ended under the impact of the attacks terrorist attacks in the United States and retaliatory attacks in Afghanistan. All performed with mathematical precision. And now, in 2011, we witness local civil wars and international entanglements with unpredictable consequences. All based on the use of high technology, developed thanks to the extraordinary advancement of science (D'Ambrosio, 2011, p. 68, our translation).

In this context, Bauchspies and Restivo (2001, p. 2) mention the position of 'seeing' and 'feeling' mathematics as "something pure, transcendent and certain, with results that approach a level of veracity as high as human beings can hope to reach." That said, it is necessary to reflect that mathematics by itself, as a science that develops and organizes itself in formal structures, well defined and organized in its axioms and postulates, seems, at first glance, as pure, naive, accurate and need.

Such a view is supported by the perspective of the ideology of certainty (Borba & Skovsmose, 1997), in which the central idea rests on two facts: a) the purity and generality of mathematics and b) its role as a science that provides applications in different situations. As raised by Guimarães (2022), this ideology is present in discourses that permeate the teaching and learning processes, in addition to newspapers and scientific programs, in which phrases such as 'numbers express the truth' are taken as absolute truths about mathematical knowledge, masking any subjectivity inherent in 'doing math'.

However, the notion of "mathematics in action" discussed by Skovsmose (2007) also points out that to this same mathematics we can have operationalizations of different types and purposes, always mediated by the intentions and actions of those who hold it, representing a scenario of unpredictable mixtures in terms of its wonders and horrors (D'Ambrosio, 2011; Skovsmose, 2007). It is in this scenario that D'Ambrosio (2011) raises questions about the possible irresponsibility of scientists or a passive naivety, and also raises the question about when mathematics ceases to be related to war and starts to be related to peace.

Upinsky (1989) also argues about the use of technologies for good or for evil. Let us take as an example of these technologies in cryptography the Enigma machine and the machine called bomb. During World War II, the Enigma machine was considered, according to Singh (2008), as being the most fearsome encryption system in history, used by the Germans and ensuring the transmission of messages between the Nazis in a secure and confidential way. However, it was another machine, the so-called bomb, developed by Alan Turing, that managed to decipher the Enigma in a powerful way, thus weakening communication between the Germans. At this point, we perceive the neutrality of technologies, as defended by Upinsky (1989), and their use is what characterizes them as being for 'good' or for 'evil'.

Upinsky (1989) also emphasizes the ideas of information transformation. According to him, this topology often misrepresents and reorganizes the different structures and spaces, such as financial, economic, social, political and cultural. Within this thought, the author observes that, with these changes in space, soon people will be increasingly connected to others, to environments, by means of numerals, formulas, increasingly complex, interactive and interconnected means of communication.

With the ideas presented by D'Ambrosio (2011) about the irresponsibility or naivety of scientists, and with the relationships of mutation and connection of space and people brought by Upinsky (1989), a careful reflection on technological advances is underway. According to Hobsbawm (1995), technology, based on advanced theories and scientific research, dominated the economic boom around the second half of the 20th century. According to him,

The problem with these technologies is that they were based on discoveries and theories so far removed from the world of ordinary people, even in the most sophisticated developed countries, that only a few

dozen or, at most, a few hundred people in the world could initially grasp that they had basic implications (Hobsbawn, 1995, p. 507, our translation).

In this regard, to contextualize his thinking, Hobsbawn (1995) argues that physics and mathematics already governed mills machine in the 17th century, and chemical and electrical discoveries and early 19th centuries already became essential to industries and communications. In this walk, we see how important the explorations of scientific researchers were and recognized as the essential start for technological advancement. As a conclusion of this observation, the author argues that technology, based on science, was at the heart of “the bourgeois world of the nineteenth century, although practical people did not know exactly what to do with the triumphs of scientific theory, unless, in appropriate, transform them into ideologies” (Hobsbawn, 1995, p. 507, our translation). Looking at the history of cryptography, technologies appear around the 15th century, with the cipher disk, invented by Leon Alberti, but it was only in 1918 that the mechanization of these gains strength, with the creation of Scherbius, the Enigma machine (Singh, 2008).

To exemplify how these advances occurred, Hobsbawn (1995) cites two important figures in the history of humanity: Otto Hahn and Alan Turing. The first, a German physicist, discovered nuclear fission in early 1939. The second provided an important work for the history of computing. Turing, who initially worked with speculative exploration for mathematical logics, eventually developed the basis of modern computational theory (Hobsbawn, 1995; Singh, 2008). However, as Hobsbawn (1995, p. 508, our translation) states, “the war gave him, and others, the opportunity to translate theory into the beginnings of a practice for deciphering codes, but when it was published no one, with the exception of a few mathematicians did not even read it”, or wanted to know about this work.

It is at this threshold that the sciences were encouraged, supported and finally used. Based on this, despite the fact that this type of scientific investment resulted in catastrophes such as the attack on Hiroshima, the 20th century was marked as the century of human growth. This shows the way in which the structures of research and scientific theory have arisen (Hobsbawn, 1995). Upinsky (1989) describes a quote from Albert Speer (1905-1981), who argues about the relationship between communication techniques and the initiative of totalitarianism during the Second World War. According to Spier,

Thanks to technical means such as radio and loudspeakers, eighty million men became slaves to the will of a single individual; [and concluding that] the telephone, telex and radio enabled the highest authorities to immediately transmit their orders to the lowest echelons who applied, without question, the reasons of the high authority from which they came... These means made possible an extreme ramified surveillance of citizens, at the same time the possibility that criminal actions remained secret (...) (Speer, 1971 apud Upinsky, 1989, p. 171, our translation).

By referring to the history of cryptography evolution, it is clear how the development and use of these means of communication during the Second World War took shape and influenced the situations of battles and information transmissions (Singh, 2008). Technological advances and changes are linked to strong political and financial interests, as already mentioned. Therefore, we can raise the question that the future of the next wars will emerge on the internet and, according to Tamdjian and Mendes (2010), many countries are already aware and preparing to face these types of problems. According to these authors,

This situation of digital disputes is showing that conflicts can occur between countries or groups of countries, blocking or sabotaging rival computer networks as a way of making the opponent vulnerable, causing his/her paralysis and leading to chaos, since The use of computers around the world is increasing day by day, and their relationships with economies are increasingly deeper (Tamdjian & Mendes, 2010, p. 44, our translation).

At this moment, in the same way that we seek to understand a history through the lens of the relations between power and mathematics, in the specificity of cryptography, we become aware of the present, in the direction of realizing how delicate it is to deal with technological developments and how much their practical applications are. can result in lifesaving (wonders) or catastrophic (horrors) situations.

The dichotomy today: what is the nature of this responsibility

With advances in information technology, it is possible to observe situations that allow people to work from virtually anywhere. With the progressively unlimited transmission of data, the expansion of connectivity has been “significantly altering society and large business corporations” (Tamdjian & Mendes, 2010, p. 36, our translation). In this scenario, it is possible to observe how the internet is linked to these technological innovations.

However, paralleling this growth, there are also developments in data security. Ensuring consumers, companies and governments exchange sensitive data is as important as the efficiency of the internet itself. It is in these aspects that the initial ideas in the discussion proposed in this text are resumed: the importance of secure ciphers to ensure data transfer continues to evolve, as decryptors continue to search for breaches, thus obtaining the secrets. At the same time, a “permanent reconfiguration of old knowledge in new studies promotes unpredictable leaps” (Skovsmose, 2007, p. 158, our translation).

As an example of secure encryption, we can cite RSA, which is considered the most influential cipher system in modern cryptography. Discovered in 1977 by two computer scientists and a mathematician, RSA is based on the results of number theory regarding the modular function and constitutes an asymmetrical system also known as *public key cryptography*. Its efficiency in terms of information security is structured on the identification of large prime numbers and on the difficulty of factoring a number into two prime numbers, when it is extremely large (Singh, 2008). Because of its power to keep information confidential, RSA continues to be used today.

That said, in view of everything discussed here, we realize how mathematics, the need for security, information and technological advances are intertwined with power disputes and, consequently, with the powers constituted by them. The types of crimes that occur in cyberspace have drawn the attention of large countries, generating huge investments in new technologies. To exemplify this situation, Tamdjian and Mendes (2010) present a moment of concern for the US authorities, in which

the government created a Digital Military Command to protect the government and Armed Forces computer network from intrusion. Matters that seem like science fiction today will soon become reality. An example is the news that digital spies have installed programs on computer networks in the United States that can interrupt the functioning of millions of computers, leading to the paralysis of the economy and many activities and, consequently, causing incalculable losses (Tamdjian & Mendes, 2010, p. 43, our translation).

Corroborating these concerns, Upinsky (1989) reflects on the large amount of information that cyberspace contemplates and how its handling can affect society:

The fantastic volume of banking, economic, political and social information that travels through space via satellites, radios, cables, etc., [is] dizzying; a simple bank entry (just a few “digits”) crosses space and as a result a factory closes and families are thrown into misery. The dollar drops on the New York Stock Exchange and immediately follows a multitude of events directly affecting the lives of millions of people (Upinsky, 1989, p. 175, our translation).

However, care must be taken in raising these questions regarding the importance of secrecy and the extent to which it influences nations. We agree that fights between ciphers and decipherers exist and that they are increasingly based on mathematical theories. However, it is highlighted here that the actions of encryption and decryption do not assume fixed characteristics, being “good” or “evil”. Deciphering the Enigma machine's secrecy during World War II, for example, was an important factor in contributing to the oppression of the Nazis' expansion. However, breaking the secrecy of people's bank details is a breach and therefore a digital crime.

It is in this reflection, on the acts of keeping or not the secrecy of information, that we present an important case that is currently in circulation. The possible internet war highlighted by Tamdjian and Mendes (2010) may have started in 2010, when a website called Wikileaks began to release secret US files on the War in Afghanistan and the War in Iraq, containing many serious allegations against respect for human rights violations. Wikileaks is a transnational, non-profit organization that publishes data

from anonymous sources on its website, revealing documents, photos and confidential information, leaked from governments or companies. Its editor and spokesman, journalist and cyber activist Julian Assange, was, since 2012, in political asylum at the Ecuadorian embassy in London. In 2019 he was arrested and remains to this day in Belmarsh Prison in London. His extradition to the US is still on trial and Assange continues to fight with the UN for the right to freedom and compensation.

While for some countries the leak of information generates great conflicts, for others the initiative to reveal hidden truths is characterized as one of the most important doors of transparency and freedom of expression. This sets a precedent for the dissemination of information on corruption, human rights violations and war crimes. As a result, the site was even nominated by the Norwegian parliament in 2011 to compete for the Nobel Peace Prize.

It is with this situation and with everything that has been discussed in this text that we observe and reflect on how cryptography and cryptanalysis have, for a long time, been gaining ground in the history of humanity and configuring themselves as elements of power. Linked to wars in their constant intellectual arms races, and to mathematics with its theoretical-technological advances, it is possible to perceive the complexity of this subject and emphasize the importance of initiating discussions about the powers of information and secrecy, in elementary school.

Weaving some reflections: perspectives on student education

To what extent does bringing cryptography as a didactic element for the teaching of mathematical concepts reflect on its role in the context of wars and power disputes? How to bring elements of reality to contribute to the meanings of mathematics without reinforcing a power discourse that promotes more inequalities, misinformation and catastrophes? We understand in these questions some directions for reflection, which need to be at the heart of pedagogical practices in mathematics, in the student education, especially with a critical eye (Skovsmose, 2007) and the search for peace (D'Ambrosio, 2011).

As presented by Valente (1999), history shows the impact of this science on the education that was offered to students, based on the bias of applying knowledge as a means for the production of artillery and fortifications. Currently, we identify that cryptography has been present in Brazilian textbooks, as a way to bring mathematical concepts. However, we observed that his approach still only surrounds the algorithmic and procedural ideas regarding the objective of encrypting/decrypting messages in order to present and/or develop such concepts. The articulations between mathematics and the fields, for example, History and Sociology, when they are carried out, occur with very brief passages, failing to provide opportunities for reflections on the role of cryptography in contemporary society, that of information security and the interrelationships between the power, mathematics and cryptography (Litoldo & Guimarães, in press; Litoldo & Lazari, 2014).

The discussions raised by Bauchpies and Restivo (2001) and Borba and Skovsmose (1997), for example, can be enriched during the teaching and learning processes precisely in this reflection on the role of mathematics in student education, in the sense that cryptography, being related to other areas of knowledge, it promotes a challenge to the ideology of certainty (Guimarães, 2022) and the supposed neutrality of mathematics. Thus, this can be another path that helps the teacher to think about an education focused on criticality and peace, aiming to achieve a 'good' role for the use of mathematical knowledge, in particular, cryptography.

Therefore, we emphasize the importance of paying attention to the discussions proposed, for example, in this text, as a way to promote reflections on the future horizon, since we understand that the path of these interrelationships is on uncertain terrain and, still, traveling a bias of the ideology of progress.

References

-
- Bauchspies, W. K., & Restivo, S. (2001). O arbítrio da matemática: mentes, moral e números. *Bolema-Boletim de Educação Matemática*, 14(16), 102-124.
- Borba, M. C., & Skovsmose, O. (1997). The ideology of certainty in mathematics education. *For the learning of Mathematics*, 17(3), 17-23.
- D'Ambrosio, U. (1994). Cultural Framing of Mathematics Teaching and Learning. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Sträßer, & B. Winkelmann (Orgs.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (p. 443-455). Kluwer Academic Publishers.
- D'Ambrosio, U. (2011). A busca da paz: Responsabilidade de matemáticos, cientistas e engenheiros. *Revista da Universidade Vale do Rio Verde*, 9, 66-77.
- Guimarães, D. R. (2022). *Educação matemática crítica permeando capítulos de geometria em livros didáticos: entre direcionamentos, contextos e enunciados*. Mestrado em Educação Matemática. Universidade Estadual Paulista.
- Hobsbawn, E. J. (1995). Feiticeiros e aprendizes: As ciências naturais. In M. Santarrita (Trad.), *Era dos extremos: O breve século XX* (p. 504-536). Companhia das Letras.
- Litoldo, B. F. (2016). *As potencialidades de atividades pedagógicas envolvendo problemas criptográficos na exploração das ideias associadas à função afim* Masters dissertation in Mathematics Education. São Paulo State University.
- Litoldo, B. F., & Guimarães, D. R. (no prelo). Criptografia e Livros Didáticos do Ensino Médio: Uma análise sobre as novas obras didáticas específicas do PNLD 2021. *Abakós*.
- Litoldo, B. F., & Lazari, H. (2014). Uma análise do uso da criptografia nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio. *REMATEC*, 17, 133-152.
- Skovsmose, O. (2007) *Educação crítica: incerteza, matemática, responsabilidade*. (M. A. V. Bicudo, Trad.). São Paulo: Cortez, 304 p.
- Singh, S. (2008). *O livro dos códigos: A ciência do sigilo do antigo Egito à criptografia quântica*. Record.
- Tamdjian, J. O., & Mendes, I. L. (2010). A construção das novas geografias: A internet, o espaço a Antártida. Em *Geografia: Estudos para a compreensão do espaço* (1º, Vol. 3, p. 34-56). FTD.
- Upinsky, A. A. (1989). *A perversão matemática* (A. R. de Oliveira, Trad.). Francisco Alves.
- Valente, W. R. (1999). *Uma história da matemática escolar no Brasil (1730-1930)* (1º). ANNABLUME.

SIMULATION-BASED MATHEMATICS AND SOCIAL JUSTICE ACTIVITIES

LEARNING FROM STUDENT REFLECTIONS

ACTIVIDADES DE JUSTICIA SOCIAL Y MATEMÁTICAS BASADAS EN SIMULACIÓN

Aprendiendo de las reflexiones de los estudiantes

ATIVIDADES DE MATEMÁTICA E JUSTIÇA SOCIAL EMBASADAS EM SIMULAÇÃO

Aprendendo com as reflexões dos alunos

Katherina von Bülow

(Simon Fraser University, Canada)

kvonbulo@sfu.ca

Recibido: 03/07/2023

Aprobado: 03/07/2023

ABSTRACT

In this paper, various dimensions of care involved in mathematics education are linked to the need to develop classroom activities that connect mathematics and social justice issues. Drawing from literature that shows cognition is situated and embodied, the importance of meaningful contextualization and social interaction when learning mathematics is highlighted. The concept of “simulation-based mathematics and social justice activities” is presented as an approach for the work of bringing social justice issues that have mathematics at their core to the classroom. Theoretical constructs and examples are discussed, to illustrate what such simulations may entail and what may be learned from scholars, in different educational fields, who use simulations in classroom activities. Potentially beneficial features of social justice simulations are related to various educational goals, such as: decreasing arbitrary boundaries between mathematical sub-areas and between mathematics and other disciplines; providing opportunities for choice and the embodiment of different perspectives; and offering opportunities for inter-personal learning. I report on a simulation-based mathematics and social justice activity, conducted in a teacher education classroom. Students—in this case future teachers—were prompted to write reflectively about their participation in the activity. My interest lies in finding out what, if any, cognitive and affective benefits these prospective teachers connect with their experience of mathematics in the activity. To investigate this, I analyze six themes that are present in the data and illustrate each theme using excerpts of student writing. The thematic analysis allows us to learn about connections made by these students, between mathematics, in the context of the activity, and issues that are personally meaningful to them, such as: their own future teaching practice, learning and interacting with peers, beliefs and feelings about mathematics and the learning of mathematics, and different perspectives on complex decisions, involving cooperation or lack thereof, that are encountered in real life situations.

Keywords: simulations. mathematics and social justice.

En este artículo, varias dimensiones de cuidado involucradas en la educación matemática están vinculadas a la necesidad de desarrollar actividades, para el aula, que conecten las matemáticas y cuestiones de justicia social. Utilizando literatura que muestra que la cognición está situada y corporeizada, se destaca la importancia de la contextualización significativa y de la interacción social al aprender matemáticas. El concepto de “actividades de matemáticas y justicia social basadas en simulación” se presenta como un enfoque para el trabajo de llevar al aula cuestiones de justicia social que tienen a las matemáticas en su médula. Se discuten construcciones teóricas y ejemplos para ilustrar en que consistirían tales simulaciones y lo que se puede aprender de los académicos, en diferentes campos de la educación, que usan simulaciones en actividades de aula. Características potencialmente beneficiosas de las simulaciones de justicia social son relacionadas a varios objetivos educativos, tales como: reducir fronteras arbitrarias entre subáreas matemáticas y entre las matemáticas y otras disciplinas; brindar oportunidades para hacer elecciones y incorporar diferentes perspectivas; y ofrecer oportunidades para el aprendizaje interpersonal. Presento una actividad de justicia social y matemáticas basada en simulación, realizada en un aula de formación docente. Se invitó a los estudiantes, en este caso futuros maestros, a escribir reflexivamente sobre su participación en la actividad. Mi interés radica en descubrir qué beneficios cognitivos y afectivos, si los hay, estos futuros maestros conectan con su experiencia de las matemáticas en la actividad. Para investigar esto, analizo seis temas que están presentes en los datos e ilustro cada tema usando extractos de los escritos de los estudiantes. El análisis temático nos permite conocer conexiones que hacen estos estudiantes, entre las matemáticas, en el contexto de la actividad, y cuestiones que son significativas personalmente para ellos, tales como: su propia práctica futura de enseñanza, aprendizaje e interacción con pares, creencias y sentimientos sobre las matemáticas y el aprendizaje de las matemáticas, y diferentes perspectivas sobre decisiones complejas, que implican cooperación o falta de ella, con las cuales nos enfrentamos en situaciones de la vida real.

Palabras clave: simulaciones. matemáticas y justicia social.

RESUMO

Neste artigo, várias dimensões de cuidado envolvidas na educação matemática são ligadas à necessidade de desenvolver atividades, para sala de aula, que envolvam temas de matemática e justiça social. A importância da contextualização significativa e da interação social no aprendizado de matemática é ressaltada utilizando literatura que mostra que a cognição é situada e corporificada. O conceito de “atividades de matemática e justiça social embasadas em simulação” é apresentado como uma abordagem para o trabalho de trazer à sala de aula temas de justiça social que têm matemática na sua medula. Construções teóricas e exemplos são discutidos, para ilustrar em que consistiriam tais simulações e o que podemos aprender de pesquisadores, de diversas áreas da educação, que usam simulações em atividades de sala de aula. Características potencialmente benéficas das simulações de justiça social são relacionadas a vários objetivos educacionais, tais como: reduzir fronteiras arbitrárias entre sub-áreas da matemática e entre a matemática e outras disciplinas; proporcionar oportunidades de escolha e a corporificação de perspectivas diferentes; e oferecer oportunidades para aprendizagem interpessoal. Aqui, eu apresento uma atividade de matemática e justiça social embasada em simulação, realizada numa aula de formação de professores. Os estudantes — neste caso futuros professores — foram convidados a escrever em reflexão sobre a sua participação na atividade. Meu interesse reside em descobrir quais benefícios cognitivos e afetivos, se houver, são relacionados por esses futuros professores à sua experiência de matemática na atividade. Para investigar isso, analiso seis temas presentes nas reflexões dos alunos, e ilustro cada tema com trechos das reflexões. A análise temática

nos permite aprender sobre conexões, feitas por estes alunos, entre matemática, no contexto da atividade, e questões que são pessoalmente significativas para eles, tais como sua própria futura prática de ensino, aprendizado e interação com colegas, crenças e sentimentos sobre matemática e sua aprendizagem, e diferentes perspectivas sobre decisões complexas, envolvendo cooperação ou sua falta, com as quais nos deparamos na vida real.

Palavras-chave: simulações. matemática e justiça social.

Introduction

Critical scholars such as O. Skovsmose (2011) see mathematics education not as neutral but as undetermined, in the sense that it can be “acted out in many different ways and come to serve a grand variety of social, political, and economic functions and interests” (p.2). Reflecting on my own practice as a mathematics teacher, I have found that for many years my actions were mostly consistent with mathematics education as a neutral activity, unrelated to social context, emotions, politics, or economic interests. This stance became increasingly untenable over time because it clashed with my need to care for students. It also clashed with my care for the learning of mathematics, as it became more and more difficult to accept that, for too many people, “mathematics is not something they can make sense of, but rather something almost completely arbitrary (or at least whose meaningfulness is inaccessible to them)” (Schoenfeld, 1992, p. 10). Finally, in also caring for social justice in the world, I became interested in the potential to meaningfully connect mathematics education with a better understanding of social issues of concern.

Theoretical Frameworks

Cognition as Situated and Embodied

Research that focuses on the social and contextual nature of knowledge and cognition has shown that learning mathematics is situated and context-dependent (e.g., Núñez et al., 1999). A classic example is Carraher et al.’s (1985) evidence of students’ mathematical ‘ability’ drastically changing when the context changes from the classroom to the market where they work. Students’ statements about school mathematics can vary, as Boaler (2002) shows, depending on the norms and relationships that constitute the classroom community of practice, from: “a strange and specialized type of code [used] in one place—the mathematics classroom” (p. 131), to: “it has the same atmosphere” (p. 134) as mathematics outside school. Watson (2021) draws on evolutionarily informed education approaches to put it very simply: “humankind develops skills and tools in meaningful environmental contexts. Therefore...developing tools in meaningful contexts is how our brains must work” (p. 33). Núñez et al. (1999) further remind us that “[c]ognition is embodied; it is biologically grounded in individuals who interact with each other” (p. 53). It is therefore to be hoped that, when students reflect on their mathematics classroom activities, themes that emerge include their social interactions, bodies beyond just intellect, their lived experiences, and what matters to them. Below, I introduce a new approach in mathematics classroom activities, and offer a preliminary investigation based on themes that emerge in students’ reflections about such an activity.

Mathematics and Social Justice as Another Dimension of Care

For Eric (Rico) Gutstein (2012a), care for mathematics, learning, and the learners of mathematics, is intertwined with an additional dimension: care for “the struggles of [students’] communities for justice” (p. 43). Gutstein (2012a) describes how his teaching practice involves the use of *generative themes* (Freire, 1970/2000, p. 96), that is, “key social contradictions in people’s lives” (p. 26). He explains that “together [we] decided which contexts to study..., either based on students’ generative themes that they proposed, or on themes I suggested that they accepted” (Gutstein, 2012a, p. 30). Gutstein’s research, drawing on Freire’s critical pedagogy, shows that, through the emergence, mathematical modelling, and

discussion of such themes, there is potential to generate both social justice and mathematics understanding.

In the process of eliciting generative themes, a teacher may initially work with students to broaden conceptions of mathematics by engaging in dialogue about what mathematics is, its roles in the world, and how it connects to social issues. An example is Skovsmose's (2011) discussion of 'mathematics in action', using projects that help students to "reflect *on* mathematics, reflect *with* mathematics, and reflect *through* mathematics" (p. 72). Furthermore, the group (of students and teacher) may not have shared lived experiences with a social justice theme, as well as the wherewithal to model it mathematically (see e.g. Jablonka & Gellert, 2012, or Leonard & Moore, 2014). My research aims to assist and investigate teachers and students in this work, by providing, for classroom use, various mathematics, and social justice (henceforth MSJ) *activities*, that is, lessons centred on students' active participation (Bishop, 1985), that contain *simulations*. The activities aim to bring to life social justice issues which have a "math engine" (Finkel, 2020), that is, that have mathematics at their core, or can be understood using mathematics. *Simulation-based MSJ activities* consist of: a brief introduction to set the scene; a role-play, in which students simulate a scenario of social concern; discussion, in which the group collectively shares how events played out and works to understand the mathematics underlying the situation; and finally, reflection, in which connections to students' own experiences, interests, and knowledge of the world may emerge.

Simulations in MSJ: Examples and Beneficial Features

What might be some theoretical constructs and examples from education, broadly speaking, that may guide us in constructing MSJ simulations? As it would not make sense to restrict the flow of diverse ideas that may better fit various MSJ concepts or educational contexts, the examples and proposed features italicized in this section are offered as inspiration rather than prescription.

To begin, Bernstein's (1973/2008) construct of 'classification', or "degree of boundary maintenance between contents" (p. 366), is useful to keep in mind when creating MSJ simulation-based activities. Internal classification refers to the sectioning of a subject's sub-areas; by lowering it, we allow more connections to be made between mathematical sub-areas. External classification refers to separations between a subject and other areas; by lowering it, we allow more connections to be made between mathematics and other disciplines or everyday practice. Thus, aiming for *low internal and external classification* reflects an intention to reduce the chance that arbitrary boundaries, between mathematics knowledge and knowledge from lived experience, culture, and other disciplines, are passed on to students. MSJ activities aim to broaden conceptions of mathematics, what it can be used for, what counts as mathematical experiences, and who we are when we practice mathematics.

Simulations have long been used in education, and particularly in learning about topics that include stepping into others' shoes, by helping students experience injustice in a safe, classroom-adapted way. An example that is not from mathematics education but from which much can be learned is Jane Elliott's 1968 simulation of discrimination based on physical characteristics in her 3rd grade classroom. Elliott wondered if students could learn how it feels to discriminate and to be discriminated against because of skin colour. She simulated this in her class, using eye colour: brown- (or more generally not blue-) eyed students were given privileges and told the additional melanin in their eyes meant they were smarter. We learn from Elliott that simulations do not have to mimic exactly what happens in real life, but that they must capture the spirit of the situation in a coherent way. Scholars in social sciences education (e.g., Chin et al., 2009; Asal & Kratoville, 2013) express this idea by saying that, to be effective, simulations must have *verisimilitude*. Elliott ran the simulation a second time, with reversed student roles (where blue-eyed students were privileged), so that students could experience both sides of the situation. The *embodiment of different perspectives* was thus made possible for students. Students wrote essays about what they learned, which were published in a local newspaper and sparked discussion in the whole community. Elliott reported: "Students said, 'I found out what it felt like to be on the bottom, and I did not want to make anyone feel like that ever again'" (Bland, 2018). We learn from Elliott's experiment

the importance of students experiencing more than one side of a situation in the development of *empathy for different perspectives*, and the authentic learning power of having a *real audience* that exists beyond the classroom (Herrington et al., 2014).

In the mathematics education literature, the word simulation is often connected to the use of technology. For example, Andrà et al. (2015) report on their study of students using an app they created to *generate awareness* of the injustice of an Italian lottery and of the dangers of gambling. The app simulates playing the lottery, while also tracking (and showing students) how much money is spent versus prize money earned. Students experienced the draw of the game as well as learning the mathematics that shows the unjust setup of the lottery, while researchers studied the simulator's effects on students' emotions and cognition. We learn from Andrà et al. (2015) that simulations can provide an *opportunity to collect local data*, based on students' decisions, actions, and inferences in their own social setting; mathematical tools can then be used to contrast local, classroom-generated data and inferences with data and related policy decisions from wider, or global, contexts.

My interest, however, lies in simulations that focus on the power of *group social physical interactions*, and I am not choosing to study technology-based simulations. I choose to focus on students' construction of reality (including mathematics) based on "culturally determined forms of sense-making which are ultimately grounded in bodily experience" (Núñez et al., 1999, p. 49).

Here I report on an MSJ activity centred on simulating a widely known thought experiment called the 'prisoner's dilemma' (henceforth, PD) and on discussing an accompanying model from game theory (Nash, 1950; Kuhn, 2019). As the data from student reflections will indicate, the simulation of a PD-type scenario can bring to the fore issues of cooperation, trust, systems that induce the lack thereof, individual versus collective thinking, and mathematical rationality. These are universal issues of concern in the world, impacted as it is by a lack of cooperation in global crises such as wars and climate change. I suggest that *universality*, as a feature of simulated social issues, strengthens the foundation for "shared meanings" (Bishop, 1985), including mathematical meanings, to emerge. The activity also features *choice*, which, as Finkel's (2020) work with mathematical games shows, opens up learning opportunities as students ask strategy questions (such as what is the best choice to make or why someone else chose differently), and tends to hold students' interest longer than activities where choice is not involved or that stay within the right/wrong dichotomy often associated with mathematics. Moreover, this activity is *extendable*, as the concept of Nash equilibria in PD-type games can be used to illuminate other social justice issues, such as weaknesses in plurality voting systems (Gelman, 2003).

As Gutstein (2012b) points out, "one important issue in teaching mathematics for social justice [is] engaging students" (p. 64) who might otherwise be uninterested or apathetic. Besides engagement, social science education scholars have shown that classroom simulations which reflect the real world can provide learners with a variety of cognitive and affective gains in: subject-matter interest, knowledge, and skills; communication abilities and connections with peers; appreciation for complex decision-making; and empathy in real-life situations (e.g., Greenblat, 1973; Jones & Bursens, 2015; Szafran & Mandolini, 1980). In mathematics education, it seems plausible that we might find some of the same gains, but this has not yet been shown. Scholars such as Borasi & Rose (1989) have shown that evidence of student growth in areas such as "affective issues, the learning of mathematical content, the process of doing mathematics, and mathematics beliefs" (p. 353) can be gleaned from students' reflective writing about classroom activities. For example, students may show, through their writing, changes in their own interest for or anxiety towards mathematics. Here, I examine students' reflections to study: what, if any, cognitive and affective gains may be connected to students' experience of mathematics in the context of a simulation-based MSJ activity?

Methodology

Context and Description of Activity

The context for this study is a Simon Fraser University, Canada, teacher education course called ‘Struggle with Mathematics: Sources and Recovery’, which is designed for future secondary teachers who do not have a mathematics or science specialization. The 2-hour activity took place during one of the course’s regular classes, and presented the ‘prisoner’s dilemma’ (Kuhn, 2019; Nash, 1950) as follows:

Two criminals are arrested together and imprisoned. Each prisoner is in a separate cell with no means of communicating with the other. The police do not have enough evidence to convict the pair on the main charge of robbery, and plan to sentence both prisoners to a year in prison for weapon possession. But the police separately offer each prisoner a bargain: to go free if they will give evidence against their partner. This is the well-known prisoners’ dilemma. The possible outcomes are:

- If A and B each betray the other, each serves two years in prison;
- If A betrays B but B remains silent, A is set free and B serves three years in prison;
- If A remains silent but B betrays A, A serves three years in prison and B is set free;
- If A and B both remain silent, both serve one year in prison (on the weapons charge).

This scenario was then simulated, with the 34 students walking around the classroom, choosing different partners with whom to play the role of the two prisoners. Each role-play consisted of the partner pairs making independent simultaneous decisions —as in the game theory concept of simultaneous games, where each player chooses their action without knowledge of the other player’s choice of action—to cooperate or defect. Students noted the consequences of their choices, that is, how many years of prison each one got, before moving on to another partner. Students created a diagram to show the possible outcomes of the PD (see, for example, Sam’s diagram in Figure 1 below), and kept track of results from running the simulation several times. This was followed by a discussion in which the experience of the students was translated into mathematics. Most students pointed out a tendency to defect, that is, not cooperate with the fellow player. Others pointed out the advantage of mutual cooperation. The dilemma, experienced during the simulation, is that the defecting strategy, because it is dominant, tends to result in both prisoners defecting, instead of both cooperating to achieve a more beneficial outcome for both parties. The “notion of an equilibrium point” (Nash, 1950, p. 286), or Nash equilibrium, was introduced as the result of a thinking strategy that was deemed rational: that no matter what one’s partner chose, it was in one’s self-interest to defect. This supposed rationality was put into question by looking at examples such as price wars between companies that sell a comparable product. From there, various students offered their own examples, ranging from sibling rivalry to ‘tragedy of the commons’ situations that can and do arise in the sharing of (finite) natural resources. Applying the model to today’s lack of cooperation in global crises such as wars and climate change, students questioned the rationality of the entire system of (lack of) incentives to international cooperation.

Data Collection and Analysis

Here, I analyze the reflective writing of four PSTs (under pseudonyms) who chose to write about the MSJ activity based on simulation of a PD-type scenario, described above, as part of a course assignment, responding to the following prompt:

Reflect on your experience solving the problem, being in a group setting while solving the problem, what attracted you to the problem (or what was unpleasant about the problem). If the problem was too easy maybe you want to add an extension. Suggest where a student may have anxiety in answering your extension.

I began my analysis by seeking themes from Borasi & Rose’s (1989) study that were present in the data, across the writing of the four PSTs:

- learning of mathematics

- therapeutic value, (adapted here to focus mostly on mathematics anxiety)
- changes in conceptions of mathematics

More themes emerged from reading the data searching for topics repeatedly touched on by all the students. Zarestky & Bigler (2021) refer to the importance of such open coding, noting that if a “study’s purpose [is] to explore student thinking, open coding support[s] reliance on the data rather than any preconceptions of what students might or should write about” (p. 57). The additional themes are:

- connections between mathematics and real life
- perceptions about the peer interactions that were part of the activity
- learning as PSTs

As Zarestky & Bigler (2021) state, “[a]s might be expected, themes are highly interconnected” (p. 57). Indeed, student descriptions of their understanding of the PD model are not easy to extricate from other aspects of the activity, such as peer interaction and connections between the PD and real-life issues of cooperation, which made it difficult to completely avoid repetitions in excerpts across themes.

Theme: Learning of mathematics

Students reflect on mathematics in their writing: the PD model, Nash equilibrium, and the potential for probability as a lens to work with PD-type problems. Also, after the storied introduction and one round of PD playing, students were prompted to create their own visual representation of the PD.

Lucas: Lucas describes the dilemma as “[a] mutual assured destruction situation wherein the parties think that they are acting in their best interests, but then get stuck in a loop of diminishing returns” and the thought process for finding the Nash equilibrium as “pinpointing what scenario is most beneficial for a party regardless of the decision of the other.”

Sam: “I like how we started this exploration by trying to imagine what each scenario would result in and then had to make our own diagrams of the scenarios...here is mine:”

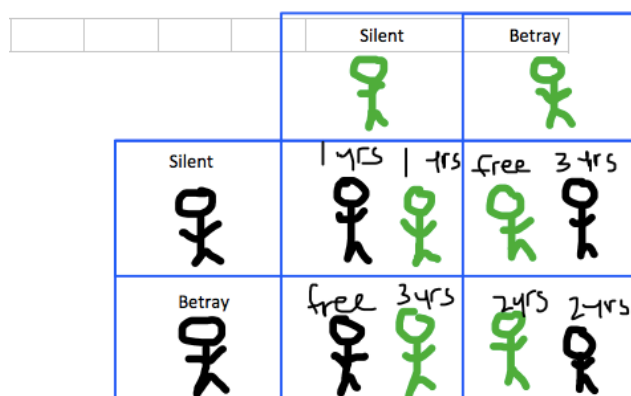


Figure 1: PD diagram by Sam

Jess: Jess sees probability at play in the activity: “I always found ‘odds’ interesting. (However, this activity wasn’t dictated by probability, but you also had to consider who your partner in the game was)... the level of trust puts an interesting spin on the experience and what ‘strategy’ is used, even though technically it was in your best interest to betray from the first turn.”

Theme: Therapeutic value and mathematics anxiety

Several associations are made by the students between the activity and feelings. Although there are suggestions for improvement related to consistency of language use during the activity as a whole, students otherwise report positively on the simulation as reducing mathematics anxiety. It is particularly important to learn from what PSTs write on this theme, since teachers can “pass their own anxiety, fear, and other negative qualities to their students” (Zarestky & Bigler, p. 62).

Lee: “I find when working with the same group members, we ...feel anxious exploring the questions and can project each other's anxieties onto other members of the group. I think mixing up the groups ...will allow for a more comfortable and safe environment to explore mathematics and ultimately will decrease math anxiety.”

Sam: “I don’t think this activity would bring up much anxiety because it is a fun activity, that you can’t really get wrong. The only anxieties I could see this bringing up would be social anxiety because you have to interact with other people.”

However, negative feelings are reported by both Sam (“feeling overwhelmed”) and Lee (“confusing”) due to changes in language, from ‘betray’ or ‘stay silent’, used in the storied introduction to PD, to ‘cooperate’ or ‘defect’, used for real-life examples. This reflection points out an instance of pedagogical discourse that means well but actually creates barriers for students. It is also an example of student reflections that lead to learning for myself as I work to improve future versions of the activity.

Lee: “The changes in wording during this exploration were unpleasant for me. I believe this could be a potential issue when dealing with students’ math anxieties.”

Theme: Changes in conceptions of mathematics

All the students report that the activity was fun, which is perhaps not surprising given that they chose this activity to reflect on. Students mention the absence of the right or wrong dichotomy often associated with mathematics, and the novel embodied experience of a simulation in math class:

Lee: “I did not realize that you could perform simulations in a math class, and thought that this class would be similar to my secondary math experience where we only answered math equations in a textbook... This activity showed me that math can be creative... [and] hands-on.”

Sam: “it is a fun activity, that you can’t really get wrong”

Lucas: “a lot of fun to... participate in and succumb to a particular mathematical phenomenon”

Theme: Connections between mathematics and real life

These reflections point to students' perceptions of verisimilitude and low external classification of the activity.

Lucas: Lucas describes the activity as “an experiment in rationality, and subsequently trust,” and adds: “[w]hat I did not expect was the activity’s evolution into an examination of human nature and capitalism, which to me renders this activity not only incredibly fascinating but also very accessible, especially to those who may not consider themselves strong math students but are very interested in social behaviours.”

Lee: “When applying this concept to examples in the economy like marketing strategies, I can understand why large companies cannot get out of the race to the bottom because they do not cooperate to receive a higher reward.”

Theme: Perceptions about the peer interactions that were part of the activity

Students connect the peer interactivity aspect of the simulation with learning opportunities (such as conversations about strategy and validation of different perspectives), experiential learning, more fun, and reduced mathematics anxiety.

Sam: “enjoyed... that we got to get out of our desk and put the scenario to the test with our classmates... [a peer] explained to me why it’s actually in my best interest to betray people. She told me that it is ideally better to betray people because if you betray your partner and your partner stays quiet you would walk free....I hadn’t really thought about a strategy that would benefit me before going into the scenario.”

Lucas: “The exemplar reaches its full potential in a group setting as we are directly engaging with and experiencing the Nash equilibrium in real time, seeing the consequences of betrayal impact future decisions.”

Lee: “I was able to work with new members of the class and hear their perspectives... Each member had a different strategy and could explain their reasoning using math.”

Theme: Students thinking as PSTs

Students suggest improvements to the activity, or adaptations to their own (other) subject, as well as noting what they would do in their own classroom. This shows that they were thinking and evaluating the activity as learners but also as future teachers. In their study, Zarestky & Bigler (2021) too found that “PSTs were evaluating course activities as learners but also as professionals looking for strategies and activities to incorporate into their own future practice” (p. 61).

Lee: “In my class I would ensure that we scaffold the terms for each new scenario or stick to only two terms throughout to prevent students from feeling overwhelmed.”

Jess: “I was considering extensions to this problem, I found myself looking at it through an ELA [English Language Arts] teaching lens. I think that it would be interesting to use the Prisoner’s Dilemma to help students understand and work with characterization in an English class... For example, if they were doing a novel study on *The Hunger Games*, if a student was assigned Peeta’s character, then perhaps they would be more inclined to initially cooperate because he is often naive or trusting in the first novel of the series. Whereas Katniss’ character may or not cooperated [sic] based on who her partner is.”

Lucas: “[T]here would be merit in doing some rounds of this “game” blind, or unable to see who it is you are snitching on/undercutting... This could perhaps cut down on the amount of people who would ‘never under any circumstances snitch’ as a means of saving face, getting closer to the truer, colder equilibrium at the heart of the dilemma... Another modification may come through changing the amount of prison time, lessening the sentences to see how individuals might opt for a more beneficial outcome for the group, or increasing the sentences to exemplify the extremes of self-preservation.”

Discussion

The evidence from these four PSTs suggests that this simulation-based MSJ activity helped them to connect mathematics concepts from a game theory model, such as dominant strategy and Nash equilibrium, with real life situations. They describe changes in their conceptions of mathematics: seeing mathematics in ways they never had before, without a right-wrong dichotomy, and with the potential to be “a lot of fun”, “creative”, and “hands-on”. For these students, the mathematics in the activity was grounded in bodily and social experience, as something one “succumbs to”. Social interactions are described as contributing both to a reduction of anxiety and to deeper understanding of different perspectives around the dilemma of cooperation. The reflections also include connections between the activity and these students’ own experiences and interests. Connections made by students between the mathematics activity and their own subject matter and future classrooms indicate that they have gained knowledge or skills they are interested in transferring to their own practice. The analysis of the reflections suggests that, in these students’ experience, acting out a simulation involving interacting with peers around the classroom connected meaningfully with learning about a mathematics thought experiment and model.

Conclusion

Critical mathematics scholars “react against the tendency towards formalization of mathematics in schools that makes it irrelevant in students’ (and teachers’) lives” (Skovsmose & Greer, 2012, p. 379). The question of what is meaningful in mathematics education has a universal character, but arguably infinite possible personal responses. Although there is no one-size-fits-all answer for this question, simulation-based MSJ activities are a possible way to open the conversation with students within an educational context that does not dismiss the meaning-making potential of emotions, of social interactions, and of concern for real-world issues. This study cannot claim generality, as the data is from only four participants and one activity. Here, simulation-based MSJ activities are introduced and illustrated, and the data points towards their potential to provide cognitive and affective benefits to students’ understanding of, beliefs about, and connections with mathematics. Further studies will be required to deepen the investigation into these benefits.

Acknowledgements

Thank you to Professor Sean Chorney for fruitful discussions on simulation-based MSJ activities, and for many constructive remarks on the writing of this article.

References

- Andrà, C., Parolini, N., & Verani, M. (2015). Using gambling simulators to foster awareness about gambling risks: A focus on emotions. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 1(1), 59–78.
- Asal, V., & Kratoville, J. (2013). Constructing international relations simulations: Examining the pedagogy of IR simulations through a constructivist learning theory lens. *Journal of Political Science Education*, 9(2), 132–143.
- Bernstein, B. (2018). On the classification and framing of educational knowledge. In R. Brown (Ed.), *Knowledge, Education and Cultural Change: Papers in the Sociology of Education* (pp. 363–392). Routledge. (Original work published 1973).
- Bishop, A. (1985). The social construction of meaning: A significant development for mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 5(1), 24–28.
- Bland, K. (2018, May 30). Blue eyes, brown eyes: What Jane Elliott’s famous experiment says about race 50 years on. *The Republic*. Retrieved September 15, 2022, from <https://www.azcentral.com/story/news/local/karinabland/2017/11/17/blue-eyes-brown-eyes-jane-elliotts-exercise-race-50-years-later/860287001/>
- Boaler, J. (2002). *Experiencing school mathematics: Traditional and reform approaches to teaching and their impact on student learning*. L. Erlbaum.
- Borasi, R., & Rose, B. J. (1989). Journal writing and mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics* 20(4), 347–365.
- Carraher, T. N., Carraher, D. W., & Schliemann, A. D. (1985). Mathematics in the streets and in schools. *British Journal of Developmental Psychology*, 3(1), 21–29.
- Chin, J., Dukes, R., & Gamson, W. (2009). Assessment in simulation and gaming: A review of the last 40 years. *Simulation & Gaming*, 40(4), 553–568.
- Freire, P. (2000). *Pedagogy of the oppressed* (30th anniversary ed). Continuum. (Original work published 1970).
- Finkel, D. (2020). *Math for Love*. Retrieved October 1st, 2022, from <https://mathforlove.com/lessons/games/>
- Gelman, A. (2003). Forming voting blocs and coalitions as a prisoner’s dilemma: A possible theoretical explanation for political instability. *Contributions to Economic Analysis & Policy*, 2(1), 13.
- Greenblat, C. S. (1973). Teaching with simulation games: A review of claims and evidence. *Teaching Sociology*, 1(1), 62–83.
- Gutstein, E. (2012a). Mathematics as a Weapon in the Struggle. In O. Skovsmose & B. Greer (Eds.), *Opening the cage: Critique and politics of mathematics education* (pp. 23–48). Sense.

-
- Gutstein, E. (2012b). Reflections on teaching and learning mathematics for social justice in urban schools. In A. A. Wager & D. W. Stinson (Eds.), *Teaching mathematics for social justice: Conversations with educators* (pp. 63–78). NCTM.
- Herrington, J., Reeves, T. C., Oliver, R. (2014). Authentic learning environments. In J. Spector, M. Merrill, J. Elen, M. Bishop (Eds.), *Handbook of Research on Educational Communications and Technology* (pp. 401–412). Springer.
- Jablonka, E., & Gellert, U. (2012). Potentials, pitfalls, and discriminations: Curriculum conceptions revisited. In O. Skovsmose & B. Greer (Eds.), *Opening the cage: Critique and politics of mathematics education* (pp. 287–308). Sense.
- Jones, R. & Bursens, P. (2015). The effects of active learning environments: How simulations trigger affective learning. *European Political Science*, 14(3), 254–265.
- Kuhn, S. (2019). Prisoner's Dilemma. In E. N. Zalta (Ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Winter 2019 Edition)*, <https://plato.stanford.edu/archives/win2019/entries/prisoner-dilemma/>
- Leonard, J., & Moore, C. M. (2014). Learning to enact social justice pedagogy in mathematics classrooms. *Action in Teacher Education*, 36(1), 76–95.
- Nash, J. (1950). Non cooperative games. Princeton University PhD dissertation. Reprinted in *Annals of Mathematics*, 1951, 54(2), 286–295.
- Núñez, R. E., Edwards, L. D., & Matos, J. F. (1999). Embodied cognition as grounding for situatedness and context in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 39(1), 45–65.
- Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, meta-cognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–371). Macmillan.
- Skovsmose, O. (2011). *An invitation to critical mathematics education*. Sense.
- Skovsmose, O., & Greer, B. (2012). Opening the cage? Critical agency in the face of uncertainty. In O. Skovsmose & B. Greer (Eds.), *Opening the cage: Critique and politics of mathematics education* (pp. 369–385). Sense.
- Szafran, R. F., & Mandolini, A. F. (1980). Student evaluations of a simulation game: Patterns in a large introductory sociology course. *Teaching Sociology*, 8(1), 21–37.
- Watson, A. (2021). *Care in mathematics education: Alternative educational spaces and practices*. Springer International.
- Zarestky, J., & Bigler, M. (2021). Reflective journaling in mathematics: Insights into the development of future teachers. *New Horizons in Adult Education and Human Resource Development*, 33(3), 52–65.

MATHEMATICS EDUCATIONS OF HELPLESSNESS

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DO DESAMPARO

EDUCACIONES MATEMÁTICAS DE LA INDEFENSIÓN

Júlio Faria Corrêa

(Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil)
correa.j@ufsc.br

João Ricardo Viola dos Santos

(Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Brasil)
joao.santos@ufms.br

Recibido: 04/07/2023

Aprobado: 04/07/2023

ABSTRACT

The main objective of this paper is to present a mathematics education of helplessness in a problematization movement of political affects. So, we produce a discussion about Circuit of Affects, by the Brazilian philosopher Vladimir Safatle, in which fear and hope are constituted as affects that paralyze us and prevent us from creating new forms of life. Helplessness could be constituted as an affect for us to move with the contingency outside the temporality of expectation. The Covid-19 pandemic is used as example for our considerations in the direction of presenting, in a first draft, three concepts to think/operate a mathematics education of helplessness: scale, belonging and border. A mathematics education with Gaia between humans and non-humans in becoming movements.

Keywords: mathematics education. helplessness. fear. hope. anthropocene.

RESUMO

O principal objetivo deste artigo é apresentar uma educação matemática do desamparo em um movimento de problematizações de afetos políticos. Assim, produzimos uma discussão a respeito do Circuito dos Afetos do filósofo brasileiro Vladimir Safatle, na qual medo e esperança se constituem como afetos que nos paralisam e nos impedem de criar novas formas de vida. O desamparo poderia se constituir como um afeto para nos movimentarmos com a contingência fora da temporalidade da expectativa. A pandemia da Covid-19 é utilizada como exemplo para nossas considerações na direção de apresentar, em um primeiro esboço, três conceitos para pensar/operar uma educação matemática do desamparo: escala, pertencimento e fronteira. Uma educação matemática com Gaia entre humanos e não-humanos em movimentos devires.

Palavras-chave: educação matemática. desamparo. medo. esperança. antropoceno.

El objetivo principal de este artículo es presentar una educación matemática del desamparo en un movimiento de problematización de los afectos políticos. Así, producimos una discusión sobre el Circuito dos Afectos del filósofo brasileño Vladimir Safatle, en la que el miedo y la esperanza se constituyen como afectos que nos paralizan y nos impiden crear nuevas formas de vida. El desamparo podría constituirse como un afecto por movernos con la contingencia fuera de la temporalidad de la expectativa. La pandemia de la Covid-19 se toma como ejemplo para nuestras consideraciones en la dirección de presentar, en un primer borrador, tres conceptos para pensar/operar una educación matemática del desamparo: escala, pertenencia y frontera. Una educación matemática con Gaia entre humanos y no humanos en el devenir de los movimientos.

Palabras clave: educación matemática. impotencia. miedo. esperanza. antropoceno.

Introduction

Brandan Reynolds, a South African Cartoonist, drew the following cartoon which gives us a possibility to talk about the Covid-19 in a different way. Not just from human perspectives in order to stay together, fight against this pandemic and continue to live our daily lives. Perhaps, this image helps us to doubt our way to produce our lives, our forms of life (Wittgenstein, 2009). The Covid-19 (just one example, maybe one that connects many nation-states and people around the globe) isn't the main problem, but just a symptom of our relationalities with human and non-human. If we go back to the beginning of the pandemic period, what if it could be a kiss? What was this? Was it possible at the beginning of the pandemic period? Quarantine, for who? Fear that pushed us to go to the supermarket and buy all food that was possible? Hope in order to produce strong forces to fight against the virus? What more is possible to produce with and beyond Reynolds' Cartoon?

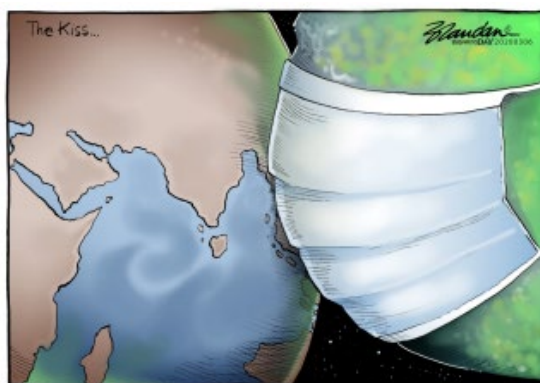


Figure 1: The Kiss (<https://brandanreynolds.com/2020/03/06/business-day-friday-6-march-2020/>)

In our recent histories the human being deals with major complexities, that we can summarize: economic inequality; ecological collapse; digital control; mobility of human and non-human in global scale. All the four complexities are linked and connect with ethical, economic, political and cultural issues. Covid-19 is connected with this and it has been produced in the neoliberalism global economy, inside the one fragile dichotomy between nature and culture.

In our view, in the field of mathematics education research, the Covid-19 puts a challenge to produce another mathematics education. The ideas, concepts, tools and the arguments of a mathematics education of fear and hope, doesn't help to deal with this new complexity situation. The Covid-19 pandemic affects our forms of life, our mobility in our community, our organization in the idea of nation state. How is it possible to deal with something that we don't see? How is it possible to deal with a non-human agency that puts most of the countries in a situation completely new?

The Social Turn (Lerman, 2000), Socio-political Turn (Valero, 2004; Gutiérrez, 2013) and Social-ecological Turn (Coles, 2022) offer important indications to consider other demands in the school environment, especially in math class as well as in math education research. But our discussions, we believe, are beyond that. Not in the way to indicate some political-economic-pedagogical strategies preceded before in the direction of one generalization. But, some invitations that disturb some scholar context in a singular way. The beyond isn't in the ideal direction. Although, nowadays (and maybe for a long time) we are not in a turn or in a crisis that we have the possibilities to improve or to deal with it. Humans and non-human live in a new geological epoch called Anthropocene and even if there is not an agreement among geologists regarding this new epoch, the emergence of this concept has had an important impact on humanities.

According to Latour (2017) we live in a world where energy expended from humans could be compared with the energy expenditure of volcanoes, or even with the impact of transformation made by plate tectonics. Anthropocene, i.e.,

.../ this geohistorical period may become the most pertinent philosophical, religious, anthropological, and – as we shall soon see – political concept for beginning to turn away for good from the notions of “Modern” and “modernity.” .../ No postmodern philosopher, no anthropologist, no liberal theologian, no political thinker would have dared measure the influence of humans on the same scale as rivers, volcanos, erosion, and biochemistry. (Latour, 2017, position, 2862-2867)

One implication to living in an Anthropocene epoch is that the idea of Mankind mastering nature is obsolete, even nonsense. Since we saw ourselves as a force of nature transforming it, humans can be seen as stones, volcanos, etc. So, the separation of nature and humans are no longer useful. Or, as Paul Valéry, after the Second World War, said: “We civilized, we know now that we are mortals”. Another implication to think that the Anthropocene is a naive distinction between human science and natural science. For instance, how historians are going to deal with Covid-19 and the implications of this non-human agent when they will report the history of our present time? Is it possible to ignore this force when reconstructing this period in the future?

With this idea of Anthropocene, we think that is important to consider the Gaia concepts, because, maybe, it is telling us (humans) something: Despite of you (humans) I have my autoregulated movements; You (humans) won't live your lives in the same way; You (humans) don't have control of me; and also you (humans) are going to need to pay attention on what I'm saying in order to make your political decisions. But it is important to consider that Gaia is not the Globe, but it is a political agency. The human and non-human are with Gaia, not in Gaia. According to Latour (2017)

Gaia is not a Sphere at all. Gaia occupies only a small membrane, hardly more than a few kilometers thick, the delicate envelope of the critical zones. Thus, it is not global in the sense that it would work as a system starting from a control booth occupied by some Supreme Distributor, surveying and dominating the whole. Gaia is not a cybernetic machine controlled by feedback loops but a series of historical events, each of which extends itself a little further – or not. Understanding the entanglements of the contradictory and conflictual connections is not a job that can be accomplished by leaping up to a higher “global” level to see them act like a single whole; one can only make their potential paths cross with as many instruments as possible in order to have a chance to detect the ways in which these agencies are connected among themselves. Once again, the global, the natural, and the universal operate like so many dangerous poisons that obscure the difficulty of putting in place the networks of equipment by means of which the consequences of action would become visible to all the agencies. (LATOUR, position 3316)

Gaia has its actions, movements and affects with humans and non-human, in an independent way of humans. In this way, we (humans) need to learn

.../ to become sensitive in turn to these multiple, controversial, mutually entangled loops. Those who are not capable of “detecting and responding rapidly to small changes” are doomed. And those who for whatever reason interrupt, eradicate, neglect, diminish, weaken, deny, obscure, discriminate against, or disconnect these loops are not merely insensitive or unreceptive. (LATOUR, Position 3332).

One way to be sensitive with Gaia, we believe, is to try to put in movement the temporality of helplessness's affect (in other ways and different of how fear and hope affect) in connection with these ideas of Gaia and the Anthropocene.

A predominant way to organize our political life is from affects of fear and hope. Fear about something bad that can happen with us and hope about something good waiting for us, at some point in the future. Fear and hope are both sides of the same coin and they are produced in a temporality of expectation, that is, we expect that at some point in the future something bad or good is going to happen. The problem is that this expectation puts our lives in a static attitude, incapable of producing some transformations or even thinking in a different way.

Then, in this particular picture about our contemporaneity, the Covid-19 Pandemic, that we produce and are produced at the same time, we tried in this paper to bring up an interesting discussion of the Brazilian philosopher Vladimir Safatle about Circuits of Affect. Our idea is to use these concepts, specifically, fear, hope and helplessness to produce a discussion in the field of Mathematics Education. We regard that this discussion could be done in other scholar fields.

The Covid-19 produces a big fear, because the virus is unfamiliar to the way that humans organize their life. On the one hand, it is possible to produce tools to solve, or even deal with it (put the population in lockdown; produce news medicines and, at least, produce news vaccines. It is important to detach that we agree with these strategies, based in knowledge and science, are important and necessary). These strategies operate in a way which the affects of fear and hope organize our action. In this way these actions do not put in doubt the capitalist system and also the Eurocentric values of life. In the end of this situation, humans will solve the problem and they will go back to their daily life. On the other hand, we propose a different discussion: the Covid-19 is a symptom of dominant strategies of contemporary capitalism (we would like to highlight that some research in mathematics education is produced in a way to maintain and reproduce the contemporary capitalism system). It is a symptom of our forms of life based on binaries that put our life in some boxes: human/non-human; culture/nature; mind/body, interior/exterior; male/female; and so on and so far.

Then, our argument is that the helplessness affect offers us an opportunity to deal with this symptom in a different way. Instead of just to dealing and solving the virus problem, we can try to deconstruct these binaries and produce different logics and narratives to organize our forms of life as well as our practice in math class and in the research field. A false problem is to think that if we know mathematics (ideas, content and procedures) we have conditions to deal in a better way with the problem. Most of the tendencies in math education try to create a more contextualized math with the aim to prepare the student to deal with real situations (problem solving, math modeling, technologies, etc.). But the point is that this contextualized math is a creation of school, it's not the world itself that is problematized, it is a simulation, a kind of model.

As we don't know about the global problems or crises that will appear in the world, each day more unpredictable, inside the complex relationality between human and non-human; as we don't know what knowledge will be necessary to the next generation regarding, for instance, ecological collapse, digital control, urban mobility, and so on and so forth, maybe is impossible, or even very difficult, to produce and predicate a mathematics education to this world. Then, a possibility is to think and to produce a way to deal with the contingent, the chance, the things that are impossible to predict, that we could not expect. From contingency, we could produce other forms of life, instead of trying to go back, to recreate an old and unsustainable form of life. In our field, specifically, produce mathematics educations others.

In this paper, we argue that classical mathematics education (with the fear and hope affects, most of time) produced in order to improve teaching and learning mathematics, concerned with mathematics for all, in a way to produce a meta-narrative to solve all the problems of the world is to avoid the real problem. Then, we propose a mathematics education of helplessness. Our political project in this paper assumes an institutional education with possibilities to discuss and problematize major complexities in our contemporary society, take an exemplary example: the Covid-19. Our exercise in the field of

Mathematics Education is to bring a political discussion of Safatle (2015, 2017), in a way to produce other narratives, logics, temporalities and, with this, different forms of life. Not in direction of remembering the rhetorical narratives of modernity such as improvements, developments, but on the other hand: offer spaces, times and mattering for a mathematics education of helplessness; narratives that are incompatible to capture and control.

Circuits of affects: fear, hope, helplessness and political bodies

The Enlightenment promise was that with the rise of Science, guided by a Reason that would act as a judge of last resort in deciding what is (or is not) true, we would reach a peaceful and egalitarian world where decisions for the sake of all would be taken from Science and Reason. A few centuries later, we see clearly that neither science has managed to guide humanity to an idealized situation and that neither science is guided by a Reason, with a capital "R".

This does not mean that the sciences should be left out, nor that classical logic, dialectical logic or paraconsistent logic don't play an important role in the different scientific rationalities of our contemporary society. However, we can see, more and more clearly, that the directions taken by different social groups, or forms of life, are not guided only by so-called rational or logical arguments. These directions have been taken from a certain rationality of circulation of affect. It may seem strange to bring the issue of affects into a scientific debate, given that in common sense, affections and feelings are opposites to Reason, and we must never base our decisions on them.

In the book "The circuits of affect: political bodies, helplessness and the end of the individual" the Brazilian philosopher Vladimir Safatle seeks to problematize how politics not only deals with the rules of circulation of goods, merchandise and people, but also determines the ways of circulation of affect. Safatle (2015) seeks to defend that far from a psychological irrationalism, it is possible to understand a rationality of circulation of affects.

Sum up the analysis of affections, initially, we could imagine that hope affect in a more interesting way politics, than fear, however, both have the same temporality of expectation that something (good or bad) happen in the near or distant future. Both hope and fear, in the Safatle perspective, would tend to create a certain immobility in the political field, because instead of being able to act creatively to solve problems assuming our contingency, we would tend to immobilize ourselves in the face of the expectation that something (good or bad) would happen. According to Safatle (2015)

Always the waiting time that takes us away from the potentiality proper from the moment. Perhaps, therefore, the political body that hope and fear are capable of producing is always the modality of a providential political body. The body constituted by the hopeful belief in a providence to come or the depressed and frightened body of a providence lost or never achieved (SAFATLE, 2015, p. 21)

If, on one hand, under the aegis of hope, we tend to act in a way that postpones our actions in the expectation that a force of support will come to solve our problems, on the other hand, fear puts us in a melancholy position of those who believe that the best of the worlds occurred in the past and that we missed this opportunity, leaving us with depressive paralysis as a form of inaction.

To offer another exemplary example in the field of Mathematics Teacher Education in Brazilian context, there is a belief that if we offer disciplinary knowledge for the prospective teacher, when he/she will arrive in the classroom (Secondary or High School), he/she will have the necessary instruments to deal with classroom demands. It is not surprising that we currently have many cases of sick and depressed teachers, with their bodies immobilized in the face of the challenges in the contemporary times. Fear also prevails in school institutions: fear of being reprimanded, of not fulfilling the projected curriculum, of not coping with the numerous problems that school education presents, of not surviving with salary of a teacher. But would it be possible to get out of this circuits of affect in which fear and hope constitute the bodies of teachers? If possible to deal with Covid-19 based on helplessness?

In the political field, as an alternative to fear and hope, Safatle presents the effect of helplessness as a possibility to overcome the realities built. Safatle seeks the effect of helplessness in Sigmund Freud psychoanalysis, showing an ambivalence of this affect. If, on the one hand, helplessness is seen socially as something negative to be avoided, on the other hand, it is precisely the concealment of this affection, through narratives of demand for care that end up demeaning the other, which would be the problem to be addressed fought. Only helplessness could create new bodies that were not linked to covering up the absence of the Other.

The helplessness creates bonds not only through the transformation of all openness to the other in demands for protection. It also creates bonds by dispossession and by absorbing contingencies. To be helpless is to allow oneself to be open to an affect that disposes of the predicates that identify me. For this reason, affect that confronts me with an impotence that is, in fact, a way of expressing the collapse of powers that always produce the same acts, always the same agents (SAFATLE, 2015, p. 26).

Safatle seeks to show is the positivity of helplessness affect in deconstructing forms of life that make it impossible to create new ways of acting in the world, not by searching for an identity force that guides these actions, but, precisely, by a force of destitution of ourselves, allowing new forms of action in the world to be conveyed without fear or hope, that is, expectation of what kind of new identities may arise.

We believe that this affect (like all these discussions) can be moved in the fields of mathematics education, especially in our contemporaneity time. Helplessness offers us a possibility to get out of the prescription movement of mathematics education research (not all, but very frequently). Perhaps, operating from helplessness is an attempt to escape the idea that we should solve the problems in the world, which we take for granted that our forms of life are good and interesting and it has been improved over the years. There is no interior or exterior, human and non-human, nature and culture. These binaries do not make sense in the Anthropocene and just put the human being in a place of superiority to affect and control the world. If the Covid-19 is a symptom it could be a possibility not just to solve the problems of spread of virus, death of peoples, and so on. It is a possibility to put our forms of life in doubt and maybe we can produce, from helplessness, other worlds, other forms of life. Not forms of possible lives, but unimaginable. According to Safatle (2015)

when we open the doors of time with its uncontrolled and anomalous pulsations, its multiple forms of presence and existence, then we will once again be able to explode the limits of experience and do what until then appeared as impossible to become possible (SAFATLE, 2015, p.130).

In order to a Mathematics Education of Helplessness

To think mathematics education of helplessness is to consider the urgency of creating new forms of life in order to overcome the destruction of earth caused by the capitalist mode of production. Is to problematize which kind of mathematics helps us to build these new forms of life. If we continuous to think about how to teach (mathematics) better - to improve learning, to do more contextualized math -, we are going to continuous to stay acting inside the paradigm of modernist enlightenment, which is, to believe that improvement of (modern) science will improve our forms of live, we are going to continuous acting based on duality nature/culture (human/non-human), believing that we humans are going to (in a closer or far time) master non-humans.

So, how to act in a different paradigm, in a different way? If we could escape from fear (of the end of times) and hope (to go back to normal life), we could find ourselves helpless and open to the urgency of the moment. At this point it is good to make a remark: we are not being naive here, supporting some discourses which are circulating, for instance, during the pandemy, which says that humanity is going to change, that capitalism is going to fall apart. We know that any possible change is not going to happen spontaneously by some sort of awareness from the invidious. Any kind of structural change only is going to happen if we make deliberate and collective decisions.

Then, to be helpless, to act from the urgency of the moment, is to not expect a paternal figure, any kind of savior which would help us to go back to security, to a familiar environment. We are going to try to sketch these operating with tree concepts, in a first draft, which should be regarded as examples: scale, belonging and border. These concepts should not be seen as a new element to a new school curriculum. They are experimentations, some drafts, that we bring together, with our contingency, in this singular moment of our life. Our attempt is to provide some lines and outlines of these concepts not in order to fix one single characterization, but to provide an opportunity to produce other concepts of mathematics education of helplessness.

Normally, the concept of scale is featured as a constant ratio which allows a comparison. We could operate this concept like major or minor amplitude variations, a more precise picture of reality. A deployment of it, could be a political strategy to think globally and act locally as suggests Walter Mignolo's book. Still, a concept of scale from a mathematics education of helplessness should not be regard only as a way to deal of local or global problems, in order to search for precision or a comparison of amplitude, but also as a way to understand and unfold the implications of a chosen scale opens to a particular situation.

When we do a characterization of the concept of scale in such way, there is no possibility to determine a comparison ratio or a measurement unity as a political strategy to measure or denote a phenomena. It is not about build, test and calibrate a scale and then produce an effect, but instead, to do a composition with variations and readings of implications and possibilities that happens when we use such scale.

As we look to Covid-19 with such idea, it doesn't mean only to isolate people in their houses, control the flights between countries, realize massive testing and, in the last instance, make an economical race seeking the vaccine. Maybe, it means to put in check nation state scale, because it is constituted in the temporality of fear and hope. Covid-19 doesn't choose the nationality of who is going to be infected. How it would look like a concept of scale in this context? Number of infected? Number of deaths? How does this scale show which social relationship had been transformed? How does such scale deals with domestic violence, increased by mass social confinement?

Another concept from a mathematics education of helplessness could be the belonging. The idea of belonging to a country or to a cultural group is related to a bond with values, principles, believes which can traced in the traditions of such a group. The interactions between different groups has as a limit the identity process which maintain and differs these, principles, values and believes, its form of life. However, a concept of belonging could be built not by identity process but by relations in which identity is not build a priori. A concept of belonging could be build oriented by a politics of indifference, which means, as Safatle says that “/.../ politics un-identify the subjects from its cultural differences, it delocalizes themselves from their nationalities and geographical identities, in the same way that it de-individualize from their psychological attributes” (2015, p. 354).

How to think in a concept of belonging in order to deconstruct the idea of belonging to a nation state and to see our belonging to earth in a different way? How to think belonging understanding ourselves as humans and non-humans in Gaia, without the idea that we are humans for any country?

A third concept from mathematics education of helplessness could be border. Often, a characterization of this concept obeys a logic that your space ends where mine begins. In this way, an alleged identity self-arbitrate in which way and which place a border creates separations, hierarchization, and frequently exclusion. A concept of border in the logic of hope and fear makes impossible the circulation of people from different geo-spacial regions. For instance, in Brazil during 2020 in the pandemic times, border operate by one side with the rich people with high chances of survival and by the other the poor people with few or no chances of survival.

In a mathematics education of helplessness, a concept of border could be built beyond the idea of limit that distinguish inside from outside, interior from exterior. A border could be seen as a possibility. Not

as a way to reinforce identitarian process build inside borders that constrains, like, for instance, infected and not infected humans.

Just to give an example, in almost every country which suffers with Covid-19 Pandemic there have been a repeated recommendation to people stay home. In Brazil, health professionals took a picture with the message: “We are here for you, stay home for us”.



Figura 2: Nós estamos aqui por você. Fique em casa por nós.

(<https://g1.globo.com/ba/bahia/noticia/2020/03/21/profissionais-da-saude-da-bahia-fazem-apelo-nas-redes-sociais-fique-em-casa-por-nos.ghtml>)

Such recommendation constitutes itself as a border, a limit to separate people and to try to put them in a less dangerous situation. It considers a priori that everyone has a house and that this house has the ideal conditions. So, this border is announced as a way to save us, it was built in the logic of fear, of the expectation of saving ourselves. However, this border ignores that lots of people around the world has not this ideal house or no house at all. What we want to highlight is that the recommendation ignores the real situation of most of people in so many countries. they can't stay home, or because they have no home, or because they have to go out to obtain the means to stay alive, to buy the daily bread. To be in the logic of helplessness is not to have pity of poor people, but to ask why I have the conditions to stay home, and there are lots of people who hasn't? How can I ask people to stay home, if we never take really serious as society that being homeless is a historical problem that we ignore or best we have said some words in its defense? If on one side the border as limit classifies, separates, excludes (and protects a few in Covid-19 times), on the other side, border as a possibility offers a form to affect and transform our forms of life.

These three concepts are interrelated and show us some line and outlines. They do not seek permanency, they are not basilar or unique. They serve as possibilities to create different concepts for others mathematics education of helplessness

And the day after of Covid-19? What will the mathematics teachers do? What research will be produced? The mathematics teacher (or math educators) go to their class and teach the same (universal) mathematics, in the same traditional way (or even in the new and more contextualized way of teaching), or will we really try to problematize how to deal with real life using different mathematics? If we just solve the problem, in the next year the Covid-19 won't be a so dangerous global problem, because we have some new vaccines. But we are going to lose a huge opportunity to produce mathematics educations others. When, we have nothing more to do than wait could also mean that all conditions to deep modifications are already present, know how to perceive them is sufficient. We don't need to restore the time of utopia, we need, in fact, to have a more complex view of the tensions and tendencies which are operating on the present (Safatle, 2015).

In this way, these complexity tensions and tendencies, most of time happen in a contingency and chaotic situation. For this, concepts of a mathematics education of helplessness could be interesting. Then, one possibility is to personalize the Covid-19 and find a way to “talk” to it in order to produce new forms of

life, new schools, new strategies to deal with binaries (maybe overcomes it); try to produce other concepts for scale, belongings and boundaries. A mathematics education in becomings movements. As Ailton Krenak, an indigenous Brazilian, point out in his book “Ideas to postpone the end of the world”,

When we depersonalize the river, the mountain, when we take from them, their senses, considering it an exclusive attribute of humans, we liberate these places in order for them to become residues of industrial and extractive activities. From our divorce, from integration and interaction with our mother, the Earth, it turns out that she is leaving us orphans, not only those who in different degrees are called by Indian, indigenous or indigenous people, but everyone. I hope that these creative encounters that we are having the opportunity to maintain, encourage our practice, our action, and give us courage to move from an attitude of denial of life to commitment with life, in anywhere, overcoming our disabilities to extend the vision to places beyond those to which we are attached and where we live, as well as sociability ways and organization from which the large part of human community is excluded, which ultimately expand all the strength of the Earth to supply the demands of merchandise, security and consumption (Krenak, 24-25, 2019, our translation).

References

- Coles, A. (2022). A Socio-Ecological turn in Mathematics Education: Reflecting On Curriculum Innovation. *Paradigma*, 43(1), 207-228. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2022.p207-228.id1168>
- Gutiérrez, R. The Sociopolitical Turn in Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 44, No. 1, Equity Special Issue (January 2013), pp. 37-68.
- Latour, B. (2017). *Facing Gaia*. Polity Press.
- Lerman, S. (2000). The social turn in mathematics education research. In J. Boaler (Ed.), *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning* (pp. 19–44). Westport, CT: Ablex.
- Krenak, A (2019). *Ideias para adiar o fim do Mundo*. São Paulo: Companhia das Letras.
- Mignolo, Walter D. *Local Histories/Global Designs: Coloniality, Subaltern Knowledges, and Border Thinking*. Princeton University Press, 2000.
- Safatle, V (2015). *O Circuito dos Afetos: Corpos Políticos, desamparo e o fim do indivíduo*. Belo Horizonte: Autêntica Editora.
- Safatle, V (2017). Fear, Helplessness, and Political Bodies as Circuits of Affect: Freud on Social Emancipation. *The Undecidable Unconscious: A Journal of Deconstruction and Psychoanalysis*, v. 4, p. 67-91.
- Valero, P. (2004). Socio-political perspectives on mathematics education. In P. Valero & R. Zevenbergen (Eds.), *Researching the socio-political dimensions of mathematics education: issues of power in theory and methodology* (pp. 5–24). Boston: Kluwer.
- Wittgenstein, L. (2009). *Philosophical investigations / Ludwig Wittgenstein ; translated by G.E.M. Anscombe, P.M.S. Hacker, and Joachim Schulte. — Rev. 4th ed. / by P.M.S. Hacker and Joachim Schulte*.

CONVEYING DIFFERENT TYPES OF VALUES VIA MATHEMATICAL TASKS

TRANSMITIR DIFERENTES TIPOS DE VALORES A TRAVÉS DE TAREAS MATEMÁTICAS

*TRANSMITIR DIFERENTES TIPOS DE VALORES POR MEIO DE TAREFAS
MATEMÁTICAS*

Cornelia Plunger

(University of Klagenfurt, Austria)

cornelia.plunger@aau.at

Anahit Yenokyan

(Armenian State Pedagogical University after Kh. Abovyan, Armenia)

anahit19xy@gmail.com

Recibido: 05/07/2023

Aprobado: 05/07/2023

ABSTRACT

The purpose of this paper is to analyse possibilities of including and conveying a variety of values in teaching mathematics through tasks in terms of their openness. In the first part of the introduction we present the theoretical ideas about values in mathematics education by Bishop and Lim & Ernest. The second part of introduction sets out the reasons why an emphasis on values seems advisable. Mathematics is not commonly associated with a variety of values. However, for mathematical education an orientation towards societal demands appear relevant. Scholars like Skovsmose and Fischer alike demanded the development of a reflecting ability. Some national state curricula depict some of the societal demands by calling for an orientation towards general values for all school subjects, but in this we see discrepancies to practiced teaching. The section “Tasks and Values” relates to justifying why tasks appear to be a useful means of influencing mathematics education. Several scholars have already investigated the possibilities of different task-types for teaching values. Here we connect this purpose to tasks characterized by their varying openness. As teachers are essential to unfold the potential of tasks, the present analysis is intended to give them concrete ideas for mediating values in mathematics classes. In the main part we analyse traditional tasks from ancient textbooks, with experiences in Armenian classes, as well as an open task with experiences of Austrian students in partner work. The discussed tasks provide opportunities for mathematical values like control, openness and for epistemological values as well as for more general values like self-confidence, mutual respect, justice and mathematics educational values like accuracy and consistency. In conclusion, the encouragement towards discussions among and with the students during the solving process of the task appears to be essential. Our experiences show that students mainly react positively towards such discussing activities. This could be a motivation for teachers to take up this issue besides of idealistic reasons.

Keywords: mathematics teaching. tasks. social values. epistemology. mathematics education.

RESUMO

O objetivo deste artigo é analisar as possibilidades de incluir e transmitir uma variedade de valores no ensino da matemática por meio de tarefas em termos de sua abertura. Na primeira parte da introdução, apresentamos as ideias teóricas sobre valores na educação matemática de Bishop e Lim & Ernest. A segunda parte da introdução apresenta os motivos pelos quais a ênfase nos valores parece aconselhável. A matemática não é comumente associada a uma variedade de valores. Entretanto, para a educação matemática, uma orientação para as exigências da sociedade parece ser relevante. Estudiosos como Skovsmose e Fischer exigiram o desenvolvimento de uma capacidade de reflexão. Alguns currículos estaduais nacionais retratam algumas das exigências da sociedade, ao exigir uma orientação para valores gerais para todas as disciplinas escolares, mas nisto vemos discrepâncias no ensino praticado. A seção “Tarefas e Valores”, está relacionada com a justificativa de o porquê de as tarefas parecem ser um meio útil de influenciar a educação matemática. Vários estudiosos já investigaram as possibilidades de diferentes tipos de tarefas para o ensino de valores. Aqui conectamos este propósito às tarefas caracterizadas por seus vários modos de abertura. Como os professores são essenciais para desdobrar o potencial das tarefas, a presente análise pretende dar-lhes ideias concretas para a mediação de valores nas aulas de matemática. Na parte principal, analisamos tarefas tradicionais de livros antigos, com experiências em aulas na Armênia, bem como uma tarefa aberta com experiências de estudantes austríacos em trabalhos em parceria. As tarefas fornecem oportunidades para valores matemáticos como controle, abertura e para valores epistemológicos, bem como para valores mais gerais como autoconfiança, respeito mútuo, justiça e valores educacionais matemáticos como precisão e consistência. Em conclusão, o incentivo para discussões entre e com os alunos durante o processo de resolução da tarefa parece ser essencial. Nossas experiências mostram que os alunos reagem principalmente positivamente a tais atividades de discussão. Isto poderia ser uma motivação para que os professores assumam esta missão para além de razões idealistas.

Palavras-chave: ensino de matemática. tarefas. valores sociais. epistemologia. educação matemática.

RESUMEN

El objetivo de este artículo es analizar las posibilidades de incluir y transmitir diversos valores en la enseñanza de las matemáticas a través de tareas en función de su apertura. En la primera parte de la introducción presentamos las ideas teóricas sobre los valores en la enseñanza de las matemáticas de Bishop y Lim & Ernest. En la segunda parte de la introducción se exponen las razones por las que parece aconsejable hacer hincapié en los valores. Las matemáticas no suelen asociarse a una variedad de valores. Sin embargo, para la educación matemática parece pertinente una orientación hacia las demandas de la sociedad. Estudiosos como Skovsmose y Fischer exigían el desarrollo de una capacidad de reflexión. Algunos currículos estatales nacionales describen algunas de las demandas sociales pidiendo una orientación hacia valores generales para todas las asignaturas escolares, pero en esto vemos discrepancias con la enseñanza practicada. La sección "Tareas y valores" se refiere a la justificación de por qué las tareas parecen ser un medio útil para influir en la educación matemática. Varios estudiosos ya han investigado las posibilidades de distintos tipos de tareas para la enseñanza de valores. Aquí relacionamos este propósito con tareas caracterizadas por su diferente apertura. Dado que los profesores son esenciales para desplegar el potencial de las tareas, el presente análisis pretende darles ideas concretas para mediar los valores en las clases de matemáticas. En la parte principal analizamos tareas tradicionales de libros de texto antiguos, con experiencias en clases armenias, así como una tarea abierta con experiencias de alumnos austríacos en el trabajo en pareja. Las tareas analizadas proporcionan oportunidades para valores matemáticos como el control, la apertura y para valores epistemológicos, así como para valores más generales como la

confianza en uno mismo, el respeto mutuo, la justicia y valores educativos matemáticos como la precisión y la coherencia. En conclusión, el fomento de los debates entre y con los alumnos durante el proceso de resolución de la tarea parece ser esencial. Nuestras experiencias demuestran que los alumnos reaccionan positivamente ante estas actividades de debate. Esto podría ser una motivación para que los profesores se ocupen de este tema, además de por razones idealistas.

Palabras clave: enseñanza de las matemáticas. tareas. valores sociales. epistemología. educación matemática.

Introduction

In this paper our considerations are based on the definitions of values according to Bishop and Lim & Ernest. Bishop (2001) stated that “values in mathematics education are the deep affective qualities that education fosters through the school subject of mathematics” (p. 94). He categorized the values in the mathematics classroom into three groups: the general educational, the mathematical, and the mathematics educational. General educational values are not mathematical in nature and they “often have moral overtone and are essential for the maintenance and enhancement of the social fabric” (Bishop et al., 1999, p. 7). Mathematical values have been identified into three complementary pairs: rationalism and objectism, control and progress, openness and mystery (Bishop et al., 1999). Finally, the third group of values in the mathematics classroom reflect the values, which are both mathematical and educational (Bishop et al., 1999). Lim & Ernest (1997, p. 39) group the values into three categories:

- (i) Epistemological values – values involved with the acquisition, assessment and characteristics of mathematical knowledge and in epistemological aspects of the processes of teaching and learning mathematics, such as accuracy, systematicity and rationality. (ii) Social and cultural values – values which favour or support the social group or society and which concern the individual’s duty to society as related to mathematics education. Examples from this category are co-operation, justice and appreciation of the beauty of mathematics. (iii) Personal values – values affecting the individual as a learner and as a person, such as patience, confidence and creativity.

Values are often linked to a specific culture in which these values are acted. Mathematics as a science and practice is not commonly associated with a variety of values. In the Britannica dictionary we can find a general description of how mathematics is conceived, and according to that mathematics is dealing with logical reasoning and quantitative calculation and involving an increasing degree of idealization and abstraction in its development (Folkerts et al., 2022). This is in line with the view that mathematics is particularly connected to epistemic and aesthetic values (Skovsmose, 2020b).

As for school subjects in general, for mathematics education an orientation toward scientific practice is common. These approaches are criticized (rightly in our view) in the scientific debate regarding (mathematical) education focusing on the development of our society. Fischer (2012) and Skovsmose (2020a) elaborated their critique regarding their demand for reflective competence: Fischer (2012) considered the role of school education not in training specialists, but primarily in educating members of our society who are able to communicate, make decisions and judgements, and perhaps also to be critical. He stated that the approach to let the learners “do a little bit of what experts do” (p. 14) would not contribute to developing required reflection skills. Skovsmose (2020a) explicitly rejected mathematical activity as practiced at universities as a role model for mathematics education because in mathematical philosophy he sees a vacuum towards ethical issues. This would provide a too narrow scope for reflection on the effects of mathematics, caused by focusing on intrinsic quality criteria and neglecting the context in which mathematics operates. This might limit mathematics education as providing too little potential for reflection.

Similarly, an orientation towards values in mathematics education cannot be justified by an orientation towards values inherent in mathematics. This is consistent with various national states curricula, which prescribe the teaching of values. For example, the curriculum for general secondary schools in Austria

mentions “acceptance, respect, mutual esteem, and the ability to discourse”, but also the “development of self-confidence” and the “assumption of social responsibility” (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2023, p. 8, translated by CP). These kinds of values can be considered as general values in Bishop’s terms as well as social and cultural or personal values according to Lim and Ernest given above.

From our experience, we know that mathematics teachers have difficulties in teaching values, which they hardly can associate with mathematics in their lessons. For this reason, we would like to discuss here some tasks with regard to their potential to convey values, taking into account their different levels of openness. Selected student work is also included to provide a deeper insight into practical realisations. This exemplary elaboration should also serve as a proposal to the discussion in the MES community.

Tasks and values

In this article, we focus on mathematical tasks, as working on tasks is a central part of mathematics education. The importance of tasks for providing learning opportunities in mathematics has been demonstrated in various studies (see, for example, Sullivan et al., 2013, p. 14). Several scholars see tasks and their solving process as a way to educate values in the teaching process of mathematics. Taplin (1998) suggests problem solving as an approach to educate for human values, as it allows enhancing logical reasoning, being able to apply rules appropriately, or to create own rules, experiencing the full range of emotions associated with various stages of the solution process. In another paper she describes the types of problems, whose solving can enhance human values, and gives some suggestions of how it can be used in the mathematics program (Taplin, 2020).

Teaching values via the problem-solving approach in mathematics has been discussed also by Algani (2019), who connects solving of tasks with enhancing educational values such as friendship and cooperation, responsibility and self-reliance, innovation and social-engagement.

Daher (2020) discusses how to encourage the prevalence of moral and democratic values in the mathematics classroom and represents the results of his research, which indicate that values and democratic practices in mathematics classroom could be cultivated through taking care of the mathematical activity which needs to be rather open and encourage multiple solutions.

Mikaelian (2011, 2018) discusses the connection of values in general, and moral values in particular, with mathematics education. He shows that mathematics education has a great potential for the formation of values. Besides, in his textbooks of algebra he paid attention on the choice of applied background, anchoring it completely on national and universal values.

Consequently, one of the effective ways for the formation of values in the teaching process of mathematics is the inclusion of mathematical tasks which in their contexts include manifestations of specific values, are real-life problems, or are open tasks. Such tasks enable discussions between students, and teachers and students, they help to promote for developing students’ abilities, values, beliefs and attitudes (see Yenokyan, 2019). The purpose of this paper is to analyse the opportunities for conveying values in relation to the openness of a task. Open tasks give students room for decision-making, as the product that is created in the processing of the task is not exactly given. With this definition we are in line with Pehkonen (2017, p.10).

In the literature, open tasks are often linked to desired mathematics learning. The opportunities of such tasks can be found in their potential to provide challenges for all students (see Sullivan, 2013, p. 137). In providing the freedom of different approaches, students might more easily find their own starting points for the task and work on them. Different approaches provide different answers, and in their differences, they can still be judged as appropriate. Finally, the collection of the different results provides the whole class with the opportunity to get to know several approaches, as well as to compare, examine, defend and clarify them, in that way further developing their own knowledge. Nevertheless, these

opportunities are not necessarily fulfilled. It must be emphasised that the teacher's role and knowledge are essential to unfold the potential of tasks in the classroom, together with the students (ibid, pp. 15–18). Especially when students have little or no experience with open tasks, they may be overwhelmed by the range of possible starting points or they do not see the range of possible answers. In such situations the teacher is required to provide enabling or extending prompts. The collection of the results is also demanding for teachers as specialised pedagogical content knowledge is necessary.

In the context of teaching values in mathematics classes, we want to consider the opportunities but also the constraints of open tasks. A certain openness of tasks can provide opportunities for several values discussed by Bishop et al. (1999) and Lim & Ernest (1997). In this paper we would like to concentrate on tasks as examples with regard to the teaching of some of these values in mathematics lessons.

Examples of tasks

The first three of the following examples were produced in Armenian schools during an experimental lesson. The fourth example was carried out in interviews with Austrian students in partner work. These two different perspectives have in common that they give the opportunity to open discussions in mathematics lessons and so offering to the students to share their attitudes. Additionally, the different tasks provide the chance to elaborate on various forms of openness of tasks.

The first task is a “closed” task from an ancient Armenian textbook of Papikéan (1875, p. 152, task 49, translated by AY), published in Venice:

A rich man bequeathed $\frac{1}{100}$ th of what he had to the church for renovation, 200 liras [note: former Italian currency] less than that to the school, and 200 liras less than the money he left to the school he bequeathed to the hospital. After giving these commandments, the heirs were left with $\frac{39}{40}$ of the property. How much lira was the property?

Usually teachers treat tasks like this as a closed task, bringing it to the classroom when students already know how to set up and solve equations. When teachers encourage students making explanations about their solving method and justifying their answers, it could be ground for the formation of mathematical values of control and openness mentioned by Bishop et al. (1999). When teachers encourage students to write their solutions accurately and being consistent during the solving process, could promote for the formation of mathematics educational values such as accuracy and consistency mentioned by Seah et al. (2001). Besides of using only the numbers mentioned in the task, setting up the appropriate equation and solving it, teachers could treat this task more openly by taking into consideration the context on two different levels. First by referring to the antiquity of the tasks: a historicization (cf. Mikaelian & Yenokyan, 2021) could enhance the interest of students as well as refer to Armenian heritage. Second, by encouraging a discussion about the values of kindness, duty, gratitude and democracy. Additionally, questions like “What would you do instead of this rich man? How would you share the money and why?” could contribute to the openness of the task. In this way, all students regardless of their mathematical knowledge can participate and express their opinions about their choices. When discussing general values such as kindness, duty, gratitude and democracy, we consider a differentiated attainment: one could designate the man as kind because of providing some part of his money for welfare. On the other hand, one could refer to an actual discussion in Austria about inheritance taxes, taking the position that what happens with a big amount of money should be democratized (see Nimmervoll, 2021). Eventually, such discussions could contribute to recognizing mathematics as a collection of tools to execute calculations, but we decide which calculations to choose according to our value system.

The next examples refer to arithmetic. Their solving processes could be helpful for the discussion and for the formation of the value of justice. J. Rawls (1999), in his *Theory of Justice*, discusses equalizing and distributive principles of justice. The following tasks show how these principles can be addressed. The first one is taken from Aghamaleants (1781, p. 196, translated by AY) and refers to the distribution of benefit in an economic context.

Petros, Poghos and Hovhannes made friends in business and invested a certain amount of money together. Petros invested 1000 dahekan [note: ancient currency], Poghos 2000 dahekan and Hovhannes 3000 dahekan. They got 1800 dahekan as a benefit and wanted to share among each other. Find out how much dahekan each one has to get.

This task was worked on by students in an experimental lesson in the context of Yenokyan's (2019) doctoral thesis. At first, most of the students (aged 12 to 13) said "we have to divide 180 to 3, so each one will get 60 dahekan". However, after highlighting the different amounts of investments, they came up with the idea to apply proportionality. However, during the solving process, they had the opportunity to discuss these two options within the given context, including argumentations of the two principles of justice. For promoting students' skills of solving this kind of tasks, the following variation of the task was offered:

Armen, Arman and Artur [note: the names were chosen instead of A, B, C] made friends in business and invested a certain amount of money together. Armen invested 24000 dahekan, Arman 30000 dahekan and Artur 36000 dahekan. They got 3000 dahekan as a loss and wanted to share among each other. Find out how much loss of dahekan each one has to get. (Papikyan. 1863, p. 466, translated by AY)

Expecting, that all students would choose the proportionality, because of the similarity of the two tasks, Narek (all names changed) used the chance to open the task in regard of his moral considerations. He argued to use equalizing justice, so each person would have the loss of 1000 dahekan. Being asked for justification, he responded:

Yes, in the case of previous task and also, in this case it will be MATHEMATICALLY correct, if we use distributive principle of justice [note AY: he referred to proportionality], but I don't want to choose it, because if I were Armen, I would offer to divide the loss equally, because when you lose something in your business it is very difficult and terrible, and if we are true friends we have to stand by each other and support each other during difficult situations. This is a true friendship for me. (Translated by AY)

Narek's statement gave the opportunity to discuss the value of friendship in class plenary. This shows a possibility to redesign the question of the task and make it more open, for example "Which option would you choose to divide the loss and why?".

Friendship is also an issue of the next task, titled "Facebook friends" (Plunger, in press). It takes up the content area of descriptive statistics:

In order to indicate a representative, characteristic value of a data series, measures of centre such as the arithmetic mean, the median, or the mode are used in descriptive statistics (among others). For a study, a suitable mean for the number of "Facebook friends" of all Austrian Facebook users shall be specified. Explain which of the above measures of centre you find most suitable for this purpose.

The aim of the task is to give arguments for a choice that are comprehensible and mathematically correct in the given context of Facebook friends. The task is open in regard of the answer, as students are free to choose one or more of given measures of centre, although the choice not to use any of the given measures is not really given. In terms of the method, the task is also open: the argumentations can refer to reasons for excluding a central measure, or to why a chosen one is particularly suitable. It doesn't matter whether the learners first deal with the mathematical concept or the described context, or immediately relate both to each other. However, the considerations should include both mathematical (e.g., related to the data type) and contextual aspects (e.g., the meaning or interpretation of a central measure in the context).

Pairs of students from the 8th grade (aged 14 to 15) worked on this task during clinical interviews, conducted in the course of a research project for investigating reflection processes (Plunger, 2021). The Facebook friends' task was supposed to encourage model-oriented reflection, a type of reflection which focuses on thinking about mathematical models and their fit, limits, effects and implicit assumptions for the extra mathematical situation (Schneider, 2019, p. 4).

In the context of values, this task seems to be suitable to promote self-confidence: at the time students were confronted with this task, they had already dealt with the measures of central tendency. Hence, they had strategies to examine at least one of the concepts, and even if they had forgotten about one of these concepts (in this case the partner or interviewer could easily help) or mixed up terminology, they still felt competent about relating the concept to the context of Facebook friends. Among the students, Facebook was probably one of the less trendy social platforms, but they all seemed to have enough experience with the concept of friends on Facebook to feel confident with this context. Familiarity with Facebook should be considered if this task is used in future years. The question of the task alone picks up on the fact that there is not a one and only true formula for determining a suitable representative, characteristic value. Rather, it demonstrates that mathematics provides various concepts from which to select the appropriate ones. It is left to the students to judge which criteria should be considered. The interviewed pairs used a variety of different aspects and related them to each other, such as sensitivity to outliers, the familiarity of the concepts, the presumed distribution of friends, etc. Despite the openness of the task, the results of the interviewed pairs can be assessed in relation to the purpose of the task. The pairs were able to come up with suitable arguments, but also deficits in content knowledge became apparent, and there were some possible starting points for deeper mathematical considerations. A more detailed analysis of the interviewees' content-related ideas is provided elsewhere (Plunger, in press). In a classroom situation it would be necessary to discuss the results of the students, and self-confidence could be diminished, if students realise that some of their findings can be relativised or aspects of their solutions were wrong. Still students will unlikely produce only mathematically wrong procedures or unreasonable arguments, as there is a variety of possibilities.

In the course of the interviews, the students did not comment on what meaning of friendship is captured by such a representative value at all, or to what extent such a frame of friendship covers their own ideas of friendship. Nicolo may have touched on this level: "for me, all three of them make pretty little sense in something like this. Honestly." Here, the framework of the interviews was obviously not open enough to describe in more detail the inappropriateness felt by this student. He and his partner nevertheless aimed to find suitable arguments for the single measures of centre. A variation of this task including real numbers of Facebook-friends of a group of people and the question to determine the single measures of centre and to compare them with each other and to the students' own conception of friendship could make this task more closed, but provide a certain openness in giving an occasion to talk about the concept of friendship within mathematics lessons.

Interview excerpts from two other pairs of students show how working in pairs on this open task can help to practice cooperation and making sense, in two quite varied ways. The passage from Klara and Joelle reflects an excerpt from the beginning of their conversation about the task. It follows Joelle's argument for the median, as the arithmetic mean does not seem appropriate because the result can be a decimal number, and Klara's attempts to still consider the arithmetic mean (the result can be rounded, it seems to be more precise) (translated by CP):

- 69 Klara: So, I actually find your thought quite clever, that there are no half people
[laugh]
- 71 Joelle: [laugh], yes.
- 72 Klara: But that was often the case with us in class.
- 73 Joelle: I mean, yes. We could. I don't know, no actually now it does not matter, I
would just say, we could have a look, so if one had ten friends, one could
calculate in mental arithmetic how it would be with BOTH ways. Because
then you would count and you would get five for the median and for the-
- 77 Klara: -arithmetic mean would not work at all.
- 78 Joelle: Sure, all the numbers together and divided by ten.
- 79 Klara: Then the mean would be one
- 80 Joelle: No, since you have one plus two is three

-
- 81 Klara: Huh?
- 82 Joelle: Arithmetic mean means ALL numbers are divided by the total number of numbers. Yes, and then you have ONE plus two plus three plus four plus five plus six up to ten and then by ten.
- 84 Klara: Right.
- 85 Joelle: [laugh]

In line 69 we see that Klara shows Joelle that she respects her reasoning. Still, by referring to the experiences in class (line 72), she shows that Klara's argumentation may be too short-sighted. Klara seems to accept this, and begins to consider further strategies for dealing with the task (from line 73, looking at concrete examples and determine the arithmetic mean and the median). Apart from the fact that there are indications that the two are not sure about the data from which the measures of centre are to be calculated, we see that Joelle corrects Klara's result and explains how the arithmetic mean is being applied here in her eyes.

In an interview excerpt of Gina and Hannah we see a mathematically incomprehensible argumentation of Hannah for the exclusion of the median.

- 17 Hannah: Well, I do NOT use the median, because the range would certainly be large, since if one somehow has only one Facebook friend and one somehow seven hundred or so, then the median would not be (...) There are MANY people on Facebook, Gina!
- 21 Gina: Yeah yeah, go ahead. Especially say why not for this reason.
- 22 Hannah: Well, because then the median wouldn't, I think the median would have a quite big difference to the arithmetic mean.
- 24 Gina: Yes, but the median is not influenced by outliers, not so directly, mh, not at all. And the arithmetic mean is. [Laugh]
- 26 Hannah: Ok. Yeah, ok that's right.

Gina and Hannah, like Klara and Joelle, are very collegial with each other. This seems to be helpful in recognising and accepting that a thought may need to be discarded again. However, Gina asks Hannah to explain in more detail how this should be a reason to exclude the median (line 21). She adds her argument for the median (and against the arithmetic mean) to Hannah's further explanation. We see how the two defend their own positions and also that Gina is not satisfied with Hannah's reason given in lines 17–19, but points out exactly what is not plausible to her. This passage is followed by a discussion of the mode, after which the two return to Hannah's argument and a more detailed discussion of it leads them to reject it:

- 66 Hannah: Um, I just wrote since the range is certainly very large and so the median would be far from the minimum or the maximum value. Does that make sense?
- 68 Gina: Yes, but that would be always the case, wouldn't it?
- 69 Hannah: Yes, it does (...). Ok, that would be a bad argumentation? Mh?
- 70 Gina: [Laugh]

The difference between the two pairs is, that Gina tries to find out why Hannah is coming to her argument, while Joelle does not give the possibility to Klara to explain her procedure. We could consider the situations of both pairs as a contribution of control in Bishop's (2001, p. 103) terms, as they are checking reasons for the answers being right or not. Still, we see that the in-depth discussion of Hannah's considerations led to plausible results. In Klara and Joelle's case Joelle was not interested in Klara's reasonings. Of course, we don't know where Klara's explanations would have led, but there might have been the chance to work on the question which data the calculations should be based on.

Conclusion

The presented examples show how mathematical tasks can contribute to convey values by their nature of openness. It can be seen that a certain openness in the perception of a task is needed. Still, we should be aware that frameworks in which students work on the task are important like Narek and Nicolo show, when considering the concept of friendship. In Nicolo's case nor his partner, nor the interviewer did take up the felt inappropriateness: this could indicate that the situation was too closed for this to happen. On the other hand, Narek's unexpected solution approach and view of friendship made the classroom-situation more open and were a base for further discussions. Additionally, with the analysed examples we see that tasks may refer to different mathematical contents, extra-mathematical contexts or methods of working, while still having the potential to address several values discussed by Bishop et al. (1999) and Lim & Ernest (1997). To us it seems essential to encourage students for involving in discussions during the solving process. We are aware that including tasks with specific context and differing openness for explicitly focusing on values imply very high demands for teachers. They could be motivated to take up the mission of including the formation of values in mathematics lessons because of idealistic reasons. Besides, in our experiences with students, they appreciated this kind of discussions. This might also be due to the fact that even students who do not "shine" with mathematical knowledge are included in discussions and in this way, they feel more confident in the classroom. However, our experience also shows that some students do not always see these discussions at the core of mathematics education.

References

- Aghamaleants, S. (1781). *Թուրքականիս [Arithmetic]*. Demetriay Theodosiants.
- Algani, Y. M. (2019). *Teaching values via the problem-solving approach in mathematics*. International Journal of Latest Research in Engineering and Technology (05/10), 1–11.
- Bishop, A. (2001). *What values do you teach when you teach mathematics?* In P. Gates (Ed.), *Issues in mathematics teaching* (pp. 93–104). Routledge.
- Bishop, A., FitzSimons G., Seah W.T., Clarkson, C. (1999). *Values in mathematics education: Making values teaching explicit in the mathematics classroom*. Paper presented at the Combined Annual Meeting of the Australian Association for Research in Education and the New Zealand Association for Research in Education, Melbourne, Australia.
- Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (2023). *Lehrplan der allgemeinbildenden höheren Schule*. Fassung vom 20.01.2023. [Curriculum of the general secondary school. Version from 20.01.2023] <https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=10008568>
- Daher, W. (2020). *Values in the mathematics classroom*, Educational Philosophy and Theory, 52(3), 284–299.
- Fischer, R. (2012). *Fächerorientierte Allgemeinbildung: Entscheidungskompetenz und Kommunikationsfähigkeit mit ExpertInnen* [Subject-oriented general education: Ability to make decisions and communicate with experts]. In R. Fischer, U. Greiner & H. Bastel (Eds.), *Domänen fächerorientierter Allgemeinbildung* (pp. 9–17). Trauner.
- Folkerts, M., Fraser, C. G., & Gray, J. J. (2022, August 24). Mathematics. Britannica. <https://www.britannica.com/science/mathematics>

Lim, C. H. P., & Ernest, P. (1997). *Values in mathematics education: What is planned and what is espoused?* In British Society for Research into Learning Mathematics (Ed.), *Proceedings of the Day Conference held at the University of Nottingham, 1 March* (pp. 37–44).

Mikaelian, H. (2011). *Բարոյական արժեքները և մաթեմատիկայի կրթական ներուժը* [Moral values and educational potential of mathematics]. Edit Print.

Mikaelian, H. (2018). *Մաթեմատիկական կրթության արժեքային հիմունքները: Մաս 1. Արժեքներ և արժեքային հարաբերություններ* [The value bases of mathematical education. Part I: Values and value relations]. Edit Print.

Mikaelian, H., & Yenokyan, A. (2021). The problem of formation of moral values in the process of teaching mathematics In D. Kolloosche (Ed.), *Exploring new ways to connect* (Vol. 2, pp. 662–670). Tredition. <https://doi.org/10.5281/zenodo.5415473>

Nimmervoll, L. (2021, May 23). *Erben mit Verantwortung: Millionenerbin Marlene Engelhorn: „Besteuert mich endlich!“* [Heirs with responsibility. Millionaire heiress Marlene Engelhorn: „Tax me now!“]. Der Standard. <https://www.derstandard.at/story/2000126792517/millionenerbin-marlene-engelhorn-besteuert-mich-endlich>

Papikéan, H. (1875). *Տարերք չափաբերութեան: Գրահաշիւ կամ արճեպրաւ* [Elements of measurement: Algebra]. Mekhitarists.

Papikéan, H. (1863). *Տարերք չափաբերութեան ի պէտս ազգային վարժարանաց. թուաբանութիւն* [Elements of measurement for the national schools: Arithmetic]. Mekhitarists.

Pehkonen, E. (2017). *Open tasks in mathematics: Experiences with one problem field*. Magistra Iadertina, (12), 9–19. <https://doi.org/10.15291/magistra.1487>

Plunger, C. (2021). *Students dealing with tasks aiming at model- and context-oriented reflections*. An explorative investigation. In D. Kolloosche (Ed.), *Exploring new ways to connect* (Vol. 3, pp. 787–798). Tredition. <https://doi.org/10.5281/zenodo.5416122>

Plunger, C. (in press). *Was ist ein geeignetes Zentralmaß für die Anzahl von Facebook-Freunden österreichischer Facebook-User?* [What is a suitable central measure for the number of Facebook friends of Austrian Facebook users?] In, *Beiträge zum Mathematikunterricht 2022*. auf der 56. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.

Rawls, J. (1999). *A Theory of justice: Revised Edition*. Harvard University Press. <https://doi.org/10.2307/j.ctvkjb25m>

Schneider, E. (2019). *Thinking about – making sense: Reflecting in mathematics lessons – why, about what, how*. In D. Glasnovic-Gracin & G. Trupcevic (Eds.), *Proceedings of the symposia New Challenges in Mathematics Teaching* (pp. 2–12). Sveučilište u Zagrebu, Učiteljski fakultet.

Seah, W. T., Bishop, A., FitzSimons, G., Clarkson, P. (2001). *Exploring issues of control over values teaching in the mathematics classroom*. Paper presented at the 2001 Annual Conference of the Australian Association for research in Education, Fremantle, Australia.

Skovsmose, O. (2020a). Banality of mathematical expertise. *ZDM*, 52, 1187–1197. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01168-4>

Skovsmose, O. (2020b). Three narratives about mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 40(1), 47–51.

Sullivan, P., Clarke, D., & Clarke, B. (2013). *Teaching with tasks for effective mathematics learning*. Springer.

Taplin, M. (1998). Promoting education in human values in the regular mathematics classroom. *EduMath* 7 (12/98). 59–72.

Taplin, M. (2020). *Teaching values through a problem solving approach to mathematics*. Math Goodies. https://www.mathgoodies.com/articles/teaching_values.

Yenokyan, A. (2019). *Բարոյական արժեքների ձևավորումը մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում* [Formation of moral values in the teaching process of mathematics] [Doctoral dissertation]. Armenian State Pedagogical University, Yerevan, Armenia. <http://etd.asj-oa.am/10768/>

DISCUSSIONS ON INCLUSION IN TIMES OF BIOPOLITICS AND NEOLIBERALISM

AN ANALYSIS OF THREE THESIS

DISCUSSÕES SOBRE INCLUSÃO EM TEMPOS DE BIOPOLÍTICA E NEOLIBERALISMO

Uma análise de três teses

*DISCUSIONES SOBRE INCLUSIÓN EN TIEMPOS DE BIOPOLÍTICA Y
NEOLIBERALISMO*

Un análisis de tres tesis

João Paulo Risso

(Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Brasil)

joaormat@gmail.com

Thiago Donda Rodrigues

(Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Brasil)

thiagodonda82@gmail.com

Fernanda Malinosky Coelho da Rosa

(Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Brasil)

fernanda.malinosky@ufms.br

Recibido: 05/07/2023

Aprobado: 05/07/2023

RESUMO

Este artigo tem por objetivo trazer uma discussão sobre a inclusão em tempos de biopolítica e neoliberalismo e, para tanto, apresentaremos conceitos e as compreensões sobre normalização, medicalização e neoliberalismo. Na busca por um movimento analítico, usando a metodologia da pesquisa bibliográfica, selecionamos três trabalhos defendidos pelo grupo de pesquisa GEduMaD e realizamos a leitura dos mesmos a partir das lentes teóricas apresentadas no início do texto.

Palavras-chave: inclusão. neoliberalismo. pesquisa bibliográfica.

ABSTRACT

This article aims to bring a discussion about inclusion in times of biopolitics and neoliberalism and, for that, we will present concepts and understandings about normalization, medicalization, and neoliberalism. In the search for an analytical movement and using the methodology of bibliographic research, we selected three academic works defended by the GEduMaD research group and we read them from the theoretical lens presented at the beginning of the text.

Keywords: inclusion. neoliberalism. bibliographic research.

RESUMEN

Este artículo tiene como objetivo traer una discusión sobre la inclusión en tiempos de biopolítica y neoliberalismo y, para eso, presentaremos conceptos y entendimientos sobre la normalización, la medicalización y el neoliberalismo. En la búsqueda de un movimiento analítico, utilizando la metodología de la investigación bibliográfica, seleccionamos tres obras defendidas por el grupo de investigación GEduMaD y realizamos su lectura a partir de los lentes teóricos presentados al inicio del texto.

Palabras clave: inclusión. neoliberalismo. investigación bibliográfica.

Inclusion in times of biopolitics and neoliberalism

In contemporary times, we are witnessing the advent of what Michel Foucault called biopolitics, a policy of social control whose parameter is to make people live. One of the faces of biopolitics, together with the mechanisms of disciplinary power, is normalization, a preponderant factor in a neoliberal society where everyone, regardless of their particularities, must be productive.

In this article, based on discussions of how the inclusion policy is conducted by biopolitics and serves a capitalist society, we seek to reflect on data produced in research carried out within the scope of GEduMaD - Group of Studies and Research in Mathematics Education, Diversity and Difference, linked to the Federal University of Mato Grosso do Sul - UFMS, of which all authors of this article are members and is led by the second and third author. The objective is to identify in the data produced in these researches the normalizing processes employed by biopolitics and to problematize them.

As in society, the normalization process is in Education and seeks to equalize the differences present in the school environment. According to Pagni (2017, p.258), “a series of devices was developed in order to minimize the effects of this anomalous, deficient life, which enters this institution, trying to attenuate the differentiation of these actors, capture and integrate them through of discourses on school inclusion and of so-called inclusive practices”. The issue of normalization was discussed by Foucault in the course “The Abnormals”. In this text, the author discusses the techniques of normalization and the powers connected to it as a certain type of power, which he called 'normalization power'. And he explains that the way in which this power emerged “[...] without ever relying on a single institution, but through the game it managed to establish between different institutions, it extended its sovereignty in our society. (Foucault, 2001, p. 31-32)

The questions that remain are: what are these normalization techniques? What normalizing powers are these? Let's start with the second. In the same course, Foucault gives some clues about these powers of normalization, saying that it is a “[...] power that does not act by exclusion, but by the dense and analytical inclusion of the elements. A power that does not act through separation into large confused masses, but through distribution according to differential individualities. (Foucault, 2001, p. 60).”

One of the possible interpretations of Foucault's assessment leads us to think that this normalizing power produces what we today call neoliberalism: “a moralizing technology that can lead to conduct” (Silva, 2022, p. 12). For Dardot & Laval (2016),

[...] with neoliberalism, what is at stake is nothing less than the form of our existence, that is, the way we are led to behave, to relate to others and to ourselves. Neoliberalism defines a certain norm of life in Western societies and, beyond it, in all societies that follow them on the path of “modernity”. This norm imposes on each of us that we live in a universe of generalized competition, it urges wage-earners and populations to enter into an economic struggle against each other, it orders social relations according to the market model, it forces us to justify ever-deepening inequalities, it even changes the individual, who is urged to conceive of himself and behave like a company. (p. 16)

The dense and analytical inclusion proposed within the scope of neoliberalism hides, or tries to hide, an objective: to make everyone participate in this competitive game and, for that, accepts a certain dispersion between the lags and potentialities of individuals in this game, so that everyone can play.

As for the first question, we find in Pagni (2017) an element of response. For him, normalization techniques are devices “undertaken by a general social process, developed in the field of education by institutions such as the school, in that of medicine with hospitals, in that of industrial production with factories, in that of the police force with the army.” (Pagni, 2017, p. 259).

For these positive technologies of power, in which the clues of a whole genealogy of discourses on inclusion and of so-called inclusive practices can be found, the norm assumes a political function. It works as a kind of intelligibility principle, on the one hand, due to its association with pedagogical, medical or biological, psychiatric, economic and sociological knowledge; on the other hand, insofar as it produces technologies responsible for correcting those who are beyond or below normality, with the aim of qualifying them and making them productive (Pagni, 2017, p. 259-260).

The school, supported by discourses such as medicalization, is one of the main institutions of normalization. Instead of acting by exclusion, it seeks, in Foucauldian terms, to classify its subjects as “normal” and “abnormal”, “to better take advantage of the capacities of the former and correct the incapacities of the latter so that the population can be homogenized, even if it is to create specific institutions for the latter” (Pagni, 2017, p. 261).

Thus, in the school environment, there has been a gradual increase in strategies to try to reconcile and manage dispersions that cohabit the school, such as, for example, different learning rhythms, different abilities and disabilities of students, different deficiencies and efficiencies of students, different ways of registering the contents, different forms of communication, different ways of relating, different views of the world, etc.

The subject of Mathematics also replicates these practices and even produces others, for example, at school there is the student with high ability in Mathematics, there is other who has difficulty understanding the mathematical contents and goes to tutoring, other which presents some disability that needs Specialized Educational Assistance in the area of Mathematics, other which depends on an interpreter to understand the Mathematics class, other which needs adapted material, other which needs non-conventional means to understand Mathematics, other which due to limitations intellectuals will end up making little progress in learning Mathematics, among many others.

However, this coexistence of dispersions does not necessarily mean respect and appreciation of differences and the possibility that people develop in difference, but the normalization of certain differences that will be accepted in the school environment. In other words, differences are accepted so that everything stays the same, because this way it is possible to control better. The idea that we are all equal and that we should celebrate differences is “possible” if the different act within what is expected (Razão Inadequada, 2017). In this way, some inclusion practices then serve this global project of a neoliberal society, seeking to pretentiously guarantee a sense of action and social participation.

In this regard, some discourses on inclusion bring into play, directly or indirectly, a comparative action between the so-called “normal” and “abnormal” subjects, that is, “to aspire to see in them [“abnormal”], if not a certain normality, at least a functionality for the world in which they live” (Pagni, 2017, p. 262), which shows yet another face of the cruelty of neoliberalism in contemporary times.

This view ends up being that of most family members of people with disabilities, who end up waiting for their children to normalize, as far as possible, so that they can play some role in the hierarchical scale in a society where everyone must be productive. However, the author warns:

If the prioritization of the norm, the univocity of the logic of identity and the pretension of the hierarchical order with which the world is perceived are not abandoned, the disabled will continue to be seen – when they are not treated as objects of knowledge and technologies used to make it a productive element in the system –

with preconceptions of subject-patients of a correction by therapists, subject-students of training or information by teachers and subject-children of a personal aspiration by parents. (Pagni, 2017, 262).

According to the same author, we must fight the conversion of norms into regulations, rationalities and knowledge that are (im)posed as unique regimes of truth in which people with disabilities would be objects to be included, never actors.

This is because their performance in the world to express their way of being and being, as well as the type of relationship they have with life, with themselves and with their difference, from this perspective, seems to be mediated by someone else, be they professional, teacher or family members, supposedly superior in their capacity, who speak for them, even if they do not always see them and, when they see them, mask their difference from others to make it assimilable by the majority (Pagni, 2017, 262).

Some discourses on inclusion that are supported by this vision, driven by neoliberalism, reinforce the logic of the entrepreneur of the self. In this sense, the school and other institutions put in motion a variety of techniques to recognize limitations and potential of individuals so that they can be better managed not only by the system, but also by the individual himself.

This evaluation “allows the recognition of the [']innate['] elements and what can be acquired by individuals, demanding maximum productivity and efficiency from each one, by knowing how far their machine-competence can reach, what are their eventual wear and tear and capacities” (Pagni, 2017, p. 263). In addition, this assessment also considers the time spent by parents with their children, family culture, environmental stimuli, medical care, hygiene, among others (Pagni, 2017).

In this context, discourses and so-called inclusive practices appear together with the action of public policies, seeking to guarantee the rights of minorities, “under the influx of social movements that often undertook within an identity logic and, unfortunately, an economy of human capital that seeks to value differences in what can favour innovations, efficiency in the enterprise itself and, finally, favour market mobility” (Pagni, 2017, p. 265).

As we propose to discuss, the discourse of inclusion, within the scope of the neoliberal society in which we find ourselves, aims, through disciplinary and control mechanisms at the individual level and through the management of the population through biopolitics, a homogenization, a normalization of individuals, not in an attempt to fit everyone into the same model, but in the management of the capacities and incapacities of individuals so that everyone can be productive in society.

However, we need to think about the inclusive process in a different way, because in the terms discussed above, the inclusion policy as it has been conducted tends to nullify the struggles in the sphere of ethical differentiation and the affirmation of life and also intensifies “the dispute between its own players within that game and asserting the force of exception, exclusion, segregation, of those who occupy a better position – majority – over those who are supposedly at a level below theirs.” (Pagni, 2017, p. 268)

Thus, it is necessary to seek a more radical vision of inclusion, seeking an education in which each one has the possibility of transforming himself based on difference, without the massive normalization of the “different”. To this end, it would be important for the “different” to assume the position of subjects of the inclusion process or at least express themselves in their ethical difference, thus, each one within their limitations and potentialities could be announcers of difference or at least express a “abnormality”. This process is complex because it demands a different type of rationality and also implies that each one takes care of himself and can produce his life in difference, it implies “walking the razor’s edge, between a life that fades away due to the current exercise of the technologies of the biopower, economic rationality, and another that flees from the latter, overlapping, remaining or exceeding it, by other rationalities.” (Pagni, 2017, p. 270).

In this perspective, we understand that we can seek an inclusive education,

[...] from the radical change in the educational model, it welcomes EVERYONE, regardless of their particularity, whether biological, sensory, intellectual, social, cultural, economic and/or political. This implies

a conception of education that understands all the students' educational needs; who doesn't have a student archetype; that does not require any adaptation from anyone to participate in it; that its praxis contemplates everyone without having to develop special procedures to deal with some; that the curriculum takes into account environmental and personal particularities, and also guarantees the quality of teaching; In other words, an inclusive education must be guided by attitudes of respect and appreciation of the different ways of knowing, doing, being and living together. (Rodrigues; Lubeck, 2018, p. 3)

These propositions obviously unfold on Mathematics and its didactic-pedagogical tradition at school, which from comparison, differentiation, hierarchization, homogenization and exclusion, not only contributes to school/social processes of normalization of individuals, but also operates its own processes normalizers. Faced with these aspects of school Mathematics, it is necessary to think of ways to deal with it in a way that meets the problems and propositions discussed so far, and that people can live, coexist, and develop in difference.

Therefore, in this article we chose the Bibliographic Research as a methodological procedure for an analytical look at issues related to Inclusive Education in data produced by research developed within the scope of Group of Studies and Research in Mathematics Education, Diversity and Difference, called GEduMaD in Brazil. According to Gil (2002, p. 44):

The bibliographic research is developed based on material already prepared, consisting mainly of books and scientific articles. [...]. Research on ideologies, as well as those that aim to analyse different positions on a problem, are also usually developed almost exclusively through bibliographic sources.

However, we do not assume the idea of bibliographic research strictly to review the literature or bibliography, but, from the perspective of Lima & Mito (2007), to an ordered set of procedures to search for explanations and relationships, not random, about the study object. In this sense, we believe that the precepts of Bibliographic Research will be able to meet our desires.

A brief analytical move

In the search for an analytical movement, from the understanding that Inclusive Education must contemplate any group that is in social vulnerability, among the works developed within the scope of GEduMaD, we selected three that addressed the following groups: people with disabilities, egress from the penal system and field school actors. We also read them, based on the theoretical lenses presented in the previous subtitle, and listed data produced in these studies that could help us to discuss issues of biopolitics. We also see the possibility of an important and necessary look at how the group has been moving and a possibility of reflecting on our views and positions, based on theoretical references that are not necessarily those used in the group's research.

The first work that composes this analysis is that of Braga (2021). In this thesis, results of a Master's in Mathematics Education research developed with the Postgraduate Program in Mathematics Education of the Federal University of Mato Grosso do Sul (UFMS) in the research line "Teaching and Learning of Mathematics" are presented. The general objective was to understand how the Specialized Educational Service (AEE) is configured for students with visual impairments in the context of Inclusive Mathematics Education in Campo Grande/MS. The work was carried out through interviews with three teachers who work at the AEE and two visually impaired students.

Data 1: "I stopped in the 5th grade [Elementary School], finished the 5th grade and went to the 6th. I stopped because I was losing my eyesight and *couldn't copy from the board. There at the school, there was no one to prepare the material*, neither in Braille nor enlarged. [...] we lived in the countryside, [...], on a farm, that's why I stopped." (Speak of Rosa, extracted from Braga, 2021, p. 81, emphasis added)

Data 2: "Ah, in short... I'll start from the beginning... when I discovered that I had this visual impairment, I was studying in a *normal school*, I was having difficulty in school. I studied at night and, when I found out I had this disease, *I arrived at school and told the teacher that I couldn't copy it from the board because I couldn't see. He turned around and told me that I was going to have to leave school because he didn't have time to go through things [content] in my notebook.* [...] I stayed until the middle of the year at school with the greatest

difficulty because there were some *teachers who didn't give any support, they said that I had to go after the school coordination to get material* and I depended on the help of the students in the room to copy, that was even during the vacation [at the end of the first semester] in the middle of the year. When the mid-year vacation arrived, I didn't have a grade, there were subjects that I had zero because I couldn't get a grade, there were activities on the board, some teachers who didn't support me, I said: *"I'm not coming back" and I didn't I went back. Since then, I think I went four or five years without going to school.*" (Irene's speech, extracted from Braga, 2021, p. 84, emphasis added)

Data 3: "The SRM [Multifunctional Resource Room] is our base. In my case, I attend the *regular class, in a non-specialized school*. Sometimes, there are things that I don't understand at the time, then when I arrive at the SRM, I say: "Professor was said like this, like this, like this in the classroom. The teacher explained this and this, now I want you to teach me how I do this here". Me, in my field of vision, in my time, because there [at school] it's a very busy thing. So, *for me it's important, I think, that even more SRM than the normal room.*" (Irene's speech, extracted from Braga, 2021, p. 85, emphasis added)

It is possible to notice in Data 1 and 2 that exclusionary processes, starting from people or institutions that are in a superior position, made two students with visual impairment stop studying. The lack of support from the school, deficit in teacher training, attitudes, or speeches of members of the school community can potentiate and produce exclusions, such as those we observed above; there is a guarantee of access to the school environment, but there is no effort to guarantee permanence, as the student must adapt to the place and the others who are there.

In Data 3, we observed a visually impaired student talking about the normal, mentioning normalization. What would a normal class or room look like? Is it a room that has all the other students without a sensory limitation? She continues the speech and mentions that, in her opinion, the Multifunctional Resource Room, which is the one that she and the other students who are the target audience of Special Education attend, is more important than the normal class, which is the environment which should be inclusive, welcoming, respecting, and valuing differences.

Data 4: "With this, specialized institutions played an important role in the growth of Special Education, because, although they were not part of the common school, they invested a lot in preparatory workshops for work, so that people with disabilities who were assisted, learned a trade and, with that, had a development that enabled them to occupy positions in the labour market. (JANNUZZI, 2012)" (BRAGA, 2021, p. 32)

Even though Data 4 is associated with a specific historical moment, the passage reinforces neoliberal ideas, since there is an overvaluation of insertion in the labour market to the detriment of broader school and social inclusion.

It is important to point out that when we mention the discourse of inclusion, within the scope of the neoliberal society in which we find ourselves, we do not want to focus only on people with disabilities, but on education for all, without distinction. Therefore, we will bring two more works that deal with a broader perspective, which goes beyond Special Education.

The second work that makes up this analysis is that of Silva (2021). In this thesis, we present the results of a master's degree in Mathematics Education developed with the Postgraduate Program in Mathematics Education at the Federal University of Mato Grosso do Sul (UFMS) in the research line "History, Philosophy and Mathematics Education". The general objective was to investigate perceptions and critical-educational beliefs of Mathematics educators who serve peasant students by addressing peasant knowledge (ethnomathematics), social issues and critical training in their classes. The research was carried out in a rural school that serves high school students. A questionnaire was carried out on two worksheets and intensive interviews with four teachers, all of whom had a full degree in Mathematics.

Data 5: "I think my classes are inclusive. Not entirely, but they are. *Perhaps because of the number of students in the room, it is not possible to do a differentiated work, but I always try to present the contents in a less complicated way*, to reach the maximum of each student. I have students with PCD (persons with disabilities), for them, I do both, *I do activities in smaller amounts*. In quarantine, for example, they performed other complementary activities. I always start with the base, such as multiplication with a comma, then theorem, formula, and so he applies the multiplication to the theorem. *For the other students without disabilities, I go*

straight into the theorem. My classes are not very inclusive because of the time constraint. I only have four classes. How to work the necessary content in different ways in such a short time? If the teacher cannot reach the goals, the demands come” (Speech by Professor N, extracted from Silva, 2021, p. 106, emphasis added)

This statement, in addition to showing an internal contradiction, reinforces the categorization “people with disabilities/people without disabilities”, reinforcing stereotypes and inequalities of treatment by the professional in question. This is noted in “For other non-disabled students, I go straight into the theorem”. It can be seen from the speech of Silva's (2021) research collaborator that he feeds a prejudice against people with disabilities by establishing a hierarchy among students, distancing himself from the radical perspective of inclusion presented in the previous subtitle.

The position of the research collaborator in question, based on the idea of norm, disregards that students, regardless of whether they are people with disabilities or not, may have difficulties and “getting straight into the theorem” can be the beginning of learning problems and school gaps.

The passage “If the teacher cannot reach the goals, the demands come” opens wide the neoliberal dynamics in the school environment. We watch schools and their subjects operate as true companies. Walking through the aisles, you can smell competitiveness, demands for productivity, individualism... But you also smell resistance and hope.

Data 6: “When I went to teach rural students, in some substitutions, *I couldn't see the difference, because it was the same book, the same contents, the same practice.* The mathematics book used was Paiva, a single volume. [...] And some readings from the school textbook, very little, did not deviate from that. The classes were like that. [...] In the formulation of the classes, I think that the teacher has to use his potential, make a transposition of the content to be explained from the real context of the students. So, the teacher will have to set up his class, create it, he won't have ready material to reach the peasant culture and identity. Different material will have to be produced from the one they send us, which we have access to through the education network, and there will have to be an opening for other ways of solving to be contemplated, especially those that students bring from their reality, from the idea of problematizing situations and see how the student will respond.” (Professor T's speech, extracted from Silva, 2021, p. 121-122, emphasis added)

In this data, we realize that exclusion does not only occur with people with disabilities. In this case, we have rural students being excluded for not having access to information, activities, or textbooks consistent with their reality.

The third work that composes this analytical movement is that of Rilko (2020). In this necessary and important thesis, results of a Master's in Education research developed with the Graduate Program in Education of the State University of Mato Grosso do Sul (UEMS), Campus of Paranaíba, in the research line “Curriculum, teacher training and diversity”. The theme developed was the process of inclusion of adult students serving time on parole and attending Youth and Adult Education in a regular school. The general objective was to research which teaching practices can contribute to the inclusion of these individuals - who have committed infractions, come from the prison system and are on parole, are students of Youth and Adult Education in a municipal night school with the Youth and Adult Education (EJA) teaching modality. That thesis reads:

Data 7: “It is undoubted that the education of Youth and Adults plays a salutary role, especially in terms of *providing students with better conditions of access to the labour market*, as well as overcoming the state of social marginalization that these are faced with the graphocentric society” (P5's speech, extracted from Rilko, 2020, p. 64, emphasis added).

Data 8: “I see it as an escape valve to make up for the time when many young people and even adults struggle to make up for lost time at school, to *enter the job market and compete with them.* Also returning to school, he finds the opportunity to be a recognized person in the environment in which he is inserted and even in the middle of society” (P7's speech, extracted from Rilko, 2020, p. 69, emphasis added).

Data 9: “In this way, EJA emerges as a way to combat these inequalities, it opens up possibilities, not previously acquired, *for these excluded students to enter the labour market, or remain in it*, as the professor in question mentioned” (RILKO, 2020, p. 63, emphasis added).

Even if the search for insertion in the labour market is a political struggle of the subjects who participate in the EJA, especially adult students who are serving time, the highlighted speeches seem to show that the so-called inclusive discourses in this context are aligned with neoliberalism. This is demonstrated by the emphasis in all three previous data on seeking labour market participation and not questioning the status quo.

Furthermore, in Data 8, one of the research participants in question uses the term “to compete”. Note that the school, embodied in this case in the EJA, is seen as a space for inclusion that prepares its subjects to *compete* in the job market. This discourse corroborates the discussion raised by Pagni (2017), presented earlier.

The author's theorization, present in data 9, shows that EJA is seen as a “way of combating these inequalities, it opens up possibilities, previously not acquired, for these excluded students to enter the job market, or remain in it” (Data 9). This data suggests that the fight against inequalities is at the service of maintaining the participation of a labour market, which operates in the logic of neoliberalism. The use of the expression “or remain in it” reinforces competitiveness and self-employment.

Final considerations

In this article we present a perspective on how inclusion can be interpreted in times of biopolitics and neoliberalism. We seek to discuss how the discourse of inclusion within the scope of Biopolitics aims, through disciplinary and control mechanisms at the individual level and through the management of the population through biopolitics, to normalize individuals, not in an attempt to fit everyone into a single model, but the administration of certain differences, capacities and incapacities, which will be accepted in the sense that everyone can be prepared so that, in some way, they can be productive in society.

In view of this theorization, through bibliographical research, we carried out an analytical movement of three works defended in GEduMaD, which approach groups in social vulnerability, such as: students with hearing impairment, former prisoners, and actors from the rural school.

From the data analysis, we noticed signs of how the inclusion in these works sometimes intersects neoliberal discourses. It is possible to observe normalizing processes in the data we analyse, for example, in the first research we have teachers and institution excluding students with a visual limitation, as they could not see the blackboard like the other students considered normal, so much so that these students say they prefer the specialized care room, which they would be segregated than to be included with all students in a classroom. In the second research, we noticed another teacher having a slightly different view of normality, which states that students with disabilities have difficulties in Mathematics, as if other students could not also present difficulties. In the third and final survey, we saw adult students who are returning to school in search of a job market placement, and the students in question are on parole. It is possible to perceive in the data discourses that are said to be inclusive, but which in fact are not. Moreover, it is possible to observe that the fight against inequalities is at the service of maintaining the participation of a labour market, which operates in the logic of neoliberalism, reinforcing competitiveness.

Our intention with the presentation of the theoretical framework and with the analytical movement was not in any way to judge the selected works, on the contrary, we seek to broaden our theoretical horizons and envision possibilities for new research agendas for the GEduMaD.

Thinking about inclusion in times of biopolitics and neoliberalism can give rise to a feeling of fragility and weakening, given that in this context there is a dynamic of competitiveness, individualism, control, self-entrepreneurship, business logic, etc. However, it is necessary to remember that in this scenario there are also possibilities of resistance, production of events, counter-conducts, that there are people committed to an inclusion that enables autonomy, self-care, emancipation, and transcendence.

References

- Braga, J. (2021). Compreensões sobre o atendimento educacional especializado para alunos com deficiência visual no contexto da Educação (Matemática) Inclusiva em Campo Grande/MS. *Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)*, 147 p. Campo Grande, MS, Brazil: Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Acesso em 12 de 10 de 2022, disponível em <https://repositorio.ufms.br/bitstream/123456789/4288/1/Disserta%C3%A7%C3%A3o%20-%20Joyce%20Braga.pdf>
- Dardot, P., & Laval, C. (2016). A Nova Razão do Mundo: ensaio sobre a sociedade neoliberal. In *M. Echalar (Trans.)*, 2009. Boitempo.
- Foucault, M. (2001). *Os anormais*. São Paulo: Martins Fontes.
- Gil, A. C. (2002). *Como elaborar projetos de pesquisa*. São Paulo: Atlas.
- Lauro, R. (2017). *Deleuze: sociedade do controle*. Recuperado em junho, 11, 2017, em <https://razaoinadequada.com/2017/06/11/deleuze-sociedade-de-controle/>
- Lima, T. C. S. de & Miotto, R. C. T. (2007) Procedimentos metodológicos na construção do conhecimento científico: a pesquisa bibliográfica. *Revista Katalysis*, 10, 35-45.
- Pagni, P. A. (2017). A emergência do discurso da inclusão escolar na biopolítica: uma problematização em busca de um olhar mais radical. *Revista Brasileira de Educação*, 22 (68), 255-272.
- Rilko, R. B. (2020). O processo de inclusão de alunos em liberdade condicional por meio da educação de jovens e adultos em uma escola municipal na cidade de Quirinópolis-GO. *Dissertação (Mestrado em Educação)*, 156 p. Paranaíba, MS, Brazil: Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul.
- Rodrigues, T. & Lübeck, M. (2018). Contribuições da Etnomatemática para uma Educação Inclusiva. *Memorias del 6º Congreso Internacional de Etnomatemática: saberes, diversidad e paz*, Medellín, Colômbia.
- Silva, F. (2021). Educação Matemática no movimento da Educação do Campo: percepções de educadorxs sobre o fazer pedagógico com educandxs camponesxs. *Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)*, 187 p. Campo Grande, MS, Brazil: Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Acesso em 12 de 10 de 2022, disponível em <https://repositorio.ufms.br/bitstream/123456789/4284/1/Disserta%C3%A7%C3%A3o%20Fernando%20Helder%20Cassimiro%20da%20Silva%20.pdf>
- Silva, M. A. (2022). Currículo, Educação Matemática, Política e Podres Poderes. *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, 12(1), 9-28.

DIALOGICITY AS AN EDUCATIONAL PRACTICE WITH SIGNIFICANT SOCIAL IMPLICATIONS

A WORKSHOP WITH INDIGENOUS TEACHERS AND THEIR DEMAND FOR A NUMBERING SYSTEM

A DIALOGICIDADE COMO PRÁTICA EDUCATIVA COM IMPLICAÇÕES SOCIAIS SIGNIFICATIVAS

Uma oficina com professores indígenas e sua demanda por um sistema de numeração

LA DIALOGICIDAD COMO PRÁCTICA EDUCATIVA CON IMPORTANTES IMPLICACIONES SOCIALES

un taller con docentes indígenas y su reivindicación de un sistema de numeración

Eduardo Sarquis Soares

(Universidade Federal de São João Del Rei, Brasil)

esarquis@gmail.com

Recibido: 05/07/2023

Aprobado: 05/07/2023

ABSTRACT

In this paper we explore the concept of dialogicity, taking a workshop offered to in-service indigenous teachers as a reference. This concept has been explored for decades in the academic literature. In recent years, it has gained greater importance, as official curricula in several countries have emphasized the importance of developing education that is more centered on the needs of learners. Although the general guidelines of these curricula are defined, the exercise of dialogue in classrooms involves the challenge of balancing the formal requirements of the various fields of knowledge with the students' own interests. Thus, in most cases, researchers examine dialogues in the classroom, verifying the extent to which teachers allow students to express themselves on issues specific to school knowledge. In this sense, it is still not the students' existential questions that prevail, since the most valued results of the dialogues are already defined in advance. Such results will be related to the domain of school contents. Would it be possible to approach formal education in other ways? Would it be possible to prioritize questions raised by students? These are present challenges for educators who propose to approach teaching from a socially centered perspective. The workshop described in this paper constitutes an example of dialogicity exercised from an existential questioning formulated by the participating teachers. Such questioning was related to the creation of a numbering system that would suit their mother tongue. In that context, it can be inferred that there has been progress in the sense of understanding school practice as a possibility of broadening perceptions of the world through serious consideration of the needs formulated by the learners.

Keywords: dialogicity. teachers' in-service training. teaching praxis. teaching practices with indigenous teachers.

RESUMO

Neste texto exploramos o conceito de dialogicidade, tomando uma oficina oferecida a professores indígenas em serviço como referência. Tal conceito vem sendo explorado há décadas na literatura acadêmica. Nos últimos anos, ganhou maior importância, na medida em que currículos oficiais em vários países passaram a enfatizar a importância de se desenvolver a educação mais centrada nas necessidades dos aprendizes. Embora as diretrizes gerais desses currículos estejam definidas, o exercício da dialogicidade em salas de aula passa pelo desafio de se equacionar as exigências formais dos diversos campos de saber com os interesses próprios dos estudantes. Assim, na maioria dos casos, os pesquisadores examinam os diálogos em sala de aula verificando em que medida os professores permitem aos alunos que se expressem sobre assuntos próprios do conhecimento escolar. Nesse sentido, ainda não são as questões existenciais dos alunos que prevalecem, uma vez que os resultados mais valorizados dos diálogos já estão definidos previamente. Tais resultados estarão relacionados ao domínio dos conteúdos escolares. Seria possível abordar o ensino formal de outras maneiras? Seria possível privilegiar questões colocadas pelos alunos? Esses são desafios presentes para educadores que se propõem a abordar o ensino em uma perspectiva socialmente centrada. A oficina descrita neste texto constitui um exemplo da dialogicidade exercida a partir de um questionamento existencial formulado pelos professores participantes. Tal questionamento estava relacionado com a criação de um sistema de numeração próprio para sua língua materna. Naquele contexto, pode-se inferir que houve um avanço no sentido de compreender a prática escolar como possibilidade de alargamento das percepções de mundo por meio da séria consideração das necessidades formuladas pelos aprendizes.

Palavras-chave: Dialogicidade. formação de professores em serviço. a práxis de professores. práticas educativas com professores indígenas.

RESUMEN

En este artículo exploramos el concepto de dialogicidad, tomando como referencia un taller ofrecido a docentes indígenas en servicio. Este concepto ha sido explorado durante décadas en la literatura académica. En los últimos años, ha cobrado mayor importancia, ya que los currículos oficiales de varios países han enfatizado la importancia de desarrollar una educación más centrada en las necesidades de los educandos. Si bien se definen los lineamientos generales de estos currículos, el ejercicio del diálogo en las aulas implica el desafío de equilibrar las exigencias formales de los diversos campos del saber con los propios intereses de los estudiantes. Así, en la mayoría de los casos, los investigadores examinan los diálogos en el aula, verificando hasta qué punto los docentes permiten que los alumnos se expresen sobre temas propios del saber escolar. En este sentido, todavía no son las preguntas existenciales de los estudiantes las que prevalecen, pues los resultados más valorados de los diálogos ya están definidos de antemano. Dichos resultados estarán relacionados con el dominio de los contenidos escolares. ¿Sería posible abordar la educación formal de otras maneras? ¿Sería posible priorizar las preguntas planteadas por los estudiantes? Estos son desafíos presentes para los educadores que se proponen abordar la enseñanza desde una perspectiva socialmente centrada. El taller descrito en este artículo constituye un ejemplo de dialogicidad ejercida a partir de un cuestionamiento existencial formulado por los docentes participantes. Tal cuestionamiento estaba relacionado con la creación de un sistema de numeración que se adaptara a su lengua materna. En ese contexto, se puede inferir que se ha avanzado en el sentido de entender la práctica escolar como una posibilidad de ampliar las percepciones del mundo a través de la consideración seria de las necesidades formuladas por los educandos.

Introduction

Dialogicality is a concept widely used in the literature on school education. The need to understand how dialogues evolve in concrete teaching conditions is aligned with the determination of improving processes and better understanding gaps left by formal education.

Communication in educational activity can be seen as an effort on the part of educators to promote access to school knowledge. In principle, it encourages some cognitive advancement in learners. Thus, dialogues in mathematics or science lessons, for example, can be analyzed in an attempt to understand the effects of the propositions forwarded by the teacher on the students' cognitive development.

School activity can be examined from a broader perspective, as an event situated in a wider social context. In this case, different agents that interfere in the relationship among teacher, students and school knowledge are taken into account.

Dialogues can be taken, therefore, as a source for explaining ways that school knowledge is presented and consequent cognitive effects on learners while they participate in schooling. More radical social perspectives however examine schooling as an activity with remarkable cultural exchanges. Paulo Freire is recognized as one of the most significant exponents of this political approach. For the purposes of this paper, a confrontation with some ideas over dialogicity would contribute to better clarifying the consequences of a practice with the training of in-service indigenous teachers, described below.

We will narrate and comment on a meeting between 65 indigenous teachers with a white teacher, that is, a non-indigenous person, with a conventional academic background. Such a meeting took place in 2017, in Assunção do Içana, a village in the immense rural area of the municipality of São Gabriel da Cachoeira, Amazonas. Assunção do Içana is located on the banks of the Rio Içana, a tributary of the Rio Negro. Those 65 teachers belonged to the Baré, Baniwa and Werekena groups and their mother tongue was Nheengatu, or Língua Geral. In that region, children have contact with the Portuguese language only when they start school.

The Secretary of Education of São Gabriel da Cachoeira organized the event. Men and women each came from a village on the Rio Negro or the Rio Içana. All were staying in Assunção do Içana for a few weeks to improve their professional performance. Initially, they went through a workshop dedicated to the assimilation of the written record of the Nheengatu. For the following workshop, on mathematics, they expressed their main demand to the secretary of education through a question: *How do Índios write numbers?* The author was then invited to offer a workshop that could answer that question.

Although, at first sight, the enunciated question seemed somewhat vague, it represented aspirations of the teachers that had to be addressed immediately. The beginning of the dialogue was marked, the door opened for a meeting between a group representing three cultures of native peoples and a person representing the culture of urban groups in large cities.

The narrative of this experience will be resumed later. Before that, we will make some considerations about the concept of dialogicity, which will allow us to develop some reflections on what was experienced.

We will be especially interested in exploring what was learned in those 10 days. The production of knowledge engendered by that workshop can be much broader when one considers the assimilation of each participant. However, the impossibility of accessing this totality seems evident. Perhaps this limitation is inherent to the dialogical approach that is subscribed here, since we do not limit learning to the simple mastery of scientific content formally presented in curricular guidelines.

Dialogicality as a Challenge

The term “dialogicity” has been used for a long time in the literature related to the educational field. Let's see some characteristics attributed to such concept.

Lehesvuori et al. (2017) examine differences between curriculum prescriptions that recommend the adoption of student-centered pedagogical methods and practices of some teachers in Finland and Hong Kong. The authors rely on various scholars to state that the mutual recognition of different voices, evidently including students' voices, would be at the heart of what they understand by dialogicity. Their research examines how dialogues are developed when teachers approach school knowledge in the context of ongoing curricular prescriptions. A similar study, with the monitoring of teachers in South Africa, is found in Lehesvuori, Ramnarain and Viiri (2017). Häikiöniemi et al. (2019) are also interested in analysing dialogues in the classroom, with the same determination to verify what has been achieved from the need to develop a student-centered teaching. They highlight three dimensions of dialogicity while the teacher proposes the dialogue, the students present their answers and the teacher organizes such answers in order to relate them to the school curriculum. Gvaldin, Oganyan and Zubareva (2021) deal with the theme in distance learning practices in Russia and China. They point to the need for this teaching modality to include face-to-face meetings so that dialogicity could be properly exercised. Garcia-Mila et al., 2021, examine the effects of adopting dialogicity in exploring specific themes in Tarragona, Spain.

These quotes, which could go much further, express the importance and topicality of the concept. In general, one researches what happens in classrooms when students do not present their questions but are invited to express themselves on questions addressed by the teachers in order to meet previously defined curricular proposals.

Soares and Pedroso (2013) take support for Paulo Freire's ideas to designate dialogicity as an inherent element of humanism. Dialogicity would be opposed to educational processes in which learners are not considered as participants in the production of knowledge. It would imply the constant transformation of reality by those involved: educator and learner, it would thus be a category that drives critical thinking.

Oliveira (2017) proposes to examine the concept of dialogicity in Paulo Freire. She emphasizes the participation of the student as a subject of knowledge and dialogue as a central characteristic of a liberating education. It would be liberating because it would be opposing conventional education, which does not depend on the participation of learners and assumes a simple transmission of knowledge under the educator's control.

Such *banking education* as designated by Paulo Freire would have a strong reproductive bias of the prevailing social conditions, marked by the oppression of social groups over others. Freedom, in this context, would be understood as overcoming oppression, that is, building a participatory society, capable of recognizing and dealing with the demands of the various groups that comprise it. The dynamic condition of dialogicity should be highlighted, which implies the unfinished nature of the subjects, that is, their constant involvement in successive educational processes. The affirmation of dialogicity depends on the questioning of reality. This problematization depends on an invitation to learners to expose their interests, at the same time that dialogicity would allow such interests to be analyzed in depth.

Dialogicity can be understood as an educational process that emerges from the participation of its agents. One assumes the determination to promote a sharing of issues and knowledge, so that each participant, educator or student, can broaden their horizons and advance in their understanding of the world. The adoption of such a perspective constitutes a challenge for the educator, since the school content will not have a purpose in itself, but will be offered as a tool to address issues that the group recognize as important to be explored.

In regular formal education school knowledge seems to be an entity above any questioning coming from the students. In these circumstances, thinking of dialogicity as a challenge means facing the teacher as an agent that opposes that principle. He/she plans ways to approach the students' culture and take seriously their desires and life projects. The school curriculum would be offered from a perspective of responding to perceived concerns and projects. This means an approach of the real life conditions and questions as the first goal of educational processes. The school knowledge is not discarded, but put at the service of the interest in better understanding the world and acting in it.

Let's go back to the narrative of the workshop. We hope that it can be taken as an example of the possibility of challenge dialogicity put in practice.

The workshop with first nation's teachers

The narrative that follows will be developed in the first person in the hope that the reader will get a closer look at the environment where the facts occurred. In addition, a present perspective will be adopted, as if the conditions found have remained after more than a decade. This is due to the lack of up-to-date information on the work of teachers and improvement plans that may be underway in the municipality.

Until 2007, Assunção do Içana was a village with approximately 40 houses. It had a big church and a building that housed Salesian nuns. There was also a soccer field and a sand volleyball court. Rio Içana is relatively calm there and has some cozy sand beaches.

The work with the teachers took place, during eight days, from 18 to 25 of October, including Sunday morning, inside a *Maloca*, which was approximately 500m far from the village. *Maloca* is the name of a typical indigenous building. In the old days, each one sheltered several family groups. It has a rectangular shape about 12 m large, 25 m long and 5.5 m high. There are no windows but two doors: one facing the river, the other in the opposite direction.

The *Maloca* lacks good lighting when are used for studying; therefore, when clouds block the sunlight it becomes even darker, what caused us to work outside twice. During the nights, an electric generator provided energy and the Índios¹ were able to have some luminosity for relaxing talking and playing games, mainly dominos.

The teachers were extremely disciplined; I was amazed by how easy it was to work with all of them, which was quite a big group. They told me that, in a case of any chaotic situation, I just had to say loudly the Nheengatu word *puraki* and immediately everybody would stop whatever they were doing. However, I never needed to use that word. Rather, I wondered what *puraki* meant.

The Nheengatú was not originated in the Amazon region, where there were many languages when the European arrived in the sixteenth century². This language was rather adapted by the Jesuits mainly from Tupi-guarani, a language that was largely spoken by the indigenous who lived close to the Atlantic Ocean, on the east side of the colony. Nowadays, 23 languages are spoken in upper Rio Negro. Nheengatu is the first language for about 4,600 persons; nine hundreds of those are Werekena and the others are Baniwa and Baré.

The history of oppression against first nations in the Amazon and indigenous resistance dates back to the 16th century. In addition to land occupation, it involves the destruction of villages by fire and the

¹ In Brazil, most indigenous people call themselves índios. The word originally meant Indians; in modern Brazilian Portuguese, the word "índios" means Indians. There is a tendency to reject the designation índio for the first nations peoples, which was given by European explorers because of historical reasons. However, the designation is used here because in that time the indigenous themselves still did not have chosen another one.

² It is estimated that the Portuguese encountered about 700 spoken languages in Brazil. The estimative was mentioned in a New York Times report in 2005: Language Born of Colonialism Thrives Again in Amazon, by Larry Rother, available at: www.nytimes.com/2005/08/28/international/americas/28amazon.html?pagewanted=1

In Cruz, 2011, the estimative goes up to 1,175 languages.

enslavement of people in order to work in the interest of the invading whites. Part of this history is documented in Cabalzar & Ricardo, Eds. (2000) and Cruz (2011).

I arrived in Assunção do Içana with the need of solving the above-mentioned demand, due to its vagueness. Hence, the indigenous teachers were asked to help me by writing what they meant by that question and what else they would like to ask. The day before the beginning of our workshop the two white teachers agreed to ask the indigenous teachers to write about their demands in Mathematics. Then the teachers ratified their interest in developing ways to speak and to write numbers in Nheengatu.

Most of the indigenous teachers work in classes with multi-age students, from little children to adolescents. Villages along the rivers are far from any city and also quite distant from each other. Considering the cost of transportation, it is hard to group some same-aged students and send them daily to a sort of regional school, which would have one class for each age. The children are first literate in Nheengatu, which is often replaced by Portuguese from the fourth-grade onwards.

In each village, the teacher and all the parents discuss the local school curriculum. The intention is to preserve their costumes. Thus, the knowledge for communal activities, such as planting manioc or pineapple, is part of what students have to learn. Besides, the community can combine their wisdom and what they expect to assimilate from the white culture. It seems certain that this combination would not be fair without a deep notion of what can be learned from the white culture and, at least in my perception, in this sense the teachers' knowledge is still precarious.

In our first working day, the teachers told me that they wanted to develop a number system that could express any quantity and help in written calculus. Nheengatu had numbers until ten, based in sets of five. From one to five, the numbers were: yepe, mukûi, musapiri, irûdi, pu. From five to ten, it would be pu yepe, pu mukûi, pu musapiri, pu irûdi, pu pu. From ten to fifteen, it would be pu pu yepe, pu pu mukûi, pu pu musapiri, pu pu irûdi, pu pu pu, so on and so forth. One can imagine the difficulty for talking about long numbers such as ninety seven.

After evaluating the situation I decided it could be interesting if I offered information about some number systems, which were created along human history. Hence, the teachers could know different sets of rules that were used to solve the problem they themselves were dealing with. In addition, they could learn something about the creation of the Indo Arabic system; they also could expand their ideas about foreign cultures.

That proposal required some perception about the time, due to the fact that the number systems available were created a long time ago. Taking this issue into account, I used a cotton cord, which I tied to a *maloca*'s pole. Then I told the teachers that the cotton cord would represent the time in a proportion of 1m for 100 years. Close to the pole, there was a point chosen to represent that current year. The teachers then were invited to attach marks to the cotton cord; each mark would correspond to any event that could be considered meaningful to them. The chosen event and its date should be written in a piece of paper which should be attached to a cotton cord's point accordingly the timeline's proportionality.

From the pole to the *maloca*'s front door, the cotton cord had about 20 m. The teachers agreed with the proposal and started to write the events and tie knots. Some events were related to their personal lives, others were related to the story of their communities; still others were connected to the traditional Brazilian history textbooks.

Before the arrival of the Portuguese people in America, there was almost nothing they remembered, but some years related to Christ's life. After they finished registering their remembering, I invited them to follow me and started to extend the cotton cord 30m further, out of the *maloca*. After reaching that point, we started to talk about ancient civilizations, mainly the Egyptians and Babylonians. Back to the *maloca*, I introduced two charts to the teachers, one with the Egyptian's number system; the other with a Babylonian one. Each chart showed the translation of some numbers between the Indo Arabic system and the one that was represented there. Then the teachers were challenged to find out the translation of

many other numbers which were not in the charts. By doing so, they could learn some of those number systems' rules.

After those two systems, the Chinese number system was introduced with the same dynamical proposal that had been done before. Afterwards we turned to the cotton cord again, this time to locate the length that should represent the Mayan civilization, whose territory was not that far from the place where we were. The Mayan number system is positional and vertically organized, what makes it very challenging.

Finally, we got back to the cotton cord again, this time to locate the centuries in which the Indians and the Arabs developed our number system. We talked about the rules that the indigenous teachers could recognize in this number system and I stressed the reason why the Indo Arabic system replaced all the others. I made clear that, to the best of my knowledge, the only system which allows us to do calculations was the Indo Arabic and it is why it is considered universal nowadays. This way I was arguing that it would be very hard to create a new system with new algorithms.

The next day the teachers decided to divide themselves in seven groups. Each group had the challenge to create a number system that would suit the Nheengatu. The groups spent all morning and part of the afternoon doing the task. Three of them decided to maintain the rules of the Indo Arabic number system and only change the drawings of each algorithm. The others invented new rules as well as new drawings. The class had to choose only one system; hence the teachers decided that they had to learn more about each one in order to vote for the best.

Evidently, the three number systems that shared the rules of the Indo Arabic did not create any embarrassment to be understood. The four others had to be explained bit by bit and the explanations lasted until the morning of our third day. When everybody felt confident for voting, each person chose the number system which he/she considered the best and wrote the name of the system in a piece of paper. Then the votes were counted and the group that won took the task of correcting some details and expanding the system for numbers as long as thousands, which they did the following days. The result is illustrated in the chart 1. It is noticeable that for the hundred and the thousand, some persons suggested they should follow their elders, which called them *sentu* and *mili*, respectively. Actually those words

have Portuguese roots as well as many other words in Nheengatu.

In the afternoon of the fourth day, and during the next day, we worked with pedagogical techniques for approaching the algorithms in elementary schools; the second demand presented by the indigenous teachers. At that moment it was decided that the number system that was created would represent quantities, but the Índios would keep using the Indo Arabic system for doing calculus.

0		Nemaã	10		Mukūi pu	30		Musapiri mukūi pu
1		Yepe	11		Mukūi pu yepe	40		Irūdi mukūi pu
2		Mukūi	12		Mukūi pu mukūi	50		Pu mukūi pu
3		Muisapiri	13		Mukūi pu musapiri	60		Pu yepe mukūi pu
4		Irūdi	14		Mukūi pu irūdi	70		Pu mukūi mukūi pu
5		Pu	15		Mukūi pu pu	80		Pu musapiri mukūi pu
6		Pu yepe	16		Mukūi pu pu yepe	90		Pu irūdi mukūi pu
7		Pu mūkui	17		Mukūi pu pu mukūi	100		Yepe sētu
8		Pu musapiri	18		Mukūi pu pu musapiri	150		Yepe sētu pu mukūi
9		Pu irūdi	19		Mukūi pu pu irūdi	540		
			20		Mukūi mukūi pu			

Figure 1: the number system chosen by voting

Comments on the workshop

Freire (1987) dedicates the chapter 3 of his famous book for discussing dialogicity. In this chapter, he confronts, from different angles, the banking education that does not promote dialogue with the education that can be considered a liberating act.

He emphasizes the questioning, stating that the banking educators don't have dialogue as a purpose. It has no interest for the fulfillment of a previously defined program. In contrast, the dialogic educator-learner aims at the organized return of elements delivered in an unstructured way during the dialogue (FREIRE, 1987, p.47).

Dialogicity requires openness for students' cultural and social needs. As a result, the teacher does not have the control over how the debate evolves, but he/she is subject to exchange his/her cultural baggage at any time. This is how one can interpret what Freire means when he says: "In this manner, the educator is no more the only one that educates, but the one who, while educates, is educated himself/herself in a dialogue with the learner which, while has been educated, also educates" (FREIRE, 1987, p. 39³).

Here is a highlight of the workshop we report. It begins with a question of existential importance, even if, from our point of view, enunciated in a still disorganized way. The need to know how Índios write numbers does not refer to any dilettantism. On the contrary it is deeply inserted in a historical context of resistance.

Those teachers are part of peoples whose original language was extirpated to make way for another language imposed on them. However, when the whites forced children to participate in confessional schools, from the mid-twentieth century, they prohibited them from speaking Nheengatu. So, the students' families took this language as a living symbol of resistance. Currently, its improvement is important, both in the adoption of a written language and in the development of an appropriate numbering system. The indigenous teachers' question was, therefore, loaded with historical significance. The role of the one who was in charge of answering that consisted of providing information so that the indigenous people could work on building what mattered most to them.

They are actually in a process of taking in their hands the development of their own culture, establishing ways to deal with the white one, which represents both: the historical pain inflicted over them and something that could help in their search for survival with dignity in the challenging modern world.

In addition to recognizing the importance of the question addressed by the subjects of the activity, it was also possible to perceive in my conversations with the teachers, albeit superficially, a certain distinction between Índios and whites. White would be a generic designation for the rest of humanity. There would be, for example, a *white mathematics* because it was not created by any indigenous people. The exploration of different numbering systems aimed to broaden the teachers' perception because it made possible to verify that *white mathematics* actually has the contribution of various peoples from different regions of the planet.

What effects did the workshop have on the participants during and after the events of those days? We have no elements to say anything about what each person took with them back to their village. However, we have evidence that the teachers were satisfied with the work, given the celebration they organized after the end of the workshop. It was a party with presentations of poetry, music and traditional dances.

We can talk a little about what we brought home from there. Meeting those peoples gave me knowledge of a history that, unfortunately, is not part of Brazilian school curricula. The *Maloca* where we worked

³ Free translation; the original phrase is: Desta maneira, o educador já não é o que apenas educa, mas o que, enquanto educa, é educado, em diálogo com o educando que, ao ser educado, também educa.

for instance is a marvelous example of geometric shape and perfect symmetry. The builder was still alive and had no contact with white mathematics.

First Nations resistance has been tenacious since the beginning of colonization. Something that called our attention was to figure that the contact of those peoples with the forest includes encounters with spiritual beings, mythical elements that cannot be discussed with some Christian priests and pastors. I noticed that they adhere to white people's religions for existential convictions, but also for convenience. It should be noted that, despite systematic participation in the processes of enslavement of indigenous peoples, evangelical pastors and priests changed sides. In recent decades, they have come to represent possibilities for organizing the Índios and conquering some of their claims, as occurred with the demarcation of indigenous lands in the nineteen nineties.

Final words

Our workshop started with a question about the possibility of creating a suitable numbering system for Nheengatu. The study of other numbering systems was not offered as dilettantism, but as historical constructions of peoples who faced such question. Mastering the rules of other systems allowed teachers to experience their own responses to the question they themselves formulated. I understand that this process characterizes dialogicity in the sense attributed to it here.

The past four years have been devastating for the Brazilian First Nations. The renewal of political conditions from 2023 allows us to verify that we are once again in a time of hope. However, we are very aware of the precariousness of the support for these peoples. With each nation that disappears very rich histories are destroyed, from which we still have a lot to learn.

Our work convinces us of the need to maintain support programs for in service indigenous teachers. In addition, it indicates the importance of covering ourselves with the understanding of dialogicity as a challenge, as the willingness to listen to the demands of those persons. When they demand, it is necessary to introduce effective ways of accessing the mathematical and scientific culture that, after all, are present in the classes that these teachers teach in their villages. They are the ones that have the power to choose how to cope with the white culture in their classes. Liberation in this context might mean the capability to have good understanding of historical constructions that result in modern sciences. This would lead to improve their choices and the consequent enrichment of their culture.

References

- Cabalar, A. & Ricardo, B. (Eds) (2006). *Povos Indígenas do Rio Negro: uma introdução à socioambiental do noroeste da Amazônia brasileira*. Manaus, AM: FOIRN – Federação das Organizações Indígenas do Rio Negro, ISA – Instituto Socioambiental. <https://acervo.socioambiental.org/acervo/publicacoes-isa/povos-indigenas-do-rio-negro-uma-introducao-diversidade-socioambiental-do>
- Cruz, A. (2011). *Fonologia e Gramática do Nheengatú: A língua geral falada pelos povos Baré, Warekena e Baniwa*. Recuperado de: http://etnolinguistica.wdfiles.com/local--files/tese%3Acruz-2011/cruz_2011_nheengatu.pdf
- Garcia-Mila, M., Miralda-Banda, A., Luna, J., Remesal, A., Castells, N. (2021). Change in classroom dialogicity to promote cultural literacy across educational levels. *Sustainability*, 13 (6410), 1-17. <https://doi.org/10.3390/su13116410>
- Freire, P. R. N. (1987). *Pedagogia do Oprimido*. (27th edition) São Paulo, SP: Paz e Terra. <https://docs.google.com/a/fcarp.edu.br/viewer?a=v&pid=sites&srcid=ZmNhcnAuZWRI1LmJyG51cGVkaXxneDpmMzFhOWM0YzA3YTg2OWE>

Gvaldin, A., Oganyan, T., Zubareva, N. (2021). Dialogicity of individual and collective in distance education in Russia and China. In: Tyutkova, I. A., Baykhanov, I. B., Laamarti, Y. A. (Eds). *Conference Proceedings: International Best Practices in Pedagogical Activity: Experience, Risks, Prospects*. https://web.archive.org/web/20221005051514id_/http://www.eurasian-scientific-editions.org/BookPedadogy.pdf#page=26

Hähkiöniemi, M., Lehesvuori, S., Nieminen, P., Hiltunen, J., Jokiranta, K. (2019). Three dimensions of dialogicity in dialog argumentation. *Studia paedagogica*, 24(4), 199-219. <https://doi.org/10.5817/SP2019-4-9>.

Lehesvuori, S., Chan, K. K. H., Ramnarain, U., Viiri, J. (2017). In Search of dialogicity: A comparison of curricular documents and classroom interactions from Finland and Hong Kong. *Educatin Sciences*, 7(76), 1-16. <https://doi.org/10.3390/educsci7040076>

Lehesvuori, S., Ramnarain, U., Viiri, J. (2017). Challenging transmission modes of teaching in Science classrooms: Enhancing learner-centredness through dialogicity. <https://doi.org/10.1007/s11165-016-9598-7>.

Oliveira, I. A. (2017). A dialogicidade na educação de Paulo Freire e na prática do ensino de filosofia com crianças. *Movimento-Revista de Educacao*, 4(7), 228-253.

Soares, L. J. G., & Pedroso, A. N. F. (2013). Dialogicidade e a formação de educadores na EJA: As contribuições de Paulo Freire. *Educação Temática Digital*, 12(2), 250-263.

EXPLORANDO O CONHECIMENTO DO CONTEÚDO PEDAGÓGICO MATEMÁTICO DE PROFESSORES EM FORMAÇÃO

M-PCK DE PROFESSORES PRÉ-SERVIÇO

*EXPLORING MATHEMATICAL PEDAGOGICAL CONTENT KNOWLEDGE OF PRE-
SERVICE TEACHERS*

Pre-service teachers' M-PCK

*EXPLORANDO EL CONOCIMIENTO DEL CONTENIDO PEDAGÓGICO MATEMÁTICO
DE LOS FUTUROS MAESTROS*

M-PCK de futuros maestros

Edgar J. Sintema

(Weizmann Institute of Science, Israel)

edgar.sintema@weizmann.ac.il

Mogege David Mosimege

(University of the Free State, South Africa)

mosimegemd@ufs.ac.za

Asvi Heris

(DMI-St Eugene University, Zambia)

herisasvi@gmail.com

Recibido: 06/07/2023

Aprobado: 06/07/2023

RESUMO

O objetivo deste estudo transversal foi examinar as percepções dos licenciandos sobre seu conhecimento de conteúdo pedagógico matemático e determinar o efeito de variáveis demográficas (gênero, grau de escolaridade) em seu conhecimento de conteúdo pedagógico matemático. Um questionário de escala Likert foi usado para coletar dados de 104 licenciandos. A estatística descritiva e o teste U de Mann-Whitney foram usados para examinar o conhecimento percebido dos licenciandos sobre estratégias de ensino, linguagem e os símbolos matemáticos, sobre o erro (equívocos), o currículo e seu conhecimento percebido dos alunos. Os resultados mostram que, em geral, a maioria dos licenciandos tem maior percepção do seu conhecimento do conteúdo pedagógico matemático. Eles consideram o planejamento de aulas, o propósito do currículo de matemática e as ferramentas de avaliação usadas em uma sala de aula de matemática como aspectos importantes de seu conhecimento percebido do currículo. Também foi identificado que seu conhecimento percebido de equívocos os capacitaria a conhecer e antecipar os equívocos de seus alunos. No entanto, os resultados também indicaram que não houve diferença estatisticamente significativa no conhecimento do conteúdo pedagógico matemático dos

licenciandos com base no gênero e no grau de escolaridade. Implicações do estudo também são discutidas.

Palavras-chave: licenciandos. conhecimento pedagógico do conteúdo. matemática.

ABSTRACT

The purpose of this cross-sectional study was to examine pre-service teachers' perceptions of their mathematical pedagogical content knowledge and to determine effect of demographic variables (Gender, year of study) on their mathematical pedagogical content knowledge. A Likert scale questionnaire was used to collect data from 104 pre-service teachers. Descriptive statistics and Mann-Whitney U-test were used to examine pre-service teachers' perceived knowledge of teaching strategies, mathematical language and symbols, misconceptions, curriculum, and their perceived knowledge of learners. Results show that in general, majority pre-service teachers have strong perceptions of their mathematical pedagogical content knowledge. They consider lesson planning, purpose of the mathematics curriculum and assessment tools used in a mathematics classroom as important aspects of their perceived knowledge of the curriculum. It was also revealed that their perceived knowledge of misconception would enable them to know and anticipate their learners' misconceptions. However, results also indicated that there was no statistically significant difference in pre-service teachers' mathematical pedagogical content knowledge based on gender and year of study. Study implications are also discussed.

Keywords: pre-service teachers. pedagogical content knowledge. mathematics.

RESUMEN

El propósito de este estudio transversal fue examinar las percepciones de futuros docentes sobre su conocimiento del contenido pedagógico matemático y determinar el efecto de las variables demográficas (género, grado de escolarización) en su conocimiento del contenido pedagógico matemático. Se utilizó un cuestionario de escala Likert para recopilar datos de 104 futuros profesores. Se utilizaron estadísticas descriptivas y la prueba U de Mann-Whitney para examinar el conocimiento percibido de los maestros en formación sobre estrategias de enseñanza, lenguaje y símbolos matemáticos, e también para examinar conceptos erróneos, el currículo y la decepciones los profesores sobre el conocimiento percibido de los estudiantes. Los resultados muestran que, en general, la mayoría de los futuros docentes tienen una buena percepción con relación a su conocimiento del contenido pedagógico matemático. Consideran la planificación de las clases, el propósito del currículo de matemáticas y las herramientas de evaluación utilizadas en un salón de clases de matemáticas como aspectos importantes de su conocimiento sobre el currículo. También se reveló que su conocimiento percibido de conceptos erróneos les permitiría conocer y anticipar los conceptos erróneos de sus alumnos. Sin embargo, los resultados también indicaron que no hubo una diferencia estadísticamente significativa en el conocimiento del contenido pedagógico matemático de los futuros maestros en función del género y grado de escolaridad. También se discuten las implicaciones del estudio.

Palabras clave: futuros docentes. conocimiento del contenido pedagógico. matemáticas.

Introduction

Teachers' pedagogical content knowledge (PCK) is important if teaching and learning has to improve (Kadarisma et al., 2019; Sintema & Marban, 2020). For mathematics teachers, mathematical pedagogical content knowledge (M-PCK), which refers to subject (*mathematics*) specific PCK, plays a central role

in modelling every teacher's classroom practice (Gasteiger et al., 2020; Neudbrand, 2018). It enables teachers to develop in-depth "understanding of what makes the learning of specific [mathematics] concepts easy or difficult: the (*mis*)conceptions and preconceptions that students of different backgrounds bring with them to the mathematics classroom" (Shulman, 1986, p. 9).

To develop PCK as conceptualized by Shulman (1986) and to emphasise the concept of M-PCK, Ball et al. (2008) developed the mathematical knowledge for teaching in which they discussed and distinguished teachers' knowledge of *mathematics* content and learners from teachers' knowledge of *mathematics* content and teaching. The former refers to teachers' special knowledge of students' pre-requisite mathematical knowledge and potential challenges they are expected of because of new concepts to be learnt. On the other hand, the latter refers to teachers' knowledge different ways of "representing and formulating the subject [*mathematics*] that makes it comprehensible to others [*learners*]" (Shulman, 1986, p. 9). By this, Ball et al. (2008) and Shulman (1986). This implies that teachers would require high knowledge of different teaching strategies and ability to innovatively select suitable strategies for teaching specific mathematical content.

It is thus important to understand teachers' own awareness of their M-PCK. This because their perception of students' mathematical difficulties would determine the extent to which they can help their students overcome these difficulties (Gasteiger et al., 2020; Rahman et al., 2022). Similarly, Teachers' perception of teaching approaches and strategies would determine their ability to choose strategies that can help then effectively deliver mathematical concepts to their students. Thus, the purpose of this study is to explore pre-service teachers' (PSTs) M-PCK and whether their M-PCK significantly differs based on their gender and year of study. Several studies have been conducted on teachers' PCK of mathematics but not much has been investigated on the M-PCK perceptions of PSTs considering that these are the future classroom teachers. This study will contribute to the literature on PSTs' self-reported perceived M-PCK.

Pedagogical content knowledge for mathematics teachers

Scholars have argued that PCK is useful at two important stages in the teaching and learning process (Alonso & Kim, 2015; Baki & Arslan, 2022). For example, Baki and Arslan, (2022) describe M-PCK in terms of *knowledge of students* (teacher's lesson planning be based on students' prior knowledge, understanding, misconceptions and beliefs), *lesson preparation and delivery* (to emphasise explanations, examples, analogies and representations). They also described it in terms of *assessment and evaluation* (to reflect on content to be learned and reasons for learning, which lesson objectives were achieved, content to be covered in the next lesson). According to Alonso and Kim (2015), teachers use PCK when they are planning for their lessons (declarative PCK) and during the time that they implement the planned activities in class (dynamic PCK). Thus, PSTs are expected to develop strong declarative PCK and dynamic PCK for them to teach effectively in their future classrooms. To do so, PSTs are expected to possess strong knowledge of mathematics subject matter as well as knowledge of principles that govern mathematics instruction (Cinar et al., 2016; Depaepe et al., 2013).

PSTs' potential to effectively teach mathematical concepts in their classrooms is highly dependent on their PCK (Aydin-Gunbatar et al., 2020; Baki & Arslan, 2022; Rahman et al., 2021a, 2021b). PSTs require sufficient PCK to adequately understand the mathematics curriculum, formulate measurable objectives and design lesson plans that maximise student participation in the planed classroom activities (Attard et al., 2020; Faikhamta et al., 2020; Rahman et al., 2021a; Song, 2019; Vossen et al., 2019). Several other studies have been carried out on PSTs' M-PCK (Cheryan et al., 2017; Danisman & Tanisli, 2017; Depaepe et al., 2015; Lee et al., 2018; Rahman et al., 2022; Trobst et al., 2019) with mixed results. For example, some researchers (Depaepe et al., 2015; Trobst et al., 2019) found high M-PCK levels among participants while others (Danisman & Tanisli, 2017; Lee et al., 2018) reported low M-PCK in the participants of their studies. In addition, other studies (Cheryan et al., 2017; Rahman et al., 2022) reported that demographic variables like gender did not influence PSTs' M-PCK. Considering the importance of demographic variables in understanding teachers' perceptions, we decided to investigate

the effect of gender and year of study on Zambian PSTs. This would contribute contextual perspectives to the literature vis-a-vis the Zambian context. Thus, our study sought answers to the following questions:

1. What are secondary pre-service mathematics teachers' M-PCK perceptions?
2. To what extent do secondary pre-service mathematics teachers' M-PCK perceptions differ when analysed based on demographic variables (gender and year of study)?

Methodology

To adequately explore and have a wide understanding of PSTs' M-PCK perceptions, the current study employed the survey research design (Gable, 1994; Nardi, 2018). Participants of the study were drawn from 3rd and 4th year students pursuing a 4-year bachelor's degree at two public universities in Zambia using the cluster sampling technique (c.f Sharma, 2017). Both university follow a similar model of mathematics teacher education. In this model, the Department(s) of Mathematics Education only offers pedagogical courses to its PSTs. PSTs register for mathematics content courses in the Department(s) of Mathematics. The universities have no control over gender balance among its students, as every student is free to enrol in a study program of their choice. Cluster sampling has the advantage of selecting subjects that fragmented and occur naturally in their settings, in our case, universities (Acharya et al., 2013; Sharma, 2017). The sample comprised of more male students which speaks to the high enrolment of males in the Bachelor of Science with education (BSc.Ed) program. Considering that participation was voluntary, more 3rd year students (55.8%) volunteered to participate in this study. The sample was dominated by male participants (75%) and half of participants were aged 24 - 26 years old. All these demographic characteristics of participants are presented in Table 1.

Table 1. Demographic profiles of PSTs

Characteristic		N	%
Age	27 years and older	16	15.4
	24-26 years old	52	50
	20-23 years old	36	34.6
Gender	Male	78	75
	Female	26	25
Year of study	3 rd year	58	55.8
	4 th year	46	44.2

Data were collected using a 17-item self-administered M-PCK perceptions questionnaire adapted from Bukova-Guzel et al. (2013). The items were spread across five constructs: knowledge of teaching strategies (KTS) with 3 items, knowledge of mathematical language and symbols (KMLS) with 2 items, knowledge of misconceptions (KM) with 3 items, knowledge of learners (KL) with 2 items, and knowledge of curriculum (KC) with 7 items. We calculated the Cronbach's alpha reliability coefficient using our sample and found it to be 0.75 which is not good enough but acceptable (George & Mallery, 2003). Participants were requested to indicate their M-PCK perceptions by responding to the questionnaire using a 5-point Likert scale (1 = Never, 2 = rarely, 3 = Undecided, 4 = Usually, 5 = Always).

Data were analysed using the Statistical Package for Social Sciences (SPSS) Version 23. Three analyses were conducted in SPSS. First, we run descriptive statistics (i.e., frequencies, percentages, means, standard deviations) to establish PSTs' M-PCK perceptions (Research question 1). We then sought to examine the effect of gender and year of study on PSTs' M-PCK perceptions (Research question 2). We accomplished this by conducting a nonparametric statistical test: Mann-Whitney U-test.

Results: Pre-service mathematics teachers' M-PCK perceptions

PSTs' M-PCK perceptions were first analysed using descriptive statistics (see Table 2). Results of this analysis shows that PSTs possess high perceived M-PCK (see Table 2). This implies that they have high confidence in their teaching strategies as well as their ability to identify and solve problems related to learner's misconceptions. Additionally, these PSTs are highly confident that they would use correct mathematics languages and symbols in their future classrooms. Further, these PSTs are confident about their use of curriculum materials and understanding the demands of the mathematics curriculum. Table 2 shows mean scores and standard deviations the five M-PCK scales that speak to aspects of teaching strategies ($KTS_{\text{mean}} = 4.20$), mathematical language and symbols ($KMLS_{\text{mean}} = 4.49$), Misconceptions ($KM_{\text{mean}} = 4.16$), knowledge of learners ($KL_{\text{mean}} = 4.07$) and curriculum knowledge ($KC_{\text{mean}} = 4.25$).

Table 2. Descriptive statistics of pre-service teachers' M-PCK perceptions

Knowledge domain	Mean	Std. Deviation
Knowledge of Teaching Strategies	4.20	.88
Knowledge of Mathematical Language and Symbols	4.49	.67
Knowledge of Misconceptions	4.16	.71
Knowledge of Learners	4.07	.90
Knowledge of Curriculum	4.25	.53

Pre-service mathematics teachers' M-PCK perceptions based on their KTS

PSTs' perceptions of their KTS were defined by 3 items (see table 3). It is clear from Table 3 that majority of PSTs that participated in this study perceived mathematics as being closely related to the day-to-day lives of humans. It is the perception of majority PSTs (52.9%) that they can always relate concepts in mathematics to day-to-day real life situation during classroom instruction. Additionally, 33.7% perceived themselves as teachers who would usually relate mathematical concepts to real life situations. Surprisingly, 5.8% of the PSTs indicated that they can never use analogies when teaching mathematics while 2.9% said that they can never design appropriate activities to teach mathematics in their classrooms. Quite a large number (25%) of PSTs were not sure about their use of analogies in explaining mathematical concepts in their classrooms.

Table 3. Pre-service Teachers' Perceived Knowledge of Teaching Strategies (KTS)

Never		Rarely		Undecided		Usually		Always	
F	%	F	%	F	%	F	%	F	%

I can design appropriate activities to present mathematical concepts	3	2.9	11	10.6	1	1	40	38.5	49	47.1
I can relate mathematical concepts to daily life in instruction	0	0	12	11.5	2	1.9	35	33.7	55	52.9
I can use analogies to mathematical concepts in instruction	2	5.8	31	29.8	25	24	29	27.9	13	12.5

Pre-service mathematics teachers' M-PCK perceptions based on their KMLS

According to responses displayed in Table 4, PSTs generally showed high perceptions of their KMLS. This was justified by the large number of PSTs (58.7%) who said that they would always and 33.7% who indicated that they would use proper and acceptable mathematical language when presenting mathematical concepts to their learners. Only 2.9% were not sure and 4.8% would rarely use appropriate mathematical language during instruction. On the other hand, most of the PSTs (60.6%) showed high perceptions of using appropriate and acceptable mathematical symbols during instruction. An additional 33.7% of PSTs perceived themselves teachers who would usually teach using appropriate mathematical symbols. However, a small number of PSTs (2.9%) reported that they were undecided on whether to use mathematical symbols or not while 4.8% said that they would rarely use mathematical symbols in class.

Table 4. PSTs' Perceived Knowledge of Mathematical Language and Symbols (KMLS)

	Never		Rarely		Undecided		Usually		Always	
	F	%	F	%	F	%	F	%	F	%
I can use mathematical language properly when presenting mathematical concepts	0	0	5	4.8	3	2.9	35	33.7	61	58.7
I can use mathematical symbols properly	0	0	4	3.8	2	1.9	35	33.7	63	60.6

Pre-service mathematics teachers' M-PCK perceptions based on their KM

PSTs' perceptions of their knowledge of learners' misconceptions were defined by 3 items (Table 5). In relation to their ability to anticipate students' difficulties about a given mathematics topic, 88.5% of PSTs indicated that they can either always anticipate (45.2%) or usually anticipate (43.3%) possible students' difficulties about a given mathematics topic. It is rather surprising that some PSTs (2.9%) would never anticipate their students' difficulties in a mathematics topic. Interestingly, 43.3% of PSTs said that they would always design or select classroom activities that would not lead their students to develop misconceptions about a given mathematics topic. Similarly, 35.6% of PSTs reported that they were knowledgeable about their students' possible misconceptions about a given mathematics topic. Only 8.7% said they would rarely do that.

Table 5. PSTs' Perceived Knowledge of Misconceptions (KM)

	Never		Rarely		Undecided		Usually		Always	
	F	%	F	%	F	%	F	%	F	%
I can anticipate students' possible difficulties about a topic	3	2.9	2	1.9	7	6.7	45	43.3	47	45.2
I know students' possible misconceptions about a topic	1	1	9	8.7	6	5.8	51	49	37	35.6
I can design activities that will not cause students to develop misconceptions about the topic	1	1	9	8.7	10	9.6	39	37.5	45	43.3

Pre-service mathematics teachers' M-PCK perceptions based on their KL

Table 6 shows PSTs' responses to items related to their perceptions of KL. Analysing Table 6, majority PSTs (47.1%) perceived themselves as usually being knowledgeable about their students' prior knowledge about a given mathematics topic while 37.5% said they would always know their students' prior knowledge of a mathematics topic. On the other hand, more than half of the PSTs (54.8%) indicated that they can choose appropriate examples for students' developmental levels in my lessons. This generally implies that PSTs had high perceptions of their KL.

Table 6. Pre-service Teachers' Perceived Knowledge of Learners (KL)

	Never		Rarely		Undecided		Usually		Always	
	F	%	F	%	F	%	F	%	F	%
I know students' prior knowledge about a topic	2	1.9	8	7.7	6	5.8	49	47.1	39	37.5
I can choose appropriate examples for students' developmental levels in my lessons	0	0	6	5.8	2	1.9	39	37.5	57	54.8

Pre-service mathematics teachers' M-PCK perceptions based on their KC

PSTs' perceptions of their KC were defined by 7 items, the most of all compared to other knowledge constructs which were defined by not more than 3 items each. Examining Table 7, a general picture that emerges shows that pre-service teacher had high KC perceptions. For example, the item related to PSTs' knowledge of designing a lesson plan was the most outstanding with 72.1% of PSTs affirming they knowledge of lesson plan preparation. Similarly, the item related to PSTs' knowledge of linking goals of a given mathematics topic when designing a lesson plan was yet another outstanding one with 56.7% of PSTs indicating that they would always linking lesson plan design to goals of a mathematics topic. However, the item that related to PSTs' ability to use assessment tools from the mathematics curriculum

raised concern as 18.3% of PSTs reported that they can rarely use assessment tools from a mathematics curriculum.

Table 7. PSTs' Perceived Knowledge of Curriculum (KC)

	Never		Rarely		Undecided		Usually		Always	
	F	%	F	%	F	%	F	%	F	%
I have knowledge about the purposes of the mathematics curriculum	1	1	10	9.6	5	4.8	38	36.5	50	48.1
I can design a lesson plan for a topic	1	1	3	2.9	4	3.8	21	20.2	75	72.1
I plan my lessons so as to relate the purposes of the mathematics curriculum with students' needs	1	1	8	7.7	4	3.8	42	40.4	49	47.1
When designing my lesson plans, I consider the goals of the topic	1	1	4	3.8	7	6.7	33	31.7	59	56.7
I can use the assessment tools presented in the mathematics curriculum	1	1	19	18.3	3	2.9	41	39.4	40	38.5
I can evaluate the effectiveness of the activities I use in the class for students' conceptual understanding	1	1	9	8.7	4	3.8	49	47.1	41	39.4
I can draw on the results of my evaluations in designing and adjusting the instruction	1	1	7	6.7	10	9.6	43	41.3	43	41.3

Pre-service mathematics teachers' M-PCK perceptions based on gender and year of study

To determine PSTs' differences in M-PCK perceptions based on their gender, we conducted the Mann-Whitney U-test (see Table 8). Results of the U-test showed that there were no significant difference between male and female PSTs' M-PCK perceptions ($U[N_{\text{male}} = 78, N_{\text{female}} = 26] = 928, z = -.65, p = .516$). This could further be confirmed by their median scores which are very close to each other for males ($Mdn_{\text{male}} = 4.33$) and females ($Mdn_{\text{female}} = 4.22$).

Table 8. Differences of secondary pre-service mathematics teachers' M-PCK perceptions based on gender

Gender	N	Mean rank	Sum of ranks
Male	78	53.61	4181.50

Female	26	49.17	1278.50
--------	----	-------	---------

To determine PSTs' differences M-PCK perceptions based on their year of study, we conducted the Mann-Whitney U-test (see Table 9). Results of the U-test showed that there were no significant difference between third and fourth year PSTs' M-PCK perceptions ($U[N_{\text{third year}} = 58, N_{\text{fourth year}} = 46] = 1262, z = -.47, p = .637$). This could further be confirmed by their median scores which are very close to each other for males ($Mdn_{\text{third year}} = 4.27$) and females ($Mdn_{\text{fourth year}} = 4.31$).

Table 9. Differences of secondary pre-service mathematics teachers' M-PCK perceptions based on year of study

Year of study	N	Mean rank	Sum of ranks
3 rd year	58	51.26	2973
4 th year	46	54.07	2487

Discussion and conclusion

Generally, the M-PCK perceptions of the prospective teachers are strong. This implies that most of the PSTs in our study will have high confidence in the teaching competencies and will be aware of their students' mathematical needs and difficulties. This has implications for teacher training in Zambia. It means that teacher education programs for mathematics teachers support PSTs to develop their self-efficacy. This result is consistent with findings of Trobst et al. (2019) who found that participants in their study exhibited high levels of PCK. However, findings of this study are not consistent with those of Depaepe et al. (2015), whose study revealed gaps in teacher PCK and content knowledge. PSTs in our study were more confident of their perceptions of KMLS and KC perceptions than they were in other M-PCK sub-factors. This is a sign that they will be confident to handle and use the mathematics curriculum confidently and will also be able to teach using appropriate mathematical language. Results also indicate that PSTs are likely to be confident when selecting teaching strategies. In addition, they are also confidently deal with challenges in identifying their learners' misconceptions. PSTs of this study are confident that they will clearly understand demands of the mathematics curriculum.

The findings of this study are also not consistent with results of the study by Danisman and Tanisli (2017) whose study was aimed at determining high school mathematics teachers' PCK of probability. They investigated teachers' knowledge of content, knowledge of teaching methods and strategies, curriculum knowledge, and knowledge of their students. Results showed that secondary school mathematics teachers had insufficient PCK. Lee et al. (2018) also found low levels of PCK in their study. It was also found that PSTs' M-PCK did not statistically differ based on demographic variables (gender and year of study), similar to findings of Rahman et al. (2022). This implies that gender has no influence on PSTs' confidence in their M-PCK. Thus, male and female PSTs would equally succeed in developing their PCK for teaching mathematics with confidence (c.f. Attard et al., 2020; Cheryan et al., 2017; Rahman et al., 2022). This also implies that teacher educators are training teachers that are equally confident in the M-PCK.

As regards yeah of study, it is surprising that PSTs' M-PCK did not differ significantly. It was expected that PSTs in 4th year would exhibit higher M-PCK than those in 3rd year. The lack of difference does not imply that the teacher education program has no impact on PSTs. Rather it could be because most pedagogical courses are covered in the third year in these universities. It also implies that PSTs in 3rd and 4th year equally feel confident to teach mathematics. Teaching practice is mainly done in 3rd year and all participants had already experienced teaching in secondary school by the time of data collection.

Thus, the result could have been influenced by the fact that all participants had already completed similar pedagogical courses and a teaching practice experience. This result is consistent with findings of Rahman et al. (2022) who found that teaching experience did not have an effect on teachers' M-PCK.

Limitations and recommendations for further studies

Lastly, this study had two major limitations that future studies should overcome. First, the questionnaire that was used contained 17 items to capture M-PCK perceptions where some M-PCK sub-factors like KMLS were composed of only two items. The small number of items per sub-factor were not sufficient to widely capture M-PCK perceptions of PSTs. Future users of the instrument we used should consider adding more items to comprehensively capture M-PCK perceptions. Second, our study was purely quantitative. Future researchers should consider mixed methodology to have in-depth understanding of PSTs' M-PCK perceptions by incorporating interviews or other qualitative techniques of collecting data. We also hope that future studies will consider having a larger sample than the one we used not only for validation of our study but for easy generalization of results.

Acknowledgement

We thank the ETDP SETA Research Chair in Mathematics Education at the University of the Free State, South Africa, for financial, technical and logistical support throughout the development and compilation. The ETDP SETA Research Chair made the collaboration between authors in writing this manuscript successful.

References

- Acharya, A. S., Prakash, A., Saxena, P., & Nigam, A. (2013). Sampling: Why and how of it. *Indian Journal of Medical Specialties*, 4(2), 330-333.
- Attard, C., Grootenboer, P., Attard, E., & Laird, A. (2020). Affect and engagement in STEM education. *STEM Education Across the Learning Continuum: Early Childhood to Senior Secondary*, 195-212. https://doi.org/10.1007/978-981-15-2821-7_11
- Aydin-Gunbatar, S., Ekiz-Kiran, B., & Oztay, E. S. (2020). Pre-service chemistry teachers' pedagogical content knowledge for integrated STEM development with LESMeR model. *Chemistry Education Research and Practice*, 21(4), 1063-1082. <https://doi.org/10.1039/D0RP00074D>
- Baki, M., & Arslan, S. (2022). Impact of lesson study on pre-service primary teachers' mathematical pedagogical content knowledge. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1-19. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.2022225>
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special?.
- Bukova-Güzel, E., Cantürk-Günhan, B., Kula, S., Özgür, Z., & Elçi, A. N. (2013). Scale development for pre-service mathematics teachers' perceptions related to their pedagogical content knowledge. *South African Journal of Education*, 33(2), 1-21. <https://doi.org/10.15700/saje.v33n2a690>
- Bukova-Güzel, E., Cantürk-Günhan, B., Kula, S., Özgür, Z., & Elçi, A. N. (2013). Scale development for pre-service mathematics teachers' perceptions related to their pedagogical content knowledge. *South African Journal of Education*, 33(2), 1-21. <https://doi.org/10.15700/saje.v33n2a690>
- Cheryan, S., Ziegler, S. A., Montoya, A. K., & Jiang, L. (2017). Why are some STEM fields more gender balanced than others?. *Psychological bulletin*, 143(1), 1. <https://dx.doi.org/10.1037/bul0000052>

Depaepe, F., Torbeyns, J., Vermeersch, N., Janssens, D., Janssen, R., Kelchtermans, G., ... & Van Dooren, W. (2015). Teachers' content and pedagogical content knowledge on rational numbers: A comparison of prospective elementary and lower secondary school teachers. *Teaching and teacher education*, 47, 82- 92. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2014.12.009>

Faikhamta, C., Lertdechapat, K., & Prasoblarb, T. (2020). The impact of a PCK-based professional development program on science teachers' ability to teaching STEM. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*, 43.

Gable, G. G. (1994). Integrating case study and survey research methods: an example in information systems. *European journal of information systems*, 3(2), 112-126.

Gasteiger, H., Bruns, J., Benz, C., Brunner, E., & Sprenger, P. (2020). Mathematical pedagogical content knowledge of early childhood teachers: A standardized situation-related measurement approach. *ZDM*, 52(2), 193-205. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01103-2>

George, D., & Mallery, P. (2019). IBM SPSS statistics 26 step by step: A simple guide and reference. Routledge.

Hughes, J. E. (2003). Toward a model of teachers' technology-learning. *Action in teacher education*, 24(4), 10- 17. <https://doi.org/10.1080/01626620.2003.10463274>

Kadarisma, G., Senjayawati, E., & Amelia, R. (2019). Pedagogical content knowledge pre-service mathematics teacher. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1315, No. 1, p. 012068). IOP Publishing. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1315/1/012068>

Lee, Y., Capraro, R. M., & Capraro, M. M. (2018). Mathematics teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in problem posing. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 13(2), 75- 90. <https://doi.org/10.12973/iejme/2698>

Nardi, P. M. (2018). *Doing survey research: A guide to quantitative methods*. Routledge.

Neubrand, M. (2018). Conceptualizations of professional knowledge for teachers of mathematics. *ZDM*, 50(4), 601-612. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0906-0>

Rahman, N. A., Rosli, R., & Rambely, A. S. (2021b). Validating STEM pedagogical content knowledge scale for secondary school mathematics teachers. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 12(14), 3666-3678.

Rahman, N. A., Rosli, R., & Rambely, A. S. (2021a). Mathematical teachers' knowledge of STEM-based education. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1806, No. 1, p. 012216). IOP Publishing. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1/012216>

Rahman, N. A., Rosli, R., Rambely, A. S., Siregar, N. C., Capraro, M. M., & Capraro, R. M. (2022). Secondary school teachers' perceptions of STEM pedagogical content knowledge. *Journal on Mathematics Education*, 13(1), 119-134. <http://doi.org/10.22342/jme.v13i1.pp119-134>

Sharma, G. (2017). Pros and cons of different sampling techniques. *International journal of applied research*, 3(7), 749-752.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, 15(2), 4-14.

Sintema, E. J., & Marbán, J. M. (2020). Pre-service secondary teachers' mathematical pedagogical content knowledge self-concept related to their content knowledge of functions and

students. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(3), em0598. <https://doi.org/10.29333/iejme/8327>

Song, M. (2020). Integrated STEM teaching competencies and performances as perceived by secondary teachers in South Korea. *International Journal of Comparative Education and Development*, 22(2), 131-146. <https://doi.org/10.1108/IJCED-02-2019-0016>

Tröbst, S., Kleickmann, T., Depaepe, F., Heinze, A., & Kunter, M. (2019). Effects of instruction on pedagogical content knowledge about fractions in sixth-grade mathematics on content knowledge and pedagogical knowledge. *Unterrichtswissenschaft*, 47(1), 79-97. <https://doi.org/10.1007/s42010-019-00041-y>

Vossen, T. E., Henze, I., De Vries, M. J., & Van Driel, J. H. (2020). Finding the connection between research and design: the knowledge development of STEM teachers in a professional learning community. *International Journal of Technology and Design Education*, 30, 295-320. <https://doi.org/10.1007/s10798-019-09507-7>

CARACTERIZANDO NUESTRAS CONCEPCIONES DE SER PROFESOR(A) DE MATEMÁTICAS

RELATO DE EXPERIENCIAS SITUADAS EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA Y LA ETNOMATEMÁTICA

CHARACTERIZING OUR CONCEPTIONS OF BEING A MATHEMATICS TEACHER

Report of experiences situated in critical mathematics and ethnomathematics education

CARACTERIZANDO NOSSAS CONCEPCÕES DE SER PROFESSOR(A) DE MATEMÁTICA

Relato de experiências situadas na educação matemática crítica e etnomatemática

Edna Paola Fresneda-Patiño

(Universidad Federal de Minas Gerais, Secretaría de Educación del Distrito, Colombia)
epfresnedap21@ufmg.br

Gabriel Jacobo Sánchez-Coral

(Universidad Pedagógica Nacional, Secretaría de Educación del Distrito, Colombia)
gabrieljacobosanchez@gmail.com

Recibido: 07/07/2023

Aprobado: 07/07/2023

“[...] la educación es la construcción y la re-construcción de historias personales y sociales; tanto los profesores como los estudiantes son contadores de historias y también personajes en las historias de los demás y en las suyas propias.”
Michael Clandinin y Jean Connelly

RESUMEN

Con este documento queremos proponer una caracterización de nuestra experiencia como docentes que hemos situado nuestras prácticas investigativas desde la Educación Matemática Crítica y la Etnomatemática, en la que confluye una idea de sujeto político que transforma las concepciones de ser profesor(a) de matemáticas. Nosotros coincidimos hace algunos años en un congreso académico internacional en el que se discutían propuestas investigativas y prácticas pedagógicas enmarcadas en perspectivas alejadas de enfoques cognitivistas y más próximas a dimensiones sociales, políticas y culturales. Allí, compartimos nuestros trabajos académicos y años más tarde nos reencontramos en el II Encuentro de la Red de Educadores Matemáticos Críticos, notando que, si bien nuestros intereses no habían cambiado, estábamos interesados en reconocer la voz del sujeto al relatar sus experiencias investigativas situadas desde enfoques sociales, políticos y culturales de la educación matemática. Para ello usamos las narrativas orales y escritas para estudiar y reflexionar sobre nuestras propias experiencias como docentes de matemáticas. Para lograrlo, teóricamente nos fundamentamos en las ideas del enfoque social, político y cultural, especialmente, en la Educación Matemática Crítica y la Etnomatemática, caracterizando tanto la idea de sujeto político como de contexto sociopolítico. Con relación a la metodología, retomamos la idea de experiencia de Jorge Larrosa y las características de la investigación biográfico-narrativa,

usando particularmente los escritos autobiográficos producidos por los autores del presente documento. Buscamos dar vida a la voz del sujeto al narrar sus propias experiencias como docentes e investigadores de carne y hueso que intentan privilegiar en el aula de clase espacios de discusión sobre asuntos sociales, políticos y culturales que se inscriben en los contextos cotidianos de las escuelas colombianas. Además, reconocemos la importancia de usar las matemáticas como herramienta que nos permite leer, interpretar y transformar el mundo y las condiciones de nuestra sociedad actual, reconociéndonos como sujetos políticos agentes de cambio.

Palabras clave: educación matemática crítica. etnomatemática. sujeto político. contexto sociopolítico. narrativas. experiencia.

ABSTRACT

In this document we want to propose a characterization of our experience as teachers who have located our investigative practices from Critical Mathematics Education and Ethnomathematics in which converges an idea of political subject that transforms the conceptions of being a mathematics teacher. We coincided some years ago in an international academic conference in which discussed research proposals and pedagogical practices situated in perspectives far from cognitive approaches and closer to social, political and cultural dimensions. There, we shared our academic papers and years later we met again at the II Meeting of the Network of Critical Mathematics Educators, noting that, although our interests had not changed, we were interested in recognizing the subject's voice when recounting their investigative experiences located from social, political and cultural approaches to mathematics education. For this we use oral and written narratives to study and reflect on our own experiences as mathematics teachers. To achieve it, theoretically we base on the ideas of the social, political and cultural approach, especially in Critical Mathematics Education and Ethnomathematics, characterization both the idea of political subject and sociopolitical context. In connection with the methodology, we return to the idea of Jorge Larrosa's experience and the characteristics of biographical-narrative research, using particularly the autobiographical writings produced by the authors of this document. We seek to give life to subject's voice by narrating their own experiences as teachers and researchers as flesh and blood who try to privilege in the classroom discussion spaces on social, political and cultural issues that are part of the daily contexts of Colombian schools. In addition, we recognize the importance of using mathematics as a tool that allows us to read, interpret and transform the world and the conditions of our current society, recognizing ourselves as political agents of change.

Keywords: critical mathematics education. ethnomathematics. political subject. socio-political context. narratives. experience.

RESUMO

Com este documento, queremos propor uma caracterização de nossa experiência como professores que situaram nossas práticas de pesquisa na Educação Matemática Crítica e na Etnomatemática, na qual converge a ideia de um sujeito político que transforma as concepções de ser professor(a) de matemática. Conhecemo-nos há alguns anos em uma conferência acadêmica internacional em que foram discutidas propostas de pesquisa e práticas pedagógicas, enquadradas em perspectivas muito distantes das abordagens cognitivistas e mais próximas das dimensões sociais, políticas e culturais. Lá, compartilhamos nosso trabalho acadêmico e, anos depois, nos encontramos novamente no 2º Encontro da Rede de Educadores Matemáticos Críticos, observando que, embora nossos interesses não tivessem mudado, estávamos interessados em reconhecer a voz do sujeito ao relatar suas experiências de pesquisa situadas a partir de abordagens sociais, políticas e

culturais da educação matemática. Para isso, usamos narrativas orais e escritas para estudar e refletir sobre nossas próprias experiências como professores de matemática. Para isso, nos baseamos teoricamente nas ideias da abordagem social, política e cultural, especialmente na Educação Matemática Crítica e na Etnomatemática, caracterizando tanto a ideia do sujeito político quanto o contexto sociopolítico. Em relação à metodologia, adotamos a ideia de experiência de Jorge Larrosa e as características da pesquisa biográfico-narrativa, usando particularmente os escritos autobiográficos produzidos pelos autores deste artigo. Buscamos dar vida à voz do sujeito, narrando suas próprias experiências como professores e pesquisadores de carne e osso que tentam privilegiar na sala de aula espaços de discussão sobre questões sociais, políticas e culturais que estão inscritas nos contextos cotidianos das escolas colombianas. Além disso, reconhecemos a importância de usar a matemática como uma ferramenta que nos permite ler, interpretar e transformar o mundo e as condições de nossa sociedade atual, reconhecendo-nos como sujeitos políticos e agentes de mudança.

Palavras-chave: educação matemática crítica. etnomatemática. sujeito político. contexto sociopolítico. narrativas. experiência.

Coincidencias que nos animan a investigar nuestras propias experiencias

En el año 2018, Paola estudiante de la Maestría en Educación con énfasis en Educación Matemática de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas y Jacobo, estudiante de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, coincidimos en el 6 Congreso Internacional de Etnomatemática que se realizó en la ciudad de Medellín, Colombia. Nuestro interés como profesores e investigadores en formación en el campo de la educación matemática, nos llevó a este encuentro en el que se ponían en discusión propuestas investigativas y prácticas pedagógicas que consideran formas diferentes de construir las matemáticas en el aula de clase y fuera de ella. Allí descubrimos que, siendo profesores de la misma ciudad, —Bogotá—, compartimos visiones que nos alejan de perspectivas psicológicas y cognitivas de la educación matemática y nos acercan a los enfoques que consideran aspectos sociales, culturales y políticos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Luego de un tiempo de experiencias académicas y laborales, volvimos a coincidir en el año 2022, en el II Encuentro de la Red de Educadores Matemáticos Críticos, —REDUMAC— esta vez, Paola como estudiante del Doctorado Latinoamericano en Educación de la Universidad Federal de Minas Gerais (Brasil) y Jacobo como estudiante de la Maestría en Docencia de la Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional (Colombia). En el desarrollo del evento, asistimos a la conferencia titulada: *“El profesor de matemáticas como sujeto político: Una aproximación narrativa”*, con la cual Salazar y Torres (2022b) compartieron avances del proyecto de investigación: *“Identidades narrativas de profesores de matemáticas vinculados a programas de formación de la Universidad Pedagógica Nacional”* (Salazar y Torres, 2022a) en el cual Jacobo participaba como monitor. Escuchar estas reflexiones y la posibilidad de coincidir nuevamente nos mostraron que nuestros intereses por estudiar e investigar desde perspectivas sociopolíticas de la educación matemática como la Educación Matemática Crítica y la Etnomatemática, no habían cambiado. Por el contrario, ese interés se acentúa y nuestras experiencias como profesores de matemáticas nos impulsan a continuar explorando este campo investigativo en la búsqueda de espacios de discusión en nuestras aulas que posibiliten la construcción de conocimientos matemáticos que reconozcan los saberes culturales y la realidad social de nuestros estudiantes.

Desde ese momento, conformamos junto con otros compañeros un grupo de trabajo interesado en hacer uso de las narrativas, orales y escritas, como formas artesanales de comunicación utilizadas por los seres humanos para contar historias, para recordar experiencias; tejiendo relaciones colectivas con otros y con el mundo. Reconocemos que las narrativas no se convierten solamente en una perspectiva teórico-metodológica distinta en la educación matemática, sino en un instrumento político insurgente para evidenciar que las matemáticas que construimos en la escuela se convierten en herramientas poderosas para transformar la realidad social. Como resultado de ese encuentro, decidimos estudiar nuestras

propias experiencias siendo docentes e investigadores en formación situados en enfoques sociopolíticos de la educación matemática.

Nuestro propósito con este documento es *caracterizar la experiencia de dos docentes que han situado sus prácticas investigativas desde la Educación Matemática Crítica y la Etnomatemática y en la que confluye una idea de sujeto político que transforma las concepciones de ser profesor(a) de matemáticas*. Sustentamos nuestra propuesta teóricamente en algunas ideas del enfoque sociopolítico (Gutiérrez, 2013; Valero, Andrade y Montecino, 2015), particularmente en la Educación Matemática Crítica (Skovsmose, 1994) y la Etnomatemática (D'Ambrosio, 2005) que sustenta los procesos investigativos que hemos desarrollado. Además, puntualizamos la idea de sujeto político desde las propuestas desarrolladas por Valero (2002), Martínez (2006), Salazar y Torres (2022a), Salazar, Torres y Sánchez (2023a), Salazar, Torres y Sánchez (2023b) que nos permiten caracterizar el rol del profesor de matemáticas.

Respecto a los elementos metodológicos, es importante resaltar que la idea de experiencia se sustenta en la propuesta de Larrosa (2002) y para dar cuenta de esas experiencias que vivencia el profesor nos situamos en la investigación biográfico-narrativa (Bolívar, 2002). Desde allí, retomamos el uso de las narrativas, particularmente el escrito autobiográfico en el cual relatamos cómo fue nuestro encuentro con los enfoques sociopolíticos de la educación matemática. Con este insumo, presentamos un breve análisis de esos relatos en los que destacamos como elementos clave la idea de contexto sociopolítico, de experiencia y la caracterización del sujeto político en las vivencias de los profesores.

Encontrando refugio para nuestras intenciones desde enfoques sociopolíticos de la educación matemática

En Colombia, hace más de dos décadas los investigadores y educadores matemáticos empezamos a pensar otras formas de ver la clase de matemáticas intentando generar espacios de resistencia y transformación reconociendo las necesidades y los contextos específicos de nuestros estudiantes considerando no sólo la desigualdad social sino también las características culturales de nuestro país. En el proceso de pensar el aula de clase como un escenario de discusión y diálogo, conocimos las ideas del profesor Ole Skovsmose quien señala que, en la década de los noventa, con poca frecuencia se encontraban obras en educación matemática que presentaran una visión de los fenómenos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas desde una perspectiva más amplia que la cognitiva o psicológica (Skovsmose, 1994).

Particularmente no había escritos que abordaran la dimensión social, cultural y política de esas prácticas sociales que tienen lugar en el aula. La necesidad de este giro social pretende señalar la aparición en la comunidad de investigadores en educación matemática, de teorías que ven el significado, el pensamiento y el razonamiento como productos de la actividad social (Lerman, 2000). Sin embargo, no basta con reconocer la importancia de los estudios sobre las dimensiones sociales en la educación matemática, es preciso repensar la dimensión política, social y cultural.

De acuerdo con Valero (2004) lo social, lo cultural y lo político incluye personas, sus interacciones, sus actividades en espacios sociales particulares y tiempos históricos, las tradiciones y rituales que entran en esos espacios y las estructuras generales en las que todos tienen lugar. Gutiérrez (2013) señala que en la última década la comunidad de investigadores en educación matemática ha incorporado muchas más perspectivas socioculturales en sus maneras de entender y analizar la enseñanza y el aprendizaje.

Sin embargo, hay una larga historia que abordar con relación a cuestiones de justicia social y en contra de los preconceptos raciales, étnicos, religiosos, de orientación sexual entre otros; donde las matemáticas han ido más allá al reconocer elementos socioculturales retomando elementos sociopolíticos y teorías, en las que se destacan asuntos relacionados con la identidad y el poder. En este sentido, quienes nos identificamos con el giro sociopolítico buscamos no sólo entender mejor la educación matemática en

todas sus formas sociales sino transformarla en formas que privilegien prácticas más justas socialmente (Gutiérrez, 2013).

Al respecto, una variedad de perspectivas puede considerarse como parte de este giro sociopolítico y según Gutiérrez (2013) podemos destacar tres: *i)* la Educación Matemática Crítica (EMC), *ii)* la Teoría Crítica de la Raza y Teoría Crítica Latina y *iii)* el postestructuralismo. En este documento nos centraremos particularmente en la primera perspectiva, la EMC, desde la cual se consideran dos objetivos principales: primero, desarrollar en los estudiantes una conciencia política —concientización— que le permita a un individuo reconocer su posición en la sociedad y como parte de la historia; segundo, motivar a las personas a la acción (Gutiérrez, 2013).

La EMC desde sus comienzos ha puesto el acento en cómo la sociedad hace uso de las matemáticas, en las consecuencias de tal uso y en las implicaciones de las matemáticas como parte de las prácticas educativas. De acuerdo con Valero, Andrade y Montecino (2015) lo crítico conlleva un distanciamiento de los discursos dominantes sobre la bondad intrínseca tanto de las matemáticas como de las matemáticas escolares en los procesos educativos y además implica entender cómo el conocimiento matemático y el conocimiento de las matemáticas escolares se imbrican en y con la sociedad y sus proyectos históricos, políticos, económicos y sociales.

En los escritos que hablan de las raíces de la EMC se resalta que los educadores matemáticos adoptaron tres enfoques teóricos para pensar el campo de la práctica y la educación (Valero, Andrade y Montecino, 2015). Primero, la Teoría Crítica de la Escuela de Frankfurt en Alemania, quienes tomaron una posición crítica basada en el Marxismo, pero tratando de ir más allá para repensar las posibilidades del desarrollo social frente al capitalismo del momento.

Segundo, la pedagogía de la liberación de Paulo Freire, en el contexto de la educación de adultos en Brasil, ayuda a argumentar que el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas puede concebirse como una alfabetización matemática que permite leer el mundo críticamente con las matemáticas. Tercero, las ideas de la Etnomatemática que el profesor Ubiratán D'Ambrosio había comenzado a articular para posicionar a las matemáticas como una producción cultural donde la enseñanza y el aprendizaje no es una actividad puramente intelectual, sino que está arraigada a la cultura.

Por lo anterior, reconocemos la Etnomatemática como un fuerte enfoque cultural y sociopolítico de la educación matemática desde las ideas planteadas por D'Ambrosio (2005) con su programa de Investigación de Etnomatemática -PIE-. Este programa tiene un gran motivador que en sus palabras menciona cómo: *“entender el saber - hacer matemático a lo largo de la historia de la humanidad, contextualizado en diferentes grupos de interés, comunidad, pueblos y naciones”*.

D'Ambrosio (2005) plantea una aproximación a la definición etimológica de la palabra Etnomatemática como las “ticas” (los modos, habilidades, artes, técnicas) y las “matema” (entender, explicar, enseñar, compartir) de los hechos y fenómenos en las diferentes “etnos” (comunidades, grupos, pueblos). Además, propone que el programa de investigación de la Etnomatemática tiene varias dimensiones para investigar tanto en la historia, como en la filosofía de la matemática que a su vez tiene mayores implicaciones pedagógicas. Estas dimensiones son: la conceptual, la histórica, la cognitiva, la epistemológica, la política y la educacional.

Esta investigación coincide con la mirada del aula como un espacio social en el que se considera el contexto de la clase de matemáticas como un *contexto sociopolítico*, buscando conectar el macrocontexto de la educación matemática con su microcontexto. La noción de contexto en términos sociopolíticos ha surgido en estudios que se preguntan sobre el vínculo que existe entre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y las estructuras económicas, sociales, políticas y los procesos históricos que dan significado a esos fenómenos (Valero, 2002). Reconocemos, entonces, la relación existente entre las matemáticas, la educación matemática y el espacio social, político y cultural donde estas dos se construyen.

Entendemos, retomando las palabras de Valero (2002), que nuestros estudiantes y nosotros mismos como profesores de matemáticas no somos simplemente “cabezas” —léase, sujetos cognitivos— sino que somos seres humanos con una existencia física y temporal, con sentimientos, con múltiples razones para involucrarnos o no en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y con una vida que trasciende los límites del aula y de la escuela. En lugar de pensarnos como sujetos cognitivos, nos concebimos como sujetos políticos, seres humanos actuantes y generadores de nuestras propias condiciones sociales y materiales de vida.

Los sujetos políticos participamos en la construcción y transformación del mundo social-económico-político-histórico-cultural, y a través de esa participación pensamos, conocemos, producimos, soñamos y nos involucramos con el mundo desde las diversas formas en que concebimos la educación matemática situada en perspectivas sociales, políticas y culturales. De acuerdo con Martínez (2006) pensar la cuestión de sujeto político emergente y la producción de subjetividades políticas exige realizar una aproximación crítica tanto a los contenidos subjetivos como a los dispositivos de poder producidos por los discursos que pretenden la totalización de lo social, generando un modo determinado de producción de sociedad.

En este sentido, nuestros modos de pensar y actuar heredados, dependientes y sumisos al poder foráneo y estatal nos llevan a pensar en formas de reconstruir sujetos políticos, lo que requiere tres rupturas (Martínez, 2006). El estudio y uso de esta propuesta teórica posibilitó la interpretación y construcción teórica de Salazar y Torres (2022a, 2022b), Salazar, Torres y Sánchez (2023a), Salazar, Torres y Sánchez (2023b) para estudiar la reconfiguración del profesor de matemáticas como sujeto político haciendo uso de tales rupturas. La primera se refiere a la identificación que hace el sujeto de las dificultades y de las acciones de despliegue que cada sujeto tendría que asumir en su reconfiguración. Si la historia personal, el contexto y la cultura son constituyentes de subjetividad y a la vez le determina el devenir, desde lo que está instituido socialmente, es claro que el sujeto emerge en disputa permanente entre lo determinado y lo indeterminado, por lo cual, en la experiencia del sujeto inicia una emergencia de deconstrucción que implica conciencia de los referentes que lo determinan y de las posibilidades de autonomía y protagonismo (Martínez, 2006).

Por su parte, la segunda implica desprenderse de ese modo de concebirse como sujeto de tendencias definidas (una profesión, una identidad, una ideología) para pensarse con otra idea de sujeto que dé cuenta de nuevas formas de implicación y postura, para construirse desde un deber ser, para poderse pensar con otra idea de sujeto (Martínez, 2006). Por último, la tercera ruptura, refiere a comprenderse como sujeto de necesidades y posibilidades, lo que implica al sujeto conocerse, construirse, interpretarse y proyectarse. Para Martínez (2006) de estas rupturas depende esa reconfiguración del sujeto como “actor-autor-productor de sí mismo y de otros proyectos de sociedad” (p. 128).

Relatos autobiográficos como alternativa metodológica en la educación matemática

Con la intención de caracterizar nuestra experiencia como profesores e investigadores situados particularmente, desde la EMC y la Etnomatemática, centramos la atención en la idea de experiencia, sin embargo, esa no es una experiencia cualquiera, esa experiencia se hace visible en la medida que narramos nuestras propias historias. Larrosa (2002) considera la importancia de las palabras, su poder y su fuerza; porque hacemos cosas con las palabras y las palabras hacen cosas con nosotros y en nosotros. Cuando hacemos cosas con las palabras, de lo que se trata es de cómo damos sentido a lo que somos y a lo que nos acontece, de cómo correlacionamos las palabras y las cosas, de cómo nombramos lo que vemos o lo que sentimos y de cómo vemos o sentimos lo que nombramos (Larrosa, 2002).

La experiencia a la que se hace referencia no es aquella visible al observador en el mundo concreto de su aula de clase y tampoco es aquella relatada por el investigador. De acuerdo con Larrosa (2002) *la experiencia es lo que nos pasa, lo que nos acontece, lo que nos toca; y al tocarnos, nos transforma*. Así, la experiencia que buscamos visibilizar es aquella que nos pasa como profesores que hemos situado nuestras prácticas investigativas en la EMC y la Etnomatemática reconociéndonos como sujetos

políticos. En este sentido, nos apoyamos en la investigación biográfico-narrativa pues surge como una reivindicación del sujeto, ya que los informantes hablan de ellos mismos sin silenciar su subjetividad, superando el contraste establecido entre objetividad y subjetividad para basarse en evidencias propias, de la vida, de las experiencias y de las relaciones de los sujetos. En palabras de Bolívar (2002) “para comprender algo humano, personal o colectivo, es preciso contar una historia”.

En esta metodología de investigación, es fundamental el uso de las narrativas que no sólo expresan importantes dimensiones de la experiencia vivida, sino que, median la propia experiencia y configuran la construcción social de la realidad priorizando un yo dialógico (Bolívar, 2002, p.4). Retomamos la narrativa de vida que se constituye en un instrumento para la extracción de saberes prácticos, buscando orientar la descripción de las experiencias personales vividas y los contextos en los cuales ellas se inscriben. Para la producción de esta narrativa de vida, hicimos uso de un relato autobiográfico entendido como un escrito de sí. Allí, relatamos de forma libre y espontánea nuestras historias, deseos, anhelos y ambiciones desde nuestras vivencias personales y profesionales relacionadas con los enfoques sociopolíticos de la educación matemática. Aquí toman fuerza las palabras de Larrosa (2004) al señalar que

El sentido de lo que somos, o mejor, el sentido de quiénes somos, tanto para nosotros mismos como para los otros, depende de las historias que contamos y que nos contamos, y en particular, de aquellas construcciones narrativas en las cuales cada uno de nosotros es, al mismo tiempo, el autor, el narrador y el personaje principal, o sea, de las autobiografías, de las narraciones propias o de las historias personales (p. 12).

Por su parte, en el relato autobiográfico nos interesa resaltar aquello que es importante de nuestras historias de vida como académicos, esto que le da valor a lo contado por nosotros, llamado por Bajtin (1975) citado por Arfuch (2013) como el valor biográfico. En palabras de Arfuch (2013) el valor biográfico es:

[...] aquello que, en cada relato, en cada puesta en forma de la vida [...] interpela tanto al narrador como al narratario respecto de su propia existencia en términos éticos, estéticos, y hasta podríamos decir, políticos.

Por lo tanto, en nuestros relatos autobiográficos se narra la experiencia vivida resaltando aquello que atraviesa la vida académica de Paola y Jacobo en relación con los enfoques sociopolíticos, las maneras de ser y de actuar como profesionales, como investigadores y como profesores de matemáticas.

Analizando nuestras experiencias para caracterizar el rol del profesor de matemáticas como sujeto político

Buscando caracterizar nuestra experiencia como docentes que hemos situado nuestras prácticas investigativas desde la EMC y la Etnomatemática en la que confluye una idea de sujeto político que transforma las visiones de ser profesor de matemáticas, usaremos dos categorías. La primera, hace referencia a la idea de contexto sociopolítico (Valero, 2002) porque es allí donde tiene lugar nuestra acción como individuos, ciudadanos, profesores e investigadores. La segunda categoría configura la idea de sujeto político (Valero, 2002) haciendo énfasis en las rupturas propuestas por Martínez (2006) e interpretadas por Salazar y Torres (2022a), Salazar, Torres y Sánchez (2023a), Salazar, Torres y Sánchez (2023b) para caracterizar la reconfiguración del profesor de matemáticas como sujeto político.

Iniciamos el análisis, tomando fragmentos¹ del escrito autobiográfico de Paola para discutir la categoría de contexto sociopolítico y para reflexionar sobre la categoría de sujeto político tomaremos fragmentos de la narrativa de Jacobo². Así, pensar al profesor de matemáticas como un sujeto político implica

¹ Los fragmentos del escrito autobiográfico de cada docente son analizados con categorías diferentes y esto se sustenta en una decisión metodológica considerando el espacio disponible para hacer la discusión a la luz de las categorías teóricas.

² Algunos de estos fragmentos y su análisis fueron presentados en la ponencia socializada en el Tercer Encuentro Latinoamericano de Etnomatemática —ELEM-3— escrita por: Salazar, Torres y Sánchez (2023b), titulada: “Reconfiguraciones del profesor de matemáticas como sujeto político desde la Etnomatemática.

reconocer que el contexto en el que ejerce su rol no es un contexto neutral, ya que lo que sucede en el aula de clase y en la escuela se relaciona con el macrocontexto de la sociedad, reconociendo las características y particularidades de nuestro país. Al respecto, retomamos un fragmento del relato de Paola, que se muestra a continuación.

[...] Pensar en estudiar una carrera universitaria siempre fue un anhelo, pero a la vez sabía que no sería fácil puesto que mi familia no contaba con los recursos suficientes para hacerlo. Esto es una situación común en las familias colombianas de clase media y baja, porque, aunque tenemos un país con abundantes riquezas existe mucha desigualdad social y económica. En ese contexto, para mí estudiar en una universidad pública era la principal opción y aunque tuve el privilegio de lograrlo, sé que muchos otros colombianos no pueden hacerlo. Por eso en los últimos semestres de la carrera y en los primeros años ejerciendo como docente, me preguntaba cómo desde mi clase de matemáticas podría ayudar a que mis estudiantes tuviesen una mejor comprensión de la realidad social, económica, política y cultural que se vive en Colombia, buscando estrategias que nos permitan transformar la sociedad en busca de un país más solidario, democrático y justo. [Fragmento tomado del escrito autobiográfico de Paola]

En este primer fragmento, Paola sitúa su sentir y pensar en el reconocimiento de un contexto sociopolítico que permea su realidad y la de muchos otros colombianos respecto a mejores posibilidades de vida. En este sentido, Valero (2002) menciona que la noción de contexto en términos sociopolíticos refiere al vínculo que existe en el aula con respecto a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y las estructuras económicas, sociales, políticas, culturales y los procesos históricos que dan significado a esos fenómenos. Esta relación se hace visible en el cuestionamiento de Paola al preguntarse cómo desde su clase de matemáticas puede aportar a la construcción de una sociedad más humana y equitativa. Sin duda, como ciudadanos y profesores estamos inmersos en ese contexto sociopolítico que permea nuestro quehacer dentro y fuera de la escuela, lo que nos lleva a reconocernos justamente como sujetos políticos. Identificamos que en ese contexto sociopolítico tiene lugar la relación existente entre las matemáticas, la educación matemática y el espacio social donde estas se construyen, dando cabida a diversas experiencias que pueden o no tocar y transformar al profesor, como se evidencia en el siguiente fragmento de la narrativa de Paola.

Con el desarrollo de la maestría, mi experiencia sin duda transformó mi ser y hacer como docente de matemáticas porque —situada desde la Educación Matemática Crítica— reconocí que había otras posibilidades que podía llevar a mi aula de clase para aportar a la constitución de mis estudiantes como ciudadanos críticos desde las discusiones propuestas en la clase de matemáticas retomando las situaciones de su contexto cotidiano. Mi intención era continuar por ese camino, pero sabía que sola sería más difícil. Por esa razón, empecé a trabajar con otros docentes investigadores con quienes compartía esos intereses para continuar aportando no solo a la transformación de mi experiencia como profesora e investigadora, sino también a la constitución de la comunidad de educadores matemáticos. [Fragmento tomado del escrito autobiográfico de Paola]

En el fragmento anterior se evidencia, que la experiencia para Paola, entendida como aquello que nos toca y nos transforma (Larrosa, 2002) se dio con el desarrollo de su maestría puesto que le permitió transformar su quehacer como docente de matemáticas situada en un contexto sociopolítico en la búsqueda de aportar a la formación de los estudiantes como ciudadanos críticos. Esa experiencia además estuvo atravesada por un trabajo colaborativo con otros docentes e investigadores con quienes compartía intereses comunes. Por su parte, para la categoría de sujeto político se tiene en cuenta los fragmentos de Jacobo³ que evidencian cada una de las rupturas propuestas por Martínez (2006) y discutidas e interpretadas en Salazar y Torres (2022a), Salazar, Torres y Sánchez (2023b). En la primera ruptura tomada del fragmento que se presenta a continuación, se reconoce en él, las consideraciones iniciales sobre la naturaleza de las matemáticas aprendidas en su formación inicial, tomándolas como referencias que lo caracterizan como profesor en ese momento.

[...] Así, las matemáticas que yo tenía de mi formación eran aquellas consideradas como conjunto de conceptos y procesos acabados, entendiendo que existen unos procesos y prácticas desde las matemáticas como la resolución de problemas, argumentación, conjeturación, definición, visualización, demostración,

³ Estos fragmentos fueron contruidos en el marco de una monitoria de investigación realizada por Jacobo en el proyecto: “*Identidades narrativas de profesores de matemáticas vinculados a programas de formación de la Universidad Pedagógica Nacional*”, (Salazar y Torres, 2022a).

generalización, abstracción, entre otras, que tienen una lógica y rigurosidad establecida [Fragmento tomado del relato de Jacobo].

Lo anterior, manifiesta las determinaciones instauradas por sus prácticas como profesor de matemáticas y su formación universitaria (Salazar y Torres, 2022a; Salazar, Torres y Sánchez, 2023b). En el siguiente fragmento se reconocen sus indeterminaciones encontradas en el encuentro con algunos antecedentes y referentes teóricos desde el enfoque de la Etnomatemática:

[...] También, me encuentro con los planteamientos de Ubiratan D'Ambrosio con su programa de investigación en Etnomatemáticas en la que definía que la Etnomatemática tiene una gran motivación o razón de ser que él mismo establece como entender el saber-hacer matemático a lo largo de la historia de la humanidad, contextualizado en diferentes grupos de interés, de comunidades, pueblos y naciones. [...] esto me permite entender [la Etnomatemática] que las matemáticas se pueden hacer o experimentar en otros contextos como la capoeira y considerar que las matemáticas no son tan rigurosas y formales desde una teoría axiomática como las aprendidas en la universidad. [...] Con lo anterior, posiciono mi trabajo de grado de la licenciatura desde la perspectiva Etnomatemática en la que veo como potencia al relacionar la práctica cultural de la capoeira y de los posibles haceres y saberes que la destacan. [Fragmento tomado del relato de Jacobo]

Lo anterior, vislumbra la práctica sociocultural de la capoeira y sus puntos en común encontrados con la Etnomatemática, poniendo en tensión sus comprensiones sobre las matemáticas, sus posturas epistemológicas y las prácticas pedagógicas instauradas sobre el conocimiento matemático (Salazar y Torres, 2022a, Salazar, Torres y Sánchez, 2023b). Además, se reconocen las posibilidades de autonomía y protagonismo al realizar su trabajo de grado como opción para explorar otras matemáticas que se hacen presentes fuera del contexto escolar. La segunda ruptura se hace presente en los siguientes fragmentos, en los que de acuerdo con Salazar y Torres (2022a), Salazar, Torres y Sánchez (2023b) Jacobo se desprende de ese modo de ser y concebirse en el marco de su formación y se reconoce como sujeto que da cuenta de nuevas formas y posturas como profesor de matemáticas, cuando realiza un viaje personal y académico:

Durante mi viaje a Brasil compartí con la profesora Cecilia Fantinato que trabaja en la Universidad Federal Fluminense, quien muy amablemente, me invita a su casa y me abre las puertas del y hacia el mundo de la Etnomatemática [...] ella me indica de manera detallada las innumerables posibilidades que podía encontrar en el trabajo que estaba realizando. Me sugirió que de “ese árbol gigante con muchas ramas” escogiera una línea y la desarrollara. Además, me recomendó varios libros, textos, autores del mundo y de Brasil como Bill Barton, Ubiratan D'Ambrosio, Gelsa Knijnik y de Colombia Armando Aroca, Hilbert Blanco y Aldo Parra en relación con estas perspectivas. Aquella reunión me sirvió como base para conocer, de puertas abiertas, la gran comunidad que realiza trabajos de este tipo y amplió mis formas de concebir las matemáticas, muy distintas a como las había construido en mi proceso de formación. [Fragmento tomado del relato de Jacobo]

Esta coincidencia de Jacobo con miembros de la comunidad de Etnomatemáticos dejan ver otras posturas como profesor de matemáticas y el encuentro con el discurso encarnado, en los diálogos con la voz viva y materializado de la postura de profesores de matemáticas de carne y hueso relacionados con este enfoque (Salazar y Torres, 2022a, Salazar, Torres y Sánchez, 2023b), lo que se muestra también en el siguiente apartado:

Ese mismo año se realizó el congreso Internacional de Etnomatemática (Icem-6), que tiene lugar cada cuatro años, al cual asistí como ponente. Esta fue una experiencia inolvidable para mí, porque fue un momento en el que sentí que encajaba en esa comunidad por las orientaciones a las que tendía mi trabajo de grado y, sobre todo, por vivir en carne propia múltiples referencias de la Etnomatemática [...] pensaba que tomaba sentido hacer un trabajo de grado desde esta perspectiva. Los seminarios, talleres y encuentros con las voces de los autores en persona, la posibilidad de escucharlos y de verlos de par a par, de persona a persona, hace que uno se sienta acompañado durante ese proceso [...] [Fragmento tomado del relato de Jacobo]

Lo anterior le permite, tomar distancia de aquellas tenencias definidas como profesor de matemáticas y de la identidad adquirida durante su formación (Salazar y Torres, 2022a, Salazar, Torres y Sánchez, 2023b). Puesto que el encuentro con las voces encarnadas de los académicos encontrados en estos espacios, le permiten darse cuenta de la importancia de hacer su trabajo de grado en este enfoque,

compartir experiencias y ser consciente de su posicionamiento en esta comunidad académica (Salazar y Torres, 2022a, Salazar, Torres y Sánchez, 2023b). Por último, la tercera ruptura es encontrada en el siguiente fragmento:

[...] Otro acercamiento hacia la perspectiva Etnomatemática es mi participación en encuentros sincrónicos como asistente a eventos que surgen en el contexto nacional e internacional [...] donde se realizaban discusiones relacionadas con la didáctica de las matemáticas, con las matemáticas en virtualidad o con las Etnomatemáticas [...] Así, se incrementa mi interés por seguir en mi proceso de formación posgradual para aprender otras cosas y seguir participando con la comunidad académica de la Educación Matemática. Esto me motiva a presentar el examen en la Universidad Pedagógica Nacional a la Maestría en Docencia de la Matemática [...], en este tránsito [en la maestría] empiezo a tener algunos acercamientos a la comunidad de formadores de educadores matemáticos reconociéndome como parte de ella e identificando que es posible pertenecer a ésta por medio de los seminarios, en el encuentro con varios autores, en la construcción del trabajo de grado y en las posibilidades que este campo ofrece. La maestría me permite reconocerme como miembro de una comunidad que ya venía frecuentando, hacer parte de sus prácticas, dándome a ella y recibiendo de ella. [Fragmento tomado del relato de Jacobo]

Este apartado, permite interpretar que Jacobo siendo partícipe de diversos espacios y comunidades, en especial en su formación posgradual, tiene la posibilidad de reflexionar y reinterpretarse en su trayectoria de vida como sujeto de necesidades y posibilidades, transformando sus propias prácticas como profesor de matemáticas y a su vez reconfigurándose como sujeto político (Salazar y Torres, 2022a, Salazar, Torres y Sánchez, 2023a).

Aprendizajes y posibilidades en la investigación de nuestras propias experiencias

El encuentro de vivencias relatadas por Paola y Jacobo en su trabajo investigativo con la Educación Matemática Crítica y la Etnomatemática nos permiten ver como se configuran categorías teóricas para reconocer al profesor de matemáticas como un sujeto político (Salazar y Torres, 2022a; Salazar, Torres y Sánchez, 2023a; Salazar, Torres y Sánchez, 2023b). Es decir, un ser humano con una existencia física y temporal con sentimientos, emociones y múltiples razones para reconocer que los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas trascienden los límites del aula y la escuela (Valero, 2002) ya que están permeados por la cotidianidad que viven los estudiantes, sus familias y en general la comunidad educativa.

Desde la reflexión de nuestra propia experiencia a través de la narrativa buscamos discutir justamente la idea de profesor de matemáticas como sujeto político ya que nosotros como ciudadanos y educadores así nos reconocemos. Especialmente desde que encontramos en los enfoques sociopolíticos y culturales de la educación matemática herramientas para propiciar en nuestras aulas espacios de discusión que vinculen las matemáticas con las situaciones sociales, políticas, económicas y culturales que permean la vida de los estudiantes. Las matemáticas se convierten entonces en un insumo fundamental que les permite a los sujetos leer, interpretar, escribir y transformar el mundo. Reconocemos que esas matemáticas hacen parte de un contexto específico, que tiene una historia y que además son importantes para construir una sociedad más democrática, incluyente, equitativa y justa para todos.

La posibilidad de analizar nuestras propias experiencias desde nuestros escritos autobiográficos se convierte en una herramienta fundamental en el campo de investigación de la educación matemática. Dar voz al profesor e investigador permite que se reconozca como sujeto político con incidencia en la transformación del contexto sociopolítico donde sus prácticas pedagógicas e investigativas tienen lugar.

Referencias bibliográficas

Arfuch. L. (2013). *Memoria y Autobiografía. Exploraciones en los límites*. Fondo de Cultura Económica. Buenos Aires.

Bolívar, A. (2002). ¿De nobis ipsis silemus? Epistemología de la investigación biográfico- narrativa en educación. *Revista electrónica de investigación educativa*, 4(1), 40-65. Recuperado de: https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1607-40412002000100003

Connelly, M. y Clandinin, J. (1995) Relatos de experiencia e investigación narrativa en Larrosa, J. y otros. Déjame que te cuente. Ensayos sobre narrativa y educación; Barcelona: Laertes.

D'Ambrosio, U. (2005). *Elo entre as tradições e a modernidade*. Belo Horizonte: Autêntica.

Gutiérrez, R. (2013). The sociopolitical turn in mathematics education. *Journal for research in mathematics education*, 44(1), 37-68. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/259749651_The_Sociopolitical_Turn_in_Mathematics_Education

Larrosa, J. (2002). Notas sobre a experiência e o saber da experiência. *Revista brasileira de educação*, 19, 20-28. Recuperado de: <https://www.scielo.br/j/rbedu/a/Ycc5QDzZKcYVspCNspZVDxC/?format=pdf&lang=pt>

Larrosa, J. (2004). Notas sobre narrativa e identidade (a modo de presentación) En M.H.B. Abrahão, (Org). *A aventura (auto)biográfica: teoria e empiria*. (pp. 11-22). Porto Alegre: EdUPUCRS.

Lerman, S. (2000). The social turn in mathematics education research. In J. Boaler (Ed.). *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning*. (19-44). Westport: Ablex.

Martínez, M. C. (2006): Disquisiciones sobre el sujeto político. Pistas para pensar su reconfiguración. *Revista Colombiana de Educación*, núm. 50, 120-145. Recuperado de: <https://revistas.pedagogica.edu.co/index.php/RCE/article/view/7743>

Salazar, C y Torres, E (2022a). *Identidades narrativas de profesores de matemáticas vinculados a programas de formación de la Universidad Pedagógica Nacional*. Informe de investigación avalada por el CIUP-UPN. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

Salazar, C y Torres, E. (17 de junio de 2022b). *El profesor de Matemáticas como sujeto político: Una aproximación narrativa*. [Conferencia inaugural]. II Encuentro de la Red de Educadores Matemáticos Críticos. Bogotá, Colombia.

Salazar, C., Torres, E. y Sánchez, G. (2023a). Aproximación narrativa a la (re)configuración del professor de matemáticas como sujeto político. En Z. M Santa-Ramirez, Z (Ed.), *Educación matemática, diálogos, formación de maestros y prospectivas*. (pp. 32-34). Universidad de Antioquia.

Salazar, C., Torres, E. y Sánchez, G. (2023b). Refiguraciones Del Profesor De Matemáticas Como Sujeto Político Desde La Etnomatemática. En A. Huencho y P. Peña-Rincón, (Eds). *Acta Tercer Encuentro Latinoamericano Etnomatemática*. (pp. 68-75). Universidad Católica de Temuco.

Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht; Boston: Kluwer Academic Publishers.

Valero, P. (2002). Consideraciones sobre el contexto y la educación para la democracia. *Quadrante*, v. 11, n. 1, p. 49-59. Recuperado de: <https://quadrante.apm.pt/article/view/22744>

Valero, P. (2004). Socio-political perspectives on mathematics education. In P. Valero, R. Zevenbergen (Eds.), *Researching the socio-political dimensions of mathematics education*. (pp. 5-23). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Valero, P.; Andrade, M; Montecino, A. (2015) Lo político en la educación matemática: de la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(3), 287-300. Recuperado de: https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362015000300007

MICROAGRESSÕES RACIAIS NAS CIÊNCIAS EXATAS

UMA ANÁLISE DAS EXPERIÊNCIAS DE ESTUDANTES DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALFENAS

RACIAL MICROAGGRESSIONS IN EXACT SCIENCES

An analysis of the experiences of students at the Federal University of Alfenas

MICROAGRESIONES RACIALES EN CIENCIAS EXACTAS

Un análisis de las experiencias de estudiantes de la Universidad Federal de Alfenas

Ronaldo André Lopes

(Universidade Federal de São Carlos, Brasil)
ronaldoalopes@outlook.com

Guilherme Henrique Gomes da Silva

(Universidade Federal de Alfenas, Brasil)
guilherme.silva@unifal-mg.edu.br

Recibido: 07/07/2023
Aprobado: 07/07/2023

RESUMO

Neste artigo apresentamos resultados de uma pesquisa em que buscamos identificar as experiências de estudantes da área de Ciências Exatas com microagressões raciais. O público-alvo da pesquisa foi composto por estudantes beneficiários de ações afirmativas matriculados em cursos da área de Ciências Exatas da Universidade Federal de Alfenas (n=390) que responderam um instrumento denominado Escala de Experiências Acadêmicas, Sociais e de Sobrevivência no âmbito das Exatas (EASS-Exatas). Para a análise, utilizamos correlações e Spearman, teste de significância qui-quadrado e Análise de Componentes Principais (ACP). Os resultados indicam que estudantes com idade entre 20 e 30 anos identificam com maior clareza aspectos relacionados às microagressões raciais. Além disso, os estudantes autodeclarados pretos foram aqueles que vivenciaram de forma mais intensa as microagressões raciais, inclusive com scores acima dos estudantes autodeclarados pardos, que também compõem o grupo de estudantes negros no Brasil. Isso evidencia que a cor da pele está diretamente relacionada às experiências com racismo e com microagressões raciais vivenciadas pelos estudantes. Mesmo vencendo a barreira do acesso, estudantes cotistas negros e negras de cursos de exatas continuam enfrentando o desafio de sobreviver academicamente devido a violência estrutural que vivenciam durante sua trajetória no curso e na universidade.

Palavras-chave: raça. racismo. ciências exatas. educação matemática.

ABSTRACT

In this article, we present results of a research study in which we aimed to identify the experiences of students from Science, Technology, Engineer, and Mathematics (STEM) programs with racial

microaggressions. The research participants were beneficiaries of affirmative action programs enrolled in these programs at the Federal University of Alfenas (n=390), who responded to a survey instrument called the Scale of Academic, Social, and Survival Experiences in the STEM (EASS-STEM). For the analysis, we used correlations, Spearman's test, chi-square significance test, and Principal Component Analysis (PCA). The results indicate that students between the ages of 20 and 30 clearly identify aspects related to racial microaggressions. Additionally, self-identified Black students were the ones who experienced racial microaggressions more intensely, even surpassing the scores of self-identified mixed-race (Pardo) students, who also fall within the group of Black students in Brazil. This highlights that skin color is directly related to the experiences of racism and racial microaggressions faced by students. Despite overcoming the barrier of access, Black affirmative-action students from STEM programs continue to face the challenge of academic survival due to the structural violence they experience throughout their journey in the program and at the university.

Keywords: *race. racism. STEM programs. mathematics education.*

RESUMEN

En este artículo presentamos los resultados de una investigación en la que buscamos identificar las experiencias de estudiantes del área de Ciencias Exactas con microagresiones raciales. El público objetivo de la investigación estuvo compuesto por estudiantes beneficiarios de acciones afirmativas matriculados en cursos del área de Ciencias Exactas de la Universidad Federal de Alfenas (n=390) que respondieron a un instrumento denominado Escala de Experiencias Académicas, Sociales y de Supervivencia en el ámbito de las Exactas (EASS-Exactas). Para el análisis, utilizamos correlaciones y Spearman, prueba de significancia chi-cuadrado y Análisis de Componentes Principales (ACP). Los resultados indican que los estudiantes con edades entre 20 y 30 años identifican con mayor claridad aspectos relacionados con las microagresiones raciales. Además, los estudiantes auto declarados negros fueron aquellos que experimentaron de forma más intensa las microagresiones raciales, incluso con puntuaciones superiores a los estudiantes auto declarados pardos, que también forman parte del grupo de estudiantes negros en Brasil. Esto evidencia que el color de piel está directamente relacionado con las experiencias de racismo y microagresiones raciales vividas por los estudiantes. A pesar de superar la barrera del acceso, los estudiantes negros de cursos de exactas siguen enfrentando el desafío de sobrevivir académicamente debido a la violencia estructural que experimentan durante su trayectoria en el curso y en la universidad.

Palabras clave: *raza. racismo. ciencias exactas. educación matemática.*

Introdução

As ações afirmativas são políticas que se associam ao desenvolvimento de princípios direcionados ao combate à discriminação por meio do fomento de normas e critérios diferenciados para o acesso a diversos setores da sociedade por indivíduos pertencentes a grupos específicos, geralmente marcados pela exclusão, possuindo como pano de fundo um ideal de equidade (Silva, 2017). No Brasil, ao longo de décadas anos, pessoas negras¹ têm sido excluídas de diferentes setores da sociedade, incluindo o ensino superior. Desde os anos 2000, com a reivindicação de grupos sociais e do Movimento Negro, universidades brasileiras passaram a adotar políticas de ações afirmativas no ensino superior, destinadas principalmente à população negra e outros grupos historicamente discriminados (Passos, 2015). Em 2012, o Supremo Tribunal Federal brasileiro considerou constitucional o uso destas políticas, fato que levou à aprovação da Lei n.º 12.711, conhecida como Lei de Cotas (BRASIL, 2012). Essa lei tornou

¹ Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2011), a população brasileira é formada por cinco categorias raciais: branca, preta, parda, amarela ou indígena. A população negra é formada por pessoas autodeclaradas pretas e pardas. Asiáticos brasileiros são categorizados como amarelos.

obrigatória em instituições públicas federais de ensino superior² a reserva de, no mínimo, metade das vagas em processos seletivos por turno e por curso a estudantes que cursaram integralmente o Ensino Médio em escolas públicas, respeitando aspectos sociais e raciais. Ações afirmativas como a Lei de Cotas, têm possibilitado que estudantes negros acessem cursos prestigiados e instituições tradicionais, fato que tem mudado o perfil racial destas universidades.

No âmbito da Educação Matemática brasileira, o número de pesquisas que problematizam as implicações das ações afirmativas no ensino superior ainda é pequeno. Silva (2016), por exemplo, defende que estas políticas demandam a elaboração de propostas educacionais específicas, apontando possibilidades de engajamento da educação matemática nas dimensões de ingresso, permanência e pós-graduação destas políticas. Aponta que, em cursos da área de Ciências Exatas, o isolamento social e acadêmico tende a ser mais intenso na trajetória dos estudantes negros e negras quando comparados aos demais estudantes (Silva, 2016, 2019). Além disso, dentre os fatores que ultrapassam as questões pedagógicas e influenciam o pós-ingresso, estão as experiências com racismo que estudantes negros e negras enfrentam em sua rotina na universidade, manifestados, muitas vezes, na forma de microagressões raciais (Santos, 2009; Silva & Powell, 2016). Microagressões raciais são consequências de um racismo estrutural (Almeida, 2019) que se manifestam nas relações intersubjetivas. Elas podem ser entendidas como

formas mais ou menos sutis de insultos verbais, não verbais e visuais, direcionadas a indivíduos com base em raça, gênero, etnia, classe social, dialeto ou religião, frequentemente feitas automaticamente ou inconscientemente pelos agressores, mas que são capazes de causar um profundo impacto sobre a vida dos agredidos (Silva & Powell, 2016, p. 45).

Microagressões raciais “expressam uma forma evoluída do racismo, visto que formas mais agressivas e sistêmicas de racismo não são mais socialmente aceitáveis como no passado” (Silva & Powell, 2016, p. 45). O prefixo micro se refere ao contexto local em que as agressões incidem, geralmente muito frequentado pela vítima (por exemplo, seu local de trabalho, o supermercado, academia, lojas, a sala de aula, o ambiente universitário, entre outros). No caso brasileiro, o falso discurso de “abertura à diversidade racial” fornece às microagressões raciais uma característica ainda mais perversa, pois discursos políticos e de agentes sociais muitas vezes tentam impor uma ideia fictícia de não existência de racismo, principalmente nas relações intersubjetivas. O caráter indireto das microagressões raciais no Brasil geralmente se ancora em posturas e atitudes racistas, traduzidas em privilégios que pessoas brancas não enxerga e não admitem existir.

No cenário acadêmico, o impacto negativo das microagressões raciais na vida dos estudantes tem levado ao abandono de disciplinas e, até mesmo à evasão dos cursos de graduação, pois afeta seu senso de pertencimento à universidade (Silva, 2016). Ainda, afeta o desempenho acadêmico, a permanência e o progresso dos estudantes nos cursos superiores. Consequentemente, a integração social e a acadêmica são impactadas negativamente pelas experiências constantes de microagressões raciais, o que pode ocasionar a evasão, a mudança de curso e de universidade ou, ainda, a desistência definitiva do Ensino Superior (Solórzano, Ceja & Yosso, 2000).

Neste trabalho apresentamos resultados de uma pesquisa em que buscamos identificar as experiências de estudantes da área de Ciências Exatas em relação à sua integração social e acadêmica e outros fatores que se inter-relacionam com esta integração, como as experiências com microagressões raciais. Discutimos diferentes fatores desta integração e seu relacionamento em questões como a permanência e o progresso acadêmico dos estudantes público-alvo da Lei de Cotas de cursos da área de Exatas da Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL-MG). Mais especificamente, serão discutidos os resultados relacionados às microagressões raciais, que compõem um dos blocos de um questionário aplicado com os estudantes participantes deste estudo.

² No Brasil, as universidades e institutos federais são responsáveis por cerca de 15% de todas as matrículas no ensino superior. Ainda, figuram entre as instituições mais prestigiadas do país, algo que leva a uma importante concorrência entre os estudantes em seu acesso.

Metodologia

Na etapa do estudo a ser discutida nesse trabalho, aplicamos um questionário objetivo, com evidências psicométricas e já validado (Lopes, 2022). O público-alvo da pesquisa foi composto por estudantes beneficiários de ações afirmativas matriculados em cursos da área de Ciências Exatas da UNIFAL-MG. A UNIFAL-MG é uma universidade centenária, localizada no sul do estado de Minas Gerais. Possui o ingresso anual de cerca de 1500 estudantes, em cursos de todas as áreas do conhecimento. O referido questionário, intitulado Escala de Experiências Acadêmicas, Sociais e de Sobrevivência no âmbito das Exatas (EASS-Exatas), foi construído e refinado através de aplicações prévias, em que foram encontradas evidências favoráveis de validade para esse instrumento. Ele possui 75 questões objetivas, tendo como chave de resposta uma escala *Likert* (1 = discordo fortemente e 5 = concordo fortemente), que atende aos critérios de precisão para o uso de dados estatísticos, com base no cálculo de um estimador de qualidade de questionários, denominado *Alpha de Cronbach* (= 0,7). O instrumento foi aplicado de forma online durante o ano de 2020.

As questões foram dispostas em seis blocos, denominados: Preparação; Integração Social; Integração Acadêmica; Experiências Negativas com a Matemática; Senso de Pertencimento; e Microagressões. Neste texto, discutimos resultados do bloco Microagressões. As respostas obtidas na aplicação do questionário foram organizadas e, posteriormente, passaram por análises descritivas caracterizando a amostra sob os aspectos estudados, além de análises de regressão e de variância. Os estudantes matriculados nos 17 cursos de graduação da área de Ciências Exatas da UNIFAL-MG foram convidados e todos os respondentes assinaram um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), indicando a concordância ou discordância em participar do estudo. Para analisar as respostas ao questionário, os dados obtidos foram organizados em planilhas eletrônicas. Posteriormente, além da análise descritiva, os dados foram analisados no software R (versão 4.0.4). Inicialmente, com base nas respostas obtidas nos seis blocos do instrumento, foi construída uma matriz que contém correlações de Spearman, com o intuito de identificar possíveis correlações significativas entre as variáveis. Com base nas correlações moderadas e fortes (acima de 0,5), realizamos a verificação da associação entre os blocos e as variáveis. Para tanto, analisamos o teste de significância da correlação e o teste de qui-quadrado (χ^2). Estes testes são utilizados para determinar se as variáveis são correlacionadas e dependentes entre si, respectivamente. Em casos em que identificamos variáveis correlacionadas e dependentes, foi realizada a Análise de Correspondência (Mingoti, 2007). Mais especificamente, o coeficiente de correlação por postos de Spearman pode ser utilizado para estimar correlações lineares em variáveis categóricas e nos casos em que não há normalidade conjunta para duas variáveis. O teste de independência pelo método de qui-quadrado verifica se a frequência absoluta observada da variável estudada é significativamente diferente da distribuição de frequência absoluta esperada (Siegel & Castellan Júnior, 2017). Em outro momento, utilizamos a Análise de Componentes Principais (ACP) – *Principal Components Analysis (PCA)*, em inglês –, que é um método de redução de dados, para visualizar a associação entre variáveis de um mesmo bloco. Trata-se de uma técnica de análise multivariada que pode ser utilizada para analisar relações entre um número expressivo de variáveis, possibilitando explicar tais variáveis com base em suas dimensões inerentes (Ferreira, 2018). Neste estudo, optamos pela ACP em detrimento de outros tipos de análise devido à possibilidade de reduzir as informações das variáveis a um conjunto menor de variáveis estatísticas, mantendo a qualidade das informações para a análise. Esta análise foi realizada para diferentes grupos de variáveis, com base na matriz de correlação³. Todas as análises deste estudo foram realizadas no software R, versão 4.0.4 (R CORE TEAM, 2021), e também adotamos o nível de significância de 5%.

O instrumento recebeu 534 respostas. Como o foco desta pesquisa se concentrava em cursos de graduação da área de Ciências Exatas da UNIFAL-MG, foram desconsiderados respondentes de outras instituições de Ensino Superior (77), estudantes de pós-graduação (33) e estudantes que ingressaram na universidade sem a utilização do Sistema de Seleção Unificada (SiSU) (10), que é a principal forma de ingresso com base no Edital da UNIFAL-MG. Além disso, foram desconsiderados estudantes que

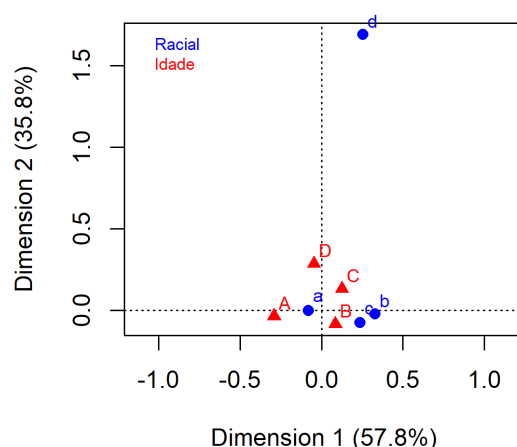
³ Para mais detalhes, veja-se Lopes (2022).

afirmaram não ter interesse em participar da pesquisa (7) e respondentes com idade inferior a 18 anos (11). Visando inibir problemas técnicos e respostas incoerentes, utilizamos itens para controle de respostas em todos os blocos do instrumento. Com isso, identificamos que alguns respondentes não se atentaram a estes itens, resultando na exclusão de outros seis estudantes. Após esta etapa de ajustes, permaneceram dados de 390 estudantes, que responderam integralmente ao questionário fechado. A amostra final correspondeu a 74% da amostra inicial.

Quanto à caracterização da amostra, a média de idade dos respondentes foi de 23,7 anos (desvio-padrão = 5,21). Houve predominância de estudantes da faixa etária de 20 a 24 anos, perfazendo um total de 51,54%. Em relação ao sexo, a amostra foi composta por 219 estudantes do sexo feminino e 171 do sexo masculino. Quanto à autodeclaração racial, identificamos uma maioria de estudantes brancos (252), além de estudantes pardos (103), pretos (31) e amarelos (4). Somados, o número de estudantes pretos e pardos (negros) foi inferior ao número de estudantes brancos.

Resultados e Discussões

No bloco Microagressões Raciais, buscamos analisar em que medida os estudantes de cursos da área de Ciências Exatas da UNIFAL-MG perceberam e vivenciaram microagressões raciais em seu contexto universitário. Inicialmente, o teste de qui-quadrado mostra que não há evidências suficientes que justifiquem a existência de uma dependência entre as variáveis Sexo, Tipo de Ingresso e Cotas e a variável Microagressões Raciais. A variável Tipo de Ingresso se refere ao modo como estudante ingressou na universidade, ou seja, por Ampla Concorrência (Concorrência Geral) ou Cotas, segundo a Lei de Cotas. A cota de ingresso se refere à ação afirmativa utilizada para o ingresso, ou seja, se o estudante utilizou uma cota que considera aspectos sociais, raciais, ou ambos⁴. Nossos resultados apontam, assim, que o nível de vivências relacionadas às microagressões raciais não depende do sexo, do tipo de ingresso ou da cota de ingresso dos estudantes. Já o teste de significância da correlação permite afirmar que as variáveis Idade e Microagressões Raciais são dependentes (valor- $p = 0,0245$), assim como as variáveis Autodeclaração Racial e Microagressões Raciais (valor- $p < 0,001$). Para compreender esse cenário, destacamos a análise de correspondência entre as variáveis para cada caso. Inicialmente, apresentamos a análise de correspondência entre as variáveis Microagressões Raciais e Idade no Gráfico 1:

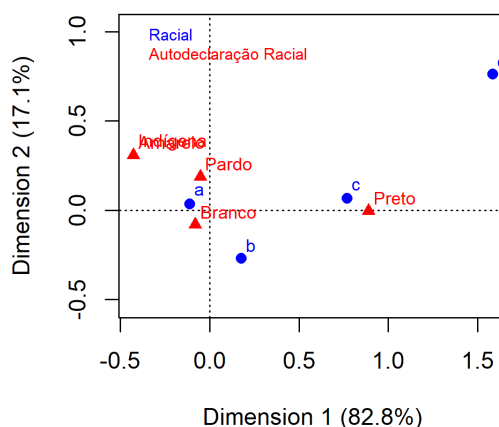


⁴ A Lei de Cotas prevê as seguintes cotas de ingresso: ampla concorrência (A0), estudantes egressos da rede pública de ensino com renda per capita igual ou inferior a 1,5 salários mínimos (L1) ou independente de renda (L5), estudantes autodeclarados pretos, pardos ou indígenas egressos da rede pública de ensino com renda per capita igual ou inferior a 1,5 salários mínimos (L2) ou independente de renda (L6), estudantes com deficiência (L9, L10, L13, L14),

Legenda:	a – Score inferior a 2.
A – Idade entre 18 e 20 anos.	b – Score entre 2 e 3.
B – Idade entre 20 e 25 anos.	c – Score entre 3 e 4.
C – Idade entre 25 e 30 anos.	d – Score entre 4 e 5.
D – Idade acima de 30 anos	

Gráfico 1: Análise de Correspondência entre as variáveis Microagressões Raciais e Idade.
Fonte: O autor, com base nos dados da pesquisa.

No Gráfico 1, observamos que estudantes com as idades indicadas na legenda (A, B, C e D), de modo geral, se associam principalmente a três scores (a, b e c) em relação às microagressões raciais. Na Análise de Correspondência, observamos a proximidade entre as variáveis, ou seja, quanto mais próximo está um item em vermelho de um item em azul, maior é a correspondência entre eles. Observamos ainda que não há estudantes associados significativamente com o score d, pois está distante de todos os demais pontos do gráfico. Mais especificamente, os estudantes mais jovens (A) e os estudantes mais velhos (D) são associados ao mais baixo nível de vivências de microagressões raciais (a). Já os estudantes com idade entre 20 e 25 anos (B) e de 25 a 30 anos (C) se associam principalmente aos níveis médios de experiências com microagressões raciais (b e c). Isso pode ser uma evidência de que estudantes na faixa etária entre 20 e 30 anos percebem, presenciam ou vivenciam as microagressões de forma mais intensa do que os demais. Uma hipótese para isso é que os estudantes nessa faixa etária estão mais engajados em assuntos ligados ao racismo e às microagressões raciais quando comparados aos estudantes adolescentes (recém-concluintes do Ensino Médio) e aos estudantes mais velhos. Cabe ressaltar que não foram encontrados resultados similares na literatura, ou seja, ainda não identificamos estudos que associem as experiências com microagressões raciais à idade dos estudantes. Também realizamos a análise de correspondência entre as variáveis Microagressões Raciais e Autodeclaração Racial, cujos resultados são destacados no Gráfico 2:



Legenda:

- a – Score inferior a 2.
- b – Score entre 2 e 3.
- c – Score entre 3 e 4.
- d – Score entre 4 e 5.

Gráfico 2: Análise de Correspondência entre as variáveis Microagressões Raciais e Autodeclaração Racial.
Fonte: O autor, com base nos dados da pesquisa.

Podemos notar, pelo Gráfico 2, que estudantes autodeclarados pretos estão associados a um dos níveis mais elevados de experiências com microagressões raciais (c). Já os estudantes brancos, amarelos e pardos se associam a níveis mais baixos de experiências com microagressões raciais. De forma surpreendente, os estudantes brancos se associam a um score mais alto (b) que estudantes pardos e amarelos (a). Para nós, isso pode ser um sinal de que estudantes brancos percebem ou já presenciaram a existência de práticas sutis e veladas direcionadas a colegas negros e negras em espaços da universidade.

Segundo os estudos de Santos (2009) e Silva e Powell (2016), experiências com o racismo implícito, manifestado em microagressões raciais, podem afetar diretamente a permanência dos estudantes no Ensino Superior. Os resultados aqui apresentados evidenciam um cenário em que os estudantes autodeclarados pretos são aqueles que mais vivenciam experiências com as microagressões raciais e que estudantes autodeclarados pardos – ainda que pertençam ao grupo de estudantes negros – identificam e vivenciam em menor nível as microagressões. Isso reforça o fato de que, quanto mais escura é a cor da pele de um estudante brasileiro ou brasileira na área de ciências exatas, maior sua experiência com racismo em sua trajetória acadêmica. Segundo Santos (2009), este grupo precisa enfrentar constantemente situações explícitas e veladas de racismo, além de formular estratégias que favoreçam a sobrevivência no curso de graduação e na universidade.

Para Harris et al. (2018), estudantes universitários expostos às microagressões raciais geralmente buscam estabelecer redes de apoio com outras pessoas, seja de modo formal ou informal e, principalmente, em grupos com discentes negros. Na análise das respostas ao instrumento EASS-Exatas, identificamos que diversos estudantes com scores mais elevados no bloco Microagressões Raciais já participam de atividades extraclasse na universidade, como organização étnico-racial, organização religiosa, arte ou dança, atlética, trabalho voluntário, entre outras. Cabe destacar que estudantes autodeclarados pretos e pardos, participantes da pesquisa, comumente afirmaram ter participado de organização étnico-racial, religiosa ou, ainda, de trabalhos voluntários na UNIFAL-MG. Assim, optamos por separar os estudantes autodeclarados pretos e pardos em dois grupos com base nos scores (Grupo A – score entre 0 e 1,5; e Grupo B – score acima de 1,5), buscando identificar a relevância das atividades extraclasse no cotidiano deles. No Grupo A, formado por 84 respondentes, 65,5% afirmaram não participar de atividades extraclasse. Já no Grupo B, formado por 50 respondentes, aproximadamente 46% alegaram não participar de atividades extraclasse. Isso evidencia que, à medida que os scores totais do bloco Microagressões Raciais aumentam, maior é a participação de estudantes negros e negras em atividades extraclasse. Isso pode ser um sinal de que estudantes que vivenciam experiências com microagressões raciais de forma mais acentuada têm buscado apoio nestas atividades, sendo esta uma estratégia de sobrevivência acadêmica na instituição (Santos, 2009). As principais atividades extraclasse em que os estudantes se engajam foram trabalho voluntário, atlética, estágio, arte, música ou dança, e empresa júnior.

Cabe destacar que gênero também é um elemento que pode influenciar nas experiências com microagressões raciais. Neste estudo, não identificamos diferenças significativas entre o nível de experiências com microagressões vivenciadas por homens e mulheres (valor-p = 0,0939), mas observamos uma sutil diferença entre os scores de homens autodeclarados pretos (2,11) e mulheres autodeclaradas pretas (2,13). Ainda que não seja uma diferença significativa, sabemos que o número de mulheres autodeclaradas pretas em cursos de exatas da UNIFAL-MG apresenta disparidade quando comparado ao número de estudantes autodeclarados brancos, ou, ainda, de homens autodeclarados pretos (Lopes, 2022). Nesta direção, alguns estudos, como Martins, Lima e Santos (2020), afirmam que experiências com microagressões raciais e de gênero levam ao desenvolvimento de baixos níveis de saúde mental e autoestima de mulheres negras. Com isso, consideramos ser importante uma análise profunda sobre o baixo índice de mulheres autodeclaradas pretas em cursos de Ciências Exatas, bem como sobre o modo como as microagressões raciais têm influenciado o acesso e a permanência deste grupo na referida área.

A Análise de Componentes Principais (ACP), que permite visualizar a associação entre as variáveis de um mesmo bloco (Ferreira, 2018), é destacada no Gráfico 3:

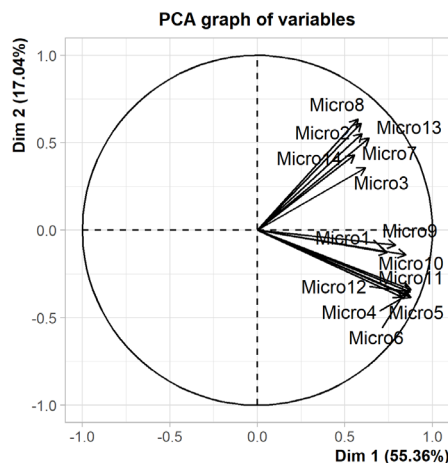


Gráfico 3: Análise de Componentes Principais do bloco Microagressões Raciais.
Fonte: O autor.

As dimensões 1 e 2 – eixo x e eixo y, respectivamente – apresentam, entre parênteses, a proporção da variação total dos dados explicados por elas, sendo geralmente inferior a 100%. Com base no Gráfico 19, observamos que as dimensões 1 e 2 explicam 72,64% dos dados. Isso significa que 72,64% foram retidos e os demais 27,36% dos dados foram descartados pela ACP. Ainda, identificamos algumas situações em relação às microagressões raciais observadas e vivenciadas pelos respondentes. Em especial, o bloco Microagressões Raciais se apresenta consistente, tendo todos os itens relacionados entre si. De modo geral, observa-se que parte dos itens está no 1º quadrante do gráfico, enquanto outra parte está localizada no 4º quadrante. Os itens que estão em um mesmo quadrante são diretamente relacionados entre si (positivamente correlacionados), e inversamente relacionados (negativamente correlacionados) aos itens do outro quadrante. Assim, com base nos resultados obtidos, podemos associá-los a dois grupos principais, em que há maior correlação entre estes itens.

Notamos que ser insultado ou ameaçado por causa da própria identidade étnico-racial (Micro1) está positivamente correlacionado a diversos outros itens, como: sentir-se excluído de atividades acadêmicas (Micro4), sentir dificuldades para se envolver em atividades acadêmicas (Micro5), sentir que não foi levado a sério durante o desenvolvimento de atividades acadêmicas (Micro6), sentir-se invisível na sala de aula (Micro11) e ser ignorado em ambientes acadêmicos (Micro12), todos por conta da identidade étnico-racial. Além disso, o item Micro1 também está positivamente relacionado a sofrer atitudes explícitas de racismo na universidade (Micro9) e sofrer atitudes encobertas de racismo na universidade (Micro10).

A associação dos itens apresentados evidencia o impacto negativo das microagressões raciais na realidade dos estudantes negros de cursos de Exatas. Um impacto direto dessa associação é que as microagressões raciais tendem a afetar diretamente o senso de pertencimento e a integração dos estudantes que as vivenciam. Nesta direção, Silva (2016) afirma que as microagressões podem ocasionar o abandono de disciplinas e a evasão da universidade por parte das vítimas. Além disso, as microagressões raciais podem ser vistas como uma forma de violência estrutural enfrentadas pelos estudantes: elas refletem, na universidade, um racismo que está estruturalmente enraizado na sociedade brasileira. Para Silva e Skovsmose (2019), estudantes negros têm sido vítimas desta violência no Ensino Superior, o que favorece sua sub-representação e exclusão neste nível de ensino.

Outra correlação identificada pela Análise de Componentes Principais foi que ouvir e presenciar colegas fazendo comentários preconceituosos ou discriminatórios em relação a pessoas negras (Micro2) está positivamente correlacionado a outros itens, como: ouvir e presenciar professores ou funcionários fazendo comentários preconceituosos ou discriminatórios em relação a pessoas negras (Micro3), presenciar atitudes explícitas de racismo na universidade (Micro7), presenciar atitudes encobertas de racismo na universidade (Micro8), presenciar piadas discriminatórias ou racistas na universidade (Micro13) e considerar que há muitos conflitos raciais/étnicos no campus universitário (Micro14).

A associação entre os itens mencionados revela que diversos estudantes percebem com clareza as diferentes manifestações do racismo manifestado nas microagressões raciais no ambiente acadêmico. Para Silva (2016), o isolamento social e acadêmico tende a ser mais intenso na vida dos estudantes negros, fato diretamente relacionado aos itens Micro2, Micro3, Micro7, Micro8, Micro13 e Micro14. Ao analisar estes itens, ademais, observa-se que todos estão ligados a questões internas à universidade, ou seja, aos problemas presentes nos espaços acadêmicos. Neste sentido, para Solórzano, Ceja e Yosso (2000), as microagressões raciais impactam o clima racial do campus universitário, seja nos espaços acadêmicos ou sociais. Logo, a associação entre tais itens evidencia que os estudantes conseguem identificar diferentes formas de preconceito e exclusão, sempre ligadas a questões raciais.

Além disso, considerando as respostas ao questionário dos estudantes da área de Ciências Exatas da UNIFAL-MG, destacamos a necessidade de se pensar nas possíveis estratégias de enfrentamento de estudantes negros e negras face ao racismo na universidade. Nesta direção, alguns autores destacam a importância dos “contraespaços”, locais em que os estudantes buscam um clima racial positivo (Solórzano, Ceja & Yosso, 2000; Ong, Smith & Ko, 2018). Os contraespaços podem ser desenvolvidos por iniciativa dos estudantes, de professores ou, ainda, da própria universidade. Como já mencionado, alguns estudantes costumam participar de organizações religiosas, organizações étnico-raciais, entre outras atividades extraclasse que se configuram como contraespaços. Nestes ambientes e grupos, os estudantes se sentem mais seguros e se contrapõem à invisibilidade causada pelas microagressões raciais e pelo racismo explícito que muitas vezes vivenciam. Iniciativas mais recentes na UNIFAL-MG, em particular, e em outras universidades, como o os projetos “Chá Preto” e “Rodas de Conversa”, e os Núcleos de Estudos Afro-Brasileiros (NEABs) e Núcleos de Estudos Afro-Brasileiros e Indígenas (NEABIs), podem ser encarados como contraespaços importantes para estes estudantes. Mais estudos devem ser feitos para melhor compreender como estes espaços podem propiciar enfrentamento às microagressões raciais para estudantes de Exatas da UNIFAL-MG.

Considerações Finais

Destacamos que estudantes com idade entre 20 e 30 anos identificam com maior clareza aspectos relacionados às microagressões raciais. Além disso, os estudantes autodeclarados pretos são aqueles que vivenciam de forma mais intensa as microagressões raciais na área de Ciências Exatas da UNIFAL-MG, inclusive com scores acima dos estudantes autodeclarados pardos, que também compõem o grupo de estudantes negros. Isso evidencia que a cor da pele está diretamente relacionada às experiências com racismo e com microagressões raciais vivenciadas pelos estudantes. Em relação às correlações identificadas, podemos notar que estudantes negros e negras são capazes de identificar com maior facilidade as microagressões raciais e, também, vivenciam o desafio da violência estrutural durante sua trajetória acadêmica. E, quando analisamos as percepções e vivências pessoais dos estudantes, notamos que os autodeclarados pretos vivenciam as microagressões raciais de forma mais intensa durante o curso, sendo importantes os contraespaços e a participação em atividades extraclasse, para se sentirem mais pertencentes ao curso e à universidade.

Em Lopes e Silva (2022), apresentamos uma análise da taxa de ocupação das vagas destinadas a Lei de Cotas na UNIFAL-MG no período de 2014 a 2019. Verificamos que estudantes negros e negras apresentaram as menores taxas de ocupação das vagas previstas na Lei de Cotas e que também seriam aqueles mais afetados sem a existência da Lei de Cotas. Ou seja, a violência estrutural manifestada em forma de racismo afeta diretamente seu ingresso na universidade. Aqueles que vencem a barreira do acesso vivenciam a persistência da violência estrutural durante sua trajetória acadêmica, manifestando-se, dentre outras formas, por meio de microagressões raciais. Isso reforça o fato de que, além das próprias dificuldades que estudantes da área de Exatas enfrentam nas disciplinas, em termos acadêmicos, estes estudantes precisam administrar vivências com práticas racistas ao longo de sua vida na universidade (Silva & Powell, 2016). Outros estudos, como Queiroz e Santos (2016), Cavalcanti et al. (2019) e Maximo, Gandolfi e Lopes (2020), destacam que os estudantes cotistas e, principalmente, estudantes negros e negras, precisam de um esforço individual superior ao dos colegas para ingressar e permanecer

no Ensino Superior. Entretanto, estes estudos também evidenciam que estudantes cotistas possuem desempenho semelhante e, por vezes, superior ao de estudantes não cotistas neste nível de ensino. Segundo Solórzano, Ceja e Yosso (2000), as microagressões raciais podem afetar o desempenho acadêmico e a permanência destes estudantes, impactando negativamente na integração social e acadêmica, podendo ocasionar a evasão, a retenção ou, ainda, a desistência do curso superior. No âmbito da educação matemática, consideramos que as discussões aqui apresentadas podem favorecer o desenvolvimento de novas pesquisas destinadas a melhor compreender práticas de enfrentamento das microagressões raciais no âmbito acadêmico, principalmente em contextos de sala de aula com predominância da matemática.

Referências

Almeida, S. L. (2019). *Racismo estrutural*. Editora Jandaíra.

BRASIL (2012). *Lei 12.711, de 29 de agosto de 2012*. Dispõe sobre o ingresso nas universidades federais e nas instituições federais de ensino técnico de nível médio e dá outras providências. Diário Oficial da República Federativa do Brasil, Brasília, DF.

Cavalcanti, I. T. D. N., Andrade, C. S. M., Tiryaki, G. F., & Costa, L. C. C. (2019). Desempenho acadêmico e o sistema de cotas no ensino superior: evidência empírica com dados da Universidade Federal da Bahia. *Avaliação: Revista da Avaliação da Educação Superior (Campinas)*, 24, 305-327.

Ferreira, D. F. (2018). *Estatística multivariada*. Lavras: Editora Ufla.

Harris, T. M., Janovec, A., Murray, S., Gubbala, S., & Robinson, A. (2018). Communicating racism: A study of racial microaggressions in a southern university and the local community. *Southern Communication Journal*, 84(2), 72-84.

IBGE. *Pesquisa das Características Étnico-Raciais da População: um estudo das categorias de classificação de cor ou raça: 2008*. Rio de Janeiro: IBGE, 2011.

Maximo, R. O.; Gandolfi, P. E.; Lopes, J. E. F. (2020). Cotas Universitárias: Estudo do Desempenho Acadêmico na Graduação após a implementação da Política de Cotas na Universidade Federal de Uberlândia. *Revista Educação e Políticas em Debate*, 9(3), 636-654.

Mingoti, S. A. (2007). *Análise de dados através de métodos estatística multivariada: uma abordagem aplicada*. Belo Horizonte: Editora UFMG.

Ong, M., Smith, J. M., & Ko, L. T. (2018). Counterspaces for women of color in STEM higher education: Marginal and central spaces for persistence and success. *Journal of Research in Science Teaching*, 55(2), 206-245.

Lopes, R. A. (2022). *A Lei de Cotas na UNIFAL-MG: alcance no ingresso e implicações para a integração social e acadêmica de estudantes das ciências exatas* (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal de Alfenas.

Lopes, R. A., & Silva, G. H. G. (2022). Alcance na admissão de estudantes pela Lei de Cotas: o caso da Universidade Federal de Alfenas. *Education Policy Analysis Archives* 30(60), 1-24.

Passos, J. C. D. (2015). Relações raciais, cultura acadêmica e tensionamentos após ações afirmativas. *Educação em Revista*, 31, 155-182.

Queiroz, D. M., & Santos, C. M. D. (2016). As mulheres negras brasileiras e o acesso à educação superior. *Revista da FAEEBA: Educação e Contemporaneidade*, 25(45), 71-87.

R Core Team, R. (2021). *R: A language and environment for statistical computing*. <https://www.R-project.org>

Santos, D. B. R. (2009). *Para além das cotas: a permanência de estudantes negros no ensino superior como política de ação afirmativa* (tese de doutorado). Universidade Federal da Bahia.

Siegel, S., & Castellan Jr, N. J. (2017). *Estatística não-paramétrica para ciências do comportamento*. Artmed Editora.

Silva, G. H. G., & Powell, A. B. (2016). Microagressões no ensino superior nas vias da educação matemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática*, 9(3), 44-76.

Silva, G. H. G. (2016). *Equidade no acesso e permanência no ensino superior: o papel da educação matemática frente às políticas de ações afirmativas para grupos sub-representados* (tese de doutorado). Universidade Estadual Paulista.

Silva, G. H. G. (2017). Educação matemática e ações afirmativas: possibilidades e desafios na docência universitária. *Cadernos de Pesquisa*, 47, 820-846.

Silva, G. H. G. (2019). Ações afirmativas no ensino superior brasileiro: caminhos para a permanência e o progresso acadêmico de estudantes da área de ciências exatas. *Educação em Revista*, 35 (e170841), 1-29.

Solórzano, D., Ceja, M., & Yosso, T. (2000). Critical race theory, racial microaggressions, and campus racial climate: The experiences of African American college students. *Journal of Negro Education*, 60-73.

INTEGRATING ETHNOMATHEMATICS APPROACH IN TEACHING SCHOOL MATHEMATICS

IN-SERVICE TEACHERS' PERCEPTION

INTEGRAÇÃO DA ABORDAGEM ETNOMATEMÁTICA NO ENSINO DE MATEMÁTICA ESCOLAR

Percepção de professores em serviço

INTEGRACIÓN DEL ENFOQUE ETNOMATEMÁTICO EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICAS ESCOLARES

Percepción de los docentes en curso

Jaya Bishnu Pradhan
(Tribhuvan University, Nepal)
jebipradhan@gmail.com

Recibido: 07/07/2023

Aprobado: 07/07/2023

ABSTRACT

The teacher is one of the key factors in the transmission of curricular objectives to their students. Their knowledge and positive attitude toward students' ethnomathematics and its pedagogical approach play an important role to make classroom teaching culture friendly. This paper is intended to explore the in-service teachers' knowledge of ethnomathematics and perception on the integration of the ethnomathematics approach in their teaching with respect to the demographic factors of in-service teachers such as gender, academic status, teaching experience, teacher training, and nature of institution they associated. This study was conducted among 120 in-service mathematics teachers from 32 secondary schools in Kathmandu District. The explanatory sequential mix method was employed to carry out this study. The perception of in-service teachers on ethnomathematics pedagogy in their classroom teaching was measured with survey instruments in the first stage. For further justification of the results obtained from the quantitative data, six teachers with different demographic factors were interviewed in the second stage of the data collection process. The relationship between in-service teachers' understanding on ethnomathematics and different demographic factors was investigated using the Pearson Chi-square test. From the statistical data analysis, it was found that there is no relationship between gender, academic qualifications, and teachers' training in their understanding of ethnomathematics. However, a significant relationship was found between the teachers' experience and nature of the institutions they were involved, and their understanding on ethnomathematics. In-service teachers have a similar understanding on ethnomathematics and their perception in the integration of the ethnomathematics approach in the teaching of school mathematics.

Keywords: ethnomathematics. gender. teachers' perception. teaching mathematics.

RESUMO

O professor é um dos fatores fundamentais na transmissão dos objetivos curriculares aos seus alunos. Seu conhecimento e atitude positiva em relação à etnomatemática dos alunos e sua abordagem pedagógica desempenham um papel importante para tornar o ensino de sala de aula amigável à cultura. Este artigo pretende explorar o conhecimento dos professores em exercício sobre etnomatemática e a percepção sobre a integração da abordagem etnomatemática em seu ensino com relação aos fatores demográficos dos professores em exercício, como gênero, status acadêmico, experiência de ensino, formação de professores, e natureza das instituições que associaram. Este estudo foi conduzido entre 120 professores de matemática em serviço de 32 escolas secundárias no distrito de Kathmandu. O método de mistura sequencial explicativa foi empregado para realizar este estudo. A percepção dos professores em exercício sobre a pedagogia da etnomatemática em suas aulas foi medida com instrumentos de pesquisa na primeira etapa. Para melhor fundamentação dos resultados obtidos com os dados quantitativos, seis professores com diferentes fatores demográficos foram entrevistados na segunda etapa do processo de coleta de dados. A relação entre a compreensão dos professores em serviço sobre etnomatemática e diferentes fatores demográficos foi investigada usando o teste Pearson Qui-quadrado. A partir da análise estatística dos dados, constatou-se que não há relação entre gênero, habilitações acadêmicas e formação dos professores na compreensão da etnomatemática. No entanto, foi encontrada uma relação significativa entre a experiência dos professores e a natureza das instituições em que estavam envolvidos e sua compreensão sobre etnomatemática. Os professores em serviço têm um entendimento semelhante sobre a etnomatemática e a sua percepção na integração da abordagem etnomatemática no ensino da matemática escolar.

Palavras-chave: etnomatemática. gênero. percepção de professores. ensino de matemática.

RESUMEN

El docente es uno de los factores clave en la transmisión de los objetivos curriculares a sus alumnos. Su conocimiento y actitud positiva hacia las etnomatemáticas de los estudiantes y su enfoque pedagógico juegan un papel importante para hacer amigable la cultura de enseñanza en el aula. Este artículo tiene como objetivo explorar el conocimiento de los profesores en servicio sobre las etnomatemáticas y la percepción sobre la integración del enfoque de las etnomatemáticas en su enseñanza con respecto a los factores demográficos de los profesores en servicio como el género, el estatus académico, la experiencia docente, la formación docente, y la naturaleza de la institución a la que se asociaron. Este estudio se realizó entre 120 profesores de matemáticas en servicio de 32 escuelas secundarias en el distrito de Katmandú. Para llevar a cabo este estudio se empleó el método explicativo de mezcla secuencial. La percepción de los profesores en servicio sobre la pedagogía de las etnomatemáticas en su enseñanza en el aula se midió con instrumentos de encuesta en la primera etapa. Para una mayor justificación de los resultados obtenidos a partir de los datos cuantitativos, en la segunda etapa del proceso de recolección de datos, se entrevistó a seis docentes con diferentes factores demográficos. La relación entre la comprensión de los profesores en servicio sobre etnomatemáticas y diferentes factores demográficos se investigó mediante la prueba Chi-cuadrado de Pearson. Del análisis estadístico de los datos se encontró que no existe relación entre el género, la formación académica y la formación de los docentes en su comprensión de las etnomatemáticas. Sin embargo, se encontró una relación significativa entre la experiencia de los profesores y la naturaleza de las instituciones en las que estaban involucrados, y su comprensión sobre las etnomatemáticas. Los docentes en servicio tienen una comprensión similar sobre las etnomatemáticas y su percepción en la integración del enfoque etnomatemático en la enseñanza de las matemáticas escolares.

Palabras clave: etnomatemáticas. género. percepción docente. enseñanza de las matemáticas.

Introducción

Mathematics is rooted in the everyday activities of different groups of people. Various research studies identified that different cultural activities of people have rich mathematical ideas in dealing with counting objects, measuring cultural phenomena, designing artefacts, locating positions, playing cultural games, and explaining cultural phenomena (Bishop, 1990). People from different groups practice mathematical ideas in the process of performing activities regarding their job. Their ethnomathematics practices in different sectors of everyday life of a different group of people. Ethnomathematics deals with the concepts of reality and action of space and time, and the ways of comparing, classifying, explaining, generalizing, inferring, and, as part of every action, quantifying, measuring, and evaluating (D' Ambrosio, 2006). It is mathematical ideas and procedures elaborated by members of distinct cultural groups to perform their everyday activities (Rosa & Orey, 2010). Such mathematics is an integral part of the everyday activities of different professional groups of people. Thus, ethnomathematics refers to a form of mathematics that varies as a consequence of being embedded in cultural activities whose purpose is other than doing mathematics (D'Ambrosio, 2006).

Mainstream mathematics education primarily focused on the transmission of mathematical content with less attention given to social justice and cultural issues (D'Ambrosio, 2016, p.6). Mathematics teaching without linking the cultural context of learners ultimately does not help to create and develop a mathematical idea. It may devalue the cultural context of our diverse communities (Rosa & Orey, 2011). In this regard, Sharma and Orey (2017) found that the use of cultural artifacts helps to reduce mathematical anxiety because when children start enjoying learning mathematics, teaching becomes meaningful. Mathematics teaching can be made more effective and interesting with the use of an ethnomathematics approach based on learners' past and current experiences regarding everyday activities (Pradhan, 2019).

The teacher is considered a key factor in the transmission of curricular objectives. So, teachers' positive attitudes play an important role to bring students' experiences and cultural values into the classroom. In this regard, Thakur (2019), and Sunzuma and Maharaj (2020) maintained that the teachers' awareness of cultural activities could be integrated into the teaching of mathematics. Further, Sunzuma and Maharaj (2020) viewed that in-service mathematics teachers' knowledge and awareness of ethnomathematics approaches encouraged them to use the learners' local knowledge in the teaching and learning of school mathematics. This study is intended to explore the knowledge of teachers on ethnomathematics and their perception on the integration of the ethnomathematics approach in their teaching. The understanding of teachers on the use of the ethnomathematics approach and their beliefs on the cultural nature of mathematics determines the intention of teachers to implement it in classroom teaching. With this assumption, the present study raises the question: what are in-service teachers' understanding on ethnomathematics? what are in-service teachers' perceptions on the integration of the ethnomathematics approach in classroom teaching and learning? These are the central problems of this study that encouraged the researcher to research teachers' perceptions on the integration of the ethnomathematics approach in the teaching of school mathematics and this paper tries to answer the questions posed.

Conceptual Framework

Learners' culture and everyday activities regarding ethnomathematical ideas are an integral part of teaching and learning mathematics. It is believed that classrooms and other learning environments cannot be isolated from the learners' communities because students come to school with the values, norms, and concepts they have acquired from their culture and environment. The student's home culture and out-of-school mathematical ideas and knowledge provide opportunities to connect with formal mathematics (Pradhan, 2021). Teachers' knowledge and understanding of ethnomathematics and their perceptions on the integration of ethnomathematics make mathematics more contextual. Teachers' positive perceptions of the integration of ethnomathematics at the secondary level are crucial to ensure better understanding and achievement because students' perception has been constructed from previous experiences with teachers about mathematics (Thakur, 2019).

Teachers' knowledge and their perception on ethnomathematics influence their future teaching practices. My argument in this study is that the teachers' understanding and knowledge on ethnomathematics and their perception of the use of the ethnomathematics approach are key factors that make mathematics teaching culture friendly. Furthermore, it is assumed the demographic factors of in-service teachers such as gender, academic status, teaching experience, teacher training, and the nature of the institutions they are involved are to be the influential factors in the integration of students' ethnomathematics. So, in this framework, in-service teachers' understanding on ethnomathematics is the central idea for this study and is at the central pentagon, where its surrounding pentagons represent the different demographic factors of in-service teachers. So, it is important to study teachers' perception on ethnomathematics and its integration into their classroom teaching together.

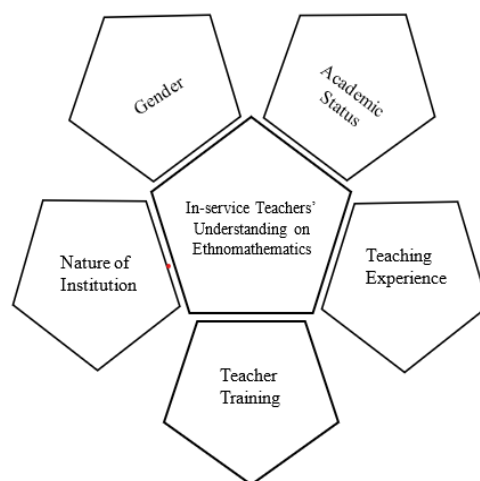


Figure 1: *Conceptual Framework of the Study*

Methodology

The explanatory sequential mix method was employed in this study. The first phase of the study used quantitative research, a systematic investigation of phenomena by gathering quantifiable data and performing statistical tools and techniques (Neuman, 2008). This study focuses on gathering numerical data regarding teachers' perceptions on the use of the ethnomathematics approach and generalizing it across mathematics teachers in a similar context. In this study, the researcher emphasizes measuring the demographic variables of teachers precisely and testing hypotheses that are linked to teachers' understanding of ethnomathematics. The qualitative research method was used in the second phase to explain the result obtained from the quantitative method. Qualitative data gathered via oral interviews were conducted with six mathematics teachers from institutional and public schools.

Variable	Category	Frequency	Percentage
Gender	Male	77	64.2
	Female	43	35.8
Academic Status	Below Bachelor Degree	10	8.3
	Bachelor's Degree or above	110	91.7
Institution's Nature	Community School	57	47.5
	Institutional School	63	52.5
Teaching Experience	Below 5 Years	30	25.0
	5-10 Years	38	31.7
	Above 10 Years	52	43.3
Teacher Training	Trained Teachers	85	70.8
	Untrained Teachers	35	29.2

Table 1: *Demographic Profile of In-service Mathematics Teachers*

The survey study was conducted among 120 in-service mathematics teachers from Kathmandu District. The data were grouped and categorized based on teachers' demographic profiles consisting of teachers' gender, academic status, nature of the institution, teaching experience, and participation in the teacher training program. Table 1 presents the demographic profile of 120 in-service teachers which was gathered in the questionnaire filled out by the teachers during the survey. The researcher himself constructed self-administered survey statements to measure teachers' perception on the use of the

ethnomathematics approach in their classroom teaching. The survey instrument used the 5-point Likert scale (5 being the highest). To ensure the reliability of the survey instrument, the items have a 0.89 Cronbach alpha coefficient and had a good enough internal consistency. Expert judgment was used by providing the questionnaire to six mathematics education experts, professors of mathematics education, and researchers to assure its content validity.

The collected quantitative data were analyzed using SPSS 26 version to describe sample characteristics through frequencies, and percentages. Moreover, Pearson's Chi-square test was used to test the hypothesis related to the relationship between understanding on ethnomathematics with different demographic aspects of in-service teachers. For further justification and understanding of the mathematics teachers' motivation and perception towards the use of the ethnomathematics approach in their classroom teaching, interviews with six teachers, belonging to different demographic profiles, were conducted. As this study is an explanatory sequential mix-method, the quantitative and qualitative methods are mixed at the final step of the research process after the collection and analysis of both sets of data. Consequently, the researcher draws inferences that reflect what was learned from the combination of results from the quantitative and qualitative research design.

Teachers' Understanding on Ethnomathematics

Ethnomathematics is a pedagogical program for the development of mathematics education. The knowledge of teachers on ethnomathematics and its pedagogical implication create a classroom teaching culture friendly. In the context of Nepal, learners feel school mathematics is irrelevant to them and school mathematics is not culture-friendly (Acharya, 2015; Pradhan, 2019). With this notion and due to the lack of connection between learners' culture and school mathematics, students are taking formal mathematics as teachers' mathematics, book authors' mathematics, and curriculum developers' mathematics. Teachers' knowledge and their positive perception on ethnomathematics play a crucial role to incorporate learners' ethnomathematics into the school curriculum. In this paper, I am interested to examine in-service teachers' perception on the use of the ethnomathematics approach in their classroom teaching with different demographic factors of teachers such as gender, academic status, nature of institution, teaching experience, and teacher training.

Understanding Ethnomathematics and Gender

The relationship between teachers' understanding on ethnomathematics and gender was investigated using the Pearson Chi-square test. From the statistical analysis, the data revealed that the Chi-square value was .071 with 3 degrees of freedom having $n = 120$ and the p-value was 0.995 which is greater than 0.05. This indicated that the null hypothesis that "there is no relationship between the in-service teachers' understanding on ethnomathematics and gender" is accepted. So, there is no significant relationship between gender and the cultural nature of mathematics. Both male and female mathematics teachers have a similar understanding on the ethnomathematics approach. It is also found that more than 85% of teachers responded agreed and strongly agreed whereas only a few teachers disagreed with the statements regarding the understanding of ethnomathematics.

For further justification of the result obtained from the quantitative data, I asked two female and four male mathematics teachers about their understanding on ethnomathematical ideas and their pedagogical implications. One of the female teachers Rupa (Pseudo name) speaks:

I believe that mathematics is evolving from the culture. Different groups of people are using their mathematical ideas implicitly in their everyday activities. Their children are also doing the same work that their parents do. Children learn similar implicit mathematics in their home culture. But the real deal is to connect their mathematics to school mathematics.

Mathematics is practiced in two different contexts: school context and out-of-school context. However, they are practicing the same kind of mathematics with different purposes. Community people are using

mathematical concepts and ideas to perform their everyday activities in their ways. Their mathematical ideas and knowledge are context-bound (Pradhan, 2019). On the otherhand, school mathematics is a matter of political decision; some one has made the decision what is worth teaching in the classroom. Most of the research participants, regardless of their gender, reported that mathematics originated from the cultural activities of different societies and different racial groups around the world. Their implicit mathematics knowledge of the group of people provides an opportunity for their children to learn mathematics in the classroom. Teachers who have aware about children's cultural backgrounds and experiences can link with school mathematics teaching in the classroom. The results of the study carried out by Aikpitanyi and Eraikhuemen (2017), Sunzuma and Maharaj (2020) showed that there is no significant difference between male mathematics teachers and their female counterparts in the awareness and use of ethnomathematics approach to classroom teaching. In this study, the male and female teachers held a similar understanding, and hence, can be concluded that gender is not a responsible factor for the understanding of ethnomathematics and its integration in classroom teaching.

Understanding Ethnomathematics and Academic Status of Teachers

The relationship between teachers' understanding on ethnomathematics and their academic status was investigated using the Pearson Chi-square test. The statistical data revealed that the Chi-square value was 1.027 with 3 degrees of freedom having $n=120$ and the p-value was 0.795 which is greater than 0.05. This indicated that the null hypothesis "there is no relationship between the teachers' understanding on ethnomathematics and their academic status" is accepted. So, there is no significant relationship between the academic status of teachers and understanding ethnomathematics. It can be concluded that there was no significant difference on the relationship between teachers having below Bachelor's degree and Bachelor's degree and above to understand ethnomathematics. However, from the descriptive statistical analysis, it was found that only 8.3% of teachers who have academic degrees below a bachelor's degree disagree on the understanding of ethnomathematics. Whereas 91.7% of mathematics teachers who have the qualification of a bachelor's degree or above responded agreed and strongly agreed on the category of understanding of ethnomathematics.

There was one untrained teacher and five trained teachers as my research participants. For further justification of the result obtained from the quantitative data, a secondary-level mathematics teacher Keshav (Pseudo name) viewed understanding on ethnomathematical ideas and their pedagogical implications as,

I have never learned ethnomathematics in my university mathematics curriculum. I heard the term ethnomathematics somewhere. But I am not sure of the meaning of ethnomathematics. In my view, ethnomathematics is mathematics practices in the everyday activities of a different ethnic group of people.

Because of the pedagogical implication of the ethnomathematics approach, the other teacher participant viewed that mathematics teaching would be interesting if the contents of school mathematics were connected with learners' experiences. Most of the teacher participants had a similar view. From the interview with research participants, they seem to have a sound understanding of ethnomathematics and ethnomathematics pedagogy. Teachers know ethnomathematics and they have a positive attitude toward the use of the ethnomathematics approach in the classroom. It can be concluded that there is no significant relationship between teachers' academic qualification and their understanding of ethnomathematics.

Understanding Ethnomathematics and the Nature of Institution

The relationship between teachers' understanding on ethnomathematics and their institute was investigated using the Pearson Chi-square test. The statistical data revealed that the Chi-square value was 13.107 with 3 degrees of freedom having $n=120$ and the p-value was found to be 0.004 which is less than 0.05. This indicated that the null hypothesis that "there is no relationship between the teachers'

understanding on ethnomathematics and their institution (Public school and Institutional/private school) is rejected, and hence, there is a significant relationship between the nature of the institution of teachers and understanding ethnomathematics. From the statistical analysis, differences also seem to exist between public school teachers and institutional (private) school teachers. Institutional school teachers have been found to have a more negative view on the use of the ethnomathematics approach in their classroom teaching in comparison with public school teachers.

From the interview with one of the institutional school teacher participants Ganesh (Pseudo name) about the use of an ethnomathematical approach in classroom teaching,

Integration of an ethnomathematical approach in mathematics teaching is very evident. But the teacher has to teach five to six periods in a day. If a teacher wants to use students' culture-friendly pedagogy, the course would not finish on time. There arises a great dilemma whether to use culture-friendly pedagogy or instead focus on text-book-based, examination-oriented instructional design.

From the assertion of Ganesh, and the interview with other research participants, they agreed that the incorporation of the ethnomathematics approach helps to understand abstract concepts of mathematics. They enjoy the approaches to teaching and learning through culturally friendly pedagogy but they do not have sufficient time to manage and develop the teaching via an ethnomathematical approach. In this regard, other research participants also agreed with the views of Ganesh. He further spoke,

School headteacher and school management want excellent results in the final examination rather than the conceptual development of the students. So, we tend to finish the course beforehand and utilize the remaining time in revision for the best outcome.

The integration of the ethnomathematics approach in classroom teaching develops a conceptual understanding of mathematics. The conventional teaching approach suffices to achieve expected outcomes as the institution wants and teachers do not require to work on the ethnomathematical approach. This does not encourage the integration of the ethnomathematical approach, rather keeps the teachers at a status quo in their teaching school mathematics. So, most institutional teachers use examination-oriented pedagogy for mathematics teaching which focuses on the final output of the results. Such pedagogy focuses mostly on procedural understanding rather than a conceptual understanding of the content. Whereas public school teachers seem to have less pressure else than finishing the curriculum in the given schedule, so, can invest their time in integrating ethnomathematics for conceptual understanding rather than procedural only. Hence, a strong relationship can be seen between the nature of the institution of mathematics teachers on their understanding of ethnomathematics.

Understanding Ethnomathematics and Teaching Experience

The relationship between teachers' understanding on ethnomathematics and their teaching experience was investigated using the Pearson Chi-square test. From the statistical analysis, the data revealed that the Chi-square value was 24.346 with 6 degrees of freedom having $n=120$, and the p-value was found to be 0.000 (Asymptotic significance) which is less than 0.05. This indicated that the null hypothesis that "there is no relationship between the teachers' understanding on ethnomathematics and their teaching experience" is rejected. So, there is a significant relationship between teachers' teaching experience and understanding ethnomathematics. From the statistical analysis, it was found that the teachers' years of teaching experience seem to have some influence on their perception on the use of the ethnomathematics approach. The result of this study revealed that the more experienced teachers (above 10 years) had a more positive view of using the ethnomathematics approach in their teaching compared with the teachers having moderate experience (between 5 to 10 years) and the new teachers between 1 to 5 years of experience.

It is believed that the teachers' knowledge and their perception on ethnomathematics influence their future teaching practices. One of my research participants Rajendra (Pseudo name) with 4 years of teaching experience viewed the use of an ethnomathematical approach in classroom teaching as:

Integration of students' ethnomathematics into teaching mathematics might be an effective pedagogical tool. The connection between learners' culture and school mathematics is rather difficult and it needs extra effort and time for teachers for appropriate connections. It may hinder due to overloaded curricula and the workload of the teachers.

He agreed that the integration of the ethnomathematical approach is pivotal for the development of mathematical understanding and meaningful learning. My other research participant exhibited the ethnomathematical approach as a powerful tool for the teaching and learning of abstract mathematical concepts. They viewed that the use of ethnomathematical ideas and concepts embedded in the out-of-school context and its incorporation in formal classrooms eases students to learn. But still, most teachers are unable to connect learners' cultural practices in the teaching of school mathematics. Teachers who have less teaching experience viewed that teaching load and the time factors affect to use ethnomathematics approach in mathematics teaching. However, the more experienced teachers viewed that the attitude and eagerness of the teacher to shift their tradition to the new one is the major problem to incorporate ethnomathematics pedagogy. The teaching experience of teachers play the role in their perceptions to integrate the ethnomathematical approach in their classroom.

Understanding Ethnomathematics and Teacher Training

The relationship between teachers' understanding on ethnomathematics and their training was investigated using the Pearson Chi-square test. The following table revealed that the Chi-square value was 7.493 with 3 degrees of freedom having $n=120$ and the p-value was found to be 0.058 (Asymptotic significance) which is greater than 0.05. This indicated that the null hypothesis that "there is no relationship between the teachers' understanding on ethnomathematics and teacher training" is accepted. So statistically, there is no significant relationship between teachers' training and understanding ethnomathematics.

There was one untrained teacher and five trained teachers as my interviewee. For further justification of the result obtained from the quantitative data, I asked an untrained teacher Lokesh (Pseudo name) about his understanding on ethnomathematical ideas and their pedagogical implications. But, he viewed that:

Ethnomathematics is a kind of mathematics practiced in the out-of-school context. It is practiced by an indigenous group of people to fulfill their needs informally. In this era of modern advancement in science and technology, I don't feel any necessity to incorporate indigenous ideas to suffice the modern teaching practice.

However, it is revealed that the teachers who attended teacher training and workshop had a positive view towards the use of the ethnomathematics approach in their teaching as one of them viewed that it is better to use the cultural context of the learners during the teaching of school mathematics. Other trained teachers also mentioned that they try to connect mathematics embedded in the learners' culture and school mathematics in their classroom teaching. The professional development training and workshop in mathematics increased teachers' competence, presumably by increasing their knowledge of mathematics and mathematics instruction.

The out-of-school environment identifies numerous mathematical practices in farming, local business, household activities, children's games, cultural arts, artefacts, and social events. The ways of teaching and learning mathematics in formal school and out-of-school context is different from each other. There is difficulty to connect out-of-school mathematical ideas in the teaching and learning of school mathematics. In this connection, Zambo and Zambo (2008) viewed that the workshops helped teachers learn new strategies and gain personal efficacy, but they did little to raise teachers' beliefs that their students would achieve. Though this research hypothesis was statistically insignificant, the qualitative

approach defied the result of quantitative data. The mixed research approach helped to define the differentiation of the view of the teachers in vain of their training status towards the application of the ethnomathematics approach in their classroom teaching.

Concluding Remarks

Students bring some sort of cultural experience and knowledge to the classroom. The familiar context of the students is the source for the teaching and learning of unfamiliar and abstract concepts of mathematics. Teachers are one of the main agents to incorporate the cultural experiences of learners in the mathematics curriculum. The relationship between in-service teachers' understanding on ethnomathematics and different demographic factors was investigated using the Pearson Chi-square test. From the statistical data analysis, it was found that there is no relationship between gender, academic qualifications, and teachers' training in their understanding of ethnomathematics. However, a significant relationship was found between the teachers' experience and nature of the institutions they were involved, and their understanding on ethnomathematics. For further justification of the results obtained from the quantitative data, six teachers with different demographic factors were interviewed. Most of the participants viewed that the ethnomathematics approach for teaching and learning school mathematics is effective in teaching mathematics. They agreed that the use of culture-friendly pedagogy and its incorporation in classroom teaching creates a positive attitude towards mathematics.

Acknowledgment

This paper is the outcome of research financially supported by the University Grants Commission (UGC) Nepal through SRDIG-Edu 7. I would like to express my sincere thanks to the Director of the Research Division of UGC, Sanothimi, Bhaktapur. The research findings and conclusions expressed herein are the author's findings and do not necessarily reflect the views of UGC, Nepal.

References

- Acharya, B. R. (2015). *Relevancy of primary level mathematics education in Nepal: A cultural perspective*. Unpublished Doctoral Dissertation, Faculty of Education, Tribhuvan University, Kathmandu, Nepal.
- Aikpitanyi, L. A. & Eraikhuemen, L. (2017). Mathematics teachers' use of ethnomathematics approach in mathematics teaching in Edo State. *Journal of Education and Practice*, 8(4), 34-38.
- Bishop, A. J. (1990). Western mathematics: The secret weapon of cultural imperialism. *Race & Class*, 32(2), 51-65.
- D'Ambrosio, U. (2006). *Ethnomathematics: Link between traditions and modernity*. Sao Paulo: UNICAMP. DOI: 10.1007/978-3-319-30120-4_2
- D'Ambrosio, U. (2016). An overview of the history of ethnomathematics. In: M. Rosa, W. V. Alanguí, P. Pahares, & M. E. Gavarrete (Eds), *Current and Future Perspectives of Ethnomathematics as a Program*. Switzerland: Springer.
- Neuman, W. L. (2008). *Social research methods: Qualitative and quantitative approaches* (Sixth edition). New Delhi, India: Dorling Kindersley.
- Ogunkunle, R. A. & George, N. R. (2015). Integrating ethnomathematics into secondary school mathematics curriculum for effective artisan creative skill development. *European Scientific Journal*, 11(3), 386-397.

-
- Pradhan, J. B. (2019). *Cultural metaphor for mathematical understanding in Nepalese context*. Unpublished PhD Thesis, Faculty of Education, Tribhuvan University, Kathmandu, Nepal.
- Pradhan, J. B. (2021). Cultural artefacts and mathematics: Connecting home and school. In D. Kollosche (Ed.), *Exploring new ways to connect: Proceedings of the Eleventh International Mathematics Education and Society Conference 3*, 819–828. Tredition. <https://doi.org/10.5281/zenodo.5416225>
- Rosa, M., & Orey, D. C. (2010). Ethnomodeling as a pedagogical tool for the ethnomathematics program. *Revista Latinoamericana de Ethnomatheamtica*, 3(2), 14–23.
- Rosa, M., & Orey, D. C. (2011). Ethnomodeling: The pedagogical action of ethnomathematics as a program. *XIII CIAEM-IACME*, Recife, Brasil.
- Sharma T., & Orey, D. C. (2017). Meaningful mathematical through the use of cultural artefacts. In: M. Rosa, L. Shirley, M. E. Gavarrete, & W. V. Alangui (Eds.). *Ethnomathematics and its Diverse Approaches for Mathematics Education* (pp.153- 179). Cham, Switzerland: Springer.
- Sunzuma, G & Maharaj, A. (2020). In-service secondary teachers' teaching approaches and views towards integrating ethnomathematics approaches into geometry teaching. *Bolema, Rio Claro*, 34(66), 22-39. Doi: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n66a02>
- Thakur, S. K. (2019). *Integration of ethnomathematics in secondary level: A survey on teachers' perceptions*. Unpublished Dissertation, School of Education, Kathmandu University, Nepal.
- Zambo, R. & Zambo, D. (2008). The impact of professional development in mathematics on teachers' individual and collective efficacy: The stigma of underperforming. *Teacher Education Quarterly*, 159-168.

CONFLICTING MATHEMATICAL WORLDVIEWS

EVEN MORE CHALLENGES FOR MATHEMATICS PRESERVICE TEACHERS

VISÕES DE MUNDO DA MATEMÁTICA CONFLITANTES

Ainda mais desafios para os professores de matemática de formação inicial

CONFLICTOS EN LA VISIÓN MATEMÁTICA DEL MUNDO

Aún más retos para los futuros profesores de matemáticas

Robin Göller

(Leuphana University Lüneburg, Germany)

robin.goeller@leuphana.de

Recibido: 09/07/2023

Aprobado: 09/07/2023

ABSTRACT

University mathematics education and civic education through mathematics emphasise different aspects of the mathematical worldview. The present study qualitatively analyses 21 mathematics students' mathematics-specific intrinsic motivation for choosing a mathematics study programme referring to different aspects of their mathematical worldview before the beginning of their study. The results show that many preservice teachers enjoy schematic aspects of mathematics, which does neither correspond to the type of mathematics taught at universities nor to civic education through mathematics. These findings contribute to explaining demotivation and frustration of preservice teachers with university mathematics as well as challenges for implementing civic education through mathematics in classrooms.

Keywords: mathematical worldviews. mathematics-specific intrinsic motivation. university mathematics education. civic education through mathematics.

RESUMO

A educação matemática universitária e a educação cívica por meio da matemática enfatizam diferentes aspectos da visão de mundo da matemática. O presente estudo analisa, qualitativamente, a motivação intrínseca específica da matemática de 21 estudantes de matemática na escolha de um programa de estudos de matemática, referindo-se a diferentes aspectos de sua visão de mundo da matemática antes do início dos estudos. Os resultados mostram que muitos professores em formação gostam de aspectos esquemáticos da matemática, o que não corresponde ao tipo de matemática ensinada nas universidades, e nem à educação cívica por meio da matemática. Esses resultados contribuem para explicar a falta de motivação e a frustração dos professores em formação com a matemática universitária, bem como os desafios para a implementação da educação cívica por meio da matemática nas salas de aula.

Palavras-chave: visões de mundo da matemática. motivação intrínseca específica da matemática. educação matemática universitária. educação cívica por meio da matemática.

RESUMEN

La educación matemática universitaria y la educación cívica a través de las matemáticas hacen hincapié en diferentes aspectos de la visión del mundo matemático. El presente estudio analiza cualitativamente la motivación intrínseca relacionada específicamente a las matemáticas de 21 estudiantes de matemáticas para elegir un programa de estudios de matemáticas haciendo referencia a diferentes aspectos de su visión del mundo matemático antes de comenzar sus estudios. Los resultados muestran que a muchos futuros profesores les gustan los aspectos esquemáticos de las matemáticas, que no se corresponden ni con el tipo de matemáticas que se enseña en las universidades ni con la educación cívica a través de las matemáticas. Estos resultados contribuyen a la explicación de la falta de motivación y frustración de los futuros profesores con las matemáticas universitarias, así como los retos que plantea la aplicación de la educación cívica a través de las matemáticas en las aulas.

Palabras clave: visiones matemáticas del mundo. motivación intrínseca específica de las matemáticas. educación matemática universitaria. educación cívica a través de las matemáticas.

Two challenges: The transition from school to university and mathematics education as civic education

The transition from school to university in mathematics is associated with several challenges (e.g., Gueudet & Thomas, 2020) such as more abstract and formal modes of mathematical thinking at university, including a stronger focus on deductive proof, as well as different institutional cultures regarding the teaching and learning of mathematics (e.g., Gueudet & Thomas, 2020). For upper secondary preservice teachers with mathematics as a subject, who in Germany typically attend courses on abstract university mathematics together with students majoring in pure or applied mathematics (mathematics majors), these challenges often result in frustration (Göller & Gildehaus, 2021) or questions about the relevance of university mathematics for their later profession (Gildehaus & Liebendörfer, 2021a). Preservice teachers report a higher interest in school mathematics and a lower interest in university mathematics as well as a lower interest in proof and formal representations than mathematics majors (Ufer et al., 2017). In turn, such an interest profile predicts study demotivation and dissatisfaction (Kosiol et al., 2019).

Besides these mathematical challenges at the transition from school to university, mathematics education as whole is facing challenges due to an increasingly complex world that gives mathematical models an increasingly important role in social and political decision-making. Recent examples for this are climate change, pandemics, or sustainability. This means that mathematics education overlaps with civic education, aiming at educating responsible citizens who are able to actively participate in society and critically reflect on social and political decisions. Therefore mathematics education should at least (or maybe even needs to) comprise (normative) modelling (Gildehaus & Liebendörfer, 2021b; Pohlkamp & Heitzer, 2021; Steffensen et al., 2021) and be critical (Skovsmose, 2020; Steflitsch, 2021). This means that preservice mathematics teachers (as all mathematics teachers) face the challenge to implement such a mathematics education in their (future) classrooms.

Elaborating on these challenges the present paper aims at identifying students' mathematics-specific (intrinsic) motivation for choosing mathematics as a study subject in terms of different mathematical worldviews (Grigutsch & Törner, 2002). Building on this, it will be discussed how these mathematical worldviews are related to those of university mathematics and those of civic education through mathematics.

Study and career choice motivations of future teachers

In light of the importance of the teaching profession for the future generation and society as a whole, study and career choice motivations of future teachers have been studied frequently in recent years (Fray & Gore, 2018; Göller & Besser, 2021; König et al., 2018; McLean et al., 2019; Wach et al., 2016; Watt et al., 2012). In current surveys, such study and career choice motivations of future teachers are often categorised on the basis of an expectancy-value theory of motivation (Eccles & Wigfield, 2002; Watt et al., 2012). Expectancy-value theory theorises that students' motivation for an upcoming task or here their study programme can be explained by their expectancy how well they will do on it (e.g., their perceived ability for the study programme), their perceived enjoyment (intrinsic value, such as subject or pedagogical interest), personal importance (attainment value), and usefulness for other goals (utility value, such as a secure income), as well as by perceived negative aspects (cost) associated with the study programme (Eccles & Wigfield, 2002).

Study and career choice motivations of future teachers are an important predictor for individual success in university studies and profession: Especially intrinsic study and career choice motivations are associated with students' strategy use and study satisfaction (Wach et al., 2016), with lower burnout and higher career optimism (McLean et al., 2019), as well as with learning goal orientation and general pedagogical knowledge (König et al., 2018). Furthermore, in the long term they are also positively related to pedagogical competence and satisfaction in the teaching profession (Hanfstingl & Mayr, 2007). In absolute terms, intrinsic study and career choice motivations are the most pronounced among preservice teachers (Fray & Gore, 2018; König et al., 2018; Wach et al., 2016; Watt et al., 2012). However, this is also true for students of study programmes beyond teacher training, for which the role intrinsic study choice motivations is even more prominent (Göller & Besser, 2021).

Mathematical worldviews

Given the significance of intrinsic study choice motivations, the present paper aims at identifying mathematics-specific aspects students' intrinsic motivation refers to. In other words, this paper aims at identifying what students like (so much) about mathematics that they choose mathematics as a study subject. Grigutsch & Törner (2002) identified four aspects as being essential for people's view and understanding of the nature of mathematics and shape their mathematical worldview:

- The process aspect highlights the constructive character of mathematics, being an active process of discovery, experimentation, and thinking about problems.
- The application aspect emphasises the usefulness and practical applicability of mathematics for society and everyday life.
- The formalism aspect identifies logical and objective thinking, manifested in rigour, exactness, and precision as the essence of mathematics.
- The schema aspect understands mathematics as a “toolbox” and set of formulas for solving tasks.

While process and application aspect are summarised as dynamic view of mathematics, regarding mathematical knowledge as being constructed through problem-related discovery and real-world applications, formalism and schema aspect are seen as static view of mathematics, regarding mathematics rather as a collection of existing knowledge and procedures (Grigutsch & Törner, 2002).

University mathematics, as presented above, rather seems to emphasise the formalism aspect as well as (perhaps to a somewhat lesser extent) the process aspect (Gueudet & Thomas, 2020). With regard to civic education through mathematics a rather dynamic mathematical worldview is addressed which emphasises the process and application aspect (Gildehaus & Liebendörfer, 2021b; Pohlkamp & Heitzer, 2021; Skovsmose, 2020; Steffensen et al., 2021; Steflitsch, 2021).

Research questions

The present study aims at identifying students' mathematics-specific intrinsic motivation for choosing mathematics as a study subject. Thereby, the four presented aspects of the mathematical worldview (Grigutsch & Törner, 2002) shall serve as framework for the following research question:

- To which aspects of mathematics does the intrinsic motivation of students refer to choose mathematics as a study subject?

Methods

To answer this research question, interview data of a total of 21 students were analysed. The sample comprised 14 upper secondary mathematics preservice teachers (T, 11 female, 3 male) and 7 students (3 female, 4 male) who had chosen a study programme in pure mathematics (mathematics majors, M). The interviews were conducted about three weeks before the beginning of their university studies. For this paper answers referring to the following two questions were analysed: (1) How come you decided to study for a mathematics degree programme? (2) Why mathematics, what do you like about it? The data were analysed with a concept-driven (deductive) and data-driven (inductive) coding approach (Kuckartz, 2019). The four presented aspects of the mathematical worldview were used as concept-driven categories. These deductive categories were further elaborated inductively.

Results

The data analysis revealed that the mathematical worldview to which students' intrinsic motivation to choose mathematics as a study subject referred, could be roughly mapped by regarding process and schema aspect as well as application and formalism aspect as opposite poles of a respective dimension. Figure 1 gives an impression of this ordering of the aspects as well as the interviewees' positioning within this framework. This positioning visualises students' mathematical worldview coded in the data, depending on whether their mathematics-specific intrinsic motivation rather referred to calculating or to puzzling (schema – process aspect, vertical axis), or rather to real-world applications of mathematics or to precise, logic inner-mathematics relationships with unambiguous right and wrong (application – formalism aspect, horizontal axis). In the following, these aspects as well as their respective polarity will be elaborated on in more detail. Furthermore, the data-driven coding revealed that sense of achievement and perceived competence were closely linked to mathematics-specific intrinsic motivation. These interrelationships will be explained in more detail hereafter.

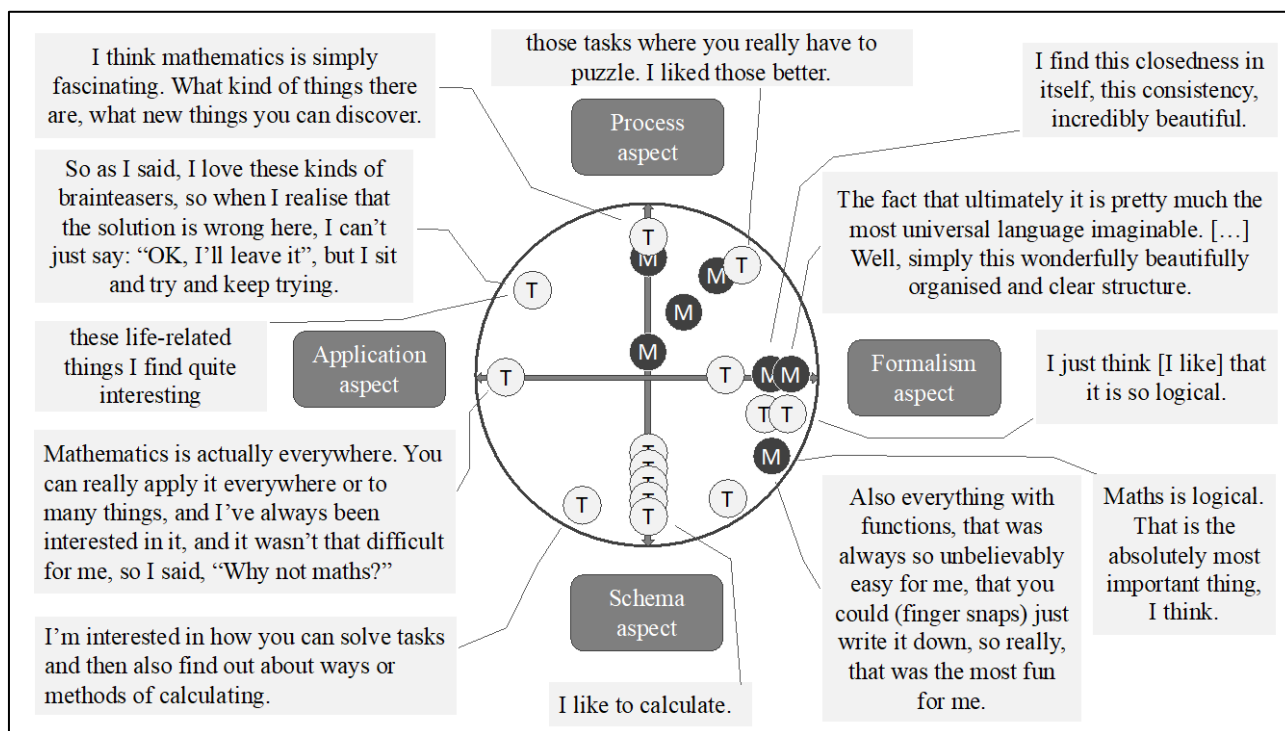


Figure 1: Illustration and example quotations of the 21 interviewed students' mathematical worldview. Vertical axis: schema – process aspect, horizontal axis: application – formalism aspect. T = preservice teachers, M = mathematics majors

In between process and schema aspect

The process aspect was coded for passages where students stated that they like mathematics when they puzzle over problems or because they can discover new things. The following excerpt is a prime example of this aspect:

T: Just what I said earlier that somehow you always have to puzzle, you sit and try to solve it. And maybe it doesn't work right away, but at some point, you have this "aha" moment. And I think that's somehow exciting. [...] I think mathematics is simply fascinating. What kind of things there are, what new things you can discover.

Schema aspect was coded for passages where students stated they like performing calculations and mathematical procedures. Indicators of this aspect were on the one hand when students stated that they like calculating or tasks where they knew exactly which formula they had to apply, and on the other hand when students stated that they liked the routines of these procedures which they could perform (quickly) without any difficulties. Examples of this aspect are given in Figure 1 and by the following excerpt:

T: We also had programmable graphic calculators. It was pretty quick. So as far as graphs are concerned, how they run, inflection points, zeros and so on and so forth, as I said, there were fixed formulas, and you calculate it with them. And that was the most important thing for me. That I know how to calculate it.

The idea that process and schema aspect can be considered as opposite poles of a dimension of mathematics-specific intrinsic motivation is given in the data. This dimension describes the extent to which students prefer routine tasks with a predefined procedure for providing a (or the predetermined) solution, or rather problem-solving tasks that require puzzling and allow for new approaches and insights. The following excerpt gives an insight into how positioning within this dimension is negotiated, in this case towards the process aspect:

T: There were more tricky tasks. Not those where you just have to calculate something, but rather those tasks where you really have to puzzle. I liked those better. Because the rest was mostly just penwork anyway, your hand hurt afterwards, where you don't have to think a bit.

In this case the process aspect, indicated here by “tricky tasks [...] where you really have to puzzle” was preferred to the schema aspect, represented here by tasks that only require calculating and “penwork” without thinking.

Other students rather liked calculating and “penwork”, and thus the schema aspect (see also Figure 1 for examples). The following excerpt gives another insight into how positioning between process and schema aspect is negotiated, in this case rather towards the schema aspect:

T: I liked everything where I could calculate. I liked that more than things where you only thought something through theoretically. [...] I like to calculate. Sometimes you have a task where you have to calculate somehow, but you don't know WHAT you have to calculate at first. So, I like to calculate, I also like to puzzle. I just don't like to do things where I can NOT find the approach.

In this case the student states that she likes both calculating and puzzling, by which she positions herself somewhere between process and schema aspect. However, the emphasis on her preference for calculating and that she likes puzzling only when she finds an approach, positions her rather towards the schema aspect. In Figure 1 this is represented by the topmost point of the five points above the schema aspect.

Figure 1 also shows that mathematics-specific intrinsic motivation (for choosing mathematics as study subject) for 7 of the 14 preservice teachers mainly referred to the schema aspect of mathematics. Process aspect was dominant for only 3 of the 14 preservice teachers. Of the mathematics majors, intrinsic motivation referred to the schema aspect for only one student, while all other math majors tended towards the process aspect or indicated no preference here.

In between application and formalism aspect

Formalism aspect was coded when interviewees stated that they like mathematics because of its logic or its clear structure. Formalism aspect occurred in two forms. The first form identifies mathematics as “universal language” which allows a “beautifully organised clear structure” emphasising the closedness and consistency of mathematics as given by the two mathematics majors in Figure 1 respectively the following excerpt:

M: The fact that ultimately it is pretty much the most universal language imaginable. What is the best way to summarise this? Well, simply this wonderfully beautifully organised and clear structure. Because ultimately, throughout history, how many errors have appeared in mathematics? Practically none at all. Because immediately, when an error appears, you can correct it, and you can correct it from WITHIN, without needing any external experiments.

The second form of the formalism aspect emphasises the logic, unambiguousness, and precision of mathematics, in the sense that it is “logic” for oneself without discussion about right or wrong, especially in comparison to other study subjects (cf. Figure 1):

T: I don't know exactly what I enjoyed about it [mathematics], but I think it's simply this unambiguousness. That you know I have a task and there is one solution. And this solution is either correct or I did it wrong. Then I have to do it all over again. But I think that's actually better than having to write an interpretation in German and then being told at the end: “No, the artist meant it completely differently”, and then I wonder how my German teacher would know that. And in maths it's just clear. And there, I think, it's more a case of saying, “I'm enthusiastic about this. That I know I've done it right or wrong,” and not something in between.

This second form of the formalism aspect is connected to the schema aspect in the sense that predetermined procedures provide predefined solutions.

T: I need to know what is required from me, how I have to write it down. Then I can do it. And this was the beauty. Because in maths you know how an equation needs to be written down, you know how it is modified, with which rules you want to do it. And if it says “plus” that means plus. For me, maths is precise.

Application aspect was coded when interviewees stated they like mathematics for its real-world applications. Examples of coded sequences for the application aspect are given in Figure 1 and by the following excerpt:

T: In any case, that pupils understand that maths also has a purpose. That they don't always think: “I'll never need this again in my life anyway.” I mean, well, maybe some things are like that. But you can still calculate a lot of applications with maths. So, we often did something like calculating the statics of a bridge. And I actually find that quite interesting. Stochastics is also very application oriented. And that pupils realise: “Okay, I don't just have to be able to calculate plus and minus, and that's all I really need”, that's not really it. So that pupils enjoy maths. That they like going to class and that they understand why they should learn it in the first place. That they see a sense in it.

Application aspect, as can be seen in this quote, occurred in two forms in the data. On the one hand it occurred as intrinsic motivation for the interviewed students themselves, indicated here by “I actually find that quite interesting”. In this case the application aspect gives meaning and purpose to mathematics which makes it interesting for the interviewed students. This aspect referred predominantly on mathematics-specific intrinsic motivation for only one and partly a second of the interviewed students (for some others it played a role, albeit not a pronounced one).

On the other hand, application aspect occurred as possible motivation for others, such as e.g., future pupils of the interviewed preservice teachers. In the quote above, this is indicated for example by “that pupils understand that maths also has a purpose”, “that pupils enjoy maths” or “that they see a sense in it [mathematics]”. Such reflections on possible motivational effects of the application aspect were also found among students who themselves have a rather formalistic mathematical worldview:

T: Maybe it's easier to hook pupils by saying: “Yes, that's how it is. Now think about it: How does a navigation device or something work? That it all has something to do with mathematics. In this way, you can perhaps get pupils more interested in mathematics than if it is simply done formally. [...] But I also think that you shouldn't forget that mathematics is a formal matter. And that I have to learn certain theorems and definitions, or the rules at school, through frontal teaching.

In this case, the application aspect (“How does a navigation device [...] work?”) was rather seen as a motivational tool to “hook pupils” or “get pupils more interested in mathematics” while for the interviewed student herself, mathematics was rather “a formal matter”. Thus, this excerpt indicates how the idea that application and formalism aspect can be considered as opposite poles of a dimension of mathematics-specific intrinsic motivation is represented in the data. The following excerpt gives an insight into how positioning within this dimension was negotiated:

M: Many people have said to me: “What you want to study maths for a bachelor's degree? That's much too dry! There's no connection to reality.” I didn't need that at school, and I don't need it today either. [...] Mathematics is enough for me. It's enough for me when I've accomplished a proof on my own, even if it's only to prove that you can apply the factor rule, [that makes me] happy as anything! That means I don't really need the real-world reference at all.

While intrinsic motivation (“happy as anything”) strongly referred to the formalism aspect (accomplish a prove) here, application aspect (“real-world reference”) was explicitly described as subjectively unimportant.

Overall, the application aspect played a rather subordinate role for the mathematics-specific intrinsic motivation of most of the interviewed students (cf. Figure 1). Especially among the mathematics majors in this sample, intrinsic motivation referred rather to the formalism aspect and almost not at all to the application aspect. Among the preservice teachers, both application and formalism aspect were represented (cf. Figure 1).

Sense of achievement and perceived competence

The data-driven coding identified sense of achievement and perceived competence as important categories associated with mathematics-specific intrinsic motivation. For some students, it seems that this perceived mathematical competence was the decisive factor for their study choice (e.g., “I wanted to study [a subject] I was always good at in school”). This means that with a sufficiently high perceived competence, sense of achievement or experiences of success in mathematics are to some extent expected and perceived as mathematics-specific intrinsic motivation in itself for some students.

T: I have always enjoyed mathematics. Especially this principle that you have so much sense of achievement, I would say. That’s quite appealing. And I think the school grade also plays a role. That was the deciding factor [for my study choice], I’d say.

Sense of achievement is also closely associated with the aspects of mathematical worldview. For process aspect e.g., sense of achievement is expressed by “aha moments” and partly in the need for an approach when puzzling over mathematical problems which can be found in the corresponding interview excerpts above.

The perspective of sense of achievement and perceived competence gives a possible explanation why so many students find the schema aspect intrinsically motivating: With predetermined procedures for predefined solutions sense of achievement becomes predictable, plannable, and reproducible. The following interview excerpt illustrates this close relation of intrinsic motivation and sense of achievement with a focus on schema aspect, indicated here for example by “I like calculating”:

T: I’ve always liked doing it [mathematics]. As I said, only when I understood it. Because when I don’t understand it, I’m always very frustrated and then I get a bit angry, and then I don’t like it anymore. But as soon as I understand it again, I enjoy it again. [...] when I know I can do it and I’m calculating the tasks without having any big problems, then I enjoy it, I like calculating. Yes, and that’s how I ended up in the maths teaching programme. I just liked doing it [mathematics].

For the formalism aspect sense of achievement can mean to recognise the “wonderfully beautifully organised and clear structure” or the logic, unambiguousness, and precision of mathematics and thus experiencing mathematics as logical, comprehensible, and approachable for oneself:

T: I like its [mathematics] logic. If something is logical, then I find it nice. [...] when everything is so clear and you can somehow handle it really well in your head, even though it is so abstract, then I find that somehow a good feeling. I mean when I understand it.

Especially the last sentence here (“I mean when I understand it”) indicates the significance of sense of achievement and perceived competence: Sense of achievement or perceived competence seem to be a prerequisite for mathematics-specific intrinsic motivation which, building on this, is then further differentiated in terms of the four different aspects of the mathematical worldview.

Discussion

The present paper gives a qualitative insight into students’ mathematics-specific intrinsic motivation for choosing mathematics as a study subject. The four aspects (process, application, formalism, schema) of the mathematical worldview according to Grigutsch & Törner (2002) turned out to be a suitable theoretical framework for qualitatively describing and categorizing different characteristics of

mathematics the mathematics-specific intrinsic motivation of the interviewed students referred to. Especially the framework given in Figure 1, that regards process and schema aspect as well as application and formalism aspect as opposite poles of a respective dimension was helpful to identify students' positioning towards these four aspects.

Regarding Figure 1, it is noticeable how many preservice teachers enjoyed the schema aspect of mathematics. Process and formalism aspects were represented rather by the interviewed mathematics majors and rather rarely by the interviewed preservice teachers. The formalism aspect occurred here in two forms. The first form was mainly represented by two mathematics majors and identified the beauty of mathematics within its closed and consistent clear structure. The second form of the formalism aspect emphasised mathematics as being "logic" (for them), with unambiguous right and wrong, which is connected to the schema aspect. Considering that usual descriptions of university mathematics as being abstract, formal, and proof-based (e.g., Gueudet & Thomas, 2020) rather emphasise the formalism aspect, and especially its first form described above, such findings can contribute to explaining frustration (Göller & Gildehaus, 2021), demotivation, and dissatisfaction (Gildehaus & Liebendörfer, 2021a; Kosiol et al., 2019) of students who enjoy the schema aspect. In line with previous research, the results of this study indicate that this applies especially to mathematics preservice teachers (Gildehaus & Liebendörfer, 2021a; Göller & Gildehaus, 2021; Ufer et al., 2017). This means that for many preservice teachers, the aspects they liked about mathematics in school and because of which they have chosen mathematics as a study subject are unlikely to be recognised in university mathematics. Consequently, for a positive appraisal of university mathematics, many students have to develop new mathematics-specific interests i.e., adapt their mathematical worldview to which their mathematics-specific intrinsic motivation refers.

The here found significance of sense of achievement and perceived competence for students' (intrinsic) motivation is well represented in common motivation theories. For example, in terms of expectancy-value theory (Eccles & Wigfield, 2002) it is represented in students' expectancy (how well they will do in mathematics); in terms of self-determination theory (Ryan & Deci, 2000) it is represented in students' perceived competence. Regarding the transition from school to university in mathematics, this significance of sense of achievement is likely to additionally complicate the situation. In the present study, sense of achievement seemed to be often closely linked with schema aspect (e. g., knowing what or how to calculate) or the second form of the formalism aspect described above (e. g., experiencing mathematics as being "logical" to oneself). Given the usual descriptions of university mathematics as well as the well-documented difficulties of students in the transition from school to university (e.g., Gueudet & Thomas, 2020), it can be expected that moments associated with such a sense of achievement will rather decrease. Accordingly, when designing university mathematics courses students' mathematics-specific intrinsic motivation as well as the importance of sense of achievement should be taken into account in order to support students' mathematics learning on as many levels as possible.

When considering civic education through mathematics, a dynamic mathematical worldview (i.e. an emphasis on the process and application aspect) seems rather fitting for implementing (normative) mathematical modelling (Gildehaus & Liebendörfer, 2021b; Pohlkamp & Heitzer, 2021; Steffensen et al., 2021) or critical mathematics education (Skovsmose, 2020; Steflitsch, 2021) in (future) classrooms. Accordingly, for a positive appraisal of such a way of mathematics education, many preservice teachers (especially those with a rather schematic mathematical worldview at the beginning of their studies) have to adapt their mathematical worldview, to which their mathematics-specific intrinsic motivation refers, first towards university mathematics and later towards a dynamic worldview for civic education through mathematics. In order to achieve a better compatibility, united efforts in the different educational institutions are necessary to build a broader mathematical worldview that supports and promotes several aspects of students' mathematical worldview.

Finally, these results rise the question why the mathematics-specific intrinsic motivation of so many preservice teachers referred to the schema aspect. On the one hand, this question raises further ones about implicit teaching norms and practices in German schools. On the other hand, since the schema

aspect is less pronounced for mathematics majors' intrinsic motivation, it should be discussed critically and further investigated, why so many students with a schematic worldview choose a teaching degree programme and what that means for later teaching.

When interpreting the results, the small qualitative sample of students from only one university should be taken into account. Therefore, further studies are desirable that examine mathematics-specific aspects of students' intrinsic motivation and their relevance for students' further academic studies and later profession in more detail.

References

- Eccles, J. S., & Wigfield, A. (2002). Motivational Beliefs, Values, and Goals. *Annual Review of Psychology*, 53(1), 109–132. <https://doi.org/10.1146/annurev.psych.53.100901.135153>
- Fray, L., & Gore, J. (2018). Why people choose teaching: A scoping review of empirical studies, 2007–2016. *Teaching and Teacher Education*, 75, 153–163. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2018.06.009>
- Gildehaus, L., & Liebendörfer, M. (2021a). 'I don't need this'—Understanding preservice teachers disaffection in mathematics. In M. Inprasitha, N. Changsri, & N. Boonsena (Eds.), *Proceedings of the 44th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 350–359). PME.
- Gildehaus, L., & Liebendörfer, M. (2021b). CiviMatics: Mathematical modelling meets civic education. In D. Kolloche (Ed.), *Exploring new ways to connect: Proceedings of the Eleventh International Mathematics Education and Society Conference* (Vol. 1, pp. 167–171). Tredition. <https://zenodo.org/record/5391967>
- Göller, R., & Besser, M. (2021). Studienwahlmotive von Bewerberinnen und Bewerbern auf ein Lehramtsstudium und auf andere Studiengänge: Studiengangübergreifende Vergleiche und Profilanalysen. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 1–17. <https://doi.org/10.1024/1010-0652/a000317>
- Göller, R., & Gildehaus, L. (2021). Frustrated and helpless—Sources and consequences of students' negative deactivating emotions in university mathematics. In M. Inprasitha, N. Changsri, & N. Boonsena (Eds.), *Proceedings of the 44th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 321–328). PME.
- Grigutsch, S., & Törner, G. (2002). *World views of mathematics held by university teachers of mathematics science*. Duisburg-Essen Publications online. <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:464-20120703-091421-5>
- Gueudet, G., & Thomas, M. O. J. (2020). Secondary-tertiary transition in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 762–766). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_100026
- Hanfstingl, B., & Mayr, J. (2007). Prognose der Bewährung im Lehrerstudium und im Lehrerberuf. *Journal Für Lehrerinnen- Und Lehrerbildung*, 7, 48–56.
- König, J., Drahmman, M., & Rothland, M. (2018). Motivprofile von Studierenden zu Beginn der Lehrerbildung: Anwendung und Validierung eines personenzentrierten Ansatzes in Deutschland und Österreich. *Zeitschrift für Bildungsforschung*, 8(2), 153–171. <https://doi.org/10.1007/s35834-018-0212-0>

-
- Kosiol, T., Rach, S., & Ufer, S. (2019). (Which) Mathematics Interest is Important for a Successful Transition to a University Study Program? *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(7), 1359–1380. <https://doi.org/10.1007/s10763-018-9925-8>
- Kuckartz, U. (2019). Qualitative Text Analysis: A Systematic Approach. In G. Kaiser & N. Presmeg (Eds.), *Compendium for Early Career Researchers in Mathematics Education* (pp. 181–197). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15636-7_8
- McLean, L., Taylor, M., & Jimenez, M. (2019). Career choice motivations in teacher training as predictors of burnout and career optimism in the first year of teaching. *Teaching and Teacher Education*, 85, 204–214. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2019.06.020>
- Pohlkamp, S., & Heitzer, J. (2021). *Normative modelling as a paradigm of the formatting power of mathematics*: Educational value and learning environments. <https://doi.org/10.5281/ZENODO.5416165>
- Ryan, R. M., & Deci, E. L. (2000). Self-determination theory and the facilitation of intrinsic motivation, social development, and well-being. *American Psychologist*, 55(1), 68–78. <https://doi.org/10.1037/0003-066X.55.1.68>
- Skovsmose, O. (2020). Critical Mathematics Education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer. <http://link.springer.com/10.1007/978-3-030-15789-0>
- Steffensen, L., Herheim, R., & Rangnes, T. E. (2021). *The Mathematical Formatting of How Climate Change Is Perceived: Teachers' Reflection and Practice* (pp. 185–209). Brill. https://doi.org/10.1163/9789004465800_009
- Steflitsch, D. (2021). *Why (mathematics) education in a democracy must be critical education*. <https://doi.org/10.5281/ZENODO.5416634>
- Ufer, S., Rach, S., & Kosiol, T. (2017). Interest in mathematics = interest in mathematics? What general measures of interest reflect when the object of interest changes. *ZDM*, 49(3), 397–409. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0828-2>
- Wach, F.-S., Karbach, J., Ruffing, S., Brünken, R., & Spinath, F. M. (2016). University Students' Satisfaction with their Academic Studies: Personality and Motivation Matter. *Frontiers in Psychology*, 7. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.00055>
- Watt, H. M. G., Richardson, P. W., Klusmann, U., Kunter, M., Beyer, B., Trautwein, U., & Baumert, J. (2012). Motivations for choosing teaching as a career: An international comparison using the FIT-Choice scale. *Teaching and Teacher Education*, 28(6), 791–805. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2012.03.003>

OS MOXIHATËTË THËPË E A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA?

¿LOS MOXIHATËTË THËPË Y LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA?

THE MOXIHATËTË THËPË AND MATHEMATICS EDUCATION?

Michela Tuchapesk da Silva

(Universidade de São Paulo, Brasil)

michelat@usp.br

Carolina Tamayo

(Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil)

carolinatamayo@ufmg.br

Elizabeth Gomes Souza

(Universidade Federal do Pará, Brasil)

elizabethmathematics@gmail.com

Recibido: 09/07/2023

Aprobado: 09/07/2023

RESUMO

A floresta amazônica é um espaço disputado por diferentes atores, que possuem distintas formas de entendimento e relações com a floresta. Essas diferenças se tensionam, pois se de um lado, a terra e seus seres naturais são entendidos como ‘recursos’ que podem ser explorados a partir de uma lógica privada, por outro lado, para o povo Moxihatëtë thëpë da Amazônia - povo Yanomami-, os seres humanos são coabitantes da terra-floresta, entendida como um ser vivo composto de incontáveis seres vivos. Os seres humanos não possuem privilégios ontológicos em relação aos demais seres. Para o Yanomami é estranha a possibilidade de se pensar o espaço/território a partir de um viés de propriedade e/ou exploração. Assim, considerando a medida emergencial e humanitária decretada para salvar o povo Yanomami, devido aos efeitos da exploração da mineração ilegal, agudizada durante os últimos quatro anos pelo desprezo do poder público, o objetivo desta escrita é ‘denunciar’ discursos colonialistas que permeiam a Educação Matemática como campo de pesquisa para ‘anunciar’, no sentido freiriano (1997), modos decoloniais de praticar a pesquisa e o ensino de matemáticas que promovam a justiça social e outras relações com a Mãe Terra. Este interesse nasce do nosso lugar como mulheres latinoamericanas, como educadoras matemáticas e formadoras de professores nos cursos de Formação Intercultural para Educadores Indígenas (UFMG), Educação do Campo (UFMG), Licenciatura em Pedagogia (UFMG/FEUSP), Licenciatura integrada em Ciências, Matemática e Linguagens (UFPA) e Licenciatura em Matemática (UFMG/FEUSP). Colocamos a crise sanitária e humanitária Yanomami no foco da Educação Matemática, por entendermos a importância do campo tomar partido pela vida, pela luta e pela resistência dos povos da floresta que sofrem até hoje com o padrão de poder instituído pela modernidade/colonialidade. Problematisamos a invisibilização dos conhecimentos sobre a floresta dos povos originários nos currículos de matemática -escolares e universitários- visto

que contribui com a manutenção de políticas econômicas capitalistas que encontram fundamento na dicotomia entre humanos e outros seres da natureza. Elegemos o “Bem Viver” dos povos originários como uma política ontológica, econômica, social e educacional outra, que promove a decolonização dos modos imperialistas de ocupar a Mãe Terra e de se produzir conhecimento.

Palavras-chave: decolonialidade. Yanomami. Amazônia. educação indígena. formação de professores.

ABSTRACT

The Amazon forest is a space disputed by different actors, who have different ways of understanding and relationships with the forest. These differences are tensioned because of the one hand, the land and its natural beings are understood as 'resources' that can be exploited according to a private logic, on the other hand, for the Moxihatëtë thëpë people of the Amazon - Yanomami people-, human beings are cohabitants of the forest-land, understood as a living being composed of countless living beings. The human beings do not have ontological privileges in relation to other beings. Thus, from the emergency and humanitarian measure decreed to safeguard the Yanomami people, due to the effects of illegal mining exploitation, aggravated during the last four years by the contempt of the public power. The purpose of this writing is to 'denounce' colonialist discourses that permeate Mathematics Education as a research field in order to 'announce', in the Freirian sense (1997), decolonial ways of practicing mathematics research and teaching that promote social justice and other relations with Mother Earth. This interest comes from our place as Latin American women, as mathematics educators and teacher in the Intercultural Education for Indigenous Educators (UFMG), Education of the Field (UFMG), Degree in Pedagogy (UFMG/FEUSP), Integrated in Science, Mathematics and Languages (UFPA) and Degree in Mathematics (UFMG/FEUSP). We put the Yanomami health and humanitarian crisis in the focus of Mathematics Education, because we understand the importance of the field to choose life, the struggle, and the resistance of the forest people that suffer until today with the pattern of power instituted by modernity/coloniality. We problematize the invisibilization of native peoples' knowledge about the forest in the curriculum of Mathematics - schools and universities - since this invisibilization contributes to the maintenance of capitalist economic policies that are based on the dichotomy between humans and other beings of nature. We elect the Bem Viver -Good Living- of the forest indigenous people as a different ontological, economic, social, and educational policy that promotes the decolonization of the imperialist ways of occupying Mother Earth and of producing knowledge.

Keywords: decoloniality. Yanomami. Amazon. indigenous education. teacher education.

RESUMEN

La selva amazónica es un espacio disputado por diferentes actores, que tienen distintas formas de entender y relacionarse con la selva. Estas diferencias se acentúan, pues por un lado, la tierra y sus seres naturales son entendidos como 'recursos' que pueden ser explotados desde una lógica privada, por otro lado, para el pueblo Moxihatëtë Thëpë de la Amazonía - pueblo Yanomami-, los seres humanos son cohabitantes de la tierra-selva, entendida como un ser vivo compuesto por innumerables seres vivos. Los seres humanos no tienen privilegios ontológicos en relación con otros seres. Para los Yanomami, la posibilidad de pensar el espacio/territorio desde una perspectiva de propiedad y/o explotación es extraña. Así, considerando la medida de emergencia y humanitaria decretada para salvaguardar al pueblo Yanomami, por los efectos de la explotación minera ilegal, agravada durante los últimos cuatro años por el desprecio del poder público, el objetivo del presente artículo es

'denunciar' los discursos colonialistas que permean la Educación Matemática como un campo de investigación para 'anunciar', en el sentido de Freire (1997), formas decoloniales de practicar la investigación y la enseñanza de las matemáticas que promuevan la justicia social y otras relaciones con la Madre Tierra. Este interés nace de nuestro lugar como mujeres latinoamericanas, como educadoras matemáticas y formadoras de docentes en los cursos de licenciatura de Formación Intercultural para Educadoras Indígenas (UFMG), Educación do Campo (UFMG), Licenciatura en Pedagogía (UFMG/FEUSP), Licenciatura Integrada en Ciencias, Matemáticas e Idiomas (UFPA) y Licenciatura en Matemática (UFMG/FEUSP). Situamos la crisis sanitaria y humanitaria Yanomami en el foco de la Educación Matemática, pues entendemos la importancia de que el campo tome partido por la vida, por la lucha y por la resistencia de los pueblos de la selva que aún hoy sufren con el patron de poder instituido por la modernidad/colonialidad. Problematicamos la invisibilización de los conocimientos sobre la selva de los pueblos originarios en los currículos de matemáticas -escolares y universitarios- en tanto contribuye al mantenimiento de las políticas económicas capitalistas que encuentran su fundamento en la dicotomía entre los humanos y los demás seres de la naturaleza. Elegimos el “Buen Vivir” de los pueblos originarios como una política ontológica, económica, social y educativa otra, que promueve la decolonización de las formas imperialistas de ocupar la Madre Tierra y producir conocimiento.

Palabras clave: decolonialidad. Yanomamis. Amazonas. educación indígena. formación de profesores.

Apresentação

“O que vai salvar a vida do povo Yanomami é a desinvasão do garimpo”¹.
(Davi Kopenawa)

Em meados de janeiro de 2023 as principais mídias de comunicação brasileira e internacional anunciaram o decreto de estado de emergência no estado de Roraima- Brasil, prescrito pelo presidente Luiz Inácio Lula da Silva, no qual se anunciaram uma série de medidas contrárias ao genocídio e violação dos direitos humanitários existentes nas terras indígenas do povo *Moxihatëtë thëpë*, mais conhecido como povo indígena Yanomami. Esta medida emergencial e humanitária foi decretada devido as várias situações graves que estavam ocorrendo com os indígenas desta região, decorrentes, principalmente, da exploração da mineração ilegal, agudizada durante os últimos quatro anos pelo desprezo do poder público. Os indígenas foram cercados, coagidos e seus direitos violados sob o exercício de uma política anti-indígena, racista e a favor da exploração da Amazônia, questões que têm sido denominadas pelos indígenas, pesquisadores e indigenistas como um projeto genocida.

As imagens divulgadas na mídia em geral, mostrando os corpos atrofiados, emagrecidos e com abdômes inflados das crianças reproduziram o horror do genocídio já documentado desde 1980². A partir dos dados de um documento do Ministério Público Federal, o Distrito Sanitário Yanomami aparece com a maior taxa de mortalidade infantil entre todos os distritos do Brasil. No ano de 2021 o número de mortes foi o maior desde o ano de 2010. Inclusive, em algumas regiões, aproximadamente 80% das crianças Yanomami mostravam graus de desnutrição grave e aguda. Condizentes com a cosmovisão do povo Yanomami, optamos por não apresentar as fotos comentadas acima, buscando não contribuir com a disseminação dessas imagens, visto que “após o falecimento, não pronunciamos o nome da pessoa,

¹ Fonte: <https://conexaoplaneta.com.br/blog/o-que-vai-salvar-a-vida-do-povo-yanomami-e-a-desinvasao-do-garimpo-declara-o-lider-indigena-davi-kopenawa/#fechar>

² Como relata em nota de jornal: <https://congressoemfoco.uol.com.br/area/pais/garimpo-violencia-e-morte-relatorio-mostra-politica-de-destruicao-do-povo-yanomami/>

queimamos todos os seus pertences, e não permitimos que fotografias permaneçam sendo divulgadas” (Urini Yanomami³).

Estamos diante dos efeitos do projeto modernidade/colonialidade (Mignolo, 2008; Quijano, 1997) identificando, dentre outras temáticas, a manutenção de políticas econômicas capitalistas que encontram fundamento na dicotomia entre humanos e outros seres da natureza. Com base nesta postura, “retira-se o ser humano da natureza e passa-se a encará-la apenas como uma fonte de obtenção de lucro [...] Uma relação dependente e abusiva, associando a natureza à criação de riquezas justificada por critérios científicos” (Barros, 2018, s.p.). Nesta direção, Ailton Krenak (2019) explicita que a separação entre humanos e natureza tem instituído e naturalizado a visão dos humanos serem alheios ao lugar que os constituem. O líder indígena rechaça esse pensamento, defendendo que não percebe “onde tem alguma coisa que não seja natureza. Tudo é natureza. O cosmos é natureza. Tudo em que eu consigo pensar é natureza” (Krenak, 2019, p. 16).

una de las ideas/imágenes más características del eurocentrismo, en cualquiera de sus vertientes: la “explotación de la naturaleza” como algo que no requiere justificación alguna y que se expresa cabalmente en la ética productivista engendrada junto con la “revolución industrial”. (Quijano 2012, p. 51).

O povo Yanomami, um povo seminômade da floresta amazônica, durante séculos tem lutado contra os atropelamentos e violências produzidas pelos efeitos desse projeto colonizador que tem condenado-os a extrema pobreza, a desnutrição, a morte, a contaminação por mercúrio, herança da mineração ilegal. Este povo originário habita a floresta⁴ amazônica na fronteira entre o Brasil e a Venezuela. Eles formam a maior Terra Indígena brasileira, com mais de 96 mil km². Este território possui áreas que vão desde ambiente de floresta amazônica de várzea – na bacia do Orinoco e do Amazonas – até regiões francamente montanhosas o que dificulta o acesso (Ver figura 1). Este povo faz parte de um conjunto cultural e linguístico composto de, pelo menos, quatro subgrupos adjacentes que falam línguas da mesma família: a yanomae, yanômami, sanima e ninam.

Figura 1. Localização do território Yanomami no Brasil⁵.



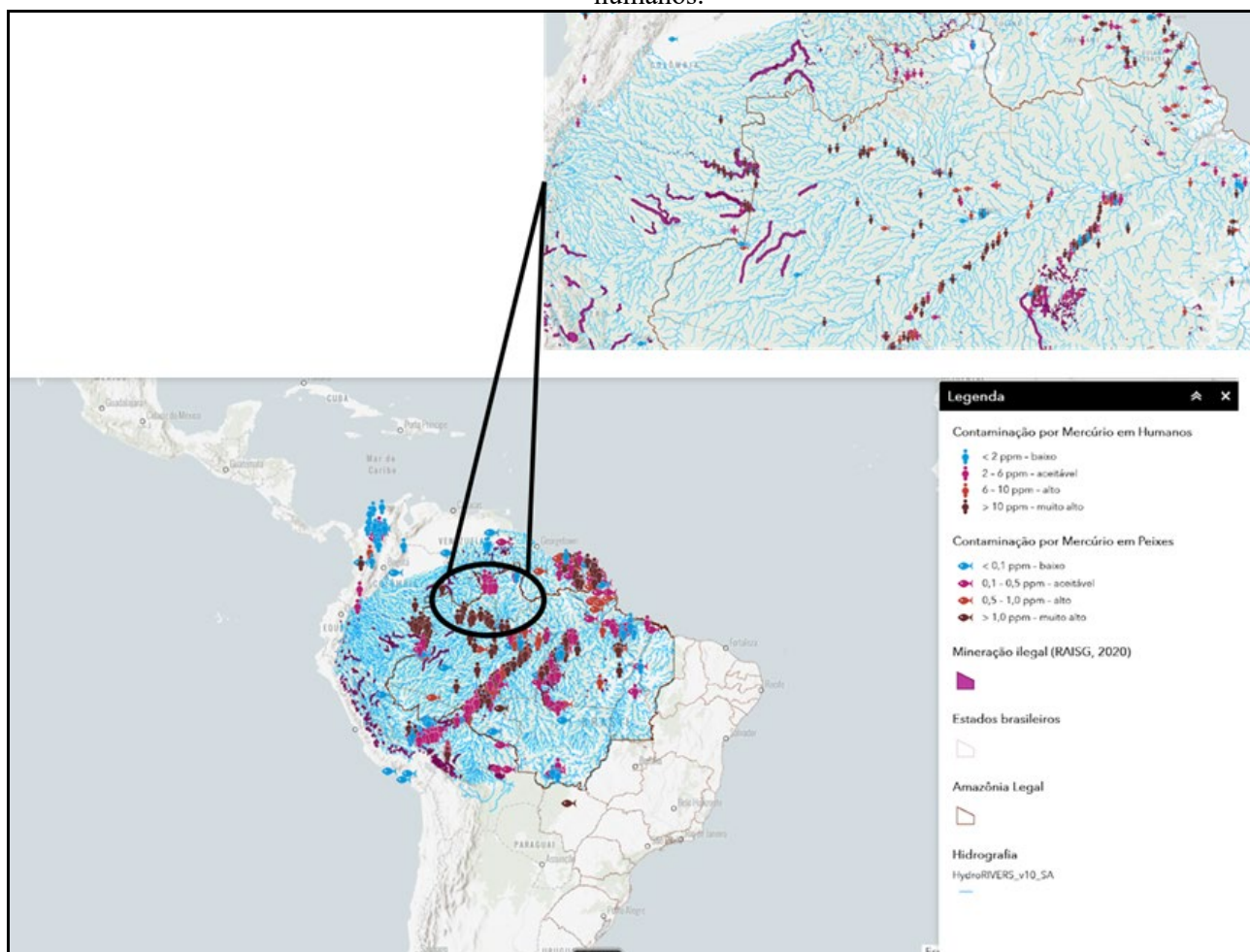
Neste processo de extermínio e violência histórica contra o povo *Moxihatëtë thëpë*, rios, árvores, espíritos, pássaros e demais seres que habitam a floresta também sofrem os efeitos da colonialidade e são violentados pela mesma mão humana que faz deles objetos como se mostra a figura 2.

³ Em entrevista disponível em: <https://www.terra.com.br/nos/por-que-os-yanomami-nao-querem-ter-fotos-suas-compartilhadas,45119c08b1e402891f76a438dd7ce9624fqhernp.html>

⁴ Os povos indígenas da Amazônia são a floresta amazônica. O termo habita é apenas para indicar uma localização espacial-geográfica do povo Yanomami.

⁵ Fonte do mapa: <https://www.bbc.com/portuguese/brasil-61431697>

Figura 2: Mapa do Observatório do Mercúrio⁶ dos registros de contaminação por mercúrio em rios, peixes e humanos.



O projeto colonizador é posto em operação pelas máquinas de Estado. A expansão mercantilista chegou ao Brasil, dizimando e escravizando os povos originários em 1500 por meio do modelo político monárquico de Estado, engendrado pela Coroa Portuguesa. Ainda mesmo após a instituição da República, em 1889 o modelo de República não eximiu os indígenas brasileiros de uma política governamental de genocídio, conforme nos afirma o indígena Dário Yanomami,

Houve uma estratégia deliberada pelo Bolsonaro para enfraquecer a saúde dos indígenas, seja desmantelando a rede de saúde pública, aparelhando os órgãos de assistência e fiscalização, facilitando e estimulando o ingresso de não-indígenas nos territórios, levando mais doenças para dentro das aldeias. E, afirma ele, houve ainda liberações de decretos de exploração de garimpo ilegal, de mineração e também de exploração de madeiras nas terras indígenas⁷.

Como vamos realizar a desintrusão do garimpo para salvar a vida do povo Yanomami? Quais vidas e humanidade podem ser construídas para além do exercício de colonização da natureza? O que faremos para frear a contaminação dos rios com o mercúrio que provoca a morte de peixes, das plantas frutíferas,

⁶ O Observatório do Mercúrio na Amazônia é plataforma lançada em 20 julho de 2021 pelo WWF-Brasil, em parceria com Fiocruz, CINCIA e outras instituições onde se reúnem resultados de estudos e informações sobre contaminação por mercúrio de humanos e não humanos na região Pan-Amazônica. Disponível em: [https://panda.maps.arcgis.com/apps/webappviewer/index.html?id=e6717bfa09504157b187e076f79e1d0e&extent=-12634275.965%2C-3100771.0732%2C-3960813.4914%2C1849902.3748%2C102100%20\(15\)%20\(PDF\)%20Uma%20virada%20vital-praxiol%C3%B3gica%20na%20forma%C3%A7%C3%A3o%20indisciplinar%20de%20educadores.%20Available%20from:%20https://www.researchgate.net/publication/359106348_Uma_virada_vital-praxiol%C3%B3gica_na_formacao_indisciplinar_de_educadores%20\[accessed%20Jul%2005%202023](https://panda.maps.arcgis.com/apps/webappviewer/index.html?id=e6717bfa09504157b187e076f79e1d0e&extent=-12634275.965%2C-3100771.0732%2C-3960813.4914%2C1849902.3748%2C102100%20(15)%20(PDF)%20Uma%20virada%20vital-praxiol%C3%B3gica%20na%20forma%C3%A7%C3%A3o%20indisciplinar%20de%20educadores.%20Available%20from:%20https://www.researchgate.net/publication/359106348_Uma_virada_vital-praxiol%C3%B3gica_na_formacao_indisciplinar_de_educadores%20[accessed%20Jul%2005%202023)

⁷ Fragmento de entrevista extraído do portal <<https://amazoniareal.com.br/tragedia-humanitaria/>

dos animais que vivem nesses habitats, do Yanomami? Como manter em pé o que ainda resta da floresta amazônica⁸? A quem interessa interromper a derrubada da floresta amazônica?

Em resistência à capitalização da vida humana e de outros seres da natureza e, como educadoras matemáticas e formadoras de professores nos cursos de Formação Intercultural para Educadores Indígenas (UFMG), Educação do Campo (UFMG), Licenciatura em Pedagogia (UFMG/FEUSP), Licenciatura integrada em Ciências, Matemática e linguagens (UFPA) e Licenciatura em Matemática (UFMG/FEUSP), esses questionamentos promovem práticas outras na formação inicial de professores que ensinam matemáticas, em diálogo com as demandas sociais e políticas do nosso território.

Nesta direção o objetivo desta escrita é ‘denunciar’ discursos colonialistas que permeiam a educação matemática como campo de pesquisa para ‘anunciar’, no sentido freiriano (1997), modos decoloniais de praticar a pesquisa e a formação inicial de professores, diante da realidade dos povos originários e afrodescendentes que reclamam por justiça social e por outras relações com a Mãe Terra.

Destacamos que os debates aqui levantados fazem parte de um projeto interinstitucional intitulado “*A opção decolonial em Educação Matemática: problematizando a formação inicial de professores*” financiado na chamada de projetos universais CNPq/MCTI/FNDCT Número 422163/2021⁹. As ações desenvolvidas neste projeto contribuem para fomentar os questionamentos teóricos-metodológicos, práticas de pesquisa que problematizam, entre outras coisas, a unicidade e hegemonia da Matemática no currículo. Para isso, partimos de várias experiências por nós vivenciadas ao se praticar uma formação inicial de professores assumindo a decolonialidade como opção. (Tamayo & Silva, 2018a, 2018b, 2022; Silva & Tamayo, 2019, 2021, 2022; Miguel, Tamayo, Souza, & Monteiro, 2022) Souza & Miguel, 2020).

Discussão: Os *Moxihatëtë thëpë* e a Educação Matemática?

Esses brancos só pensam em cobrir a terra com seus desenhos, para fatiá-la e acabar nos dando apenas uns poucos pedaços, cercados por seus garimpos e plantações. Depois disso, satisfeitos, vão declarar: Eis a sua terra. Fiquem satisfeitos, nós a estamos dando a vocês! (Kopenawa; Albert, 2015, p.328).

A fala de Kopenawa - indígena do povo Yanomani denuncia uma visão brancocentrada de terra, um espaço que se fatia com base numa cartografia orientada por linhas, pontos e retas estabelecidas para demarcar as terras tomadas do povo Yanomami e transformá-las em mercadoria, capitalizando-as. Os xamãs Yanomami veem esse traçado de linhas e pontos, como “manchas de onça” que os brancos colocam preço, registram nos livros e trocam por dinheiro (Kopenawa & Albert, 2015). Assim, os territórios dos povos originários do Brasil têm sido fatiados, metrificados e datados¹⁰ pelos não indígenas desde a expansão colonialista europeia, com base nos critérios e usos das métricas euclidianas, a favor de uma política expansionista, racista e classista. Nos dias atuais, o pouco conhecimento e a indiferença quanto às cosmovisões do povo Yanomani tem gerado um verdadeiro genocídio, seja por assassinatos, suicídios, doenças, desnutrição e omissões da máquina de Estado.

A floresta amazônica é um espaço disputado por diferentes atores, que possuem distintas formas de entendimento e relações com a floresta. Essas diferenças se tensionam, pois se de um lado, a terra e seus seres naturais são entendidos como ‘recursos’ que podem ser explorados a partir de uma lógica privada, por outro lado, por exemplo, para os povos originários da Amazônia, como os Yanomami, os seres

⁸ Perguntas formuladas a partir da entrevista de Davi Kopenawa extraída de <<https://amazoniareal.com.br/tragedia-humanitaria/>> em 27 de janeiro de 2022.

⁹ Este projeto conta com a participação das seguintes universidades: Universidade Federal do Pará (universidade de referência), Universidade de São Paulo (Brasil), Universidade Federal de Minas Gerais (Brasil), Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (Brasil), Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (Brasil), Universidade Federal do Rio de Janeiro.

¹⁰ Estamos nos referindo ao Marco Temporal, projeto que tramita no Superior Tribunal de Justiça que visa estipular a criação da Constituição Federativa Brasileira de 1988, como a data de início do direito jurídico indígena sobre a terra, portanto do direito de sua demarcação. E também ao *Projeto de Lei 490/07* (PL490) transfere do Poder Executivo para o Legislativo a competência para realizar demarcações de terras indígenas entre outros retrocessos aos direitos dos povos originários aprovado pela Câmara Legislativa dia 30/05/23. E ao PL 2903/23 onde a mesma matéria tramita no Senado Federal.

humanos são coabitantes da terra-floresta, entendida como um ser vivo composto de incontáveis seres vivos e, esses seres humanos não possuem privilégios ontológicos em relação aos demais seres. Assim, para o Yanomami é estranha a possibilidade de se pensar o espaço/território a partir de um viés de propriedade e/ou exploração.

Omama [...] disse aos ancestrais dos brancos, quando os criou: “A terra das gentes da floresta não será desenhada. **Permanecerá inteira.** De outro modo, eles não poderão mais abrir nela suas roças ou caçar como quiserem e acabarão todos morrendo. Vocês podem dividir a terra que dei a vocês, mas fiquem longe da deles!”. (Kopenawa; Albert, 2015, p.327. Itálicos dos autores. Negrito nosso).

A cosmovisão e os conhecimentos indígenas se mantêm ignorados pelo Estado e pelas suas instituições. Se para os povos originários do Brasil, a terra não pode e não deve ser fatiada, a desconsideração dessa cosmovisão gerou e tem gerado o extermínio de suas vidas humanas e não humanas. O território-floresta é vivo e fala com os humanos, ele é uma simbiose de muitos seres que vivem de formas diferenciadas. A escola e a Educação Matemática têm ignorado esse e outros modos de conhecimento nos processos de formação, favorecendo o lado da disputa que privilegia os ‘recursos’ da Amazônia a partir da lógica privada.

Isso mostra como a prática da colonialidade do saber e do ser se co-produzem, à medida que se oprimem e invisibilizam modos outros dos humanos se relacionarem com a floresta, para além da sua exploração indiscriminada e criminosa vinculada ao capitalismo, na medida em que priorizam só os saberes eurocêntricos nos currículos oficiais. As práticas de ensino de educação matemática permanecem em um espaço de aparente ‘neutralidade’, ao eleger os documentos oficiais curriculares como orientação principal e única para a educação escolar e acadêmica. Essa escolha pode ocultar, folclorizar e inferiorizar os modos de conhecer dos povos originários, bem como seus problemas, lutas e genocídio.

No que se refere à inclusão dos modos de conhecer dos povos originários no currículo, deve-se notar que a Lei nº 11.645, de 10 março de 2008 torna obrigatório o estudo da história e cultura indígena e afro-brasileira na Educação Básica. Porém, percebemos que as práticas de ensino e pesquisa em educação matemática subjugam os conhecimentos indígenas aos conceitos disciplinares acadêmicos e escolares. Isto porque, na literatura do campo percebemos que nas tentativas de inclusão curricular dos conhecimentos dos povos originários têm-se realizado, principalmente, ‘comparações’ e ‘traduções’ dos conhecimentos desses povos com base na linguagem e conceitos da Matemática Acadêmica (Tamayo & Silva, 2022; Silva & Tamayo, 2022; Miguel, Tamayo, Souza & Monteiro, 2022).

Esta prática prioriza o conhecimento matemático do currículo em detrimento dos conhecimentos dos povos indígenas, contribuindo para o desconhecimento dos seus modos de vida, das suas cosmovisões e reforçando o processo de invisibilização, folclorização e extermínio. Isto é um efeito do exercício da colonialidade que revela o vínculo entre as relações do passado com as do presente, reforçando um padrão de poder resultante da experiência moderna colonial na qual, por exemplo, impõe-se aos indígenas Yanomami práticas de fragmentação da terra que beneficiam ao capitalismo.

Nesta direção, entendemos que se faz necessário tensionar e desnaturalizar a visão de humanidade desenvolvimentista, capitalista e de cunho neoliberal (Krenak, 2019). No exercício freiriano de denunciar e anunciar, destacamos o *Bem Viver* dos povos originários como uma política ontológica, econômica, social e educacional outra, que sem negar as vantagens tecnológicas do mundo moderno, nem as contribuições de outras culturas e saberes, promove a decolonização dos modos imperialistas de ocupar a Mãe Terra e de se produzir conhecimento neste processo de coabitação. Nos colocamos em um lugar de militância pela justiça social buscando construir coletivamente como nos indica a política do *Bem Viver*, como apontado por Alberto Acosta, para garantir a vida mediante relações comunitárias e solidárias.

Com sua proposta de harmonia com a Natureza, reciprocidade, relacionalidade, complementariedade e solidariedade entre indivíduos e comunidades, com sua oposição ao conceito de acumulação perpétua, com seu regresso a valores de uso, o Bem Viver, uma ideia em construção, livre de preconceitos, abre as portas para a formulação de visões alternativas de vida. (Acosta, 2016, p. 33)

O *Bem Viver* é uma proposta ética-política de vida que vem sendo discutida em diversos contextos latinoamericanos -em alguns de forma mais incipiente que outros- que permite entender outras relações com a floresta. Essa proposta pode ser articulada em âmbitos políticos, jurídicos, educacionais, econômicos, entre outros. Como um movimento experienciado por povos originários na América Latina, ela pode nos inspirar a repensar valores e práticas instituídas pela/na cultura contemporânea ocidentalizada, em especial, aqueles reproduzidos em âmbito de formação escolar e acadêmica.

Agora sei que nossos ancestrais moraram nesta floresta desde o primeiro tempo e que a deixaram para nós para vivermos nela também. Eles nunca a maltrataram. Suas árvores são belas e sua terra é fértil. O vento e a chuva conservam seu frescor. Nós comemos seus animais, seus peixes, os frutos de suas árvores e seu mel. Bebemos a água de seus rios. Sua umidade faz crescer as bananeiras, a mandioca, a cana-de-açúcar e tudo o que plantamos em nossas roças. [...] Pôs no seu chão as montanhas, para mantê-la no lugar, e fez delas as casas dos xapiri, que deixou para que cuidassem de nós. É nossa terra e essas são palavras verdadeiras. (Kopenawa & Albert, 2015, p.331).

Como mulheres não indígenas e educadoras matemáticas nos desafiamos a estabelecer estes diálogos, num exercício de desaprender constante para aprender com os grandes mestres das florestas a cultivar a vida como integrantes da natureza. Entendemos que colocar em prática o *Bem Viver* não é uma tarefa fácil, requer muitos exercícios de desconstrução do pensamento ocidental, de valores e crenças que são operacionalizados pela máquina de Estado, que nos tornam reprodutores da colonialidade e de seus padrões de poder.

O *Bem Viver* se propõe a pensar um futuro diferente, “que não se conquistará com discursos radicais carentes de propostas” (Acosta, 2016, p.27). Nesta direção, entendemos que o *Bem Viver* nos possibilita evocarmos a crise humanitária e sanitária vivida pelo povo Yanomami e instigar a promoção de práticas e táticas outras, na Educação Matemática, no sentido de pensarmos para além do currículo matemático instituído, tensionando sua unicidade, neutralidade e universalidade, permitindo discussões de outras produções de conhecimento, epistemologias outras, que ainda encontram-se invisibilizadas.

Com as lentes do *Bem Viver* poderíamos problematizar nas práticas educacionais, por exemplo, a relação do Yanomami com o território/floresta amazônica e as tensões que surgem do encontro entre eles com a concepção dicotômica entre humanos-natureza da cultura brancocêntrica. Neste embate, poderá perceber-se que as métricas usadas pela cultura eurocêntrica, que encontram seu fundamento na geometria euclidiana, acabam contribuindo com a expropriação do território Yanomami que, mesmo demarcado com base em políticas públicas foi devolvido a eles em pedaços de terra, a qual já possuíam (Smith, 2018). No processo de demarcação da terra Yanomami homologada em 1992 - 94 mil quilômetros quadrados almejados por garimpeiros de todo o país, desde os anos 1980- as terras foram desenhadas no papel “como onças” sempre passíveis de serem capturadas e exploradas pelas lentes ocidentais. Mapas que confinam um território em terrenos planos. Análises verticais da terra que reproduzem uma métrica do espaço em estado de representação.

Assim, os povos originários, dentre eles os Yanomami, receberam um território representado e delimitado nos termos geométricos de área e perímetro, sob as lentes de uma política negociada com a linguagem do branco. Uma forma de representação do mundo que em termos matemáticos é responsável por definir as métricas, parâmetros e dimensões do espaço e, tem afetado, de certa forma, as relações dos indígenas com seu território (Smith, 2018). Estes problemas já se evidenciam quando se pensa na vida nômade que este povo tinha.

Quem ensinou a demarcar foi o homem branco. A demarcação, divisão de terra, traçar fronteira é costume de branco, não do índio. Brasileiro ensinou a demarcar terra indígena, então a gente passamos a lutar por isso. Nosso Brasil é tão grande e a nossa terra é pequena. Nós, povos indígenas, somos moradores daqui antes dos portugueses chegarem. Lutei pela terra Yanomami para que o meu povo viva onde eles nasceram e cresceram, mas o registro de demarcação da terra Yanomami não está comigo, está nas mãos do governo. Mesmo diante das dificuldades, o tamanho da nossa terra é suficiente para nós, desde que seja mesmo somente para nós e não precisamos dividir com os garimpeiros e ruralistas. (David Kopenawa em entrevista Portal Amazônia *apud* Viveiros de Castro, 2015, p. 36)

Entendemos que esta seja uma possibilidade de exercícios outros de práticas de ensino e pesquisa que possibilitem: realizar a desintrusão do garimpo para salvar a vida do povo Yanomami; produzir vidas e humanidade com práticas decolonizadoras; frear a contaminação dos rios com o mercúrio evitando a morte de peixes, das plantas frutíferas, dos os animais, dos Yanomami; deve interessar a todos os seres humanos manter em pé o que ainda resta da floresta amazônica interrompendo a sua derrubada, assim como tornar este fenômeno objetivo de estudo, pesquisa e prática de ensino das instituições escolares básicas e superiores. Faz-se necessário que os espaços de formação de professores (inicial e continuada), neste caso, que ensinam Matemática, estejam atentos a estas questões e promovam discussões para além do que se delimita nas políticas curriculares atuais e para além delas.■

Destacamos que as problematizações que possam surgir a partir do currículo de matemática, são legítimas e devem/precisam ser movimentadas junto às questões reais que surgem diariamente no mundo em que vivemos. Mas, também reforçamos que outras questões devem ser discutidas, e para isso a prática do *Bem Viver* pode colaborar.

Trilhas em aberto: os chamados dos *Moxihatëtë thëpë*

A crise sanitária e humanitária vivenciada pelo povo *Moxihatëtë thëpë* -Yanomami- no Brasil, mostrada pelos grandes meios de divulgação no início do ano de 2023, e ignoradas durante muito tempo pelo governo federal e suas instituições, sinalizou para a urgência em adotarmos outros modelos de bem-estar socioambiental e econômicos, para além daqueles marcados pela colonialidade-capitalismo adotado pela máquina de Estado Brasileira, em especial avanço, nos últimos quatro anos.

Tal crise moveu as três autoras desse texto, a denunciar e a anunciar possibilidades de como a Educação Matemática pode manter as ações que perpetuam a destruição em larga escala da floresta amazônica e todos os seres naturais que a habitam, ou pode ser campo de promoção de modos outros de estar e conviver no mundo, como por exemplo, a proposta do *Bem Viver*. A Educação Matemática não deve se silenciar diante do genocídio e ecocídio dos povos da floresta e da floresta amazônica, ao contrário, os pesquisadores e educadores deste campo deveriam sim tomar partido pela vida, pela luta e resistência dos povos da América Latina e do mundo que sofrem até hoje com o padrão de poder instituído pela modernidade/colonialidade.

Os povos indígenas se declaram guardiães da floresta. Eles que cuidam e protegem como sua mãe, a Mãe Terra. Em terras indígenas, a cobertura de floresta perdida é de apenas 2%, enquanto que nas terras não indígenas, o desmatamento chega a ser 60%. Se a floresta for completamente devastada, nunca mais vai nascer outra, inclusive, ela já é outra. É a tomada de partido da Educação Matemática pela manutenção e pela existência de todas as vidas humanas e não humanas do planeta que poderá nos ajudar a preservá-las e protegê-las.

Gostaria que os brancos parassem de pensar que nossa floresta é morta e que ela foi posta lá à toa. Quero fazê-los escutar a voz dos xapiri, que ali brincam sem parar, dançando sobre seus espelhos resplandcentes. Quem sabe assim eles queiram defendê-la conosco? Quero também que os filhos e filhas deles entendam nossas palavras e fiquem amigos dos nossos, para que não cresçam na ignorância. Porque se a floresta for completamente devastada, nunca mais vai nascer outra. (Kopenawa & Albert, 2015, p.65).

Estamos sugerindo que a Educação Matemática promova propostas decoloniais em diálogo com os povos originários - e também com as diásporas africanas- que já ocupam a academia e cargos da política partidária -como resultados das suas lutas contra a desigualdade racial, social e econômica- e para isso é necessário um Educador Matemático comprometido com a justiça social e envolvido com as demandas e questões políticas e sociais e econômicas e educacionais e matemáticas e ... entendendo que práticas de ensino e de pesquisa decoloniais permitem movimentos de criação/fuga para resistir a manutenção de padrões de saber e poder coloniais instituídos na escola enquanto máquina de Estado, procurando engendrar outras epistemologias, não unicamente guiadas pelo cumprimento curricular da Matemática do ocidente hegemônico.

Referências

- Acosta, A. (2016). *O bem viver: uma oportunidade para imaginar outros mundos*. São Paulo: Autonomia Literária, Elefante.
- Barros, J. R. L. (2018). *Colonialidade da Natureza*. CLACSO edt
- Freire, P. (1997). *Denúncia, anúncio, profecia, utopia e sonho*. In: [BRASIL; SENADO FEDERAL. O livro da profecia: o Brasil no terceiro milênio. Brasília: Coleção Senado, 1997].
- Kopenawa, D.; Albert, B. A. (2015). *A queda do céu: palavras de um xamã Yanomami*. São Paulo: Companhia das Letras.
- Klein, S., & Leikin, R. (2020). Opening mathematical problems for posing open mathematical tasks: What do teachers do and feel? *Educational Studies in Mathematics*. Advance online publication.
- Krenak, A. (2019). *Ideias para adiar o fim do mundo*. São Paulo: Companhia das Letras.
- Miguel, A.; Tamayo, C.; Souza, E.; Monteiro, A. (2022). Uma virada vital-praxiológica na formação indisciplinar de educadores. *Revista de Educação Matemática*, vol. 19.
- Mignolo, W. (2008). La opción de-colonial: desprendimiento y apertura. Un manifiesto y un caso. *Tabula Rasa*, Bogotá - Colombia, No.8: 243-281, janeiro-junho.
- Quijano, A. (1997). Colonialidad del poder, cultura y conocimiento en América Latina. *Anuario Mariateguiano*. ix/9: 113-121.
- Quijano, A. (2012). “Bien vivir”: entre el “desarrollo” y la des/colonialidad del poder. *Viento Sur*, (122), 46-56.
- Silva, M. T., & Tamayo, C. (2022b). Fazendo covas na areia: Desaprender para aprender, movimentos decoloniais na Educação Matemática. *Revista Portuguesa de Educação*, 35(1), x-x.
- Silva, M. T., & Tamayo, C. (2021). Quem realmente sabe que a África não é um país? Desprendimentos decoloniais em educação matemática. *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, 11(2), 9-29.
- Silva, M. T., & Tamayo, C. (2019). Etnomatemática e interdisciplinaridade na escola: Estudando a mancala. *Anais do XIII Encontro Nacional de Educação Matemática*.
- Smith, L. T. (2018). *Descolonizando metodologias: pesquisa e povos indígenas*. Curitiba: Ed. UFPR.
- Souza, E.G., & Miguel, A. (2020). A encenação de práticas culturais na tessitura de outras escolas: a vida como eixo da ação educativa, *Revista Matemática, Ensino e Cultura*, 15 (33), 166-184.
- Tamayo, C., & Silva, M. T. (2018a). *Etnomatemática e interdisciplinaridade no ensino de matemáticas: Estudando o sona e o mancala*. Minicurso no VII Semana da Matemática e Educação: “Matemática e Interdisciplinaridade”. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, campus Araraquara (SP).
- Tamayo, C., & Silva, M. T. (2018b). E se nós tivéssemos escolas Mukanda que contassem diversas histórias africanas para todo o mundo? *Educação Matemática em Revista*, 23(60), 263-282.
- Tamayo, C., & Silva, M. T. (2022a). “Então prô ... O que é a Matemática?”. *3er Encuentro Latinoamericano de Etnomatemática*. Villarrica, 26 al 30 de setembro.

Viveiros de Castro, E. (2015). Prefácio. O recado da mata. Em Kopenawa, D.; Albert, B. *A queda do céu: palavras de um Xamã Yanomami*. São Paulo: Companhia das Letras.

FOR A MATHEMATICS EDUCATION BEYOND REPRODUCTION

PRODUCING VIDEOS TO REFLECT ON SOCIAL ISSUES

POR UNA EDUCACIÓN MATEMÁTICA MÁS ALLÁ DE LA REPRODUCCIÓN

Producir videos para reflexionar sobre temas sociales

POR UMA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA ALÉM DA REPRODUÇÃO

Produzindo vídeos para refletir sobre questões sociais

Luciano Feliciano de Lima

(Universidade Estadual de Goiás, Brasi)

luciano.lima@ueg.br

Maria Francisca da Cunha

(Universidade Estadual de Goiás, Brasil)

maria.cunha@ueg.br

Recibido: 09/07/2023

Aprobado: 09/07/2023

RESUMO

Reflete-se sobre como a produção de vídeos envolvendo problemáticas do cotidiano pode contribuir para ler o mundo por meio dos conhecimentos matemáticos aprendidos em sala de aula. Os participantes foram 15 licenciandos/as em Matemática da Universidade Estadual de Goiás, integrantes do Programa de Residência Pedagógica, em Morrinhos (GO). As reuniões com os/as licenciandos/as ocorreram semanalmente, cada uma com 1 hora e 30 minutos de duração. Nelas foram discutidos textos sobre Educação e Educação Matemática. Paralelamente à discussão dos textos, debateu-se possibilidades para a produção de vídeos considerando os/as estudantes, da educação básica, como sujeitos produtores de conhecimento. Visando à produção de vídeos, em um primeiro momento foi apresentado aos/as residentes pedagógicos/as vídeos sobre possíveis situações problemáticas do cotidiano analisadas pela perspectiva da matemática e oferecidas orientações acerca da escolha da temática, da preparação de roteiros, da captação de áudio e vídeo e da edição. Foram produzidos 15 vídeos pelos/as estagiários/as e residentes pedagógicos cujos títulos foram: Covid-19; Bebida alcoólica; Universo LGBT+; Deficiência visual; Esgoto no Brasil; Agropecuária/Agronegócio; Endividamento de famílias brasileiras; Mapa da Fome; Trânsito; Jogos Digitais, Consumo de energia; Educação Financeira; Segurança do Trabalho. Cada um dos títulos supracitados contém uma sequência de 03 vídeos. Após realizarem as produções, professores formadores e acadêmicos/as discutiram sobre aprendizagens para a produção de vídeos e como ela pode contribuir com um envolvimento de estudantes em aulas de matemática. Produzir e orientar a produção desses vídeos contribuiu com a formação de professores de matemática com outras compreensões acerca dos papéis de professor e alunos na sala de aula. O processo de produzir e orientar na produção de vídeos viabilizou reflexões sobre diferentes problemáticas da vida das pessoas analisadas à luz da matemática. As orientações dos professores formadores aos acadêmicos e dos acadêmicos aos alunos da

escola foram fundamentais para: escolher uma problemática, ou um assunto específico; destacar a relevância de levantar diversas fontes para a compreensão do objeto de estudos; produzir vídeos com melhor qualidade; refletir criticamente sobre problemáticas do cotidiano pela perspectiva da matemática.

Palavras-chave: educação matemática; produção de vídeos; perspectiva crítica; problemáticas do cotidiano; formação de professores.

ABSTRACT

This study reflects on how the production of videos addressing everyday problems can contribute to understanding the world through mathematical knowledge learned in the classroom. The participants were 15 Mathematics undergraduates from the State University of Goiás, members of the Pedagogical Residency Program, in Morrinhos (GO). The meetings with the undergraduates occurred weekly, each one lasting 1 hour and 30 minutes. In them, texts on Education and Mathematics Education were discussed. Parallel to the discussion of the texts, possibilities for the production of videos were debated, considering the students, from basic education, as knowledge producers. Aiming at the production of videos, in a first moment, the pedagogical residents were shown videos about possible problematic situations of daily life analyzed from the perspective of mathematics and were given guidance on the choice of theme, script preparation, audio and video capture, and editing. 15 videos were produced by the interns and pedagogical residents whose titles were: Covid-19; Alcoholic Beverage; LGBT+ Universe; Visual Impairment; Sewage in Brazil; Agriculture/Agribusiness; Brazilian Families' Indebtedness; Hunger Map; Traffic; Digital Games, Energy Consumption; Financial Education; Work Safety. Each of the above titles contains a sequence of 03 videos. After producing the videos, teacher educators and academics discussed the learning experiences for the production of videos and how it can contribute to students' engagement in mathematics classes. Producing and guiding the production of these videos contributed to the training of mathematics teachers with different understandings about the roles of teachers and students in the classroom. The process of producing and guiding in the production of videos enabled reflections on different problems in people's lives analyzed in the light of mathematics. The guidance from teacher educators to academics and from academics to school students were essential for: choosing a problem, or a specific subject; emphasizing the importance of drawing on various sources for understanding the object of study; producing videos of higher quality; critically reflecting on everyday problems from the perspective of mathematics.

Key words: mathematics education; video production; critical perspective; daily problems; teacher training.

RESUMEN

Se reflexiona sobre cómo la producción de videos que involucran problemáticas cotidianas puede contribuir a leer el mundo a través del conocimiento matemático aprendido en el aula. Los participantes fueron 15 estudiantes de matemáticas de la Universidad Estatal de Goiás, miembros del Programa de Residencia Pedagógica, en Morrinhos (GO). Las reuniones con los estudiantes se llevaron a cabo semanalmente, cada una con una duración de 1 hora y 30 minutos. En estas se discutieron textos sobre Educación y Educación Matemática. Paralelamente a la discusión de los textos, se debatieron posibilidades para la producción de videos considerando a los estudiantes de educación básica como sujetos productores de conocimiento. Con miras a la producción de videos, en un primer momento se presentaron a los residentes pedagógicos videos sobre posibles situaciones problemáticas cotidianas analizadas desde la perspectiva de las matemáticas y se ofrecieron orientaciones sobre la elección del tema, la preparación de guiones, la captura de audio y video y la edición. Se

produjeron 15 videos por los pasantes y residentes pedagógicos cuyos títulos fueron: Covid-19; Bebida alcohólica; Universo LGBT+; Discapacidad visual; Alcantarillado en Brasil; Agricultura/Ganadería; Endeudamiento de las familias brasileñas; Mapa del Hambre; Tráfico; Juegos Digitales, Consumo de energía; Educación financiera; Seguridad en el trabajo. Cada uno de los títulos mencionados contiene una secuencia de 03 videos. Después de realizar las producciones, los profesores y los académicos discutieron sobre los aprendizajes para la producción de videos y cómo pueden contribuir a la implicación de los estudiantes en las clases de matemáticas. Producir y orientar la producción de estos videos contribuyó a la formación de profesores de matemáticas con otras comprensiones sobre los roles del profesor y los alumnos en el aula. El proceso de producir y orientar en la producción de videos permitió reflexionar sobre diferentes problemáticas de la vida de las personas analizadas a la luz de las matemáticas. Las orientaciones de los profesores a los académicos y de los académicos a los alumnos de la escuela fueron fundamentales para: elegir una problemática, o un tema específico; destacar la relevancia de recopilar diversas fuentes para la comprensión del objeto de estudio; producir videos de mejor calidad; reflexionar críticamente sobre problemáticas cotidianas desde la perspectiva de las matemáticas.

Palabras clave: educación matemática; producción de videos; perspectiva crítica; problemáticas cotidianas; formación de profesores.

Introdução

Este texto discute como a produção de vídeos sobre problemáticas do cotidiano pode contribuir para ler o mundo por meio dos conhecimentos matemáticos aprendidos em sala de aula. Situações problemáticas do cotidiano podem incluir questões sociais, políticas, econômicas, ambientais, éticas ou pessoais. Alguns exemplos de situações problemáticas se referem à pobreza, à desigualdade de gênero, às mudanças climáticas, à corrupção, à discriminação racial, à falta de educação de qualidade, dentre outras.

Interessamo-nos em compreender como vídeos, produzidos por licenciandos/as, podem contribuir para uma formação de professores de matemática a fim de promover ambientes de aprendizagem para um envolvimento ativo de estudantes. Tal interesse surge da necessidade em trabalhar com vídeos durante o ensino remoto, ocasionado pelo distanciamento social que foi uma maneira de minimizar os avanços da Covid-19. Tratamos sobre isso com mais detalhes em Lima; Cunha; Moura; Estevão (2021).

Em nosso percurso como formadores de futuros professores de matemática, nos deparamos com a oportunidade singular de inspirar a reflexão sobre a produção de vídeos que tangem questões intrínsecas ao cotidiano. Esta tarefa se revela essencial na orientação dos licenciandos em matemática para a concepção de vídeos que abordam temáticas de sua autoria. O arcabouço deste desafio se estende ainda mais ao demandar que esses licenciandos orientem estudantes do ensino básico na busca do mesmo intuito na disciplina de Estágio Supervisionado.

Na criação de um vídeo destinado a discutir um tema classificado como problemático pelos estudantes, sentimos a necessidade inerente de buscar informações confiáveis. A internet, com seu ritmo frenético de produção e disseminação de conteúdo, se estabeleceu como a principal fonte de informação para muitos. Por isso, ressaltamos a importância de cultivar uma abordagem crítica no trato das informações encontradas. Entendemos, nesse contexto, que a produção de vídeos requer a procura por informações autênticas e pertinentes. Assim, enquanto formadores, temos a responsabilidade de guiar nossos alunos para: i) ponderar sobre a confiabilidade da fonte de informação e questionar o que configura uma fonte segura, como jornais de reputação, revistas científicas ou instituições governamentais; ii) verificar a data de publicação, pois as informações podem evoluir ou se tornar obsoletas com o tempo; iii) avaliar a relevância da informação para o assunto em discussão; iv) contrastar informações de diferentes fontes para obter um entendimento mais abrangente e preciso do assunto.

Tal processo estimula o pensamento matemático e estabelece uma conexão entre o campo da matemática e a vida diária desses futuros educadores. Além disso, ao oferecer aos licenciandos a chance de orientar alunos do ensino médio na produção de vídeos, abrimos caminho para uma prática enriquecedora que viabiliza uma troca de conhecimentos e promove o desenvolvimento de habilidades, como a mediação pedagógica. Assim, expandimos as possibilidades formativas, comprometidos com uma educação que visa uma leitura crítica do mundo por meio da matemática, inspirados pelas ideias de Freire (1998, 2011) e Ole Skovsmose (2000, 2010).

Também delineamos a sequência de atividades para a produção de vídeos, juntamente com nossas percepções sobre a utilização desses recursos no ensino e aprendizagem da matemática. Posteriormente, analisamos relatos de experiência relativos à produção de vídeos sobre questões do dia a dia e à orientação de alunos na elaboração desses materiais. Por fim, apresentamos nossas reflexões sobre a iniciativa empreendida, na esperança de que estas possam iluminar os caminhos futuros na formação de professores de matemática.

Caminho percorrido para a produção de vídeos e a consequente

Os participantes foram 15 licenciandos/as em Matemática da Universidade Estadual de Goiás em Morrinhos (GO), participantes do Programa de Residência Pedagógica¹. As reuniões com os/as licenciandos/as ocorreram semanalmente, cada uma com 1 hora e 30 minutos de duração. Nelas foram discutidos textos sobre Educação e Educação Matemática a partir de autores como Freire (1998, 2011), D'Ambrósio (2016), Pérez Gómez (2015), Alarcão (2011), Skovsmose (2000), Alrø e Skovsmose (2010), dentre outros. Paralelamente à discussão dos textos, pensávamos em possibilidades para a produção de vídeos considerando os/as estudantes, da educação básica, como sujeitos produtores de conhecimento. Para além disso, entendemos que cabe ao professor “criar, estruturar e dinamizar situações de aprendizagem e estimular a aprendizagem e a autoconfiança nas capacidades individuais [dos alunos] para aprender.” (ALARCÃO, 2011, p. 30).

Visando à produção de vídeos, em um primeiro momento, orientamos os/as licenciandos/as para que se sentissem preparados para orientar os estudantes da escola em um segundo momento. Assim, apresentamos aos residentes pedagógicos/as o que consideramos como vídeos sobre possíveis situações problemáticas do cotidiano analisadas pela perspectiva da matemática. A discussão se deu a partir da problemática do tabagismo, com três vídeos de, no máximo, três minutos cada, preparados pelos professores formadores a fim de refletir sobre custos pessoais e sociais ocasionados pelo tabagismo. Os três vídeos, intitulados “Custos do Cigarro”², foram exibidos como exemplos para que os/as licenciandos/as tivessem uma referência do tipo de produção esperada.

Em seguida, houve uma discussão em grupo para que compartilhássemos suas ideias sobre situações problemáticas do cotidiano que pudessem ser analisadas pela perspectiva da matemática. Também discorremos sobre as técnicas utilizadas para produzir os vídeos “Custos do Cigarro” tratando da escolha da problemática, da preparação de roteiros, da captação de áudio e vídeo e da edição. Os/as acadêmicos tiveram a oportunidade de produzir vídeos, com supervisão e orientação dos professores formadores e de escolher a problemática e o modo como gravariam seus respectivos vídeos. Os vídeos produzidos por eles/as foram avaliados pelos professores formadores para identificar pontos a serem melhorados. Houve contribuições que envolviam questões técnicas como qualidade da imagem, do áudio, preocupação com uma narração audível, coerência na organização do conteúdo, informações relevantes ao assunto, tempo de duração do vídeo dentre outros. Aspectos pedagógicos também foram sugeridos pelos/as

¹ O Programa de Residência Pedagógica é uma iniciativa da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). O programa visa promover projetos institucionais de residência pedagógica implementados por Instituições de Ensino Superior (IES), com o objetivo de aprimorar a formação inicial de professores da educação básica nos cursos de licenciatura. BRASIL. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. Programa de Residência Pedagógica. Brasília: CAPES, 2023. Disponível em: <https://www.gov.br/capes/pt-br/acesso-a-informacao/acoes-e-programas/educacao-basica/programa-residencia-pedagogica>. Acesso em: 24/05/2023.

² Disponível em <https://www.youtube.com/playlist?list=PLITL8JPU2TxkTTG4RxkTZLScovCFs2z1>

formadores/as, aos/as estagiários/as, como ter consciência do objetivo do vídeo, apresentar o conteúdo por meio de análises matemáticas, possíveis relações com outras problemáticas, dentre outros. Houve, ainda, uma discussão acerca de aprendizagens para a produção de vídeos e como ela pode contribuir com um envolvimento de estudantes em aulas de matemática.

Depois de produzirem os vídeos, os/as licenciandos/as sentiram-se mais confiantes em convidar os/as estudantes da escola estadual Silvio Gomes de Melo Filho para a refletirem sobre questões problemáticas que poderiam ser discutidas através da produção de vídeos à luz da matemática. Fazer seus próprios vídeos os/as preparou para compartilhar suas ideias com os/as estudantes da escola e a aprender com eles/as. Estavam animados/as para começar uma conversa produtiva sobre questões relevantes com os/as alunos/as, para compartilhar e discutir sobre seus vídeos e para sugerir a produção de vídeos aos/as estudantes como modo de ampliar as perspectivas e os modos de pensar sobre um determinado assunto. Na sequência os/as licenciando/as se dividiram em grupos para se responsabilizar por um grupo de estudantes e fornecer orientações sobre como escolher um assunto e concentrar-se nele para aprofundar a compreensão da problemática através da pesquisa.

Aprofundando a aprendizagem a partir da produção de vídeos

A ideia, como sugere Freire (1998), é criar possibilidades para que os estudantes reflitam acerca das problemáticas e possam pesquisar e se aprofundar nos assuntos. Conforme aponta Pérez Gómez (2015) a educação na era digital demanda a capacidade de saber como utilizar e como comunicar o conhecimento de forma disciplinada, crítica e criativa. Dificilmente tal capacidade se desenvolveria com um processo de aprendizagem centrado, unicamente, na reprodução e repetição de informações e técnicas. Cabe pensar em outras possibilidades para viabilizar uma educação problematizadora, como ensina Freire (2011), com alunos críticos e autônomos, capazes de pensar e atuar para a concretização de um mundo menos injusto. Uma possibilidade é a criação de cenários de aprendizagem em que os estudantes sejam “capazes de formular as questões apropriadas, filtrar e avaliar gigantescas quantidades de dados e comunicar claramente os conhecimentos que foram capazes de combinar e reconstruir de modo original” (PÉREZ GOMÉZ, 2015, p. 77).

A seguir detemos nosso olhar para refletir, a partir dos relatos de experiências, dos/as licenciandos/as sobre a relevância da produção de vídeos para uma leitura de problemáticas sociais por meio da matemática. Cabe dizer que este trabalho utilizou o modelo de linguagem AI ChatGPT, desenvolvido pela OpenAI (2021), como uma ferramenta auxiliar na revisão de literatura, análise de dados e revisão de gramática.

Reflexões sobre o movimento de produção de vídeos

Os/As residentes formaram duplas para escolher temáticas consideradas por eles/as como problemáticas da vida real, sendo elas: Covid-19³; Bebida alcoólica⁴; Universo LGBT⁵; Deficiência visual⁶; Esgoto

³ <https://www.youtube.com/playlist?list=PLITL8JPU2TxkoPMK6ZwNNQHf0BDvhn9hk>

⁴ <https://www.youtube.com/playlist?list=PLITL8JPU2TxnZNWHKHqZnJaWGewopSeD>

⁵ <https://www.youtube.com/playlist?list=PLITL8JPU2TxmxzWsvoHrp4M5m5Sg4wRHq>

⁶ <https://www.youtube.com/playlist?list=PLITL8JPU2TxlQgDZtvJTl15phhZPwBbte>

no Brasil⁷; Agropecuária/Agronegócio⁸; Endividamento de famílias brasileiras⁹; Mapa da Fome¹⁰; Trânsito¹¹; Jogos Digitais¹²; Consumo de energia¹³; Educação Financeira¹⁴; Segurança do Trabalho¹⁵.

O movimento para a produção dos vídeos contribuiu com a formação de professores de Matemática com discussões acerca dos papéis de professor e alunos na sala de aula. Por meio dele puderam refletir sobre o processo desenvolvido e sobre problemáticas que lhes eram significativas. Nos apoiaremos nos relatos de experiência, escritos pelos/as residentes, para refletir sobre isso e na sequência escolhemos refletir com mais detalhes sobre dois relatos, um de João Victor e outro do Wagner.

Ao lermos os relatos de experiência apresentados, todos enfatizam a importância da produção de vídeos como uma ferramenta de ensino valiosa para facilitar a compreensão dos conceitos matemáticos e destacam a necessidade de interação frequente e efetiva com os alunos para enriquecer a experiência de aprendizado. Vejamos alguns desses relatos: “A interação com os alunos durante o processo de ensino e aprendizagem é fundamental para um ambiente de aprendizagem eficaz” [RE, Aline, 2021]¹⁶. “A interatividade, sendo parte integrante do processo educativo, promove o engajamento dos alunos e profundidade na compreensão dos conceitos” [RE, Divino, 2021]. “[...] o envolvimento ativo dos alunos com o material do curso ajuda a promover um entendimento mais profundo dos conceitos” [RE, Aclécio, 2021].

Os/as licenciandos/as enfatizam o papel da experiência prática na aprendizagem matemática, argumentando que permite que estudantes apliquem e internalizem conceitos matemáticos. Por exemplo, para Karine: “A prática direta com os conceitos matemáticos pode ser a chave para um entendimento mais profundo” [RE, Karine, 2021]. Para Eduarda, “a aprendizagem por meio de experiências práticas pode ser uma maneira eficaz de facilitar a compreensão dos alunos sobre conceitos matemáticos complexos” [RE, Eduarda, 2021]. Amanda sugere que a aprendizagem experiencial é fundamental para a educação matemática, pois permite que os alunos “apliquem conceitos matemáticos de forma prática, o que facilita a compreensão e o engajamento dos alunos” [RE, Amanda, 2021].

Os/as residentes também refletem sobre as oportunidades e desafios do ensino remoto, sugerindo que, apesar das dificuldades, ele oferece uma plataforma para experimentar novos métodos de ensino e aprendizado: “apesar dos desafios associados ao ensino remoto, ele também abre novas possibilidades para o uso de tecnologias digitais na educação matemática” [RE, Amanda, 2021]; “apesar dos desafios associados ao ensino remoto, ele também oferece oportunidades para o uso de novas estratégias de ensino e aprendizagem” [RE, Eduarda, 2021].

Outro ponto relevante considerado pelos/as licenciandos tem a ver com a desigualdade de acesso à tecnologia necessária para o ensino remoto como um problema significativo que amplifica a brecha educacional: “A dificuldade de acesso ao ensino remoto é uma realidade para muitos alunos, o que amplifica a brecha educacional” [RE, Divino, 2021]. Aclécio argumenta que “é necessário abordar as disparidades no acesso ao ensino remoto para garantir uma educação equitativa para todos os alunos” [RE, Aclécio, 2021].

⁷ <https://www.youtube.com/playlist?list=PLITL8JPU2TxnNXykdqgXMFAWvxhKcSPl>

⁸ <https://www.youtube.com/playlist?list=PLITL8JPU2TxmutCmgqYCXlvp1jblclymw>

⁹ <https://www.youtube.com/playlist?list=PLITL8JPU2TxnGTkHAvyA0cTotpQoyxh-k>

¹⁰ <https://www.youtube.com/playlist?list=PLITL8JPU2TxniHcq1kY0kE5OJlO7JRFCv>

¹¹ <https://www.youtube.com/playlist?list=PLITL8JPU2TxltfJomSrQ2tXax2toInHIW>

¹² https://www.youtube.com/playlist?list=PLITL8JPU2Txm7_KBwzxGKiHBT7aQU7vbv

¹³ https://www.youtube.com/playlist?list=PLITL8JPU2TxmCG_pqRY2kIdpH545Ltlp

¹⁴ <https://www.youtube.com/playlist?list=PLITL8JPU2TxltfJomSrQ2tXax2toInHIW>

¹⁵ <https://www.youtube.com/playlist?list=PLITL8JPU2TxlcLQ8j58ZubMuR7wI8FkaU>

¹⁶ RE é a abreviação para Relato de Experiência, seguida do nome do/a residente pedagógico e do ano.

Há licenciandos/as que inferem sobre a relevância de uma reflexão crítica para encontrar informações confiáveis na internet. Eduarda e Amanda destacam a importância de ensinar aos alunos como avaliar a confiabilidade das informações encontradas na internet, declarando que “é fundamental equipar os alunos com as habilidades necessárias para navegar com segurança e eficácia no ambiente digital” [RE, Eduarda, 2021]; “é crucial equipar os alunos com as habilidades necessárias para avaliar a confiabilidade das informações encontradas na internet” [RE, Amanda, 2021].

João Victor reflete sobre problemáticas da comunidade LGBTQ+

Agora, vejamos com mais detalhes o relato de experiência de João Victor. Ele considerou a matemática como uma ferramenta para compreender fenômenos na comunidade LGBTQ+ e utilizou a estatística para analisar dados sobre a violência e suicídios nessa comunidade. Além disso, usou gráficos para representar o número crescente de mortes violentas dessas pessoas vítimas de LGBTQfobia de 2018 para 2019, e a subsequente queda em 2020. A matemática também contribuiu para analisar os resultados de uma pesquisa de campo que ele realizou.

O processo adotado por João Victor para fazer o vídeo referente a temática LGBTQ+ envolveu a criação de três vídeos, cada um com cerca de três minutos de duração. O primeiro vídeo apresentou uma pesquisa de campo realizada na cidade de Piracanjuba – GO, onde ele entrevistou 35 pessoas autodeclaradas heterossexuais. O segundo vídeo abordou a análise dos índices de mortalidade LGBTQ+ no Brasil nos anos de 2018, 2019 e 2020, enquanto o terceiro vídeo focou na taxa de suicídios na comunidade LGBTQ+. Todos os vídeos foram gravados pela plataforma “InShot” em junção com o PowerPoint para manter a qualidade da imagem.

É possível ler no seguinte excerto, do RE de João Victor uma consideração crítica:

“[...] a internet é uma via onde é permitida a apreensão desses dados para compreensão e desenvolvimento crítico possibilitando uma mudança de estilo e/ou comportamento em relação à comunidade LGBTQ+; contudo não são todos os seres sociais que usufruem deste mecanismo virtual para alimentar o conhecimento crítico, mas para propagar ódio e disseminar falsas informações.”

João Victor, neste trecho, ressoa fortemente com o pensamento de Freire (1998), pois defende um processo de conscientização crítica, por meio da internet, que pode viabilizar reflexões críticas. Ele também considera uma dualidade da internet: como uma ferramenta que pode ser usada tanto para educar e disseminar informações corretas sobre a comunidade LGBTQ+, como pode ser usada para propagar ódio e disseminar falsas informações. Isso traz uma questão ética crucial sobre como usamos nossas ferramentas e os efeitos desses usos na sociedade. Segundo Freire (1998), pensar certo coloca ao professor ou, mais amplamente, à escola, o dever de não só respeitar os saberes dos educandos, sobretudo os das classes populares, mas também discutir com os alunos a razão de ser de alguns desses saberes em relação ao ensino dos conteúdos. Pensar certo é o pensar dialógico e demanda respeito aos princípios éticos. Isso pode ser relacionado com um comportamento ético na internet ao potencializar o pensamento crítico para problematizar situações de injustiça e propor mudanças. Por exemplo, ao usar a internet para acessar informações e perspectivas diversas, é possível desenvolver um pensamento crítico e dialógico que respeita os princípios éticos e busca soluções para situações de injustiça. Em relação a uma educação matemática crítica, particularmente a visão de Skovsmose (2000) os estudantes aprendem a matemática e como ela se aplica e impacta a sociedade. A capacidade de analisar e interpretar dados sobre a comunidade LGBTQ+ pode ser um exemplo de aplicação de uma matemática crítica.

Quando João Victor comenta que “não são todos os seres sociais que usufruem deste mecanismo virtual” ele toca em um aspecto crítico da teoria de Paulo Freire - a conscientização das disparidades sociais. Nesse sentido, João Victor reconhece uma “divisão digital”, a disparidade no acesso à internet e à tecnologia entre ricos e pobres. Algo com implicações significativas para a comunidade LGBTQ+, pois a

falta de acesso à internet pode limitar o acesso a informações e a comunidades de apoio, o que pode ser particularmente prejudicial para pessoas LGBTQ+ em ambientes hostis ou não compreensivos. Além disso, essa divisão também afeta o acesso à educação matemática crítica. Se a internet é uma ferramenta importante para a conscientização crítica, como sugerido por João Victor, então a falta de acesso à internet pode limitar essa conscientização. Nesse sentido, João Victor poderia aprofundar sua crítica e questionar: como podemos garantir que a matemática crítica e a conscientização crítica não estejam apenas disponíveis para aqueles que já têm acesso à internet e à tecnologia? Como podemos superar a divisão digital e garantir a equidade no acesso a uma educação crítica?

João Victor poderia continuar suas críticas ao considerar a natureza não neutra da internet. Ela não é uma ferramenta passiva que transmite informações – a internet é moldada por forças sociais, políticas e econômicas. Esses fatores influenciam o que é visto e ouvido online. Assim, poderia considerar a natureza dos algoritmos que impulsionam umas plataformas online em detrimento de outras. Algoritmos podem criar “bolhas de filtro” que reforçam as visões existentes e limitam a exposição a diferentes perspectivas o que poderia agravar a propagação de desinformação e ódio. Como, Freire (2011) trata da educação como possibilidade de formar pessoas que almejam a transformação da realidade, João Vitor poderia se perguntar: como a educação, especialmente a matemática crítica, pode ser usada para combater a desinformação e o ódio online? Como podemos educar as pessoas para serem consumidores críticos de informações online? Como cidadãos, por meio de seus representantes políticos, poderiam exigir acesso aos algoritmos das *Big Techs* a fim de diminuir vieses discriminatórios, por exemplo, contra pessoas LGBTQ+?

Wagner reflete sobre problemáticas do trânsito no Brasil

No relato de experiência de Wagner, ele considerou a matemática para compreender a problemática no trânsito brasileiro ao utilizar a progressão aritmética para analisar os acidentes de trânsito. O processo adotado por ele para fazer o vídeo envolveu a utilização de tecnologias digitais, como o software PowerPoint para apresentação em forma de slides e o programa Xrecorder para gravação da tela do computador.

Wagner considera importante utilizar tecnologias digitais em sala de aula, em suas palavras: “Produzindo esses vídeos notei que é muito importante para nós licenciandos de matemática a utilizar a tecnologias digitais em sala de aula. Logo, os vídeos produzidos como informações que auxiliem o material didático de sua matéria, oferece grandes possibilidades pedagógicas.” (p.7)

Pensem um pouco mais criticamente o relato de Wagner. Embora apresente uma compreensão da problemática do trânsito a partir de uma perspectiva matemática, para analisar os acidentes de trânsito, ele não menciona explicitamente quem considera culpado pelas mortes no trânsito. A abordagem matemática sugere uma visão objetiva dos fatos, sem atribuir culpa a indivíduos específicos.

No entanto, é possível pensar em outras causas para as mortes no trânsito para além de culpar o motorista. Por exemplo, a infraestrutura inadequada das vias, a falta de sinalização adequada, a falta de educação de trânsito efetiva, entre outros fatores, pode contribuir para a ocorrência de acidentes. Essas causas podem ser relacionadas com uma questão crítica na perspectiva de Freire (2011). É possível questionar e aprofundar para além da mera quantificação dos acidentes, buscando entender as causas estruturais e sociais que contribuem para essa situação.

O relato de Wagner (2021) não fornece informações suficientes para avaliar se ele faz considerações críticas ou problematizadoras sobre a problemática do trânsito. A matemática, como discutido por Alro e Skovsmose (2010), é uma ferramenta poderosa para compreender a realidade, mas sua eficácia é ampliada quando usada em conjunto com uma abordagem crítica que questiona e problematiza essa realidade. Freire (1998, p. 24) argumenta que “a reflexão crítica sobre a prática se torna uma exigência

da relação Teoria/Prática sem a qual a teoria pode ir virando blablablá e a prática, ativismo”. Nesse sentido, Wagner poderia ter se beneficiado de uma reflexão mais crítica sobre a problemática do trânsito, questionando as estruturas e sistemas que contribuem para os acidentes de trânsito, em vez de se concentrar apenas na quantificação dos acidentes. Por exemplo, é possível questionar por que a infraestrutura de trânsito é inadequada em algumas áreas, ou por que a educação de trânsito não é efetiva. Essas questões podem levar a uma reflexão mais ampla sobre as políticas públicas de trânsito, a distribuição de recursos, a desigualdade social, entre outros temas. Além disso, Freire (1998, p. 27) destaca que “quanto mais criticamente se exerça a capacidade de aprender tanto mais se constrói e desenvolve o que venho chamando de 'curiosidade epistemológica', sem a qual não alcançamos o conhecimento cabal do objeto”. Assim, uma abordagem crítica pode não apenas melhorar nossa compreensão de um problema, mas também estimular nossa curiosidade e desejo de aprender mais.

A reflexão sobre a experiência de Wagner (2021) nos leva a uma introspecção crítica sobre nosso papel como formadores de professores. Freire (2011) destaca que a educação deve ser um processo dialógico, onde tanto os educadores quanto os alunos são investigadores críticos. Neste processo, o educador problematizador constantemente refaz seu ato cognoscente, em um diálogo com os educandos. No entanto, ao revisitar a experiência relatada por Wagner (2021), percebemos que poderíamos ter contribuído mais para aprofundar suas ideias críticas sobre a problemática do trânsito. Isso nos leva a questionar as limitações que enfrentamos como formadores de professores. Uma delas foi o tempo limitado para a entrega dos relatos à Capes, o prazo restrito pode ter dificultado de nos aprofundar em todas as temáticas refletidas pelos acadêmicos. Além disso, estávamos orientando outros trabalhos simultaneamente, o que pode ter diluído nosso foco e atenção. Essas limitações, no entanto, não devem nos desencorajar, mas sim nos motivam a buscar maneiras de superá-las. Como formadores de professores, devemos nos esforçar para criar um ambiente de aprendizagem que encoraje a reflexão crítica, integre a teoria e a prática, e nos permita aprofundar nossas ideias e compreensões.

Por um processo de reflexão contínuo para superar a memorização e reprodução de informações

Acreditamos que a sala de aula deve ser um espaço em que os estudantes possam ir além do que é apresentado pelo professor, onde possam questionar, criticar e criar maneiras de abordar os problemas analisados. Tal ambiente de aprendizagem pode favorecer uma formação de indivíduos como sujeitos de aprendizagem, conforme sugerido por Freire (1998). Aulas que permitem aos estudantes explorar, representar, investigar, formular, explicar, resolver, construir, justificar, verificar e descrever o objeto de estudo contribuem para que a matemática faça sentido, como apontado por Van de Walle (2009). E a formação inicial pode ser uma oportunidade valiosa para experimentar outras formas de ensinar matemática, ampliando as discussões para além de questões estritamente matemáticas, trazendo reflexões sobre situações do mundo real. Nesse contexto, D'Ambrosio (2016) defende o desenvolvimento da *materacia*, um termo que ele cunhou para se referir à habilidade de manipular, entender e sequenciar códigos e símbolos como uma maneira de compreender o mundo. Desenvolvendo a criatividade e a capacidade de lidar com situações novas, analisando essas situações e as consequências de nossas ações.

A produção de vídeos por estudantes, analisando problemas cotidianos à luz da matemática, pode estimular a criatividade e reflexões críticas, bem como a busca por soluções para os problemas estudados. Esta prática está alinhada com as ações de uma escola cujos objetivos são estimular os indivíduos a maximizar sua criatividade e facilitar e estimular a ação comum conforme D'Ambrosio (2016). Nesse processo, nós, professores formadores, ensinamos e aprendemos, e os residentes, por sua vez, aprendem e ensinam uma vez que o conhecimento está em constante movimento, exigindo análise, discussão, diferentes perspectivas, construção e reconstrução.

Ao ouvir atentamente as sugestões, posicionamentos, críticas, considerações e contribuições dos estagiários, contribuimos para que eles se envolvessem em seu processo formativo de maneira mais autônoma. Assim, têm a oportunidade de se tornarem cientistas por si mesmos, ou seja, buscar respostas para problemas reais e descobrir as surpresas e alegrias da investigação científica (ROGERS, 1977). Os

licenciandos percebem a importância de incentivar a busca por informações confiáveis, o debate de ideias com negociação de significados e a formulação de novas perguntas para apontar outras perspectivas que possam ter sido negligenciadas. Este processo demonstra uma compreensão de que a produção de que o conhecimento requer um envolvimento ativo do aprendiz. Em sua prática, eles demonstram uma compreensão da educação que vai além do ensino de algoritmos e técnicas, mas que vê a educação como “uma forma de entender o mundo com a finalidade de transformá-lo” (FREIRE; OLIVEIRA, 2016, p. 101).

A produção de vídeos, a orientação de alunos da educação básica e a escrita do relato de experiência são ferramentas valiosas nesse processo. Elas permitem que os estudantes se envolvam ativamente na construção do conhecimento, explorem e analisem problemas reais à luz da matemática. Tais atividades estimulam a criatividade dos estudantes e potencializam reflexões críticas e a busca por soluções para problemáticas do cotidiano levantadas por eles. No entanto, é importante notar que essas atividades não são suficientes por si só. Para ir além de uma aula de memorização e reprodução, é necessário criar um ambiente de aprendizagem que valorize a participação e a contribuição dos estudantes. Isso requer um compromisso dos professores formadores em ouvir atentamente as sugestões, críticas e contribuições dos estagiários e em criar situações que incentivem uma participação. Ir além de uma aula de memorização e reprodução, significa ter um compromisso com a reflexão crítica, com uma participação ativa dos estudantes e com a integração entre teoria e prática. A produção de vídeos, a orientação de alunos da educação básica e a escrita do relato de experiência são ferramentas valiosas nesse processo, mas elas devem ser complementadas por um ambiente de aprendizagem que valorize a participação e a contribuição dos estudantes e por um compromisso dos professores com uma constante reflexão crítica sobre a prática.

Agradecimento: À Capes pelo apoio financeiro por meio do Programa de Residência Pedagógica.

Referências

- Alarcão, I. (2011). *Professores Reflexivos em uma Escola Reflexiva*, 8. ed. Coleção Questões da nossa época. São Paulo, Cortez Editora.
- Alrø, H.; Skovsmose, O. (2010) *Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática*. tradução Orlando Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica.
- D'ambrósio, U. (2016). *Educação para uma sociedade em transição*. 3. ed. Revista e ampliada. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.
- Freire, P. (1998). *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. Coleção Leitura. São Paulo: Paz e Terra.
- Freire, P. (2011). *Pedagogia do Oprimido*. 50. ed. rev. e atual. Rio de Janeiro: Paz e Terra.
- Freire, P.; Freire, A. M. A.; Oliveira, W. F. (2016). *Pedagogia da Solidariedade*. 2ª ed. São Paulo: Paz e Terra.
- Ghedin, E.; Oliveira, E. S.; Almeida, W. A. (2015). *Estágio com pesquisa*. São Paulo: Cortez.
- Lima, L. F., da Cunha, M. F., de Oliveira Estevão, E. J., & Moura, R. S. (2021). Produção de vídeos de Matemática em uma interação escola-universidade em tempos de pandemia. *Expressa Extensão*, 26(2), 345-355.
- OpenAI. (2020). ChatGPT. <https://www.openai.com>
- Pérez Gómez, Á. I. (2015). *Educação na era digital: a escola educativa*. Tradução: Marisa Guedes; revisão técnica: Bartira Costa Neves. Porto Alegre: Penso.

Rogers, C. R. (1977). *Liberdade para aprender*. Tradução de Edgar Godoi da Mata Machado e Márcio Paulo de Andrade, prefácio do Prof. Ruy Miranda. 4ª ed. Belo Horizonte, Interlivros.

Santos, V. M. P. (org.). (1997). *Avaliação de aprendizagem e raciocínio em matemática: métodos alternativos*. Rio de Janeiro: Ed. da UFRJ.

Skovsmose, O. (2000). *Cenários para investigação*. Boletim de Educação Matemática. São Paulo: Unesp, Rio Claro.

Van de Walle, J. A. (2009). *Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*. 6. ed. Porto Alegre: Artmed.

RESEARCH AS EXPERIENCED

PESQUISA COMO EXPERIÊNCIA

INVESTIGACION COMO EXPERIENCIA

ArulGanesh S S

(Homi Bhabha Centre for Science Education, India)

arul@hbcse.tifr.res.in

Recibido: 09/07/2023

Aprobado: 09/07/2023

RESUMO

Esta é uma tentativa de registrar como experimentei a 'pesquisa' enquanto conduzia um trabalho de campo etnográfico em uma vila de pescadores como parte de um projeto para entender experiências de 'incerteza'. Vou primeiro descrever o que semeou/disparou esta escrita - o incômodo que experienciei durante meus primeiros dias na aldeia. A seguir, detalharei minha disposição com relação ao projeto específico em questão aqui e como cheguei à aldeia. Na segunda metade do artigo, por meio de reflexões, recordações e trechos de minhas notas de campo, tentarei ilustrar como as noções de consentimento, relacionamento, dados, etc. moldaram e restringiram minha experiência durante (e no) estudo de campo e que efeitos tinham isso tinha em meu ser. Não pretendo argumentar a favor ou contra certas práticas ou chegar a alguma conclusão, mas buscar ressonâncias e conversas com aqueles que possam ter tido experiências semelhantes.

Palavras-chave: consentimento. pesquisar. experiência. etnografia. reflexão.

ABSTRACT

This is an attempt at putting down how I experienced 'research', while conducting an ethnographic field work at a fishing village as part of a project to understand experiences of 'uncertainty'. I will first describe for the reader what seeded/triggered this write up—the unease I experienced during my initial days at the village. This shall be followed by detailing my disposition with respect to the particular project in question here and how I arrived at the village. In the second half of the paper, through reflection, recollection and excerpts from my field notes, I will try to illustrate how notions of consent, rapport, data etc shaped and constrained my experience during (and of) the field study and what effect it had on my being. I do not intend to argue for or against certain practices or arrive at some conclusion, but wish to seek resonances and conversations with those who may have had similar experiences.

Keywords: consent. research. experience. ethnography. reflection

RESUMEN

Este es un intento de exponer cómo experimenté la "investigación", mientras realizaba un trabajo de campo etnográfico en un pueblo de pescadores como parte de un proyecto para

comprender las experiencias de "incertidumbre". Primero describiré para el lector lo que sembró/desencadenó este artículo: la inquietud que experimenté durante mis primeros días en la aldea. Esto será seguido por detallar mi disposición con respecto al proyecto en cuestión y cómo llegué al pueblo. En la segunda mitad del artículo, a través de la reflexión, el recuerdo y extractos de mis notas de campo, intentaré ilustrar cómo las nociones de consentimiento, relación, datos, etc. moldearon y restringieron mi experiencia durante y del estudio de campo y qué efecto tuvo en mi ser. No pretendo argumentar a favor o en contra de ciertas prácticas ni llegar a alguna conclusión, sino buscar sintonía con quienes hayan tenido experiencias similares.

Palabras clave: consentir. investigación. experiencia. etnografía. reflexión.

The Trigger

Or Where I am writing from!

I stayed in a 'traditional artisanal fishing village', on the southeastern coast of India, for two months to do 'research', aimed at producing a thesis in 'Mathematics Education', which focuses on experiences of uncertainty. The intention was to learn from the people of the village how uncertainty is understood, experienced and responded to in the context of an occupational practice (fishing here), through ethnographic observation and (possibly) spontaneous conversations. I struggled to initiate conversations with the people of the village during the first few weeks. And when I finally started having conversations, I could not make myself write the names of those whom I met daily, had tea together at a tea shop, or had random conversations with, in my notes. Whenever I tried to write names, I felt uncomfortable and often ended up writing their initials. To write their names, I had to consciously try. The feeling while trying to write 'real' names was that of committing some grave sin¹. I firmly believed that I would have had no difficulty in initiating conversations if I was living in the village as a renter with a regular job in some nearby place or so, instead of as a researcher. The emotional difficulties and dissonances arising from these experiences dominated most of the conversations I used to have with friends and acquaintances during those days.

One of the reasons I struggled to initiate conversations was due to privacy concerns. Since I wanted to talk to people about their experiences of uncertainty, it, at some level, meant talking about their lives. I was uncomfortable talking to people about their lives— what business did I have in the life of another? I would like to point out here that my concerns were not about effectively anonymising 'participants' of my study, but mostly because I struggled at identifying what may be seen as prying into lives and what will not be. However, later I found out that these concerns about privacy were perhaps misplaced. It would not be an exaggeration to say that most of the villagers who talked to me came to know more personal information about me than most of my academic colleagues. It was not seen as intrusive by the villagers to ask questions about my whereabouts, where I am from, who all are in my family, my plans, how much I earn and so on. They expressed concerns about me being single at 30 and advised me to secure a 'real' job soon and settle down with a family. This was not a novel experience for me. People from my native/locality would also not shy away from similar questions. It would thus appear that what constitutes intrusion and privacy varies for people I know from my 'field', life and academia².

These experiences form the context of this write up. I am speaking from (and for) the periods when I experienced what may be termed as emotional difficulties while engaging with 'research'. Thus, this writing is expected to be cathartic and provocative. It is cathartic in the sense of expressing the distress which was experienced. The reader may find it is provocative in the sense that it shares individual convictions, views, and perspectives (about research) in bare-bones form. I also intentionally use

¹ I do not endorse either of the positions. While an outsider like me may find it warm and welcoming, it need not be for a resident. As one of my friends pointed out, these 'concerns' are one of the ways patriarchy surveils and disciplines individuals, especially women.

² ASHA or Accredited Social Health Activists are female community health activists trained to work as an interface between the community and the public health system under the National rural health Mission of the Government of India.

provocative assertions and questions as a means to (hopefully) effectively communicate the underlying emotions and the thought processes, as provocative is how I felt them. So, I feel that meanings and particulars of research are immaterial here as the intention is not to examine what are desirable forms of research and researching but communicate particular experiences. However, I shall add that whenever I say research I mean investigations (almost exclusively) aimed at producing academic scholarship, financially supported by institutions and stand to add to the academic credentials of the researcher.

This write up is also an attempt at talking about Mathematics Education Research as (I), a ‘novice researcher’, working in India, with limited formal training in sociological or anthropological research, experienced it. This is neither a research report nor a theoretical contribution. At best, this is reflections of a ‘researcher’ and, at worst, ramblings of someone who is inexperienced and lacks ‘skills’ to do research. If this were a research report, I might have analysed how extraneous ideas about desirable and ethical practices contribute to the production and reproduction of the researcher/researched binary. However, I would like to narrate my experience in words which are closer to me, than through theoretical categories. My intention here is not to suggest that theory and experience are mutually exclusive. I thank the reviewer (Sofía Abreu) for pointing me towards the works of Sara Ahmed and particularly to the notion of sweaty concepts which I and the intention of this write up seem to resonate with. Sweaty concepts are generated *when trying to describe something that is difficult, that resists being fully comprehended in the present* (Ahmed, 2016, p 12). Ahmed uses the notion of sweaty concepts to point at the often strict boundary between descriptive and conceptual work and show how descriptive work is conceptual work. By looking at concepts as worldly, *a reorientation to a world, a way of turning things around ...* (ibid. p 13) Ahmed describes a sweaty concept as “*one that comes out of a description of a body that is not at home in the world*” (ibid. p 13). Sweaty concepts emanate from a body which is in misalignment with the world (conceptual or otherwise) it inhabits. It is a product of bodily experiences and captures the experiences of discomfort within the given world. It may be said that this write up is a sweaty concept emerging from my feeling of ‘not being at home’ in my ‘field’ in relation to the ideas of research I had. However, I shall stick to my original conviction to stay clear of theoretical categories and claiming ‘theoriness’ unto this writing. I believe that experiences and reflections upon them should be able to stand on their own without necessarily having to talk to and (or) as theory. Here I look at theory as conceptualisation which happens within academia. For me, experience is a thing to talk about, and for others to possibly resonate, compare, contrast, and so on. Whereas theory for me (and theoretical categories) are things we talk with and often use as a lens, like ‘sweaty concepts’ became a way to frame this write up. Theories also often come with authorities on theories. My intention in this write up is to invite possible resonances (with my experiences), share the convictions I developed through those experiences (as possibly provocations) and have conversations. It is in these senses that I would prefer to not claim ‘theoriness’ for this write up.

I will first describe how I arrived at a fishing village to do part of the work towards my PhD thesis in Mathematics Education. Then through excerpts from my field notes, I will try to sketch aspects of how I experienced research. Towards the end, I will discuss my learnings and questions which emerged. While I claim to be speaking from and for my experience, I should qualify that my experience, in addition to being that of a ‘novice researcher’, is also of someone highly privileged in my society, an anglophone³ cis-hetero appearing male belonging to an upper caste, and need not have any generalisable element.

The Backdrop

Probably owing to positioning, (lack of) reading, or sheer laziness, I always had discomfort in ‘researching others’— those who are very removed from me, socially, emotionally and more importantly, in terms of socio-material capital. My thesis project was first conceived as one about understanding how uncertainty is experienced by different social actors and how the mathematisation of

³ Our proposal in short was to examine how the mathematical rationalisation of uncertainty and social relations of power co-produce each other and understand the role of education in reproducing and perpetuating these relations. We chose health and finance as primary contexts for investigation.

uncertainty formats these experiences through probability theory and statistics. The social actors here were an arbitrary category— what I perceived comfortable then was to talk to people from my extended family and my locale (I stay 1500 KM away from my place these days). Since we were going through the second wave of the Pandemic then, I propositioned the Pandemic as the context for these conversations. This was also the time when I was introduced to the works of Kim TallBear, namely *‘Standing with and speaking as faith: A feminist-indigenous approach to inquiry’*. Some of the ideas in the paper appear to be talking to the concerns I had about doing ‘research’. Following this I proposed studying across and from the top instead of from the bottom (TallBear, 2014), that is, to study how institutions and the mainstream/centre function instead of describing those in their peripheries. Thus the question of ‘giving back’, which used to trouble me, and which, as per TallBear, reinforces the binary of the researcher and the researched, gave way to a promise to focus on learning how to ‘stand with’ the community (in some sense I could claim membership to this proposed community through nativity and kinship). I promised to study up, to turn the gaze, while standing with ‘my acquaintances from long’, who had little say on how and what the response to the Pandemic should have been and were compelled to respond based on the information made available to them by the state and through the media. These are the people who were never asked what they wanted to know (about the pandemic), or how they wanted to respond. I intended to collectivise their perspectives and turn the gaze onto the top— to contrast this with the assumptions that undergirded the works of modellers and policymakers.

However, ‘acquaintances from long’ constituted an undefined ‘sample’. In subsequent deliberations with my mentors, we decided to work with/talk to ‘ASHA workers⁴ and Domestic workers/helps’. We chanced upon this ‘group of people’ when in one of our discussions, the interactions between the domestic help and a relative of one of us came up. We found aspects of those interactions to be resonating with our questions around risk, vulnerability, uncertainty, power and social, especially in the context of the Pandemic. The fact that we were in the middle of a health emergency and ASHA workers were among the [least paid](#) but put into tricky situations meant that they also appeared as an ideal group to talk to⁵.

We were then to compare and contrast the participants’ experiences with policy decisions and mathematics which informs these decisions to understand how mathematics configures and reconfigures lives and social relations. My difficulties around ‘studying’ those who are more vulnerable or marginalised than I (the researcher)— in whose lives and communities I had no stake, re-emerged at this point. I tried to convince myself by broadening what it means to ‘stay with’ and by promising to engage in democratic knowledge production, which benefits not only those who inquire but also those who are inquired (TallBear, 2014). TallBear (2014) had also suggested that it would be “helpful to think creatively about the research process as a relationship-building process, as a professional networking process with colleagues (not “subjects”), as an opportunity for conversation and sharing of knowledge, not simply data gathering”. While these appeared to answer some of the questions, most doubts lingered (as I would later learn the hard way, it is one thing to read and feel empowered by a compelling argument and another to live/experience it).

Moreover, we had arrived at ‘our community’ to be researched through an anecdote as mentioned above. Of the two actors in the story, the househelp and the employer, the househelp appeared as an obvious choice of research for us. Why did not we debate the possibility of researching the employers? Given that our question was about uncertainty and mathematics, would studying the employer who may be assumed to share socio-economic locations with me have resulted in less and different insights? Why did we choose to centre our inquiry on the employed? Were we inadvertently falling prey to ‘selling stories of sacrifices’ as Gopal Guru remarked in comments to Kunnath (2013)? Thus in short the interim comfort I derived from the works of TallBear in terms of how I may approach research broke down once

⁴ Sunandan builds his case by demonstrating how the ‘colonial-brahminical concept of knowledge’ invalidated practices, especially in the context of *Asaris* (carpenter caste).

⁵ As pointed out by a reviewer I acknowledge that pseudonyms may be used to both protect the identity of ‘participants’ and to maintain their dignity. However, my concern here is not about how participants may be represented in a dignified manner, but exclusively about the difficulties I experienced in writing names in my (personal) notes.

I shifted the intended field of research. The fact that I was going to work with a group with whom I had no similarity, with whom I had no shared past or concerns should have alerted me to the fragility of comfort I had built through the notions of standing with and studying from bottom which originally appeared applicable if I were to ‘study with’ acquaintances of long (a community to which I could claim membership).

While these may appear as valid questions, they are also something which has been debated and addressed by serious scholars working in engaged research (Kunnath, 2013). TallBear was also addressing similar questions. Thus one may say that it was possible to deal with them. Unfortunately it wasn't how I experienced it.

The other aligned concern was about the openness of our research question itself. Uncertainty cuts across all aspects of life, so talking about uncertainty essentially meant talking to people about their lives. As indicated earlier, I experienced/imagined talking to people about their lives as akin to prying into their lives. This was deeply discomforting. The openness of uncertainty also led to almost everything becoming data, and I started seeing myself as a ‘data vulture’. Below I produce an excerpt from my research notes/memos from a few days after I had submitted my research proposal. Just after I had arrived at the project, I travelled to my native place to ‘collect data’. The note is based on an incident which occurred during this journey to native. I had written it as a ‘reflective recollection’ a couple of days after the journey. It is copied verbatim, including the title. I intend these excerpts I quote from my notes to speak for themselves. I will not be analysing or elaborating on them.

What does research do to you as a person?

What happens to you the moment the intention of collecting data for your thesis comes to dominate your waking life?

I randomly came across a person at Kozhikode railway station, an elderly man, dishevelled, who was travelling from his worksite in Mangalapuram to home by hopping from one train to another. He had purchased a ticket from the counter and was enquiring about the platform where his train was expected to arrive. I was also due to catch the same train. We were on the right platform, were going in the same direction, and there was some time for the train to come, so we got talking. Somewhere, the conversation drifted onto his reason to go home. Maybe he wanted to tell his story. Maybe he wanted to be heard. Maybe because he was drunk—I could smell alcohol every time he said something. ‘My Son committed a foolish act’—he said. His son, father of two young boys, aged 33, who used to be quiet, who used to accompany his father to work, committed suicide. The elderly man wanted to see his son one last time. I assured him that he should be home by 4:00 AM the next day. It was already past 6:00 PM, and it was unlikely that the funeral would happen during the night. Maybe I should have asked him some questions or talked to him for a little longer. That did not happen because our train arrived and we went to different compartments. I saw him getting into a reserved compartment; his ticket was for an unreserved compartment only. Maybe I should have followed him and told him to board the right compartment or spared some money which would be enough to pay the penalty if the ticket examiner catches and decides to penalise him. But he did have money; I saw a few notes when he showed me his ticket. Maybe he did manage and did not have to go through further harassment in addition to the emotional trauma he was going through.

However, amidst all this, I found myself drifting towards my ‘research question’; I wondered how this [conversation] would fit into my scheme of things/thoughts.

There was a phone call he wanted me to make for him. It did not go through then. Maybe I should call that number again after a couple of days and get the rest of the story. And while at it, I should also get a consent form signed!

The reader may find it ironic and even hypocritical that I used a certain story to illustrate why I think it should not be written. The irony has not missed me either. This is perhaps the first time I concretely noticed that the agenda of research does something fundamental to my (our) person(s) and the relations I (we) build—a thought which has continued to stay with me. I do not think I could have conveyed it better otherwise.

These tensions made the open nature of the research and the initial choice of ‘participants’ untenable. While I was grappling with this question, one of my mentors suggested that it would be helpful to scope the question of uncertainty in the context of a practice, preferably one which is publicly accessible. This could turn questions of uncertainties in lives into questions of uncertainties about the practice. Due to questions of immediate access and potential for academic collaboration, I found artisanal fishing in general and fishing auction in particular as sites of uncertainty which I may study.

Thus I arrived at the fishing village with the intention to stay for two months.

The experiences, The learnings

On informed consent and Signatures

Even during the earlier stages of the project we had deliberated on what it meant to ask people who, due to past experiences and historical reasons (Raman, 2012) look at signatures and those who demand signatures with suspicion but are willing to talk to strangers (as I have experienced) out of goodwill and kindness, to sign consent forms? We were also aware of this through experience, hearsay and literature. So we had decided not to take any signed consent form from anybody we talked to. Instead, I opted to explain the nature of our study and take permission if I recorded conversations. In fact, Balu ‘Annan’ (a vernacular term to address elder brother— older person), while explaining some aspects of fishing, asked me to record the conversation instead of trying to make notes from memory. It is in this backdrop I would like to share my reflections (relation) around (with) the process of listening and consent. I do not intend to claim that they apply to research in other contexts. In fact it may be said that it is the particulars of my questions and place which created the kind of experience(s) I had. Another person may experience the question of ‘consent’ differently.

In my experience people share their stories or experiences just for the sake of it. They do so because they know you, or know someone who knows you, or someone has put in a good word for you, or they think that you ‘look like’ someone they can talk to and so on. Of course, this also means that the act and the actors are not neutral entities engaged in an ahistorical moment; it happens within social networks and relational structures historically rooted and played out in every moment. That is, the stories are told through(to) multiple persons, and are marked by social relations. I prefer to believe that the stories I have happened to listen to either as a ‘researcher’ or before setting out to become one, are/were shared in good faith, assumed to be between some kind of equals, and told to someone willing to listen. Framed thus, this relationship is not something which can clearly be laid out on a sheet of paper without doing injustice to the relation itself. It is a connection arrived at through a highly enmeshed network of trust and good faith.

Reducing this to a question of written consent would collapse this network into a quasi-legal document (consent form) where the logic of legality takes precedence over that of human relations. Further as mentioned above signature is a dubious entity. Many would have experienced or would have heard of (as I infer from my local) being stripped of properties and livelihoods because of signatures. Hence anyone who asks for a signature is also dubious. Irrespective of the existing relations, seeking a signature will recast the seeker in a different light.

These thoughts made way for the following questions in my mind. What good are ethics and morals if you cannot trust yourself and the other; that neither party intend to, nor will, harm the other; that neither party intend to, nor will, lie to each other; that neither party intend to, nor will, exploit the other; especially when the relationship in question in itself come about because of trust among a network of actors? Transacting a story in lieu of the promise that it will not be used to bring harm is not what someone would expect when they agree to share their story. Why would I trust it with someone if there is something harmful about the story? If it indeed is transactional, do we buy the rights to the story!

Rapport — who methodically tries to build relations?

My learnings from the village were mostly recorded as notes. As I mentioned earlier, I struggled to initiate conversations during my early days at the village. This manifested in different forms in my notes, ranging from admonishing myself and my lack of skills to wonderment about how others in the past, especially those from the west, who are linguistically, culturally and racially removed from the ‘researched’ have gone about their studies and built ‘rapport’. Maybe the exoticness of their appearance gave them an advantage, and the ‘everydayness’ about my being went against me. Though once I started having conversations the latter made it possible for me to have conversations as I imagined— like how I would have conversations with people from my locale on matters of mutual interests— ranging from work to life to local politics to exchanging ‘notes’ on cultural and religious practices, languages, script and so on. So now, when I go through my notes, I find remarks like *‘if I would have been treated differently if I had played the role of anglophone elite properly’?* and *‘if the rugged and shabby look was harming my chances?’* obnoxious. Personally, the second month of my stay was very refreshing and rewarding. It is thus no surprise that reflections about ‘research’ became thinner in my notes as my stay at the village progressed. Following is an excerpt from my notes from my earlier days at the village.

Around 10:30, there is not much activity on the beach. I could spot a huge group of women resting, talking, and sleeping with fish baskets near them. I could have talked to them, introduced myself, told them why I was there and started some conversation. Instead, I just walked past them, worrying about what to tell them, about being an intruder, about the lack of language skills and so on. I am unsure if it is a lack of skills as a researcher or a human person hampering me from initiating meaningful conversations with people. I appear to be scared and extremely worried about consequences, appearing awkward, offending people etc— is it a sense of failure? How do other researchers do this? Is it the lack of a concrete question which is affecting me? Something which I can go and ask people or tell them? Anyway, I walked past them.... There was also a tourist family on the beach....

During my stay in the village, I told multiple people how a researcher’s identity was more limiting than enabling me. I have repeatedly remarked that had I been there as a renter or even as a tourist, I would not have had this degree of difficulty in starting conversations with people. My notes in those days were very similar and were increasingly self-loathing. A few days later (during the days of struggle), I wrote:

Again I woke up late and somehow felt reluctant to go to the beach as I thought the auction was at its last stages. I as a person is playing a great role here, in not being able to put myself in better positions to collect data. These at some level may be considered as ethical concerns and at some they are mostly to do with the psychological makes of the person, of particularly not wanting to put oneself in positions of vulnerability—for instance not wanting to put myself in a position of speaking wrongly in a language, to be not made fun of, to be not felt awkward, to not make people feel awkward, to not have people have ‘wrong’ impressions about me, fear of failing, considering self as important and so on and so forth.... How has countless people in past and present done research in cultures, spaces and languages absolutely alien to them? What are the skills which people usually have which I lack?

Experiences were not the only source of discomfort those days. One day I happened to read Arati Sridhar’s (Sridhar, 2019) work on the field workers employed by the fisheries department over the years to collect data on catch and allied details. While the paper was very insightful, the experience of one particular field worker unsettled me. They had reported that it was not unusual for the field worker’s presence to be seen as a bad omen and be blamed for a poor catch. That particular week the average catch in the village appeared less. So I developed this outlandish concern that if people would think that my presence was one of the reasons for the decline in catch over that week.

Eventually, I grew out of those difficulties. What worked in my favour, as I mentioned earlier, was the outgoing attitudes of the villagers. Once they learned that I was there as part of PhD work, they were happy to tell me whatever I wanted to learn. The relationships developed out of chance meetings, casual enquiries about my whereabouts, because we used to come across each other at a tea shop every evening, and so on.

Research is not the only profession where relationship building is critical. Almost no practice happens in isolation. But, I feel that theorisations about relation-building processes and positing of the relation the researchers have with their ‘participants/subjects’ as something different, comes from the desire to mark ‘research’ and ‘academia’ differently from other professions— as something rooted in a different

system of values and requiring different forms of thinking and creativity. It is funny that (intent of) research makes even something primal and humane like playing (cricket) a concerted attempt at building ‘rapport’. From my notes: “*I went to play in the evening at the behest of young people I met yesterday. They had said that playing could be an easier way to get familiar with people in the village.*”

What did I learn? Or What do I think?

My experiences may be interpreted to be situated within the dilemma of insider/outsider binary, questions around universality of ethics, or lack of skills or on the open nature of the questions I was investigating. One may also use them to problematise the questions of ethics and the universality of ethical standards demanded by institutional bureaucracies and scholarly cultures. Recent scholarships have addressed these questions by urging to contextualise the questions of ethics in the local of the research as opposed to appealing to universal standards which invariably are set by the global north (Zhang, 2017; Millora et al., 2020; Msoroka & Amundsen, 2018). Here I am more interested in what my experiences told me, about research and what it means to do ‘knowledge production’. I experienced that it was my learned ideas about desirable conducts for a researcher vis a vis consent forms, anonymisation, privacy, intrusion, data etc., which created difficulties for me. As I learned, notions of privacy, intrusions etc., are also deeply cultural, and what is seen as the proper conduct somewhere will not be so elsewhere and vice versa. Thus modelling oneself based on learned/read or some abstract imported ideals can potentially hamper the ability to just ‘be’ (and talk to people as you would) and lead to emotional and practical difficulties. I still feel reasonably disgusted that I could not write the names of people I have had conversations with, in my notes. I feel terrible that I looked at almost everything which came my way as data. Through these acts, I feel that I was objectifying people, processes and their experiences. By feeling compelled to write initials as opposed to names, I was essentially stripping people of their personhood. Would I have done the same thing if an ‘academic’ had contributed to my learning? I would have certainly acknowledged such a person as it has become customary to the trade. What makes Balu anna, Ezhimala Anna, Krishnan Anna, Satya akka or Satheesh, just initials or possibly pseudonyms who are not on par with scholars or reflective practitioners but while in effect, what I gain from them is the same thing— knowledge that they have acquired through practice and experience.

“If the ability of a person to turn around his circumstances in favour of the survival and betterment of himself and his fellow men can be called ‘knowledge’ and his smartness to survive adverse conditions can be called ‘skill’, the fishing community can definitely claim the foremost position among all the communities on earth that survive on the basis of a combination of knowledge and skill.” — Robert Panipilla (Panipilla, 2015, xiv).

Research as Knowledge Exchange? Musings I conclude with no resolution

This is an attempt to make sense of my dissonances and arrive at some form of resolution. As I have mentioned multiple times in this write up, I don’t mean to claim that this is how it ought to be for others.

Why could not I see research as knowledge exchange, for instance? This is an impossible dream in a graded hierarchical society where knowledge is also graded. The differential positioning of knowledge vis a vis a gradient of inferior to superior makes some people knowledgeable and others not (Sunandan, 2023)⁶. This translates into only some people being capable of teaching and or sharing knowledge, whereas most others can only be studied, not learned from. Thus one becomes a researcher, and the other researched. The conceptions about the researcher, which emphasise on extraneous components (like forms, conduct, rapport etc) contributes to production and reproduction of this binary.

Relationships are transactive, mutualistic or exploitative. I hold that the kind of knowledge I (we) (researcher) possess is of little to no use to most people. It is neither functional nor pragmatic in the immediate. This deems research to be more of an exploitative relation, even though we would like it to

⁶ I wasn’t born or brought up in an anglophone family. I acquired the relevant attributes mostly through and during my academic training.

be mutualistic. This for me would probably explain the emphasis we put on scrutinising our actions, as an attempt to not appear exploitative.

When I look back, It is the mutualistic intent of the people in the village which made the stay pleasant for me during the later days. The conflicts I experienced in part were the tension between the inherently exploitative nature of research in an unequal society and my desire to appear/(convince myself about being) mutualistic. In my experience, this tension is not resolvable and perhaps a burden we (I) ought to carry, having chosen to enter the profession of academia.

I experienced research through the binary of the researcher and the researched. It acted on my being, often moulding the ways in which I otherwise would behave, talk and be. The extraneous components which qualify learning to make it research seemed to be at the center of the tensions I experienced. When I eventually managed to talk to people and finally came to see their practice as something to learn from and report and not something from which data is to be gathered, I was at ease. Nevertheless, the questions remain. And probably they will remain thus as long as ‘research’ is in a society where knowledge is graded. I cannot see how research-researched relationships can ever be equal. No theorisations seem to help it. I shall end this write-up by narrating an episode from one of the last days of my stay at the village.

I was sitting at the auction shed waiting for the auction to begin. Some women were enquiring about my work and asking why I stand and observe and don’t speak much and if I shouldn’t be asking more questions if my purpose is to learn. To this one of the akka’s whom I had a conversation with the day before told them that this is what researchers do— stare, they stare and observe and maybe make notes. Now that I think of it, only two people of note were complete outsiders to the auction process at the auction site often, a policeman on some patrolling duty and I. Everyone else was either sellers or buyers, irrespective of whether they sold or bought on a given day. How was my work different from that of the policeman at the moment? While it is not difficult to argue that they are different in spirit and practice, I would rather not, and leave it at this possibly troubling dissonance which emerges from a superficial observation.

Acknowledgement

I acknowledge the support of the Department of Atomic Energy, Govt. Of India, under Project Identification No. RTI4001.

References

- Ahmed, S. (2016). Introduction. Bringing feminist theory home. In *Living a Feminist Life* (pp. 1-18). Duke University Press.
- Kunnath, G. J. (2013). Anthropology’s ethical dilemmas: Reflections from the Maoist fields of India. *Current Anthropology*, 54(6), 740-752.
- Millora, C., Maimunah, S., & Still, E. (2020). Reflecting on the ethics of PhD research in the Global South: reciprocity, reflexivity and situatedness. *Acta Academica*, 52(1), 10-30.
- Msoroka, M. S., & Amundsen, D. (2018). One size fits not quite all: Universal research ethics with diversity. *Research Ethics*, 14(3), 1-17.
- Panipilla, R. (2015). *Eyes on their fingertips: some aspects of the arts, science, technology and culture of the fisherfolk of Trivandrum, India*.
- Raman, B. (2012). The duplicity of paper: counterfeit, discretion, and bureaucratic authority in early colonial Madras. *Comparative Studies in Society and History*, 54(2), 229-250.
- Sridhar, A. (2019). Seeing value in fisheries science, the scientific worker and the field. *Economic and Political Weekly*, 54(37).

Sunandan, K. N. (2023). *Caste, Knowledge, and Power: Ways of Knowing in Twentieth Century Malabar*. Cambridge University Press.

TallBear, K. (2014). Standing with and speaking as faith: A feminist-indigenous approach to inquiry. *Journal of Research Practice*, 10(2), N17-N17.

Zhang, J. J. (2017). Research ethics and ethical research: some observations from the Global South. *Journal of Geography in Higher Education*, 41(1), 147-154.

REFLEXÕES SOBRE O CONTEXTO HISTÓRICO, RESPALDO LEGAL E ENSINO DE MATEMÁTICA PARA PESSOAS EM TRATAMENTO DE SAÚDE

HISTORICAL CONTEXT, LEGAL SUPPORT AND MATHEMATICS TEACHING FOR PEOPLE UNDERGOING HEALTH TREATMENT

CONSIDERACIONES SOBRE EL CONTEXTO HISTÓRICO, EL SUSTENTO LEGAL Y LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS PARA PERSONAS EN TRATAMIENTO DE SALUD

Eunice Cajango

(Secretaria Estadual de Educação do Pará, Brasil)

eunice.cajango@escola.seduc.pa.gov.br

Elielson Sales

(Universidade Federal do Pará, Brasil)

esales@ufpa.br

Recibido: 10/07/2023

Aprobado: 10/07/2023

RESUMO

O presente trabalho tem como finalidade tecer reflexões a respeito do contexto histórico, respaldo legal e atuação docente junto a educandos em tratamento de saúde, em particular no que tange a desafios e possibilidades no ensino de Matemática. Os dados foram obtidos por meio de pesquisa bibliográfica, a partir do recorte de uma pesquisa qualitativa desenvolvida em nível de doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas e defendida junto à Universidade Federal do Pará (UFPA). A análise e discussão dos dados se ampara em estudos sobre processos educacionais voltados a pessoas em tratamento de saúde e em produções sobre sistemas formativos referenciadas no materialismo histórico e dialético. Inicialmente, são caracterizados como direitos assegurados por lei os serviços de classe hospitalar e acompanhamento pedagógico domiciliar, a partir de uma contextualização histórica do atendimento voltado a educandos em tratamento de saúde em nível internacional e nacional. Em seguida, são apresentadas considerações sobre políticas públicas adotadas no Brasil com referência ao Ensino Regular, à Educação Especial e à perspectiva de educação inclusiva, que visa assegurar a permanência de educandos com diferentes especificidades nas escolas, mediante ações integradas de suporte e acompanhamento. Após discorrer sobre aspectos referentes à formação docente para o atendimento escolar hospitalar ou domiciliar, são propostas reflexões sobre alguns dos múltiplos desafios e possibilidades para o ensino de matemática em tais ambientes. A título de considerações finais, são pontuadas iniciativas vinculadas a projetos de pesquisa em nível de formação inicial ou continuada, que repercutem na atuação de licenciandos e licenciados nesses contextos mas que, sozinhas, não têm possibilidade de alterar o quadro ainda incipiente de educadores com formação específica que atuam nesses serviços.

Palavras-chave: ensino de matemática. história da matemática. educação matemática. educação especial.

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es reflexionar sobre el contexto histórico, el soporte legal y las actividades docentes con estudiantes en tratamiento de salud, particularmente en lo que se refiere a los desafíos y posibilidades en la enseñanza de las Matemáticas. Los datos fueron obtenidos a través de una investigación bibliográfica, basada en una investigación cualitativa desarrollada en el nivel de doctorado en Educación en Ciencias y Matemáticas y defendida en la Universidad Federal de Pará (UFPA). El análisis y discusión de los datos se basa en estudios sobre procesos educativos dirigidos a personas en tratamiento de salud y en producciones sobre sistemas de formación referenciados en el materialismo histórico y dialéctico. Inicialmente, los servicios de clase hospitalaria y el seguimiento pedagógico domiciliario se caracterizan como derechos garantizados por la ley, a partir de un contexto histórico de atención dirigida a estudiantes en tratamiento de salud a nivel internacional y nacional. Luego, se presentan consideraciones sobre las políticas públicas adoptadas en Brasil con referencia a la Educación Regular, la Educación Especial y la perspectiva de la educación inclusiva, que tiene como objetivo garantizar la permanencia de los estudiantes con diferentes especificidades en las escuelas, a través de acciones integradas de apoyo y seguimiento. Luego de discutir aspectos relacionados con la formación docente para la asistencia hospitalaria o domiciliaria, se proponen reflexiones sobre algunos de los múltiples desafíos y posibilidades de la enseñanza de las matemáticas en tales ambientes. A modo de consideraciones finales, se señalan iniciativas vinculadas a proyectos de investigación a nivel de formación inicial o continua, que impactan en el desempeño de los estudiantes de grado y posgrado en estos contextos pero que, por sí solas, no son capaces de cambiar la aún incipiente cuadro de educadores con formación que trabajan en estos servicios.

Palabras clave: enseñanza de las matemáticas. historia de las matemáticas. educación matemática. educación especial.

ABSTRACT

This study aims to provide insights about the historical context, legal support and teaching activities which have been developed for students that are undergoing health treatment. The paper focuses on some challenges and possibilities about teaching mathematics under this circumstances. Data were obtained through literature research, based on a doctoral dissertation. The data discussion is based on studies about educational processes aimed at students that are undergoing health treatment and also on productions about training systems, referenced in both historical and dialectical materialism. Initially, hospital classes and home pedagogical assistance are presented as services guaranteed by Brazilian law, based on a historical context of this kind of pedagogical activities through a view about both international and national courses. Then, although discuss some issues about public policies adopted in Brazil with reference to Regular Education, Special Education and the perspective of inclusive education, which aims to ensure the permanence of students with different specificities in schools through integrated support and follow-up actions. After presenting some aspects related to teacher training for hospital or home school attendance, the study relies on some of both challenges and possibilities for teaching mathematics in such environments. By way of final considerations, initiatives linked to academic research projects are pointed out, highlighting its impact on the performance of undergraduates and graduates educators under this circumstances. On the other hand, authors emphasize, this initiatives, although their relevance to the empirical framework, must be integrated to public policies, in the way to guarantee both mathematics and general education, through inclusive approach, for students that are undergoing health treatment.

Keywords: mathematics teaching. history of mathematics. mathematics education. special education.

Introdução

No Brasil, a universalidade no acesso à educação é direito constitucional, assegurado a pessoas de diversas faixas etárias, independentemente de suas especificidades físicas, sociais, culturais e econômicas.

Para atender a educandos da Educação Básica que se encontram impossibilitados de frequentar a escola em virtude de condição de saúde, e que realizam tratamento em ambiente hospitalar ou domiciliar adaptado, surgiram os serviços de classe hospitalar e acompanhamento pedagógico domiciliar, respectivamente.

Em termos legais e normativos, não são listadas, por meio de rol taxativo ou mesmo exemplificativo, patologias ou condições específicas de saúde para a oferta de tal atendimento. Dessa forma, educandos hospitalizados ou impedidos de frequentar a escola por causas distintas, clinicamente atestadas ou laudadas, fazem jus a tal acompanhamento, que vem sendo ampliado em território nacional ao longo das últimas duas décadas (Peters, 2019).

Em que pesem os múltiplos desafios para implementação desses serviços em todo o território nacional, são reconhecidos os avanços referentes à abrangência e à efetividade da escolarização materializada em tais ambientes. Assim, às discussões referentes à regulamentação legal e às políticas públicas vinculadas a esses serviços, têm-se somado estudos em diferentes linhas de pesquisa acerca de processos educacionais movimentados em contextos tão singulares.

O presente estudo busca, a partir do recorte de uma pesquisa qualitativa desenvolvida em nível de doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas e defendida junto à Universidade Federal do Pará (UFPA), tecer reflexões a respeito do contexto histórico, respaldo legal e atuação docente junto a educandos em tratamento de saúde, em particular no que tange a desafios e possibilidades no ensino de matemática.

Ele tem por objetivo debruçar-se sobre tais aspectos, institucionalmente vinculados à Educação Especial, a partir de uma perspectiva que compreende o ensino de matemática pautado em uma concepção crítica de inclusão, que busca refletir sobre como as diferenças – tais como deficiências, condições físicas e/ou mentais e outras particularidades inerentes aos seres humanos – são historicamente assumidas como fatores determinantes para um cenário de inequidade que segmenta, alija e/ou marginaliza grupos social e economicamente mais vulneráveis.

Os dados foram obtidos por meio de pesquisa bibliográfica, orientada a partir de levantamento mais abrangente para a confecção da tese, e a análise e discussão dos mesmos se ampara em estudos sobre processos educacionais voltados a pessoas em tratamento de saúde e em produções sobre sistemas formativos referenciadas no materialismo histórico e dialético.

Atendimento escolar hospitalar e domiciliar como um direito

Os primeiros registros de acompanhamento pedagógico para pessoas impossibilitadas de frequentar a escola por motivo de saúde datam do final do século XIX e início do século XX, e dizem respeito, como pontuado por Peters (2019), a iniciativas com caráter primordialmente filantrópico, mapeadas em capitais de países europeus como Dinamarca (1875), Inglaterra (1913), Alemanha (1920) e França (1926).

A Carta dos Direitos da Criança Hospitalizada, publicada mediante aprovação do Parlamento Europeu em 1986, resumiu e reafirmou os direitos da criança hospitalizada, determinando a necessidade de adequação de recursos e o desenvolvimento de atividades pedagógicas de acordo com o tipo de tratamento e a etapa de escolarização desses educandos. Considerada um marco também no

acompanhamento pedagógico domiciliar por motivo de saúde, a Carta enfatizou a necessidade de organização dos espaços e de adaptação dos materiais, primando pela segurança e integridade das crianças e jovens atendidos (Menezes, Trojan & Paula, 2020).

Em continente americano, os primeiros registros de ações voltadas a educandos em tratamento de saúde datam do período pós-Segunda Guerra Mundial, iniciando-se em algumas regiões do Canadá e dos Estados Unidos, para então se expandir para as Américas Central e do Sul (Peters, 2019).

Quanto ao início do acompanhamento escolar em ambientes hospitalares ou domiciliares em território brasileiro, as evidências até aqui compiladas apresentam muitas lacunas, como apontam Saldanha e Simões (2013). Ainda segundo as autoras, o Hospital Municipal Jesus, localizado no Rio de Janeiro, é o espaço há mais tempo com ações contínuas nesse sentido, iniciadas na década de 1950, época em que a poliomielite consistia em uma das principais causas de hospitalização infantil.

Publicada em 1996, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) institui o Atendimento Educacional Especializado (AEE) como um serviço de acompanhamento pedagógico disponibilizado a educandos com diferentes categorias de *necessidades especiais*, e não somente às pessoas com deficiência, como havia sido designado pela Constituição Federal de 1988.

No entanto, como aponta Lopes (2014), o conceito de necessidades educacionais especiais, introduzido no debate internacional por meio do Relatório Warnock (1978), e redefinido a partir da Declaração de Salamanca (1994), diz respeito a particularidades físicas, cognitivas, sociais e até mesmo culturais, intrínsecas às diferenças humanas, o que supõe que a escola deve estar preparada para acolher a todos.

Ainda segundo Lopes (2014), é possível inferir que quase toda a população pode manifestar, em dado momento, algum tipo de necessidade educacional especial. No caso dos educandos impossibilitados de frequentar a escola por motivos de saúde, o serviço de acompanhamento pedagógico tem, entre suas principais funções, possibilitar a manutenção do vínculo destes educandos com suas escolas de origem, preservando seus laços referentes ao estudo e ao convívio social.

Segundo o documento Classe Hospitalar e Atendimento Pedagógico Domiciliar – Estratégias e Orientações publicado pelo Ministério da Educação (MEC) em 2002, por meio da recém-reativada Secretaria de Educação Continuada Alfabetização, Diversidade e Inclusão (SECADI), denomina-se classe hospitalar o atendimento pedagógico-educacional realizado em ambientes com configurações hospitalares, nos casos de internação ou em atendimentos realizados no sistema hospital-dia, ou ainda, em espaços nos quais são ofertados serviços de atenção integral à saúde mental, como os Centros de Atenção Psicossocial.

Definido pelo MEC no mesmo documento, o atendimento pedagógico domiciliar é disponibilizado a qualquer educanda/o cujo quadro de saúde impossibilite seu deslocamento ou permanência na escola regular. Esse serviço é prestado tanto nas residências desses educandos, como em “casas de passagem, casas de apoio, casas-lar e/ou outras estruturas de apoio da sociedade” (Ministério da Educação, 2002, p.13).

Entre os objetivos principais desse tipo de atendimento, destacam-se, de acordo com documento citado, a redução do impacto causado pelo tratamento de saúde na rotina desses educandos, deslocando, ainda que temporariamente, o foco de sua atenção do ciclo extenuante de curativos e procedimentos médicos para atividades com caráter interativo e/ou lúdico.

O serviço tem ainda entre suas finalidades prevenir a interrupção do processo de aprendizagem, possibilitando o retorno dos educandos às suas escolas de origem e minimizando a sua necessidade de

readaptação às rotinas institucionais. Ainda segundo o documento do MEC (2002), a organização de tal serviço deve ficar a cargo dos estados e municípios, em parceria com as instituições clínico-hospitalares.

Compete às Secretarias de Educação atender à solicitação dos hospitais para o serviço de atendimento pedagógico hospitalar e domiciliar, a contratação e capacitação dos professores, a provisão de recursos financeiros e materiais para os referidos atendimentos. (Ministério da Educação, 2002, p.16)

Ocorre que, embora preconizada pelo MEC e vinculada à própria Constituição Federal de 1988, que afirma, em seu artigo 214, que as ações do Poder Público devem conduzir à universalização do atendimento escolar, a implementação desse serviço tem se efetivado de forma difusa nos estados da Federação (Peters, 2019).

Assim, mesmo posteriormente ratificado por outros instrumentos legais, como a Lei 13.716/2018, que altera a Lei 9394/1996 (LDB), visando assegurar atendimento educacional a alunos da educação básica internados para tratamento de saúde em regime hospitalar ou domiciliar por tempo prolongado, o documento publicado pelo MEC em 2002 teve, como destacado por Peters (2019), seu papel resumido a de um mero instrumento orientador, não assumindo caráter de legislação na área.

Ainda segundo a autora, ao relatar o que deve ser feito, mas sem dizer o modo como esse processo deve ser efetivado, o MEC, na prática, acabou por delegar às Secretarias Estaduais e Municipais a responsabilidade pela vinculação de tais classes a departamentos do Ensino Regular ou da Educação Especial, conforme lhes conviesse.

Em que pese o fato de o quadro real desse tipo de atendimento no país não ser suficientemente claro, como pontuado por Oliveira (2019), em virtude da ausência de uma política educacional integrada que regulamente, organize e atualize tais dados em âmbito nacional, há uma visível discrepância na estruturação e oferta do serviço em diferentes localidades do país.

O estado do Paraná, por exemplo, com aproximadamente 11 milhões de habitantes e pouco menos de 200 mil quilômetros quadrados de extensão territorial, contava em 2019, segundo dados levantados pela pesquisadora, com vinte e duas classes hospitalares (Oliveira, 2019), enquanto em Minas Gerais, estado cuja população ultrapassa 21 milhões de pessoas, distribuídas em uma área superior a 580 mil quilômetros quadrados, havia, até 2021, apenas cinco classes com o mesmo perfil.

O contexto pandêmico, decorrente da explosão de casos de COVID-19 a partir de março de 2020, impactou por aproximadamente dois anos tanto as vagas disponibilizadas para tais atendimentos, quanto a capacitação docente e o recrutamento de profissionais qualificados para atuar em ambientes hospitalares ou domiciliares.

Somando-se a esse quadro, o perfil de políticas públicas voltadas à Educação Básica adotado pelo governo federal entre 2019 e 2022, que, entre outras ações, desativou a SECADI e promoveu sucessivos cortes em recursos para programas de ensino, extensão e pesquisa, potencializou as dificuldades para ampliação na oferta de tais serviços em âmbito nacional, comprometendo o retorno de educandos às escolas regulares após a alta hospitalar a partir da perspectiva inclusiva.

Inclusão, Ensino Regular e Educação Especial

A perspectiva inclusiva se contrapõe à concepção eminentemente clínica, segundo a qual as pessoas consideradas com necessidades educacionais especiais, ou seja, aquelas que possuem deficiências ou condições que podem ser permanentes, como Transtornos Globais do Desenvolvimento (TGD) ou ainda,

temporárias, como determinadas condições clínicas, devem ser escolarizadas de forma segregada do ensino regular.

O cerne da inclusão é a garantia de permanência na escola regular de educandos com deficiência, TGD ou outras especificidades que demandem atendimento especializado, visando sua plena participação nas atividades desenvolvidas em sala de aula.

Para que tal vínculo se configure como inclusivo, no entanto, Kassar, Rebelo e Oliveira (2019) destacam como necessária a articulação de ações institucionais que visem contemplar aspectos complementares à escolarização desses educandos, tais como saúde e lazer, possibilitando, assim, o seu engajamento e a sua participação efetiva em atividades compartilhadas pela comunidade escolar.

Nesse sentido, destacamos a controvérsia gerada ao longo das últimas décadas acerca das diretrizes nacionais implementadas com foco no chamado público-alvo da Educação Especial, bem como nas modalidades de atendimento voltadas a esses educandos. A Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva (PNEEPEI), publicada pelo MEC em 2008, elencou como público-alvo da Educação Especial pessoas com deficiência, altas habilidades/superdotação e TGD, sem fazer menção aos educandos em tratamento de saúde.

Em 2020, o Decreto 10.502 instituiu uma nova Política Nacional de Educação Especial (PNEE), retomando um direcionamento observado, sobretudo, nos anos que antecederam a publicação da LDB. Assim, a PNEE previu escolas e classes especializadas como parte da política de ensino especial, o que evidenciou uma pauta de governo sob determinado viés ideológico, como pontuado por Kassar (2020).

Convém ressaltar que, como destacado por Fonseca (2002), considerando que o direito irrestrito à educação foi consolidado na Constituição Federal, carta magna da nação brasileira, e ratificado pela LDB, qualquer dispositivo legislativo ou executivo, quer seja em nível federal, estadual ou municipal, só terá amparo legal se vier a somar direitos a esse conjunto já assegurado de forma democrática e soberana.

Em decorrência disso, por considerar que a PNEE poderia “fundamentar políticas públicas que fragilizam o imperativo da inclusão” (Supremo Tribunal Federal, 2020), o ministro Dias Toffoli, do Supremo Tribunal Federal (STF), suspendeu o Decreto que a instituiu, em decisão posteriormente referendada pelo plenário do STF.

Nesse contexto, o amparo legal referente à oferta e organização do acompanhamento escolar hospitalar e domiciliar segue pendente de normativas em âmbito nacional. Assim, passados mais de vinte anos da publicação do documento “Classe hospitalar e atendimento pedagógico domiciliar”, observa-se que, apesar do significativo avanço institucional quanto ao reconhecimento do papel do Estado na oferta e garantia do acompanhamento pedagógico a crianças e adolescentes em tratamento de saúde, a regulamentação legal de tal atendimento ainda pode ser considerada precária.

Formação docente para o atendimento escolar hospitalar ou domiciliar

O desenvolvimento das atividades pedagógicas e sua respectiva articulação com outras dinâmicas específicas do contexto hospitalar depende da atuação de educadores qualificados, os quais, como preconizado pelo documento do MEC de 2002, devem ter formação de natureza teórica e prática que

lhes apresente a/o educanda/o em tratamento de saúde como um ser de direitos, cujas singularidades estão para além de sua condição de adoecimento ou de recuperação de um acidente, por exemplo.

A capacitação e a organização desses educadores em torno dos direitos dos educandos e de condições adequadas para a sua própria atuação são, no entanto, movimentos relativamente recentes, em particular no que se refere ao cenário brasileiro.

Lizasoáin e Lieutenant (2002), destacam a necessidade de uma formação específica para educadores atuantes em ambientes hospitalares ou contextos domiciliares adaptados, uma vez que a tais profissionais compete não apenas a escolarização das pessoas que fazem tratamento de saúde, como também o fortalecimento, a partir de uma postura contida, equilibrada e conciliadora, da rede de relações estabelecidas entre a família dos educandos e os demais profissionais da equipe multidisciplinar responsável pela atenção integral à sua saúde, como pontuado anteriormente.

De acordo com as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Curso de Pedagogia, aprovadas pelo parecer nº 5/2005 do Conselho Pleno do Conselho Nacional de Educação, a formação desses educadores deve contemplar contextos não-escolares, entre os quais o ambiente hospitalar. Ao longo dos últimos anos, surgiram em cursos de graduação, ainda de forma pontual, disciplinas cujas ementas tratam, especificamente, da regulamentação legal e de pressupostos teórico-metodológicos referentes ao acompanhamento pedagógico a educandos em tratamento de saúde.

São os casos das unidades curriculares “Introdução à classe Hospitalar”, ofertada pela Faculdade de Educação da Universidade de Brasília (UnB) desde 2011, “Pedagogia e Sistemas de Saúde”, indicada no Projeto Pedagógico de 2018 do curso de licenciatura em Pedagogia do Instituto Federal do Espírito Santo, campus de Vila Velha, e “Fundamentos da Pedagogia Hospitalar”, ofertada também no curso de Pedagogia da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), em Santa Catarina, mediante aprovação do Projeto Pedagógico em 2010.

Ressaltamos, porém, a inobservância em cursos de licenciatura plena de unidades curriculares com temáticas referentes à escolarização em ambientes diversos da escola regular, o que pode contribuir para um sentimento de insegurança por parte dos profissionais em formação inicial em abraçar oportunidades de estágio docente nesse campo de atuação.

No que se refere à licenciatura em Matemática, tais temáticas são incorporadas, de forma geral, a disciplinas eletivas, ficando a critério dos licenciandos identificar-se, ou não, com essa possibilidade de atuação pedagógica. Para professores de Matemática já graduados, por sua vez, a formação continuada voltada à escolarização em ambiente hospitalar ou domiciliar adaptado pode não ser imediatamente identificada como uma opção factível, uma vez que tal atividade é comumente denominada *pedagogia hospitalar*, conferindo-lhe a imagem de prática exclusiva a pedagogos.

Em outra medida, a relativa invisibilidade desses contextos para atuação de professores de matemática restringe aos educandos da etapa final do Ensino Fundamental e do Ensino Médio a potencialidade de seguir seu processo de escolarização com suporte específico em uma área de conhecimento e componente curricular na qual eles serão sucessiva e, por vezes, exaustivamente avaliados, inclusive por meios padronizados em larga escala, tão logo retornem ao sistema regular de ensino.

Sobre a importância de práticas e estudos sobre o ensino de matemática a partir da perspectiva da diferença para processos inclusivos

De forma complementar, assume fundamental importância para a efetividade no acompanhamento pedagógico a tais educandos a necessária capacitação de professores de diferentes áreas de conhecimento

e componentes curriculares, entre os quais licenciados em matemática ou pedagogos que ensinam matemática, para atuar em contextos outros, que não a escola regular. Nesse movimento, destaca-se o papel de educadores e pesquisadores que têm contribuído de forma significativa com relatos e estudos sobre diferença, inclusão e equidade no âmbito da educação matemática.

Ao propor reflexões que evidenciam a relação entre o currículo escolar e padrões sistematicamente estabelecidos por grupos dominantes como vinculados ao chamado *raciocínio lógico-matemático*, tais profissionais possibilitam a estudantes e a professores em formação inicial ou continuada a constituição do pensamento crítico necessário à luta por processos educativos mais justos àqueles historicamente excluídos (Skovsmose, 2019; Moura, 2021), como os educandos que se encontram fora da sala de aula porque se veem obrigados a optar entre prosseguir com seus estudos ou dar continuidade ao seu tratamento médico.

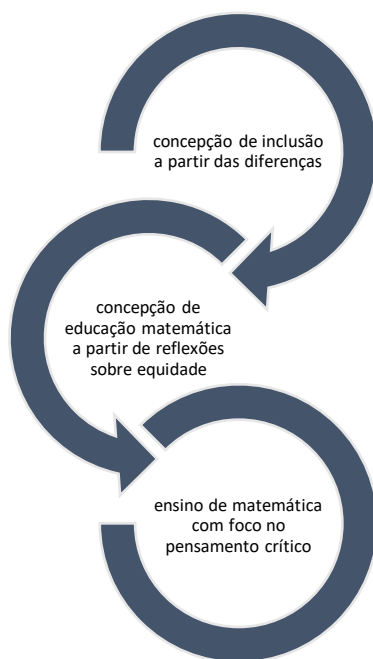


Figura 1: repercussão de concepções sobre inclusão e educação matemática no ensino de matemática.

Fonte: autores

As realidades observadas em ambientes hospitalares e contextos domiciliares adaptados não distam da heterogeneidade característica das turmas do chamado ensino regular em território brasileiro, com sua profusão de matizes étnicas e culturais que, quando invisibilizadas pelas dinâmicas curriculares efetivadas pelos educadores, ecoam como elementos identitários de menor valoração das diferenças inerentes a cada indivíduo.

Por outro lado, torna-se particularmente relevante em contextos para além da sala de aula a atuação de educadores que ensinem matemática de modo a valorizar e a repercutir diferentes práticas culturais, ao mesmo tempo em que fomentam olhares reflexivos e discursos questionadores sobre a lógica opressora de organização social da população brasileira.

Desafios e potencialidades para o ensino de Matemática em ambiente hospitalar ou domiciliar adaptado

A partir das experiências vivenciadas ao longo de aproximadamente sete anos em uma classe hospitalar localizada em Belém/PA, que atende, prioritariamente, a meninas e mulheres que sofreram acidente que

ocasionou a avulsão abrupta de seu couro cabeludo em embarcações no rios da Amazônia, propomos a seguir algumas reflexões a respeito de desafios e potencialidades para o ensino de Matemática em tal ambiente, bem como no acompanhamento pedagógico domiciliar, uma vez que a coautora deste estudo atua também nesse contexto:

i) Frequentemente, as atividades realizadas em classes hospitalares assumem caráter multiseriado, em uma configuração comum também à modalidade de Educação do Campo, particularmente no Ensino Fundamental. Em virtude de diversos aspectos, como contingências do espaço físico, o acompanhamento pedagógico de educandos em níveis distintos de escolaridade muitas vezes é realizado de forma simultânea. Para o ensino de Matemática, em particular, cujo currículo preconizado mobiliza diferentes códigos, a adaptação de conceitos e procedimentos resulta em lacunas que podem impactar o movimento de retorno desses educandos à escola de origem, fragilizando a continuidade dos seus estudos, em face de um nivelamento institucional ao repertório formal de seus pares. Por outro lado, a interação de educandos com experiências distintas possibilita aos educadores que ensinam Matemática o desenvolvimento de atividades que privilegiem a comunicação e a ludicidade, ampliando a compreensão desses educandos a respeito da multiplicidade de cenários nos quais os conhecimentos matemáticos podem ser mobilizados.

ii) Em virtude do ainda reduzido número de licenciados lotados em classes hospitalares e em acompanhamento pedagógico domiciliar, pedagogos costumam atuar como professores multidisciplinares para educandos em diferentes estágios de escolarização, inclusive aqueles matriculados a partir do 6º ano do Ensino Fundamental, tal como ocorre em muitas escolas do campo no Brasil. Em que pese o esforço e dedicação desses profissionais, saberes de ordem teórica e metodológica próprios da formação em componentes curriculares específicas tendem a repercutir na práxis materializada junto aos educandos. Convém ressaltar que tal realidade é igualmente compartilhada na modalidade de Educação do Campo, onde, não raro, licenciados em Matemática assumem cadeiras nas componentes de Física e Química para o Ensino Médio. Tais práticas, ao mesmo tempo em que evidenciam limitações características da falta de formação específica dos educadores, lhes possibilitam exercitar um olhar diferenciado sobre as dinâmicas curriculares movimentadas nesses e em outros espaços de escolarização. Essa perspectiva assume especial importância no ensino de Matemática, na medida em que, definida pela Base Nacional Comum Curricular como área de conhecimento e componente curricular amalgamadas, a Matemática acaba, por vezes, incompreendida em suas múltiplas facetas de diálogo para com saberes de diferentes espectros – incluindo os informalmente construídos.

iii) A intensa agenda de procedimentos clínicos, exames e outras atividades correlatas ao tratamento de saúde, configuram-se como obstáculos concretos para uma avaliação docente com foco no processo formativo dos educandos em classes hospitalares e em ambiente domiciliar adaptado. No âmbito da Matemática escolar, formalmente marcada – por documentos oficiais instituídos pelo próprio MEC – pela normatização de competências e habilidades a ser periodicamente aferidas por meio de avaliações em larga escala, compete às autoridades educacionais responsáveis por políticas públicas de longo prazo, em um movimento ao qual se aliam educadores e demais membros da rede de relações dos educandos, assegurar que serão respeitados os seus direitos referentes à inclusão escolar e permanência na escola, por meio de sistemas avaliativos acessíveis e condizentes com as suas conquistas não apenas cognitivas, como socioemocionais. Ressaltamos que tais direitos não são exclusivos de educandos em tratamento de saúde, e que a reflexão coletiva sobre como ou se eles estão sendo garantidos na escola regular se apresenta como uma real possibilidade de engajamento para os diversos atores que compõem a comunidade escolar, em direção a processos educacionais de fato equânimes.

Considerações finais

A qualificação necessária para atuar no atendimento pedagógico voltado a educandos em tratamento de saúde no Brasil segue pendente de regulamentação em nível federal. A crescente, embora ainda discreta, presença de pedagogos e licenciados em formação inicial ou continuada em ambientes hospitalares parece evidenciar, predominantemente, iniciativas particulares de docentes, orientadores e pesquisadores, circunscritas a determinados projetos de ensino e pesquisa.

Tais iniciativas ajudam a clarificar a potencialidade de contribuição mútua entre essas Instituições de Ensino Superior (IES) e as equipes que desenvolvem o atendimento escolar hospitalar ou domiciliar na Educação Básica, aprofundando reflexões a respeito da necessidade de legítima garantia desse direito aos educandos. Destacamos, ainda, a possibilidade, ainda inédita no Brasil, de que alunos de diferentes IES que se encontrem hospitalizados disponham de algum tipo de assistência ou acompanhamento nesse sentido, visando a continuidade de sua trajetória acadêmica sem interrupções significativas em decorrência de necessário tratamento clínico.

Ressaltamos, porém, que tais iniciativas não suprem, de forma isolada, o papel que ações integradas, institucionalizadas em âmbito nacional e articuladas pelas três esferas do poder público em parceria com distintos segmentos da sociedade civil, precisam efetivamente desenvolver, de modo a preencher as falhas ainda latentes na oferta do acompanhamento escolar em ambientes hospitalares ou domiciliares.

Referências

- Fonseca, E. S. A. (2002). Implantação e implementação de espaço escolar para crianças hospitalizadas. *Revista Brasileira de Educação Especial*, 8(2), 205-222. <http://www.cerelepe.faced.ufba.br/arquivos/fotos/124/implantaimplementaeneida.pdf>.
- Kassar, M. C. M. (2020). *Impacto do Decreto 10.502 na Política Brasileira de Educação Especial*. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=-wD3GHs_OjI.
- Kassar, M. C. M, Rebelo, A. As. & Oliveira, R. T. C. de. (2019). Embates e disputas na política nacional de Educação Especial brasileira. *Educação e Pesquisa*, 45. <https://www.scielo.br/j/ep/a/SVmZZLzBnrZFnyqXR9TSpYc/?format=pdf&lang=pt>.
- Lizasoáin, o. & Lieutenant, C. (2002). *Estudios sobre Educación*, 2, 157-165. <https://revistas.unav.edu/index.php/estudios-sobre-educacion/article/view/25670>.
- Lopes, S. A. (2014). Considerações sobre a terminologia alunos com necessidades educacionais especiais. *Revista Educação Especial*, 27(50), 737-750. <http://periodicos.ufsm.br/index.php/educacaoespecial/article/view/13355>.
- Menezes, C. V. A., Trojan, R. M., & Paula, E. M. A. T. (2020). O direito à educação no atendimento escolar hospitalar e domiciliar: inquietações conceituais e legais. *Educação (UFSM)*, 45, 12-25. <https://periodicos.ufsm.br/reeducacao/article/view/40261>.
- Ministério da Educação. (2002). *Classe hospitalar e atendimento pedagógico domiciliar: estratégias e orientações*. <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/livro9.pdf>.
- Moura, A. Q. Pedagogia Freiriana e Educação Matemática: Diálogo, Tolerância e Inclusão. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 14, n. 35, p. 1-16, 2021.
- Oliveira, T. C. (2019). *Políticas públicas de educação inclusiva & formação de professores: debatendo a classe/escola hospitalar* [Dissertação de Mestrado]. Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. <https://tede.ufrj.br/handle/jspui/5303>.

Peters, I. (2019). Material didático produzido para o Curso de Aperfeiçoamento em atendimento Educacional em Ambiente Hospitalar e Domiciliar. *Universidade Federal do Mato Grosso do Sul*.

Saldanha, G. M. M. M. & Simões, R. R. (2013). Educação escolar hospitalar: o que mostram as pesquisas? *Revista Brasileira de Educação Especial*, 19(3), 447-464. <https://www.scielo.br/pdf/rbee/v19n3/10.pdf>.

Skovsmose, Ole. Inclusions, Meetings and Landscapes. In: Kollosche, D; Marcone, R; Knigge, M; Pentead, M.; Skovsmose, O., (eds). *Inclusive Mathematics Education: Stateof-the-Art Research from Brazil and Germany*. Springer, Cham, 2019.

Supremo Tribunal Federal. (2020). *Julgamento de Ação Direta de Inconstitucionalidade*. <https://portal.stf.jus.br/noticias/verNoticiaDetalhe.asp?idConteudo=456419&ori=1>

EMPODERAMENTO DOCENTE E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA

DESAFIOS E POSSIBILIDADES DE UMA PRÁTICA EDUCATIVA LIBERTADORA

EMPODERAMIENTO DOCENTE Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA

Desafíos y posibilidades de una práctica educativa liberadora

TEACHER EMPOWERMENT AND CRITICAL MATHEMATICS EDUCATION

Challenges and possibilities of a liberating educational practice

Mariana dos Santos Cezar

(Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, Brasil)

marianascezar@hotmail.com

Recibido: 10/07/2023

Aprobado: 10/07/2023

RESUMO

O objetivo desse artigo é apresentar os desafios e as possibilidades de se desenvolver – em contextos formativos que discutem o ensino da matemática sob a perspectiva da Educação Matemática Crítica – um processo de empoderamento docente por intermédio de uma prática educativa libertadora com professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para tal propósito, é apresentado um recorte de uma pesquisa de doutorado de abordagem qualitativa, com características de pesquisa-ação, desenvolvida com cinco professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola estadual de São Paulo, que participaram de uma formação continuada que teve como princípios teóricos e práticos a Educação Matemática Crítica e a Educação Libertadora. Por um período de nove meses, ao longo de quinze encontros, dialogou-se a respeito de temas advindos dos saberes de experiência das docentes e de suas relações com o contexto educacional. A ideia de dialogar a respeito desses temas permitiu não só tomar consciência da realidade, mas também construir ações visando a transformação da prática pedagógica. Desse modo, os diálogos estabelecidos entre as participantes e a pesquisadora também deram abertura para que o ensino da matemática fosse refletido e discutido nos termos da Educação Matemática Crítica. Os dados produzidos ao longo da formação continuada foram analisados e interpretados à luz da Análise Dialógica do Discurso, oriunda dos estudos bakhtinianos. Os resultados desta investigação mostraram que a escola se encontrava submetida a uma burocratização do sistema escolar que, por meio das relações de poder, submetia as docentes participantes a normas e hierarquias que resultavam, na percepção delas, em situações-limite que, a princípio, não poderiam ser superadas. A partir dessa constatação, identificou-se que o principal desafio do desenvolvimento do processo de empoderamento é romper com a perspectiva de que as situações vivenciadas pelas docentes participantes não podem ser superadas. Mas, na medida em que as situações apresentadas são problematizadas, em que a realidade é desvelada e entendida como problemas, esses desafios transformam-se em possibilidades de ação e superação.

Palavras-chave: ensino de matemática. educação matemática crítica. empoderamento. educação libertadora.

RESUMEN

El objetivo de este artículo es presentar los desafíos y posibilidades de desarrollar – en contextos formativos que discutan la enseñanza de las matemáticas desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica – un proceso de empoderamiento docente a través de una práctica educativa liberadora con docentes desde los primeros años de la escuela primaria. Para ello, se presenta un recorte de una investigación doctoral con abordaje cualitativo, con características de investigación-acción, desarrollada con cinco docentes de los años iniciales de la Enseñanza Básica de una escuela pública de São Paulo, que participaron de una formación permanente que tuvo como principios teóricos y prácticos, la Educación Matemática Crítica y la Educación Liberadora. Durante un período de nueve meses, a lo largo de quince encuentros, se dialogó sobre temas surgidos del conocimiento de la experiencia de los docentes y sus relaciones con el contexto educativo. La idea de dialogar sobre estos temas permitió no solo tomar conciencia de la realidad, sino también construir acciones encaminadas a transformar la práctica pedagógica. De esta forma, los diálogos establecidos entre los participantes y la investigadora también abrieron el camino para que la enseñanza de las matemáticas sea reflexionada y discutida en términos de Educación Matemática Crítica. Los datos producidos durante la formación continua fueron analizados e interpretados a la luz del Análisis Dialógico del Discurso, derivado de los estudios bakhtinianos. Los resultados de esta investigación mostraron que la escuela estuvo sometida a una burocratización del sistema escolar que, a través de relaciones de poder, sometió a los docentes participantes a normas y jerarquías que resultaron, en su percepción, en situaciones límite que, en principio, no podían ser superado. A partir de esta observación, se identificó que el principal desafío del desarrollo del proceso de empoderamiento es romper con la perspectiva de que las situaciones vividas por los docentes participantes no se pueden superar. Pero, a medida que se problematizan las situaciones presentadas, en las que la realidad se desvela y se comprende como problemas, estos desafíos se convierten en posibilidades de acción y superación.

Palabras clave: enseñanza de las matemáticas. educación matemática crítica. empoderamiento. educación libertadora.

ABSTRACT

The objective of this article is to present the challenges and possibilities of developing - in formative contexts that discuss the teaching of mathematics from the perspective of Critical Mathematics Education - a process of teacher empowerment through a liberating educational practice with teachers from the early years of the Elementary School. For this purpose, an excerpt of a doctoral research with a qualitative approach is presented, with action research characteristics, developed with five teachers from the early years of Elementary School of a state school in São Paulo, who participated in a continuing education that had as theoretical and practical principles Critical Mathematics Education and Liberating Education. For a period of nine months, over fifteen meetings, there was dialogue about themes arising from the knowledge of the teachers' experience and their relationship with the educational context. The idea of dialoguing about these themes allowed not only to become aware of the reality, but also to build actions aimed at transforming pedagogical practice. In this way, the dialogues established between the participants and the researcher also opened the way for the teaching of mathematics to be reflected and discussed in terms of Critical Mathematics Education. The data produced during the continuing education were analyzed and interpreted in the light of the Dialogical Analysis of Discourse, derived from Bakhtinian studies. The results of this investigation showed that the school was subjected to a bureaucratization of the school system that, through power relations, submitted the participating teachers to norms and hierarchies that resulted, in their perception, in limit situations that, in principle, could not be overcome. Based on this observation, it was identified that the main challenge

in the development of the empowerment process is to break with the perspective that the situations experienced by the participating teachers cannot be overcome. But, as the situations presented are problematized, in which reality is unveiled and understood as problems, these challenges become possibilities for action and overcoming.

Keywords: mathematics teaching. critical mathematics education. empowerment. liberating education.

Introdução

Empoderamento docente é o termo que utilizamos para expressar um processo de conscientização em busca de uma prática educativa libertadora no âmbito de contextos formativos que discutem o ensino da matemática sob a perspectiva da Educação Matemática Crítica. Contudo, falar sobre empoderamento é abrir um leque de possibilidades e de entendimentos. Isso porque o termo tem sido apropriado por inúmeros movimentos em diferentes âmbitos da sociedade – social, cultural, econômico e político.

Devido a essa diversidade em relação ao termo, buscamos compreender o desenvolvimento do processo de empoderamento docente em contextos formativos, na teoria e na prática. Na teoria, adotamos como vertente a compreensão de que empoderar não é doar ou receber poder, mas se libertar, pois, na medida em que tomamos consciência da realidade e agimos em prol de sua transformação, nos libertamos e, portanto, nos empoderamos. Na prática, o processo de empoderamento ocorre por meio de uma conscientização crítica, que é viabilizada por intermédio de uma prática educativa libertadora e dialógica.

Diante de tais abordagens, refletimos sobre os desafios e as possibilidades que um processo formativo poderia revelar se ele tivesse como foco o empoderamento docente. Desse modo, nos propomos a investigar: Quais os desafios e as possibilidades de se desenvolver – em contextos formativos que discutem o ensino da matemática sob a perspectiva da Educação Matemática Crítica – um processo de empoderamento docente por intermédio de uma prática educativa libertadora com professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental?

Para tal finalidade, propomos uma formação continuada, que foi realizada com cinco professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola estadual de São Paulo. Durante um período de nove meses, realizamos quinze encontros de formação que foram construídos coletivamente com as participantes. Os temas discutidos que compuseram o conteúdo programático dos encontros foram escolhidos a partir do que as docentes revelaram acerca de seus saberes de experiência e de suas relações com o contexto escolar. Desse modo, os diálogos estabelecidos entre as participantes e a pesquisadora também deram abertura para que os processos de ensino e aprendizagem da matemática fossem refletidos e discutidos nos termos da Educação Matemática Crítica.

A seguir, apresentamos como construímos nossa compreensão acerca de empoderamento e processo de empoderamento. Em seguida, descrevemos o percurso metodológico e como construímos a formação continuada tendo como base o processo de conscientização da perspectiva freireana.

Processo de empoderamento enquanto processo de conscientização

Conforme já mencionado, falar sobre empoderamento no contexto educacional é abrir um leque de possibilidades e entendimentos. Nesse sentido, discutir o tema requer cuidado, cautela e criticidade. Por isso é fundamental especificar sob qual viés teórico e prático nos subsidiamos para discutir empoderamento e processo de empoderamento docente.

O termo empoderamento é um neologismo, ou seja, é uma palavra derivada de outra já existente – *empowerment*. Sumariamente, conforme ressalta Berth (2020), o neologismo empoderamento significa “dar poder”. Mas, a que poder esta investigação se refere?

O poder pode ser entendido a partir de diferentes concepções. Para esta investigação, adotamos a concepção freireana. Na concepção freireana, conforme explica Gadotti (2019), existe uma relação de poder, a relação entre opressor-oprimido – relação de mando e de subordinação. Nessa relação, o poder é centralizado nos opressores e gera os despossuídos de poder – os oprimidos. Para que haja uma descentralização desse poder, Freire ([1974] 2018) defende a necessidade de democratizar as relações, e isso só é possível com a libertação dos oprimidos. Assim, adquirir poder é libertar-se da condição de oprimido, libertando, também, o opressor.

Nessas primeiras linhas, apresentamos o trajeto de construção acerca do entendimento do termo empoderamento. Assim, se sumariamente empoderamento significa “dar poder” e o poder pode ser entendido a partir de diferentes concepções, pela concepção freireana de poder, empoderamento significa libertação.

No entanto, vale ressaltar, que o empoderamento é mais do que uma descoberta individual, ele emerge de um processo de ação coletiva que se dá na interação entre indivíduos que buscam uma transformação social. Refletindo a esse respeito, com a atenção voltada para o contexto educacional, podemos relacionar o processo de ação coletiva com um processo de ação formativa, que pode se desenvolver na interação entre professores, que buscam uma transformação da prática docente.

Diante do que foi descrito até o momento, há mais um ponto a ser considerado no que diz respeito ao que compreendemos, nesta pesquisa, sobre empoderamento. Alinhado ao significado de libertação, adotado para o termo, conforme já explicado acima, entendemos que se buscamos uma libertação não só do indivíduo, mas do coletivo ao qual ele/ela pertence, é necessária uma ação conjunta. Portanto, empoderamento, consoante a esse viés, se dá no âmbito coletivo, e está ligado à classe social.

Então como o empoderamento coletivo pode ser considerando a classe docente? Inicialmente é relevante destacar que, a nosso ver, a transformação social também pode ocorrer nas microssociedades, como a escola, em virtude de no espaço escolar existirem as relações de poder, que precisam ser democratizadas para que haja uma descentralização desse poder. Pensando na classe docente, é necessário que o grupo de professores participe democraticamente das tomadas de decisões e da análise crítica acerca dessas decisões que impactam em sua prática docente. Isso pode ser possível se a classe trabalhadora, por meio de suas experiências, da sua própria construção de cultura e de sua coletividade, se empenhar na obtenção do poder, ou seja, na libertação da classe.

Nesse sentido, conforme assinalam Fischman (2009), Baquero (2012) e Cezar (2022), o empoderamento se relaciona com o processo de conscientização descrito por Freire ([1974] 2018), que implica na passagem de uma consciência ingênua para uma consciência crítica. Nesse processo, de acordo com o autor e com as autoras, indivíduos e grupos atuam desenvolvendo autonomia, liberdade e crítica em prol da transformação da realidade.

A conscientização para a concepção freireana é o desenvolvimento crítico da tomada de consciência sobre a realidade. Todavia, pode se observar que a tomada de consciência ainda não é a conscientização, pois:

[...] a conscientização implica que se passe da esfera espontânea de apreensão da realidade para uma esfera crítica, na qual a realidade se oferece como objeto cognoscível e na qual o homem assume um posicionamento epistemológico (FREIRE, [1979] 2016, p. 56).

Por esse motivo, a conscientização não se resume em conhecer a realidade. Ela se constitui com a práxis, pois na medida em que o ser humano toma conhecimento da própria realidade e se compromete com sua transformação, ele/ela vai se tornando consciente.

Em outros termos, a consciência crítica, que é fruto de uma educação dialógica e conscientizadora, é a representação de como os fatos operam na experiência empírica e é a forma mais crítica de conhecer a realidade. Mas essa consciência crítica não se desenvolve naturalmente, mas por intermédio de um processo educativo de conscientização, por meio do qual homens e mulheres em condição de opressão se libertam.

Diante disso, se a libertação é fruto de um processo de conscientização e compreendemos que empoderar-se é libertar-se, portanto, o processo de empoderamento pode ser entendido como um processo de conscientização.

Nessas condições, como pode ser pensando o processo de conscientização em contextos formativos de professores?

Para responder a essa questão, realizamos uma (re)leitura da epistemologia freireana no que diz respeito à metodologia adotada no círculo de cultura. Segundo Brandão (1991), o círculo de cultura é uma ideia que substitui o aspecto tradicional da sala de aula, pois os participantes se dispõem em círculo ao redor de companheiros ou de companheiras, que mediam o processo educativo. Nesse interim, o mediador ou a mediadora orienta um trabalho em equipe, buscando a participação do grupo em todos os momentos do diálogo. O diálogo no grupo visa a produção de modos coletivos de pensar, de ensinar e de aprender. Assim, a coletividade aprende que aquilo que constrói é outra forma de fazer a cultura, o que faz seus integrantes sujeitos e seres de história. Desse modo, o trabalho no círculo de cultura é pensado e planejado com a coletividade, ou seja, a partir do diálogo entre mediadores e participantes (educadores e educandos).

A (re)leitura que realizamos da epistemologia freireana indicou que o processo de conscientização em contextos formativos de professores pode ser pensado, assim como no círculo de cultura, a partir de momentos de planejamento e de desenvolvimento, que denominamos de *investigação*, *tematização*, *problematização* e *conscientização*.

Na *investigação*, busca-se, por meio da relação dialógica com o outro, conhecer anseios, expectativas, dúvidas, ou seja, visões de mundo repletas de significados que implicam em temas, que constituirão a base do conteúdo programático. O que se pretende investigar não são as mulheres e os homens, “[...], mas o seu pensamento-linguagem referido à realidade, os níveis de sua percepção desta realidade, a sua visão do mundo, em que se encontram envolvidos seus ‘temas geradores’” (FREIRE, 2018, p. 121 – 122). Os temas são envolvidos e envolvem as *situações-limite*, que expressam os fatos vividos, a partir dos quais se constituirão nesses temas, a ser dialogados nos contextos formativos.

Na *tematização*, que caminha simultaneamente com a *investigação*, conforme explicam Cezar e Oliveira (2021), analisa-se o diálogo e constitui-se os temas com base nas situações apresentadas pelos participantes. A partir da *investigação* e da constituição dos temas, é possível construir coletivamente formas de (re)agir, de contrapor e de transformar as situações vivenciadas. Para tal, nos adentramos em um processo de *problematização*.

Na nossa (re)leitura, pensando na formação de professores, a *problematização* é o momento em que as situações são apresentadas em forma de temas a serem dialogados com o grupo. O diálogo acerca dessas situações, segundo Freire ([1974] 2018), é o momento da descodificação, ou seja, da análise crítica da situação codificada.

Em vista disso, a *conscientização* se dá no desenvolvimento crítico da tomada de consciência da realidade e do ato de ação-reflexão – *práxis* (FREIRE, [1979] 2020). A tomada de consciência que pode iniciar desde a *investigação* – quando os docentes começam a dialogar a respeito das situações vivenciadas –, se desenvolve com a *problematização*. Em consonância, o processo de conscientização, que se inicia desde a *investigação*, se concretiza a partir da *práxis*.

Os momentos do processo de conscientização representam possibilidades de se construir um processo formativo, que vise uma prática educativa libertadora. Alinhados a essa perspectiva, como pensar essa prática educativa libertadora em aulas de Matemática?

Conforme destacam Cezar, Oliveira e Chaves (2020), a tendência Educação Matemática Crítica apresenta em seu aporte teórico e prático elementos que podem ser identificados e potencializados na formação e na prática docente como o diálogo, o desenvolvimento da autonomia, a formação do cidadão crítico, a percepção crítica da realidade, que possibilitam conhecer e valorizar a história de vida dos estudantes e professores, assim como permitem construir perspectivas de futuro.

Portanto, sob a perspectiva dessa tendência, o ensino da matemática pode ser discutido com/para a responsabilidade social e política. Dessa forma, pensar o ensino e a aprendizagem matemática é pensar nos diferentes contextos em que ele acontece, dentro e fora da escola. Trata-se de pensar em uma formação docente que privilegie uma prática educativa dialógica e libertadora.

Percurso metodológico a respeito da pesquisa

O recorte apresentado, conforme mencionado anteriormente, é fruto de uma pesquisa de doutorado que possui abordagem qualitativa, segundo os princípios teóricos de Bogdan e Biklen (1994), com características de pesquisa-ação, que foram identificadas nas obras de Thiollent (2011).

A pesquisa foi realizada em uma Escola Estadual de Ensino Fundamental de São Paulo. O grupo investigado foi composto por cinco professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, que lecionam, uma em cada ano de escolaridade, do 1º ao 5º ano, que doravante chamaremos pelos nomes fictícios de Clara, Mariinha, Vandi, Agnes e Carol. O espaço de realização foi o destinado aos encontros de Aula de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPC) e ao planejamento do Projeto Educação Matemática nos Anos Iniciais (EMAI).

Por um período de nove meses, no decorrer do ano de 2019, realizamos quinze encontros de formação continuada que foram construídos coletivamente com as participantes. Os temas discutidos que compuseram o conteúdo programático dos encontros foram escolhidos a partir do que as docentes revelaram sobre seus saberes de experiência. Assim, por meio da ação de formação proposta, pautada em uma prática educativa libertadora, construímos coletivamente um espaço dialógico e formativo no ambiente escolar, que visou compreender o desenvolvimento do processo de empoderamento docente via instauração de um processo de conscientização e discutir o ensino da matemática sob a perspectiva da Educação Matemática Crítica.

Os dados produzidos ao longo dos encontros foram registrados em gravações de áudio e diários de campo. A análise e a interpretação dos dados foram subsidiadas pela Análise Dialógica do Discurso, oriunda dos estudos bakhtinianos.

A construção da formação continuada

O processo de formação foi construído partindo do processo de conscientização descrito por Freire ([1974] 2018), acerca dos momentos: investigação, tematização, problematização e conscientização.

No momento da investigação que se caracterizou como fase exploratória, objetivamos conhecer as perspectivas do grupo acerca da ação de formação e captar nas enunciações das docentes possíveis temas a serem abordados na ação. Para tal, convidamos as participantes a se expressarem a respeito de suas necessidades e expectativas.

O processo de busca desses temas revelou a existência de situações vivenciadas pelas docentes no espaço escolar, que se configuravam, para as participantes, como barreiras ao desenvolvimento da autonomia,

da liberdade na prática pedagógica e do ensino da matemática sob uma perspectiva crítica. Das situações apresentadas, destacamos quatro delas para exemplificar como construímos a formação continuada a partir das situações apresentadas pelas docentes: (i) *Falta de autonomia e ausência de identidade docente no planejamento e na execução das aulas de Matemática*; (ii) *Possível falta de confiança e de valorização dos saberes que as docentes possuem*; (iii) *Limitação do material didático no que diz respeito às atividades e aos conteúdos*; (iv) *Obrigatoriedade em trabalhar com atividades apresentadas no material didático adotado pelo sistema de ensino, seguindo a sequência proposta no material*;

As situações descritas revelaram temas a ser discutidos. Nessa etapa de tematização, evidenciamos que a estrutura escolar estava alicerçada na burocratização do sistema (TRAGTENBERG, 2012) que, por meio das relações de poder, submetia as docentes a regras e hierarquias que provocavam, na percepção das docentes, situações que, a princípio, não poderiam ser superadas.

Diante disso, pensando em romper essa visão acrítica acerca das situações apresentadas, dos temas construímos, apresentamos dois: Diálogos a respeito da democracia e *Diálogos a respeito da Educação Matemática Crítica*.

O primeiro tema em destaque emergiu a partir das situações (ii) e (iv), pois observamos que existia naquele espaço escolar ações que indicavam o desenvolvimento de atitudes antidemocráticas. Para fomentar esse diálogo e para adentrarmos em um momento de problematização, realizamos ao longo do encontro as seguintes perguntas: O que entendemos por democracia? O espaço escolar é democrático? Considerando tudo o que foi discutido, podemos dizer que vivemos em um espaço democrático? E nós enquanto educadoras, somos democráticas?

Com base nessas perguntas fomos, pesquisadora e participantes, construindo coletivamente ideias a respeito da democracia e observando se reproduzíamos em nossas salas de aula ações antidemocráticas. Assim, com base em Skovsmose (2001), concluímos que para tornar o ambiente escolar, em especial, o espaço de sala de aula mais democrático, o diálogo precisa ser o ponto de partida de toda a relação. E, para não reproduzirmos em nossa sala de aula relações antidemocráticas que, por vezes, vivenciamos no ambiente escolar, entendemos que é preciso que os estudantes participem do processo educativo como sujeitos da própria aprendizagem e, como tal, possam participar das tomadas de decisão e da reflexão crítica acerca dessas decisões.

O segundo tema *Diálogos a respeito da Educação Matemática Crítica* emergiu a partir das situações (i) e (iii). Iniciamos os diálogos acerca do tema buscando conhecer a leitura e os conhecimentos prévios das docentes sobre a tendência para, coletivamente, pensar o ensino da matemática numa perspectiva crítica. Assim, iniciamos o diálogo, perguntado as participantes: o que podemos pensar sobre Educação Matemática Crítica?

O diálogo com as docentes permitiu-nos constatar que a tendência era algo novo, ainda não estudado ou utilizado por elas. Por outro lado, presumimos que elas entendiam que o ensino da matemática na perspectiva crítica não se resume a uma simples resolução de exercícios ou a aprendizagem de conteúdos matemáticos, mas que perpassa os ensinamentos de sala de aula e possibilita o desenvolvimento de um olhar crítico e de uma construção política.

O processo dialógico, tendo como ponto de partida os conhecimentos prévios e os saberes de experiência das docentes, possibilitou a reflexão crítica acerca do ensino da matemática na perspectiva crítica, como pode ser notado nos diálogos abaixo. Desse modo, mesmo sem conhecerem os fundamentos teóricos da Educação Matemática Crítica, as docentes construíram percepções acerca da tendência.

Pesquisadora: A Educação Matemática precisa preparar os estudantes para investigar, questionar, criticar e desafiar as estruturas opressivas e compreender as condições sociais, políticas, econômicas, culturais e históricas da nossa sociedade.

Vandi: Acho essa reflexão importantíssima nos anos iniciais, porque a criança está saindo do imaginário para o real, eles já estão percebendo que a história da cinderela não existe [...].

Agnes: Os alunos sabem as coisas lá de fora, eles têm conhecimento de mundo.

Carol: Meus alunos sabem mexer com dinheiro, eles entendem, eles sabem quando é caro. E eles não são bobos. Temos que ajudá-los a pensar criticamente sobre isso.

Vandi: Hoje estudando gráficos eles me perguntaram se o dado era verdadeiro, eu falei vamos ver a fonte, olha o que está falando “é da internet”. Então eu peguei meu celular e mostrei para eles que tinha sido tirado da internet aquele dado, e expliquei: quando escrever a palavra fictício, eu expliquei o que era ficção e olhamos no dicionário o significado da palavra, eles queriam que eu olhasse no google que vai mais rápido, mas falei vamos olhar no dicionário. Eu espero que seja para esse lado, esse olhar político que esteja lançando essa matemática crítica que você vai falar.

Após esse diálogo, apresentamos as obras adotadas de Ole Skovsmose para fundamentar e permear nossas discussões. Optamos por não abordar conceitos para que fosse possível construí-los coletivamente ao longo da formação continuada. Assim, ao longo dos encontros o momento de *conscientização* se desenvolveu com o ato de ação-reflexão quando discutimos o ensino da matemática sob a perspectiva da Educação Matemática Crítica e quando as docentes colocaram em prática em sala de aula. É nesse momento que a Educação Matemática Crítica entra em discussão como possibilidade de *práxis* para o ensino.

Essa proposta vem dialogar com o processo de *conscientização*, uma vez que, as docentes ao tomarem consciência das situações vivenciadas nos momentos de *investigação*, *tematização* e *problematização*, reconheceram que precisavam agir para superar as situações. Essa forma de ação estava relacionada ao planejamento e execução das aulas de matemática.

Considerações

Consideramos, nesta investigação, que o principal desafio do desenvolvimento do processo de empoderamento foi romper com a perspectiva de barreira – provocada pela burocratização do sistema escolar – e isso se deu por meio do processo de conscientização, ou seja, na medida em que as situações apresentadas pelas docentes eram problematizadas, em que a realidade era desvelada e entendida como problemas, que desafiam e exigem respostas no nível intelectual e no nível da ação.

Esse desafio transformou-se em possibilidade na medida em que as docentes tomaram consciência que as situações vivenciadas poderiam ser superadas por meio do desenvolvimento de uma prática educativa mais autônoma e crítica.

Além disso, consideramos que construir uma formação continuada, com base nos pressupostos da epistemologia freireana, possibilitou a tomada de consciência da realidade, o rompimento da visão acrítica acerca das situações vivenciadas no contexto escolar e o desenvolvimento de ações para a superação dessas situações e para a construção de uma consciência crítica.

Referências

- Baquero, R. V. A. (2012). Empoderamento: instrumento de emancipação social? Uma discussão conceitual. *Revista Debates*, 6(1), pp. 173-187.
- Berth, J (2020). *Empoderamento*. Sueli Carneiro.
- Bogdan, R., Biklen S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto Editora.
- Brandão, C. R. (1991). *O que é Método Paulo Freire*. Brasiliense.

Cezar, M. S. (2022). *Empoderamento Docente e Educação Matemática Crítica: em busca de uma prática educativa libertadora nos anos iniciais do Ensino Fundamental*. [Tese de Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática, Instituto de Física Gleb Wataghin Universidade Estadual de Campinas, São Paulo].

Cezar, M. S., Oliveira, S. R. (2021). É tempo de esperar: contribuições da epistemologia freireana na/para uma formação continuada. *Revista Teias*, 22(67), 203-216.

Cezar, M. S., Oliveira, S. R. & Chaves, R. (2020). Estudo Exploratório de Pesquisas Referentes à Educação Matemática Crítica: um enfoque reflexivo nos anos iniciais do Ensino Fundamental. *Revista Educação Matemática Pesquisa*, 22(3), 457-484.

Fischman, G. E. (2009). Um/Taming Freire's Pedagogy of the Oppressed. In: Apple, M. W.; Au, W.; Gandin, L. A. *The Routledge International Handbook of Critical Education*. Routledge, 232 - 239.

Freire, P. ([1979] 2016). *Conscientização*. Cortez Editora.

Freire, P. ([1974] 2018). *Pedagogia do oprimido*. Paz e Terra.

Freire, P. ([1979] 2020). *Educação e Mudança*. Paz e Terra.

Gadotti, M. Poder. In: Streck, D. R.; Redin E.; Zitkoski, J. J. (Orgs.). *Dicionário Paulo Freire*. Autêntica Editora, 371-373.

Skovsmose, O. (2001). *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia*. Papirus.

Thiollent, M. (2011). *Metodologia da pesquisa-ação*. Cortez.

Tragtenberg, M. (2012). *Educação e burocracia*. Editora Unesp.

INVESTIGACIONES DESDE ENFOQUES SOCIO POLÍTICOS DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA

UNA APROXIMACIÓN INICIAL

*RESEARCH FROM A SOCIO-POLITICAL APPROACH TO MATHEMATICS EDUCATION
IN COLOMBIA*

An initial approximation

*PESQUISA DE ABORDAGENS SOCIOPOLÍTICAS PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA
COLÔMBIA*

Uma aproximação inicial

Edna Paola Fresneda-Patiño

(Universidad Federal de Minas Gerais, Secretaría de Educación Distrital, Colombia)

epfresnedap21@ufmg.br

Gabriel Mancera-Ortiz

(Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia)

gmancerao@udistrital.edu.co

Francisco Javier Camelo-Bustos

(Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia)

fjcamelob@udistrital.edu.co

Recibido: 10/07/2023

Aprobado: 10/07/2023

“¿Para qué escribe uno, si no es para juntar sus pedazos?”

Eduardo Galeano

RESUMEN

El objetivo de este documento es presentar una aproximación a las disertaciones desarrolladas en el contexto colombiano que abordan, en sus marcos de referencia, asuntos relacionados al enfoque socio político de la educación matemática, en la idea de identificar por donde ha transitado la comunidad en este tipo de ejercicios académicos. Para ello, se tuvieron en cuenta 61 disertaciones desarrolladas en el periodo 2011-2021, en tres universidades colombianas con reconocimiento por el desarrollo de trabajos académicos e investigativos en torno al estudio del enfoque socio político. Metodológicamente la revisión de las disertaciones se hizo teniendo en cuenta las fases propuestas por Valero y Planas (2016). La revisión preliminar permitió identificar siete categorías: i) montaje de escenarios de aprendizaje desde la Educación Matemática Crítica —EMC—, ii) tensiones y obstáculos que vivencia el profesor cuando desarrolla prácticas pedagógicas; iii) procesos de evaluación desde prácticas sociales fundamentadas en la EMC; iv) estudio de asuntos teóricos diversos desde la EMC; v) ambientes de modelación matemática, desde perspectivas sociocríticas;

vi) asuntos sobre la Etnomatemática y el giro decolonial; y vii) revisiones documentales. Circunstancia que nos permite reconocer abordajes investigativos desde enfoques socio políticos que se están desarrollando en las disertaciones. Identificando reflexiones sobre prácticas pedagógicas desde la creación de escenarios de aprendizaje o de ambientes de modelación matemática; reflexiones de carácter teórico sobre pensamiento crítico, formación en valores democráticos; relación entre el micro y macro contexto en clase de matemáticas; reconocimiento y estudio de las tensiones que experimenta el profesor cuando decide salir de su zona de confort. Si bien, se reconocen elementos desde los enfoques socio políticos que aún no han sido explorados, relacionados por ejemplo con cuestiones de raza, identidad, cuestiones de género y justicia social, entre otras; resulta importante resaltar el trabajo que se viene realizando en distintas universidades colombianas en la búsqueda de ahondar en investigaciones que vinculen las matemáticas con asuntos sociales, económicos, políticos y culturales desde un trabajo colaborativo entre escuela y universidad.

Palabras clave: enfoques socio políticos. educación matemática crítica. modelación matemática. etnomatemática. revisión documental.

ABSTRACT

The purpose of this paper is to present an approach to the dissertations developed in the Colombian context that address, in their frames of reference, issues related to the socio-political approach to mathematics education, with the idea of identifying where the community has gone in this type of academic exercises. To this end, 61 dissertations developed in the period 2011-2021 were taken into account, in three Colombian universities with recognition for the development of academic and research work on the study of the socio-political approach. Methodologically, the review of the dissertations was carried out taking into account the phases proposed by Valero and Planas (2016). The preliminary review made it possible to identify seven categories: i) setting up learning scenarios from Critical Mathematics Education (CME); ii) tensions and obstacles experienced by teachers when developing pedagogical practices; iii) evaluation processes from social practices based on CME; iv) study of diverse theoretical issues from CME; v) mathematical modelling environments from socio-critical perspectives; vi) issues on Ethnomathematics and the decolonial turn; and vii) documentary reviews. Circumstances that allow us to recognise research approaches from socio-political approaches that are being developed in the dissertations. Identifying reflections on pedagogical practices from the setting up of learning scenarios or mathematical modelling environments; theoretical reflections on critical thinking, training in democratic values; the relationship between the micro and macro context in mathematics classes; recognition and study of the tensions experienced by teachers when they decide to leave their comfort zone. Although elements are recognized from socio-political approaches that have not yet been explored, related, for example, to issues of race, identity, gender issues and social justice, among others; it is important to highlight the work that has been carried out in different Colombian universities in the search to delve into research that links mathematics with social, economic, political and cultural issues from a collaborative work between school and university.

Keywords: socio-political approaches. critical mathematics education. mathematical modeling. ethnomathematics. documentary review.

RESUMO

O objetivo deste documento é apresentar uma abordagem das dissertações desenvolvidas no contexto colombiano que abordam, em seus marcos de referência, questões relacionadas ao enfoque sociopolítico da educação matemática, com a ideia de identificar onde a comunidade tem avançado nesse tipo de exercício acadêmico. Para isso, foram consideradas 61

dissertações desenvolvidas no período de 2011 a 2021, em três universidades colombianas reconhecidas pelo desenvolvimento de trabalhos acadêmicos e de pesquisa sobre o estudo do enfoque sociopolítico. Metodologicamente, a revisão das dissertações foi realizada levando-se em conta as fases propostas por Valero e Planas (2016). A revisão preliminar permitiu identificar sete categorias: i) criação de cenários de aprendizagem a partir da Educação Matemática Crítica (EMC); ii) tensões e obstáculos vivenciados pelos professores no desenvolvimento de práticas pedagógicas; iii) processos de avaliação a partir de práticas sociais baseadas na EMC; iv) estudo de diversas questões teóricas a partir da EMC; v) ambientes de modelagem matemática, a partir de perspectivas sociocríticas; vi) questões sobre Etnomatemática e o giro decolonial; e vii) revisões documentais. Circunstâncias que nos permitem reconhecer abordagens de pesquisa a partir de enfoques sociopolíticos que estão sendo desenvolvidos nas dissertações. Identificando reflexões sobre práticas pedagógicas a partir da criação de cenários de aprendizagem ou ambientes de modelagem matemática; reflexões teóricas sobre pensamento crítico, formação em valores democráticos; a relação entre o contexto micro e macro nas aulas de matemática; reconhecimento e estudo das tensões vividas pelos professores quando decidem sair de sua zona de conforto. Embora sejam reconhecidos elementos de enfoques sociopolíticos que ainda não foram explorados, relacionados, por exemplo, a questões de raça, identidade, gênero e justiça social, entre outros, é importante destacar o trabalho que está sendo realizado em diferentes universidades colombianas na busca de pesquisas mais aprofundadas que vinculem a matemática a questões sociais, econômicas, políticas e culturais por meio do trabalho colaborativo entre escola e universidade.

Palavras-chave: abordagens sociopolíticas. educação matemática crítica. modelagem matemática. etnomatemática. revisão documental.

¿Por qué caminar este sendero?

Hace aproximadamente dos décadas, los enfoques socio políticos de la Educación Matemática llegaron a Colombia para posibilitar otras formas de considerar, tanto las prácticas pedagógicas, como las prácticas investigativas en este campo, invitando a docentes e investigadores interesados a reflexionar sobre formación ciudadana, democracia y asuntos políticos. Al respecto, se han constituido colectivos, grupos y redes que vienen generando otras formas de ser, hacer y pensar tanto el aula de matemáticas como la investigación, de modo que se propicien escenarios y ambientes desde el aula de matemáticas, que involucren a los estudiantes en la discusión de asuntos sociales, políticos, económicos, culturales y medio ambientales.

En este contexto es posible identificar que se han desarrollado trabajos que ponen en juego asuntos que devienen de lo que hemos denominado enfoque socio político de la educación matemática. No obstante, a nivel nacional y regional se carece de una sistematización de tales trabajos, que permita a investigadores y profesores situar el estado actual de desarrollo de la investigación, sus exponentes principales y sus relaciones con la arena internacional. En otras palabras, no es posible identificar de manera rigurosa qué se ha desarrollado, ni quienes han aportado al desarrollo de este enfoque.

Consideramos importante plantear que por enfoque socio político entendemos, de manera inicial, a los trabajos relacionados con el giro sociopolítico (Gutiérrez, 2013) o la perspectiva de la política cultural de la educación matemática (Valero, Andrade y Montecino, 2015). Con respecto de la primera, retomamos, entre otros aspectos, los señalamientos que consideran los lazos entre conocimiento, poder e identidad; mientras que en la segunda nos centramos en aceptar que las formas matemáticas de conocer están imbricadas en las relaciones históricas, sociales, económicas, culturales, éticas y políticas que son parte de la escuela y la escolaridad.

En cuanto a nuestro proceder metodológico, adaptamos, para la revisión que nos proponemos, la propuesta planteada por Planas y Valero (2016), basándonos en nuestros conocimientos sobre la

investigación existente en el campo y el desarrollo que hemos identificado, principalmente en Colombia. Así las cosas, seguimos el desarrollo de tres etapas que mantuvieron un espíritu inductivo, pues no establecemos categorías a priori; tales etapas son: *selección* —de literatura y avances disponibles—, *estructuración* —en donde establecimos perspectivas, líneas, relaciones y quiénes las representan— y *análisis* —donde damos cuenta de los aspectos identificados—.

Como un primer paso en este propósito, presentamos una aproximación a las disertaciones¹ que abordan, en sus marcos de referencia, asuntos relacionados al enfoque socio político de la educación matemática, en la idea de identificar por donde ha transitado la comunidad en este tipo de ejercicios académicos. Esta aproximación, hace parte del trabajo de investigación doctoral que Paola Fresneda, una de las autoras de este documento, viene adelantando en el programa del doctorado Latinoamericano en Educación: Conocimiento e inclusión social de la Universidad Federal de Minas Gerais, en Belo Horizonte, Brasil.

Echando a andar el camino

Como punto de partida hemos tomado una revisión documental que socializamos para la XXXIII Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa —RELME 33— donde dimos cuenta de las disertaciones realizadas en la Maestría en Educación que ofrece la Universidad Distrital Francisco José de Caldas (UDFJC) —Bogotá, Colombia— (Fresneda y Camelo, 2019). Allí encontramos que, en el énfasis en educación matemática, en el periodo 2012-2018, se desarrollaron 21 disertaciones que se inscriben en el enfoque socio político, retomando postulados de la Educación Matemática Crítica —EMC— en particular (Skovsmose, 1994; Skovsmose y Valero, 2012).

Sabíamos que en otros lugares del país diversos profesores estaban realizando sus investigaciones situadas en estos enfoques, por lo tanto, resultaba importante ampliar la mirada, buscando respuestas a este interrogante: *¿En qué lugares de Colombia se están desarrollando prácticas investigativas desde los enfoques socio políticos de la Educación Matemática?* En la búsqueda de información que permitiera agrupar, a nivel nacional, un gran número de investigadores, profesores y comunidad del campo de la educación matemática, tomamos como referencia el Encuentro Colombiano de Matemática Educativa —ECME—, realizado por la Asociación Colombiana de Matemática Educativa —ASOCOLME—, en los años 1999 a 2018.

Desde el año 2015 se viene realizando una publicación digital coordinada por ASOCOLME y la Editorial Smart Math, con una periodicidad semestral, de acceso abierto, denominada Revista Colombiana de Matemática Educativa —RECME—. Además de esta revista, tomamos otras como la Revista Colombiana de Educación y la Revista Latinoamericana de Etnomatemática: Perspectivas socioculturales de la educación matemática. La intención era rastrear artículos situados desde enfoques socio políticos de la Educación Matemática.

Iniciamos la revisión en la RECME considerando el periodo comprendido entre 2015-2020, identificando 8 números en los que rastreamos artículos relacionados con nuestro interés. En total se identificaron 27 artículos. En el número 1 del año 2015, se presentaron cuatro artículos planeados por autores con filiación a la Universidad Pedagógica Nacional (2), Universidad de Antioquia (1) y Universidad del Cauca (1).

En el número 1 del año 2016 los documentos se incrementaron a quince, identificando filiación a las Universidades Pedagógica Nacional (5), de Antioquia (2), del Atlántico (3), Distrital (4) y un Colegio de Armenia (1). En el 2017 desde la Universidad de Antioquia (1) se presentó un artículo. Por último, en el 2018 se publicaron dos números, cuatro artículos, en el primero, desde las Universidades Distrital (2), Pedagógica y Tecnológica de Colombia (1) y de Antioquia (1); mientras en el segundo tres, desde las Universidades Distrital (2) y de Antioquia (1). Cabe señalar que en los años 2019 y 2020 no se registraron artículos en el enfoque socio político.

¹ Usamos este término para hacer referencia al documento final presentado por los estudiantes al terminar sus estudios de maestría porque presupone la capacidad de aplicar un método de análisis e interpretación.

En este contexto se identifica, de manera general, que en Colombia hay un interés por el desarrollo de investigaciones enmarcadas en este tipo de enfoques. Se retoma el aula de clase de matemáticas como un escenario para estudiar situaciones del contexto social y que son cercanas a la realidad que viven los estudiantes haciendo uso de las matemáticas. También se observa la representatividad de instituciones como la Universidad de Antioquia, la Universidad Pedagógica Nacional y la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, desde donde se ha venido aportando.

De otro lado, en la Revista Colombiana de Educación tomamos el dossier titulado: Equidad y educación matemática, Núm. 73 del año 2017 y Núm. 74 del 2018 y el dossier titulado: Diversidad y matemática, Núm. 86 del año 2022. Encontramos ocho artículos cuyos autores son investigadores reconocidos a nivel nacional e internacional, que vienen impulsando el trabajo, posibilitando espacios y discusiones que relacionan las matemáticas escolares y el currículo con asuntos como la vulnerabilidad social, la equidad, la desigualdad y la formación ciudadana desde el aula de clase.

Los autores de estos artículos han sido pioneros, impulsando y visibilizando el enfoque socio político desde sus investigaciones y desde sus procesos de formación doctoral, como se evidencia en la siguiente tabla:

Autor	Título
Sánchez-Robayo y Torres-Duarte (2017)	La responsabilidad del currículo de matemáticas en la formación de ciudadanos que cuestionen la estructura social de clases
Camelo-Bustos, Mancera-Ortiz y Salazar-Amaya (2017)	Una mirada a la equidad en nuestras prácticas desde la dimensión política de la educación matemática
Valero-Dueñas (2017)	El deseo de acceso y equidad en la educación matemática
Valoyes-Chávez (2017)	Inequidades raciales y educación matemática
García-Oliveros y Romero-Rey (2018)	Matemáticas para todos en tiempos de la inclusión como imperativo. Un estudio sobre el programa Todos a Aprender
García-Oliveros (2022)	Posibilidades de la diversidad: una perspectiva crítica en educación matemática a través del enfoque desigualdad social
Torres-Duarte (2022)	Miradas críticas en la Educación Matemática
Mancera-Ortiz, Araújo y Camelo-Bustos (2022)	Paradigma crítico de investigación y modelación matemática: transformaciones que desafían condiciones de vulnerabilidad social

Tabla 1: Artículos publicados en la Revista Colombiana de Educación. Fuente: Elaboración propia

Por último, tomamos como referente la Revista Latinoamericana de Etnomatemática: Perspectivas socioculturales de la educación matemática. De allí, nos enfocamos en los números especiales, titulados (Con/Per/Sub/Di)-versiones colombianas de la educación matemática crítica: haciendo un pensar/pensando un hacer. El propósito de estos números pretende registrar el momento de fulgor que están experimentando los enfoques socio políticos de la educación matemática en Colombia, visibilizando a nivel internacional la comunidad de autores y escuelas responsables de tal expansión (Parra, 2020; 2021). Se evidencia el creciente entusiasmo de los investigadores colombianos en educación matemática que se constata a través de la producción de 10 trabajos doctorales bajo este enfoque en los últimos cinco años, lo cual es un número significativo para la producción habitual en nuestro país.

De acuerdo con Parra (2020) la consolidación de esta comunidad de educadores inició a principios del siglo XXI de la mano de Paola Valero y Gloria García y ha continuado con el trabajo de grupos de investigación de distintas universidades del país. Tales grupos, consolidados por su trayectoria y reconocimiento en el Ministerio de Ciencia, Tecnología e Innovación —Minciencias²—, han desarrollado proyectos financiados, con el propósito de visibilizar el trabajo que se viene adelantando al

² Anteriormente denominado como COLCIENCIAS.

involucrar la universidad y la escuela en prácticas pedagógicas que posibiliten la producción de conocimiento en el campo de la educación matemática en Colombia.

Es importante reconocer que los grupos y/o colectivos de investigación que vienen trabajando el enfoque, se encuentran situados en el centro del país, constituidos por profesores y estudiantes de pregrado y posgrado. En la ciudad de Bogotá encontramos el grupo de investigación EdUtopía de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas que tiene como principales líneas de investigación: Etnomatemática, filosofía de la educación matemática, modelación matemática desde perspectivas sociocríticas y subjetividades.

El colectivo Educación matemática, diversidad y subjetividades —Edumadys— de la línea Diversidad en Educación Matemática, del grupo Didáctica de la Matemática en la Universidad Pedagógica Nacional y Universidad Distrital Francisco José de Caldas, se interesa por investigar asuntos como: diversidad en educación matemática; pensamiento crítico, pedagogía, currículo e interculturalidad en educación matemática.

Finalmente, la Red de Educadores Matemáticos Críticos —REDUMAC— es un colectivo conformado por docentes y egresados de programas de maestría que pertenecen a los dos grupos de investigación ya mencionados. Su trabajo inició por el interés de continuar consolidando su formación bajo los enfoques sociopolíticos de la educación matemática que habían alcanzado (Camelo, Fresneda y Galvis, 2019) realizando prácticas pedagógicas e investigativas colectivamente.

Por otro lado, en la ciudad de Medellín, encontramos dos grupos de investigación y un colectivo formado por egresados pertenecientes a la Universidad de Antioquia. El grupo Matemáticas, Educación y Sociedad —MES— cuyas principales líneas de investigación son: currículo, matemáticas y escuela; educación matemática, diversidad y cultura; tecnologías de información y comunicación (TIC) en la educación matemática; y formación inicial y continuada de profesores que enseñan matemáticas.

Perteneciente al MES surge el Grupo de Estudio de Filosofía y Educación Matemática —GEFEM—. Conformado por docentes y egresados de la maestría en educación y orientados por una actitud terapéutico deconstruccionista, buscan tejer relaciones desde las investigaciones adscritas al grupo, encontrando inspiración en el campo de la Etnomatemática en diálogo con la filosofía y el pensamiento decolonial (GEFEM, 2021).

El grupo de investigación Mathema: Formación en Educación Matemática cuyas principales líneas de investigación son la modelación y tecnologías en educación matemática y el pensamiento matemático en la educación básica. Como colectivo se preocupan por el análisis de problemas que atañen la formación matemática en distintos niveles escolares, abordándolos desde la investigación con proyección social.

Sin duda, cada día se vienen sumando investigadores de otras universidades del país interesados en el desarrollo de proyectos de investigación situados desde enfoques socio políticos de la educación matemática, al respecto Parra (2020) señala:

Si bien en distintas partes del mundo como Brasil, India o Sudáfrica conceptualizaciones como la educación matemática crítica, las matemáticas para la justicia social y otras afines están siendo pensadas, Colombia constituye un terreno fértil para que estas problematizaciones germinen de manera particular y propia, dadas las complejas situaciones de violencia y explotación que históricamente han marcado la construcción de esta nación (p. 1).

En Parra (2020, 2021) se presentan los adelantos más recientes de la comunidad de investigadores colombianos en dos números. En el primero se publican textos con los avances de seis trabajos doctorales que evidencian cómo se está “haciendo un pensar” acerca de cuestiones críticas de orden social y político de la educación matemática. El segundo, “pensando un hacer”, incluye los debates acerca de las potencialidades, limitaciones e implicaciones de estas iniciativas académicas. En la siguiente tabla se presentan tales trabajos:

Autor	Título del artículo
Torres-Duarte (2020)	La constitución de subjetividades éticas y políticas en la formación crítica de profesores de matemáticas
García-Quintero, Rendón-Mesa y Villa-Ochoa (2020)	La participación de profesores en la resignificación del currículo de matemáticas: un desafío sociopolítico de la educación matemática crítica
Mancera-Ortiz (2020)	Imaginando cómo podría ser el conocer reflexivo de los Bernabé Bernal
Salazar-Amaya (2020)	Acercamiento a la subjetividad de profesores de matemáticas mediante un estudio narrativo-autobiográfico de corte hermenéutico
Charry, Tamayo y Jaramillo (2020).	¿Matemáticas para todos? Deconstrucciones desde un territorio chocoano
Garzón (2020)	El saber escolar matemático en Colombia y la constitución de subjetividades
García (2021)	Posibilidad de lecturas en tiempos de tránsito: Perspectiva crítica en la educación matemática en el contexto colombiano
Amaris-Ruidiaz (2021)	Entre líneas y enunciaciones: Flaneur en la educación matemática en Colombia
Milani y Marcone (2021)	Una mirada a la investigación colombiana en Educación Matemática Crítica
Valero (2021)	Enactaciones de la Educación Matemática Crítica en Colombia

Tabla 2: Artículos publicados en la Revista Etnomatemática. Fuente: Elaboración propia

Sin duda, la revisión que presentamos evidencia que, en Colombia, en los últimos años se viene gestando un grupo colaborativo conformado por estudiantes, profesores e investigadores situados especialmente en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, la Universidad Pedagógica Nacional y la Universidad de Antioquia; que desarrollan sus procesos de investigación situados desde enfoques socio políticos de la educación matemática (Gutiérrez, 2013; Valero, Andrade y Montecino, 2015). Como se señaló, en estas universidades, existen grupos, colectivos y redes de investigación que vienen desarrollando procesos con estudiantes de pregrado y posgrado en torno al estudio de estos enfoques y su uso en la formación de ciudadanos críticos de su propia realidad usando como herramienta las matemáticas.

Investigaciones de maestría desarrolladas durante este caminar

Reconociendo los aportes de los grupos de investigación mencionados en el apartado anterior, hemos identificado que a estos colectivos de trabajo se vinculan estudiantes de pregrado y posgrado, quienes a su vez se desempeñan laboralmente en instituciones de educación básica y media del país. Por esta razón, decidimos indagar por las disertaciones de maestría situadas en los enfoques socio políticos de la educación matemática que se han desarrollado en el periodo 2011-2021.

Establecimos contacto con los líderes de cada uno de los grupos de investigación, quienes nos facilitaron datos de los estudiantes. Posteriormente, realizamos un rastreo de cada uno de los proyectos en los repositorios de las universidades, llegando a consolidar una robusta base de datos con 61 disertaciones desarrolladas en las tres universidades y orientadas por profesores e investigadores que vienen posibilitando estos espacios de discusión que vinculan la escuela y la universidad.

Intentando hacer una caracterización de estos trabajos hicimos una revisión preliminar del marco teórico, identificando siete categorías: *i)* montaje de escenarios de aprendizaje desde la propuesta de la EMC, *ii)* tensiones y obstáculos que vivencia el profesor cuando desarrolla prácticas pedagógicas desde el montaje

de escenarios de aprendizaje; *iii*) procesos de evaluación desde prácticas sociales fundamentadas en la EMC; *iv*) investigaciones que estudian asuntos teóricos diversos desde EMC; *v*) ambientes de modelación matemática desde la perspectiva sociocrítica; *vi*) investigaciones relacionadas con la Etnomatemática y el giro decolonial; *vii*) revisiones documentales relacionadas con investigaciones desde la propuesta de los escenarios de aprendizaje y los ambientes de modelación matemática.

Esta revisión preliminar nos permite reconocer los abordajes investigativos desde enfoques socio políticos que se están realizando en Colombia, situados especialmente en la EMC, la Etnomatemática y la modelación matemática desde perspectivas sociocríticas. Allí, se pueden identificar prácticas pedagógicas desde el montaje de escenarios de aprendizaje o de ambientes de modelación matemática que surgen del estudio de situaciones socialmente relevantes para los estudiantes.

Tales situaciones comienzan en el reconocimiento de las características históricas, sociales, económicas, políticas y culturales del contexto específico de los estudiantes y de las instituciones educativas, de carácter tanto público como privado, en distintas regiones de Colombia. La identificación de estos contextos y las situaciones que pueden ser estudiadas en el aula de clase, surge de los intereses genuinos de profesores de matemáticas que apuestan por generar espacios de discusión dentro y fuera del salón de clase, dotando de sentido las matemáticas que allí se construyen con los estudiantes.

Se busca que los estudiantes puedan leer y comprender críticamente las situaciones que tienen lugar fuera del aula de clase, en sus contextos cotidianos, usando las matemáticas como una herramienta que los empodera y les permite tomar una postura crítica frente a las situaciones de inequidad, desigualdad e injusticia que se viven a diario. También se propende, por entender y reconocer las matemáticas que se encuentran arraigadas en las tradiciones de distintos grupos y comunidades que defienden su cultura propia. Desde aquí, se intenta hacer frente a las imposiciones que la colonialidad nos dejó y que aún se mantienen con el transcurrir del tiempo.

Se realizan también reflexiones de carácter teórico relacionadas con la discusión de asuntos como el pensamiento crítico, la formación en valores democráticos, las características de la democracia, la evaluación en relación con las prácticas sociales y las situaciones de vulnerabilidad social. Además, la relación entre el micro contexto y macro contexto en clase de matemáticas, la competencia democrática, la insubordinación creativa, situaciones de género, diversidad e inclusión, las emociones políticas y reflexiones sobre el cuidado del medio ambiente. Todo esto, desde las discusiones generadas en el aula de clase, cambiando las dinámicas, las relaciones de poder y posibilitando la participación de todos en la construcción del conocimiento.

También es necesario resaltar, el reconocimiento y estudio de las tensiones que experimenta el profesor cuando decide salir de su “zona de confort” para aventurarse a generar espacios de discusión distintos en la clase de matemáticas que involucran a los estudiantes y sus intereses. La incertidumbre es inevitable, pero a la vez, profesor y estudiantes trabajan colaborativamente, abandonando jerarquías de poder, en el estudio de problemáticas que se sitúan en el contexto. En este proceso se aprende juntos y se descubre el uso de las matemáticas en la lectura que hacemos del mundo y sus aspectos históricos, políticos, económicos, culturales, ambientales y sociales.

Estos son aportes significativos; sin embargo, aún hay mucho por explorar desde este campo de la educación matemática en relación con cuestiones de raza, género y justicia social, a propósito del informe de la comisión de la verdad (Comisión de la Verdad, 2022), que para los colombianos tiene una importancia histórica que no podemos ignorar y que su exploración apenas comienza en Colombia, desde la clase de matemáticas (Torres, 2019). Las perspectivas para desarrollar investigaciones situadas desde los enfoques socio políticos aún son muy amplias y eso nos da mucho espacio para continuar aportando a la formación ciudadana de nuestros estudiantes, considerando diversas dimensiones que se salen del aula de clase, al considerar el contexto y los sujetos como agentes políticos que aportan en la transformación de la sociedad.

No caminamos solos, otros vienen haciendo su propio caminar

Esta primera aproximación nos permite reconocer los avances que se vienen dando en el estudio de la realidad social que viven los estudiantes en Colombia, desde la clase de matemáticas, para posibilitar su lectura, interpretación y transformación usando las matemáticas como herramienta. Como se mencionó en el documento, hemos definido siete categorías teóricas que nos permiten agrupar las investigaciones que se vienen realizando en los programas de maestría de tres importantes universidades colombianas y que muestran un panorama inicial de la investigación en educación matemática desde perspectivas que reconocen la importancia de las matemáticas en la sociedad al posibilitar el empoderamiento de los sujetos.

Sin duda se han explorado diferentes asuntos que vinculan la educación matemática desde enfoques socio políticos y diversas situaciones que tienen lugar en los contextos sociales donde se sitúan las instituciones educativas colombianas. Sin embargo, aún hay asuntos de investigación que no han sido explorados en relación con la justicia social y cuestiones de identidad, raza y género, entre otros, reconociendo la diversidad y la pluralidad de individuos y comunidades que conforman la sociedad colombiana. A su vez, como educadores e investigadores debemos contribuir a la discusión y reflexión del informe de la comisión de la verdad reconociendo su importancia histórica en los procesos de violencia y transición hacia la paz en los que tantos colombianos han sido víctimas y otros muchos ignoramos nuestra verdadera historia.

Si bien reconocemos un trabajo significativo desde tres universidades importantes del país, no podemos desconocer los avances que se han dado desde otras universidades colombianas que vienen posibilitando espacios de discusión e investigación que en ocasiones desconocemos ya que aún falta establecer redes de trabajo y mayores estrategias de divulgación. Hemos identificado proyectos de pregrado, disertaciones de maestría, tesis de doctorado; además de ciclos de conferencias para dar voz a los docentes, para socializar sus investigaciones doctorales en torno a diversos asuntos situados desde enfoques socio políticos.

En ese sentido, hemos identificado que se vienen dando pasos en la Universidades del Atlántico, Pedagógica y Tecnológica de Colombia, de la Sabana, de la Salle, del Quindío, del Cauca, de Nariño, de los Llanos, Surcolombiana y de la Amazonía. Nuestra intención es continuar ampliando esta revisión documental para caracterizar las investigaciones que allí se realizan y rastrear en qué otros lugares se están abordando este enfoque teórico de la educación matemática. Con esta información es posible empezar a consolidar una red de investigadores y educadores matemáticos interesados en ahondar por aspectos sociales, políticos, económicos, culturales y ambientales desde la clase de matemáticas en Colombia.

En la medida en que podamos identificar a los investigadores y educadores interesados en estos enfoques de la educación matemática, es posible formar redes y grupos colaborativos de trabajo que nos permitan socializar nuestras experiencias investigativas y así dar vida y visibilidad a los enfoques socio políticos en nuestro país. Es importante dar voz a todos los profesores e investigadores que nos identificamos con estos enfoques de la educación matemática para continuar ocupando espacios de lucha y visibilidad de las investigaciones y prácticas que venimos desarrollando con el propósito de mostrar *que otros mundos son posibles*, al involucrar a nuestros estudiantes en la discusión de asuntos relacionados con su propia realidad en la clase de matemáticas.

Referencias bibliográficas

Camelo, F., Fresneda, E., y Galvis, L. (2019). Trabajo colaborativo y ambientes virtuales como posibilidad de formación continuada de profesores de matemáticas. En VI Encuentro Distrital de Educación Matemática. Bogotá, Colombia (en prensa).

Comisión de la Verdad. (2022). Hay futuro si hay verdad: Informe Final de la comisión para el Esclarecimiento de la Verdad, la Convivencia y la No repetición. Comisión de la Verdad: Bogotá-Colombia. 680p. Disponible en: <https://www.comisiondelaverdad.co/hay-futuro-si-hay-verdad>.

Fresneda, E. y Camelo, F. (2019). Una mirada a las tesis de grado desarrolladas en los grupos de investigación EdUtopía y Didáctica de la Matemática-Universidad Distrital. En Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, No. 33. La Habana, Cuba: UCI, (en prensa).

Grupo de Estudio de Filosofía y Educación Matemática. (2021). Giro decolonial en Etnomatemática: Experiencias de Investigación del Grupo de Estudio de Filosofía y Educación Matemática de la Universidad de Antioquia. *Journal of Mathematics and Culture*, 15(1), 67-94. Recuperado de: https://journalofmathematicsandculture.files.wordpress.com/2021/05/article_4.pdf

Gutiérrez, R. (2013). The sociopolitical turn in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(1), 37-68. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/259749651_The_Sociopolitical_Turn_in_Mathematics_Education

Parra, A. (2020) Haciendo un pensar. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 13, (4), 1-7. Recuperado de: <https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/643>

Parra, A. (2021) Pensando un hacer. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 14, (1), 62-64. Recuperado de: <https://revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/660/551>

Planas, N., & Valero, P. (2016). Tracing the Socio-Cultural-Political Axis in Understanding Mathematics Education. In A. Gutiérrez, G. C. Leder & P. Boero (Eds.), *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education. The Journey Continues* (pp. 447-479). Rotterdam: Sense Publishers. DOI: 10.1007/978-94-6300-561-6_13

Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht; Boston: Kluwer Academic Publishers.

Torres, E. (2019). *Temporalidades en narrativas de excombatientes: La experiencia humana de infancia y educación*. Tesis (Doctorado Interinstitucional en Educación) Facultad de Educación – Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá.

Valero, P., & Skovsmose, O. (2012) *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá, Col.: una empresa docente.

Valero, P., Andrade, M., & Montecino, A. (2015). Lo político en la educación matemática: De la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(3), 287-300. Recuperado de: https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362015000300007

PESSOAS CONSTITUINDO-SE COMO SUJEITOS SOCIAIS NA APROPRIAÇÃO DE PRÁTICAS DE NUMERAMENTO

O PROGRAMA DE PESQUISA DO GRUPO DE ESTUDOS SOBRE NUMERAMENTO (GEN)

PEOPLE BUILDING THEMSELVES AS SOCIAL SUBJECTS IN THE APPROPRIATION OF NUMERACY PRACTICES

Numeracy Study Group (GEN) research program

LAS PERSONAS CONSTITUYÉNDOSE COMO SUJETOS SOCIALES EN LA APROPIACIÓN DE LAS PRÁCTICAS DE NUMERAMIENTO

El programa de investigación del grupo de estudios de numeramiento (gen)

Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca
(Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil)
mcfirfon@gmail.com

Flávia Cristina Duarte Pôssas Grossi
(Instituto Federal de Minas Gerais, Brasil)
fcdpossas@gmail.com

Recibido: 10/07/2023

Aprobado: 10/07/2023

RESUMO

Neste texto, discutimos disposições teórico-metodológicas do Grupo de Estudos sobre Numeramento (GEN), na busca de compreender os modos como pessoas, em suas singularidades, mas como sujeitos sociais, se apropriam de práticas matemáticas, tomadas como práticas discursivas. A pesquisa, a formação docente e a atuação do GEN em contextos educativos diversos inserem-se nos campos da Educação Matemática e do Letramento, pois buscam conhecer sujeitos da Educação (crianças, adolescentes, jovens, pessoas adultas e idosas), que, vivendo em sociedades ‘grafocêntricas’ e ‘quanticratas’, movidos por intenções pragmáticas e parametrizados por referências culturais, forjam usos dos sistemas linguísticos relacionados à quantificação, mensuração, ordenação, classificação e organização de formas e espaços. A esses usos chamamos práticas de numeramento. As situações em que as identificamos – os eventos de numeramento –, em seu caráter histórico, são tomadas como unidades da análise das intenções dos usos, dos efeitos de sentido que logram produzir e, principalmente, de como sujeitos se constituem nas interações por eles mediadas, ao produzirem e tensionarem significados. Na seção ‘Compreendendo práticas matemáticas como práticas discursivas: foco, perspectiva e referenciais teórico-metodológicos do Grupo de Estudos sobre Numeramento (GEN)’: explicitamos o propósito do Programa de Pesquisa do Grupo (conhecer sujeitos e grupos sociais que protagonizam práticas de numeramento); justificamos sua base teórica (os Estudos do Letramento como Prática Social; a Pedagogia da Liberdade e da Autonomia; a compreensão da cognição como processo social; e a abordagem sociológica da Linguagem); assumimos a etnografia como lógica de investigação; e propomos a análise de interações como principal tratamento do material

empírico. Apontamos também, dadas as especificidades dos sujeitos, a necessidade do diálogo com diversos campos: Educação de Pessoas Jovens, Adultas e Idosas (EJA), Sociologia da/s Infância/s; Estudos da/s Juventude/s; Educação do Campo; Educação Indígena; Educação de Pessoas Surdas; Formação Docente, entre outros. Na seção ‘Compreendendo práticas de numeramento como práticas de letramento: fertilidade analítica e pedagógica das escolhas teóricas’, esclarecemos como nossos estudos se inserem numa perspectiva Etnomatemática, porque contribuem para conhecermos os sujeitos que vemos protagonizar práticas matemáticas ao assumirem posições discursivas – portanto, sociais, culturais e políticas. Na seção ‘Compreendendo a aprendizagem matemática como apropriação de práticas de numeramento: desdobramentos da concepção de práticas matemáticas como práticas discursivas’, apresentamos como o conceito de apropriação de práticas de numeramento, de inspiração vigostskiana, usado para contemplar múltiplos sentidos das ações dos sujeitos em eventos de numeramento, disponibiliza uma ferramenta teórica para compreender a aprendizagem matemática não como experiência cognitiva individual, mas como ação social. Na seção ‘Interloquções teóricas e disposições analíticas dos estudos mais recentes do GEN’, indicamos como uma análise tridimensional do discurso (do texto, da situação discursiva e da prática social), adotada para conhecer melhor os sujeitos e reconhecê-los como sujeitos sociais, tem-nos conduzido às considerações de Paulo Freire sobre sujeito de cultura, sujeito de conhecimento, sujeito dialógico e sujeito do processo, que compõem o sujeito histórico, protagonista de eventos de numeramento. Na ‘coda’ (‘Reiterando’), reafirmamos o foco de nossa linha de investigação no campo da Educação Matemática: pessoas constituindo-se como sujeitos sociais, enquanto se apropriam de práticas de numeramento.

Palavras-chave: constituição de sujeitos sociais. grupo de estudos sobre numeramento. práticas discursivas. práticas de letramento. apropriação de práticas de numeramento

ABSTRACT

In this text, we discuss theoretical-methodological dispositions of the Numeracy Study Group (GEN), seeking to understand how people, in their singularities, but as social subjects, appropriate mathematical practices, considered as discursive practices. GEN's research, teacher training, and work in different educational contexts are inserted in the Mathematics Education and Literacy fields. They seek to know Education subjects (children, teenagers, young people, adults, and elderly people), who forge uses of linguistic systems related to quantification, measurement, ordering, classification, and organization of forms and spaces. We analyze these uses, which we call numeracy practices, considering that the subjects live in ‘graphocentric’ and ‘quanticrate’ societies, and are moved by pragmatic intentions and parameterized by cultural references. The situations in which we identify numeracy practices – the numeracy events – are historical and not simply episodic. They are taken as units of analysis to discuss the intentions of uses, the meaning effects they produce and, mainly, how subjects are built in the interactions mediated by these uses, when producing and tensioning meanings. In the section ‘Understanding mathematical practices as discursive practices: focus, perspective and theoretical-methodological references of the Numeracy Study Group (GEN)’ we explain the purpose of the Group Research Program (to know subjects and social groups that carry out numeracy practices); we justify its theoretical basis (Literacy Studies as Social Practice; Freire's Pedagogy of Freedom and Autonomy; Vygotsky's understanding of cognition as a social process; and the sociological approach to Language); and we assume ethnography as the investigation logic and interaction analysis as the main treatment of empirical material. Given the specificities of the subjects, we point out the need to dialogue with several fields: Youth, Adult and Elderly (Basic) Education (YAE), Sociology of Childhood(s); Studies of Youth(s); Rural Education; Indigenous Education; Deaf Education; Teacher Training, among others. In the section ‘Understanding numeracy practices as literacy practices: analytical and pedagogical fecundity of theoretical choices’, we clarify

how our studies are inserted in an Ethnomathematics perspective, because they contribute to knowing the subjects while they carry out mathematical practices by assuming discursive positions – therefore, social, cultural, and political. In the section ‘Understanding mathematical learning as appropriation of numeracy practices: developments in the conception of mathematical practices as discursive practices’, we present the concept of appropriation of numeracy practices, inspired by Vygotsky. It is used to discuss multiple meanings of the subjects' actions in numeracy events, and provides a theoretical tool to understand mathematical learning not as an individual cognitive experience but as a social action. In the section ‘Theoretical interlocutions and analytical dispositions of GEN’s most recent studies’, we indicate our use of a three-dimensional analysis of the discourse (textual, discursive and social practice) to better understand the subjects and recognize them as social subjects. This recognition led us to Paulo Freire's ideas on the subject of culture, subject of knowledge, dialogical subject, and subject of process, which make up the historical subject, protagonist of numeracy events. In the ‘coda’ (‘Reiterating’), we reaffirm the focus of our investigation agenda in the field of Mathematics Education: people building themselves as social subjects, while appropriating numeracy practices.

Keywords: constitution of social subjects. numeracy study group. discursive practices. literacy practices. appropriation of numeracy practices.

RESUMEN

En este texto, discutimos las disposiciones teórico-metodológicas del Grupo de Estudios de Numeramiento (GEN), en la búsqueda de comprender los modos en que las personas, en sus singularidades, pero como sujetos sociales, se apropian de las prácticas matemáticas, tomadas como prácticas discursivas. La investigación, la formación docente y el trabajo del GEN en diferentes contextos educativos forman parte de los campos de la Educación Matemática y del ‘Letramiento’ (Estudios de las prácticas de lectura y escritura como prácticas sociales), en tanto buscan atender a sujetos de Educación (niños, adolescentes, jóvenes, adultos y adultos mayores), quienes, viviendo en sociedades ‘grafocéntricas’ y ‘cuantícratas’, movidos por intenciones pragmáticas y parametrizados por referencias culturales, forjan usos de sistemas lingüísticos relacionados con la cuantificación, la medida, el ordenamiento, la clasificación y la organización de formas y espacios. A estos usos los llamamos prácticas de ‘numeramiento’. Las situaciones en las que las identificamos – los eventos de numeramiento –, en su carácter histórico, se toman como unidades de análisis de las intenciones de los usos, de los efectos de sentido que llegan a producir y, principalmente, de cómo se constituyen los sujetos en las interacciones mediadas por ellos, al producir y tensionar significados. En la sección ‘Comprender las prácticas matemáticas como prácticas discursivas: enfoque, perspectiva y referencias teórico-metodológicas del Grupo de Estudios de Numeramiento (GEN)’: explicamos el propósito del Programa de Investigación del Grupo (conocer sujetos y grupos sociales que realizan prácticas de numeramiento); fundamentamos su fundamentación teórica (los Estudios del Letramiento como Práctica Social; la Pedagogía de la Libertad y de la Autonomía; la comprensión de la cognición como proceso social; y el enfoque sociológico del Lenguaje); asumimos la etnografía como lógica de investigación; y proponemos el análisis de interacciones como tratamiento principal del material empírico. Apuntamos también, dadas las especificidades de los temas, la necesidad de diálogo con varios campos: Educación de las Personas Jóvenes, Adultas y Ancianas (EJA), Sociología de la/s Infancia/s; Estudios de la Juventud; Educación Rural; Educación Indígena; Educación de Personas Sordas; Formación de Profesores, entre otros. En la sección ‘Comprender las prácticas de numeramiento como prácticas de letramiento: fertilidad analítica y pedagógica de los enfoques teóricos’, aclaramos cómo nuestros estudios se insertan en una perspectiva Etnomatemática, porque contribuyen a conocer a los sujetos que vemos protagonizando prácticas matemáticas cuando asumen posiciones discursivas – por lo tanto, sociales, culturales y políticas. En la sección ‘Comprender el aprendizaje matemático como

apropiación de las prácticas de numeramiento: consecuencias de la concepción de las prácticas matemáticas como prácticas discursivas', presentamos cómo el concepto de apropiación de las prácticas de numeramiento, inspirado en Vigotski, utilizado para contemplar múltiples significados de las acciones de los sujetos en eventos de numeramiento, proporciona una herramienta teórica para entender el aprendizaje matemático no como una experiencia cognitiva individual, sino como una acción social. En el sección 'Interlocuciones teóricas y disposiciones analíticas de los estudios más recientes del GEN', indicamos cómo un análisis tridimensional del discurso (del texto, de la situación discursiva y de la práctica social), adoptado para conocer mejor los sujetos y reconocerlos como sujetos sociales, nos ha llevado a las consideraciones de Paulo Freire sobre el sujeto de la cultura, el sujeto del saber, el sujeto dialógico y el sujeto del proceso, que conforman el sujeto histórico, protagonista de los eventos de numeramiento. En la 'coda' ('Reiterando'), reafirmamos el enfoque de nuestra línea de investigación en el campo de la Educación Matemática: las personas constituyéndose como sujetos sociales, al tiempo que se apropian de las prácticas de numeramiento.

Palabras clave: constitución de los sujetos sociales. grupo de estudios de numeramiento. prácticas discursivas. prácticas de letramiento. apropiación de prácticas de numeramiento.

Compreendendo práticas matemáticas como práticas discursivas: foco, perspectiva e referenciais teórico-metodológicos do Grupo de Estudos sobre Numeramento (GEN)

Nesta comunicação científica¹, discutimos como a compreensão das práticas matemáticas como práticas discursivas (que adotamos nos trabalhos desenvolvidos pelo Grupo de Estudos sobre Numeramento (GEN)²) se apresenta como uma linha de investigação fértil no campo da Educação Matemática, conferindo às investigações da aprendizagem e do ensino de Matemática uma perspectiva analítica que contempla aspectos culturais, sociais e políticos, entretecidos aos aspectos linguísticos e cognitivos desses processos. Os trabalhos do GEN usufruem da e produzem a fecundidade teórica, analítica e pedagógica de se focalizar os modos de *apropriação de práticas de numeramento* (Fonseca & Simões, 2022) para compreender as pessoas que participam dos diversos contextos educativos como *sujeitos sociais* e, como tal, sujeitos de cultura e de conhecimento, sujeitos de memória e de esquecimento, sujeitos da adesão e da rebeldia, da resistência e da transformação. Nessa perspectiva, estabelece-se um programa de pesquisa que se dispõe a investigar as pessoas, em suas singularidades, mas como sujeitos sociais, engajando-se em diversos contextos educativos (escolares ou não), participando das interações discursivas (verbais e não verbais) que ali se estabelecem.

É nessa disposição de conhecer e refletir sobre os sujeitos e os grupos sociais que protagonizam práticas de numeramento – práticas matemáticas entendidas como práticas discursivas – que esse programa de pesquisa é assumido pelo GEN, articulando conceitos, ideias, perspectivas, procedimentos e posturas: dos Estudos do Letramento, como os propõe Magda Soares (2001, 2003) e outras/os estudiosos do Letramento como Prática Social (Street, 1984, 2003; Rojo, 2009; Marinho & Carvalho, 2010); da Pedagogia da Liberdade e da Autonomia tecidas ao longo da obra de Paulo Freire (1967, 1974, 1979, 1982, 1992, 1996, 2000); da compreensão da cognição como processo social que se insere nas elaborações de Lev Vigotski (Vygotsky, 1981, 1989; Smolka, 2000; Pino, 2000); e da abordagem sociológica da Linguagem urdida nos estudos do Círculo de Bakhtin (Bakhtin, 2000; Bakhtin/Volochinov, 1992) e desenvolvida em outros empreendimentos teórico-metodológicos da Análise do Discurso (Fairclough, 1992, 2003).

Além disso, as especificidades dos sujeitos e grupos sociais investigados demandam que as/os pesquisadoras/es recorram também a estudos de diversos campos da área da Educação que contemplam

¹ Os estudos que subsidiaram a escrita deste texto contaram com o apoio da Capes e do CNPq.

² Cadastrado no Diretório de Grupos de Pesquisa do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) desde 2005 e vinculado à linha de pesquisa em Educação Matemática do Programa de Pós-graduação em Educação: conhecimento e inclusão social da UFMG. O site do grupo pode ser acessado em: <https://sites.google.com/view/gen-numeramento>.

tais especificidades e que analisam também o histórico e o desenvolvimento das iniciativas educacionais que (não) os têm atendido: Educação de Pessoas Jovens, Adultas e Idosas (EJA); Sociologia da/s Infância/s; Estudos da/a Juventude/s; Educação do Campo; Educação Indígena; Educação de Pessoas Surdas; Formação de Professoras/es; entre outros.

Os trabalhos do GEN ainda cotejam sua elaboração teórica com outras propostas analíticas e pedagógicas que se desenvolveram na Educação Matemática (e a constituíram como campo investigativo), com destaque para a abordagem Etnomatemática (Knijnik, 2006), mas também com contribuições da Educação Matemática Crítica (Skovsmose, 2007) e de estudos da Cognição Situada (Lave, 1988).

Considerando a relevância das ações, intervenções e motivações dos sujeitos nos jogos interlocutivos para a compreensão de seus modos de apropriação das práticas discursivas, as pesquisas desse Programa, em sua grande maioria, têm como orientação metodológica a *etnografia como lógica de investigação* (Green *et al.*, 2005) e se valem dos princípios, cuidados e técnicas que fundamentam essa abordagem. Um desses princípios diz respeito à consideração da cultura da sala de aula ou do contexto da investigação como orientadora das ações dos sujeitos, estabelecendo papéis, relações, regras, direitos e deveres que definem, valorizam, legitimam, hierarquizam ou inibem os comportamentos e os discursos ali assumidos, narrados ou referidos (Castanheira *et al.*, 2001). Assim, entendendo a atividade discursiva dos sujeitos como uma ação social – que as/os participantes das interações assumem pragmaticamente como integrantes de um determinado grupo social (Castanheira *et al.*, 2001; Green *et al.*, 2005) –, analisamos como tais interações configuram para esses sujeitos (crianças, pessoas jovens, adultas e idosas, reconhecidas como público real, potencial ou egresso da Educação Básica, e, entre elas, pessoas surdas, camponesas e indígenas em diversos processos educativos, trabalhadoras e trabalhadores em vários ofícios, estudantes de licenciatura e docentes dos diferentes níveis escolares...) oportunidades diferenciadas de apropriação de práticas escolares e de outras práticas sociais (nelas incluídas as práticas matemáticas). É nessa perspectiva que procuramos identificar, nas posições discursivas que as pessoas assumem nas interações, os modos como elas produzem diferentes formas de interpretar e dar sentido às atividades sociais de que participam.

Essas interações são testemunhadas por meio da observação participante em salas de aula ou em outros contextos da vida social das pessoas participantes. Também se utilizam entrevistas individuais e/ou coletivas e grupos focais sempre procurando oportunizar às pessoas uma participação autêntica e artesanal, que nos permita partilhar com elas autoria da investigação. As interações são registradas em gravações em áudio e em vídeo, em fotografias e apontamentos em diário de campo. No tratamento desses registros é que se identificam os *eventos de numeramento*, entre os quais selecionamos aqueles que comporão o *corpus* de análise dos estudos.

O *evento de numeramento* é uma ferramenta conceitual que nos ajuda a identificar, no material empírico que produzimos em nossos trabalhos de campo, jogos interlocutivos que tematizam ou são influenciados por ideias e representações, conceitos, critérios e procedimentos associados ao que culturalmente aprendemos a chamar de matemática e que procuramos analisar em sua conexão com um contexto social mais amplo, envolvendo interdiscursos, intenções pragmáticas, referências culturais e relações de poder. Os eventos não são, porém, situações fortuitas: envolvendo modos de usar a língua, eles se inserem em um contexto histórico; e carregam e produzem uma história, por serem protagonizados por sujeitos históricos, cuja ação também faz a história continuar o seu curso.

Nesse exercício analítico, compreendemos que essas pessoas forjam instâncias de significação a partir das referências socioculturais que vivenciam, cultivam e compartilham em múltiplos espaços, de modo especial, nos espaços escolares. Como vivemos numa sociedade *quanticratra*, nossos modos de significação, frequentemente, usufruem de, consideram ou se dirigem a ideias, conceitos, representações, procedimentos ou critérios que reconhecemos como *matemáticos*. Por isso, apostamos na investigação da participação dos sujeitos em processos de significação que envolvem matemática como uma possibilidade de conhecê-las como sujeitos que vivenciam e produzem cultura.

Essa forma de pesquisar, produzir e analisar empirias demanda – e, ao mesmo tempo contribui para – o desenvolvimento de um olhar êmico para aquilo que é valorizado pelas pessoas participantes de cada investigação, num esforço para que nós, pesquisadoras/es, nos desvencilhemos, tanto quanto possível, das nossas próprias expectativas e experiências em relação ao contexto pesquisado. Desse modo, não apenas os achados dos estudos do GEN, mas também sua concepção e seu desenvolvimento contribuem para a formação de pesquisadoras/es (e) educadoras/es, nos diversos contextos e sistemas educativos investigados e naqueles de que participam.

Compreendendo práticas de numeramento como práticas de letramento: fertilidade analítica e pedagógica das escolhas teóricas

A atenção e a curiosidade analítica do Programa de Pesquisa do GEN se voltam para os modos de apropriação de práticas de numeramento identificados nas interações discursivas entre: crianças, adolescentes, pessoas jovens, adultas e idosas, na escola e em outras iniciativas educacionais; estudantes de licenciatura e docentes em formação continuada; nos contextos urbanos, do campo ou de formação intercultural indígena; pessoas surdas participantes de processos educativos; entre outros sujeitos em processo de inclusão nos sistemas educacionais da América Latina³.

A adoção do termo *numeramento* como versão da palavra inglesa *numeracy* (em detrimento da tradução portuguesa *numeracia*) reflete uma aposta no potencial analítico desse conceito quando conectado ao conceito de *letramento* como prática social (Soares, 2001, Street, 2003; Yasukawa, 2018). Tal conexão permite que estudos do numeramento contemplem os diversos e intencionais modos de usar a língua e as diversas (im)possibilidades que esses modos forjam, (in)disponibilizam e (des)legitimam de ler e pronunciar o mundo (Freire, 1982; Soares, 2001).

A fertilidade analítica e a potência pedagógica de se considerarem as *práticas de numeramento* como *práticas de letramento* demanda, assim, reconhecer a *natureza discursiva* das práticas que envolvem ideias, referências, procedimentos ou representações que associamos ao que chamamos de *matemática*. Isso nos permite analisar as práticas de numeramento como modos de produzir e tensionar significados, usando diferentes sistemas linguísticos, tais como: sistemas de numeração; expressões algébricas; representações geométricas; gráficos diversos; tabelas e diagramas; modelos tridimensionais e virtuais; códigos numéricos ou de cores, de barras, de sons e de outros atributos; registros de datas, de preços, de medidas das mais diversas grandezas; calendários e mapas; textos verbais escritos, oralizados ou sinalizados, e mesmo a gesticulação ou a expressão facial.

Analisando as práticas matemáticas como práticas discursivas, buscamos conhecer um pouco mais as pessoas que as protagonizam. Reconhecer essas pessoas como sujeitos socioculturais, que, como tal, assumem posicionamentos discursivos nas interações de que participam, nos possibilita explicitar, compreender e enfrentar desafios e possibilidades da relação pedagógica. É nessa perspectiva que consideramos que os trabalhos do GEN se filiam aos estudos do letramento e se valem do acúmulo desses estudos também para os seus procedimentos de análise e suas ações pedagógicas.

Por outro lado, a inclusão das *práticas de numeramento* entre as *práticas de letramento* e a compreensão das relações matemáticas como práticas discursivas, e, como tal, culturais e históricas, nos permitem considerar os estudos do GEN também como estudos do campo da Etnomatemática (Knijnik e Fonseca, 2015). Com efeito, tratar as práticas matemáticas como discurso destaca o caráter sociocultural de tais práticas e confere a esse caráter uma dimensão decisiva nas intenções, nas configurações, na produtividade e na legitimação dessas práticas.

³ Uma apresentação das ideias desta seção, encontra-se também no vídeo de apresentação do grupo no seu canal do Youtube: <https://www.youtube.com/watch?v=jI-e8cGFgD0>.

Os trabalhos do GEN, assim como muitos estudos do campo da Etnomatemática, também problematizam e se colocam em oposição à ideia de que os conhecimentos matemáticos que regem e parametrizam as relações na nossa sociedade, e os que são veiculados e ensinados na/pela escola, seriam universais e a-históricos. Considerando as relações matemáticas como condicionadas e forjadas pelas práticas culturais, os estudos do GEN assumem que é na dinâmica das lutas sociais, com suas intenções pragmáticas e em atendimento a interesses de grupos em disputa (FONSECA, 2017), que se produzem os discursos que forjam essas relações e os modos de significá-los.

Compreendendo a aprendizagem matemática como apropriação de práticas de numeramento: desdobramentos da concepção de práticas matemáticas como práticas discursivas

Nas pesquisas que realizamos GEN, buscamos um olhar mais cuidadoso para a trama, o drama, os encantos, as surpresas e as possibilidades dos contextos educativos, principalmente, das salas de aula da Educação Básica, que acompanhamos em diversas modalidades de ensino e em diversos contextos socioculturais. Analisamos, de modo especial, as interações de que participam discentes e docentes durante a realização das atividades escolares, focalizando, em particular, os modos como estudantes se posicionam nessas atividades.

Temos observado que, muitas vezes, a despeito das intenções pedagógicas da/o docente, os modos de aprendizagem vivenciados nos espaços educativos escapam ao propósito da prática pedagógica, no que tange a seus significados e dinâmicas, o que, de certa forma, dificulta à/ao docente a análise das posições assumidas pelas/os estudantes nos jogos discursivos de que participam. Essas posições mobilizam argumentos e conhecimentos que ora se solidarizam com a proposta e os conhecimentos veiculados na/pela escola e ora questionam a abordagem escolar, referenciando-se em outros modos de usar a língua, constituídos por outros valores, outras concepções e outras relações com o mundo.

Em diversas situações, o assentimento ou o enfrentamento são provocados e condicionados pelas relações discursivas que as pessoas (aprendizes e *ensinantes*) estabelecem entre si, com o conhecimento e com as diversas instâncias da vida social e cultural, constituindo modos próprios de usar a língua e sendo por eles constituídas.

Com efeito, os modos de usar a língua (falada, escrita, sinalizada ou gestual) estruturam-se nas relações sociais e também as produzem nas interações discursivas em que operam. Em sociedades capitalistas como a nossa, cada vez mais, os modos de usar a língua mobilizam informações, argumentos, referências, representações e procedimentos que envolvem símbolos, ideias e critérios relacionados às práticas de quantificação, medição, orientação no espaço, ordenação, classificação e outras relações com o mundo que aprendemos a associar à *matemática*. Por isso chamamos essas *práticas matemáticas* de *práticas de numeramento*: para destacar seu caráter discursivo, que define sua dimensão sociocultural (e também evitar que o adjetivo '*matemática*' restrinja seu âmbito apenas às práticas escolares).

Destacando o caráter discursivo das práticas matemáticas, interessa aos estudos do GEN compreender a dinâmica da aprendizagem configurada em modos de *apropriação* de tais práticas discursivas. Todavia, buscamos compreender a *apropriação de práticas de numeramento* não como um exercício cognitivo individual: seus processos se configuram como ação sociocultural, de tal maneira que nossa análise dos modos como as pessoas se apropriam de práticas de numeramento não pode circunscrever-se à abordagem da apreensão das dimensões sintáticas e semânticas dos conhecimentos matemáticos, mas devem considerar que as relações de sujeitos e grupos com esses conhecimentos produzem-se em mecanismos discursivos, regidos pelas intenções pragmáticas de sua produção, sua distribuição, seus usos e suas repercussões.

Assim, a mobilização do conceito de *apropriação de práticas de numeramento* nos estudos do GEN tem sua matriz na leitura que Smolka (2000) faz dos estudos de Vigotski, buscando compreender os significados das ações humanas e propondo seu uso como uma categoria de análise. O conceito de

apropriação permite, portanto, contemplar os múltiplos sentidos das ações dos sujeitos, a partir das posições que assumem nas práticas sociais de que participam. De acordo com Smolka (2000), cada indivíduo dispõe de ferramentas específicas e únicas para reconstruir essas práticas sociais internamente. Todavia, é nas vivências socioculturais dos sujeitos e nos contextos discursivos das interações de que participam e na qual se apropriam de práticas sociais que as posições assumidas pelos indivíduos são constituídas, e essas posições também os constituem, numa relação sempre dialética.

Por isso, Smolka (2000) destaca um aspecto importante do conceito de apropriação que diz respeito a sua dimensão relacional. De acordo com a autora, os sujeitos se apropriam de práticas na sua relação com os *outros*, ou seja, atribuem sentidos às práticas sociais em decorrência dos modos singulares pelos quais delas participam e dos modos, também singulares, pelos quais os outros, também participantes de práticas sociais, assumem posições e nutrem expectativas em relação às ações de seus interlocutores. Portanto, nesse jogo discursivo, a apropriação poderia ser tomada como modos de “tornar *adequado*, *pertinente*, aos valores e normas socialmente estabelecidos” (Smolka, 2000, p. 28, destaques da autora). Entretanto, “*tornar próprio* não significa exatamente, e nem sempre coincide com *tornar adequado* às expectativas sociais. Existem modos de *tornar próprio*, de *tornar seu*, que não são *adequados* ou *pertinentes para o outro*” (Smolka, 2000, p. 32, destaques da autora).

É a possibilidade desse dissenso que nos leva aos estudos do Círculo de Bakhtin, que tomavam as palavras como impregnadas de uma multiplicidade de significações. Assumindo o argumento de Bakhtin/Volochinov (1992) de que a condição de existência da palavra é a sua significação, carregada de um caráter vivencial, reconhecemos que seus múltiplos sentidos só podem ser compreendidos no interior de um processo enunciativo. Com efeito, os interlocutores de um diálogo se engajam ativamente em um processo de compreensão do enunciado do outro, orientando-se em relação a ele, inserindo-o em um determinado contexto e produzindo uma *contrapalavra* para ele. Por isso, consideramos que “a compreensão é uma forma de diálogo; ela está para a enunciação assim como uma réplica está para a outra no diálogo” (Bakhtin/Volochinov, 1992, p. 132). Nesse processo de compreensão, portanto, também produzimos nossas próprias palavras e formamos réplicas.

Isso nos permite observar, no jogo enunciativo, a relação da apropriação com a significação e as possibilidades de análise que essa relação aporta ao material empírico com o qual trabalhamos. Assim, o conceito de apropriação atende a uma disposição dos estudos do GEN de compreender educandas e educandos em suas singularidades, mas também como sujeitos sociais. É com essa disposição que nos voltamos para as interações discursivas em que esses sujeitos se engajam, procurando identificar e analisar as posições discursivas que assumem como modos de apropriação das práticas de numeramento escolares, essas também compreendidas como práticas discursivas.

Interlocuções teóricas e disposições analíticas dos estudos mais recentes do GEN

Os estudos mais recentes do GEN têm procurado observar mais explicitamente a recomendação de Fairclough (2001) para que, nas análises do discurso, se proceda a uma análise tridimensional: uma *análise textual*, de natureza mais propriamente *linguística*, que explora as escolhas lexicais dos sujeitos na interação; uma *análise da prática social* que considera a estrutura social que disponibiliza ou interdita a produção e a legitimação dos discursos; e *análise discursiva*, que, de certa forma contempla a interrelação entre as duas outras análises, focalizando a dinâmica responsiva da produção dos discursos na interação.

Como o material empírico com que lidamos é o discurso, a análise linguística a que nos dispomos considera os enunciados na interação, reconhecendo que as escolhas lexicais não são meramente técnicas ou desprovidas de uma motivação ou intenção na decisão, de intencionalidade menos ou mais explícita, por um recurso linguístico e/ou por uma certa configuração na estrutura do discurso enunciado.

Por isso, essa análise linguística precisa ser cotejada com uma análise da prática social mais ampla, que conforma e condiciona as escolhas linguísticas dos sujeitos na produção do discurso. Os sujeitos, constrangidos pela prática social, operam com suas escolhas linguísticas, lexicais ou gramaticais. É com o foco na dinâmica dessas operações que se deve desenvolver a análise discursiva, identificando, nas escolhas linguísticas, os valores em disputa, as disposições dos sujeitos que ora se colocam em adesão e ora em luta, ora em desdém, ora em transformação dos argumentos produzidos no jogo interlocutivo, as táticas retóricas mobilizadas ou urdidas em situações específicas, as relações de poder envolvidas e os modos como os sujeitos se posicionam nelas.

Todo esse exercício analítico contemplando essas dimensões, inspiram e provocam certos modos de olhar para as interações discursivas com a intenção de podermos elaborar novas compreensões dos sujeitos que delas participam. Por isso, a disposição de compreender a aprendizagem matemática como apropriação de práticas discursivas que as pessoas empreendem como ação social, para que possamos conhecer melhor as pessoas que a protagonizam e reconhecê-las como *sujeitos sociais*, tem direcionado as/os pesquisadoras/es do GEN a retomarem a obra de Paulo Freire (Freire, 1974, 1979, 1982, 1992, 2000), para além de uma *inspiração filosófica*, mas como um referencial teórico-metodológico, que nos oferece parâmetros e recursos para fundamentar e operacionalizar aquela compreensão e esse reconhecimento.

Embora, ao longo de sua obra, Paulo Freire não utilize a expressão *sujeito social*, ele traz várias reflexões e problematizações sobre o *sujeito de cultura* (Freire, 1974, 2000), o *sujeito de conhecimento* (Freire, 1982, 1974, 1979), o *sujeito dialógico* (Freire, 1979, 1992) e o *sujeito do processo* (Freire, 1979). As várias elaborações feitas por Freire, de certa forma, compõem os seus escritos sobre o *sujeito histórico* (FREIRE, 1974, 1992, 2000), que é o sujeito que focalizamos em nossos trabalhos e que acreditamos poder encontrar no tipo de material empírico com que trabalhamos: os *eventos de numeramento*.

Portanto, essas dimensões do sujeito são decisivas para a nossa disposição de conhecê-lo pela análise dos modos como se apropriam de práticas de numeramento. Considerando que vivemos em uma sociedade tão marcada por relações quantitativas (por isso, podemos nomeá-la de *sociedade quanticrata*), a discussão sobre como os sujeitos se apropriam dessas práticas matemáticas nos possibilitam compreendê-los nessas múltiplas dimensões que compõem o *sujeito social*, que, como tal, se posiciona nas interlocuções, produz significados e apropria-se de práticas de numeramento.

Reiterando...

Neste trabalho, apresentamos como a compreensão das práticas matemáticas como práticas discursivas (por isso, nomeadas como *práticas de numeramento*), assumida pelos trabalhos do GEN, e a disposição desses trabalhos de analisar os modos pelos quais as pessoas, como sujeitos sociais, se apropriam de práticas de numeramento nos ajudam a conhecer melhor os sujeitos reais, potenciais ou egressos dos processos educativos. E nisso reside a principal contribuição pedagógica de nossos estudos: a desinvisibilização de sujeitos sociais que por muito tempo foram excluídos do ou invisibilizados no sistema escolar. Por isso, cumpre reiterar que nossa linha de investigação no campo da Educação Matemática não toma como objeto o *numeramento* como um constructo teórico e nem se dedica à descrição de *práticas de numeramento*. Tampouco a apropriação de práticas de numeramento, como um fenômeno cognitivo, é o objeto de nossos estudos; e seu objetivo final também não é identificar processos de apropriação de práticas de numeramento. O investimento teórico, o cuidado metodológico, a disposição analítica e o compromisso pedagógico dos trabalhos do Grupo de Estudos sobre Numeramento têm como foco, afinal, *as pessoas constituindo-se como sujeitos sociais, enquanto se apropriam de práticas de numeramento*.

Referências

Bakhtin, M. (2000). *Estética da criação verbal*. Martins Fontes. (3 ed.). (Original work published 1979).

- Bakhtin, M. (Volochinov, V.) (1992). *Marxismo e filosofia da linguagem: problemas fundamentais do método sociológico na ciência da linguagem*. Hucitec. (Original work published 1929).
- Castanheira, M. L.; Crawford, T.; Dixon, C. N.; Green, J. L. (2001). Interactional Ethnography: An Approach to Studying the Social Construction of Literate Practices. 11 (4), 353-400. *Linguistics and Education*. Recuperado de <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0898589800000322?via%3Dihub>
- Fairclough, N. (2001). *Discurso e mudança social*. (1 ed.). Editora UNB. (Original work published 1992).
- Fairclough, N. (2003). *Analyzing discourse: textual analysis for social research*. Routledge.
- Fonseca, M. C. F. R. (2017). Práticas de Numeramento na EJA. In: R. C. Junior (org.). *Formação e Práticas na Educação de Jovens e Adultos*. (1 ed., pp. 105-115). Ação Educativa.
- Fonseca, M. C. F. R. & Simões, F. M. (2022). Apropriação de práticas de numeramento escolares: compreendendo aprendizagem matemática como prática discursiva. In: S. M. P. Magina, S. L. Lautert, A. G. Spinillo (orgs.): *Processos Cognitivos e Linguísticos na Educação Matemática teoria, pesquisa e sala de aula*. (1 ed., pp. 25-54). SBEM Nacional.
- Freire, P. (1967). *Educação como prática da Liberdade*. (1 ed.) Paz e Terra.
- Freire, P. (1974). *Pedagogia do oprimido*. (1 ed.) Paz e Terra.
- Freire, P. (1979). *Conscientização: teoria e prática da libertação – uma introdução ao pensamento de Paulo Freire*. (1 ed.). Cortez & Moraes.
- Freire, P. (1982). *A importância do ato de ler em três artigos que se completam*. (1 ed.). Cortez: Autores Associados.
- Freire, P. (1992). *Pedagogia da Esperança: um reencontro com a Pedagogia do Oprimido*. (1 ed.). Paz e Terra.
- Freire, P. (1996). *Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa* (1 ed). Paz e Terra.
- Freire, P. (2000). *Pedagogia da Indignação: cartas pedagógicas e outros escritos*. (1 ed.). UNESP.
- Green, J.; Dixon, C. N.; Zaharlick, A. (2005). A Etnografia como uma lógica de investigação. *Educação em Revista*, (42), 13-79. Recuperado de http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-46982005000200002
- Knijnik, G. (2006). *Educação matemática, culturas e conhecimento na luta pela terra*. EDUNISC.
- Knijnik, G. & Fonseca, M. C. F. R. (2015). Insubordinate analysis and creative dialogues: productivity and commitments of research. In: D’Ambrósio, B. Espasadin, C. (Orgs.). *Creative Insubordination in Brazilian Mathematics Education Research*. (1 ed). Lulu Press.
- Lave, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics and culture in everyday life*. Cambridge University Press.
- Marinho, M. & Carvalho, G. T. (orgs.) (2010). *Cultura escrita e letramento*. Editora UFMG
- Pino, A. (2000). O social e o cultural na obra de Lev. S. Vigostki. *Educação & Sociedade*, 71, 45-78. Recuperado de <https://www.scielo.br/j/es/a/gHy6pH3qxxynJLHgFyn4hdH/?lang=pt>
- Rujo, R. H. R. (2009). *Letramentos múltiplos, escola e inclusão social*. Parábola Editorial.

-
- Skovsmose, O. (2007). *Educação Crítica: incerteza, matemática, responsabilidade*. Cortez.
- Smolka, A. L. B. (2000). O (im)próprio e o (im)pertinente na apropriação das práticas sociais. *Caderno Cedes* (1) 50, 26-40. Recuperado de <https://www.scielo.br/j/ccedes/a/KNrMXHpm3NdK3SFNycDrHfN/?lang=pt>
- Soares, M. (2001). *Letramento: um tema em três gêneros*. (1 ed.). Autêntica.
- Soares, M. (2003). *Alfabetização e Letramento*. Contexto.
- Street, B. (1984). *Literacy in theory and Practice*. Cambridge University Press.
- Street, B. (2003). What's "new" in the literacy studies? Critical approaches to literacy in theory and practice. *Current Issues in Comparative Education*. Teachers College, Columbia University, 5 (2), 77-91. Recuperado de https://www.tc.columbia.edu/cice/pdf/25734_5_2_Street.pdf
- Vygotsky, L. S. (1981). The genesis of higher mental functions. In: WERTSCH, J.V. (Org.). *The concept of activity in soviet psychology*. Armonk, 134-143.
- Vygotsky, L. S. (1989). Concrete human psychology. *Soviet Psychology*, 17 (2), 53-77.
- Yasuhawa, K.; Rogers, A.; Street, B. (2018). *Numeracy as social practice: global and local perspectives*. (1 ed.). Routledge.

THE QUADRATIC GLASS CEILING AND ITS CONSEQUENCES

O TETO QUADRÁTICO DE VIDRO E SUAS CONSEQUÊNCIAS

EL TECHO DE CRISTAL CUADRADO Y SUS CONSECUENCIAS

William Crombie

(The Algebra Project, USA)

billcrombie@gmail.com

Recibido: 10/07/2023

Aprobado: 10/07/2023

ABSTRACT

Over the past thirty years, the Algebra Project has worked with a diversity of stakeholders (parents, university partners, administrators, teachers, and their students) to raise the floor of math literacy for the most under-served students in US school systems. In the course of this work, we have come to recognize a glass ceiling that the most under-served students and their teachers must contend with. It has blocked access to topics that have historically been considered advanced, but which actually are accessible to students at the levels of Algebra I and Geometry. It has fuelled community debates around how much math is too much math for some students and not enough for others. In this article, we will examine a few examples from Algebra I and Geometry, which clearly show this accessibility. These examples demonstrate that an appropriate floor for math literacy in the 21st century needs to be reconstructed to account for the gap between what could be taught and what is taught in secondary mathematics.

Keywords: math literacy. accessibility. algebra. geometry. calculus.

RESUMO

Nos últimos trinta anos, o Projecto Álgebra trabalhou com uma diversidade de partes interessadas (pais, parceiros universitários, administradores, professores e seus alunos) para elevar o nível de alfabetização matemática para os alunos menos atendidos nos sistemas escolares dos EUA. No decorrer deste trabalho, chegamos a reconhecer um teto de vidro com o qual os alunos mais carentes e seus professores têm de lidar. Ele bloqueou o acesso a tópicos historicamente considerados avançados, mas que na verdade são acessíveis aos alunos dos níveis de Álgebra I e Geometria. Ele alimentou debates na comunidade sobre o quanto a matemática é matemática demais para alguns alunos e insuficiente para outros. Neste artigo, examinaremos alguns exemplos de Álgebra I e Geometria que mostram claramente essa acessibilidade. Esses exemplos demonstram que um piso apropriado para a alfabetização matemática no século 21º precisa ser reconstruído para dar conta da lacuna entre o que poderia ser ensinado e o que é ensinado na matemática secundária.

Palabras-chave: alfabetização matemática. acessibilidade. álgebra. geometria. cálculo.

Durante los últimos treinta años, el Proyecto Álgebra ha trabajado con una diversidad de partes interesadas (padres, socios universitarios, administradores, maestros y sus estudiantes) para elevar el nivel de alfabetización matemática para los estudiantes más desatendidos en los sistemas escolares de EE. UU. En el curso de este trabajo, hemos llegado a reconocer un techo de cristal con el que deben lidiar los estudiantes más desatendidos y sus maestros. Ha bloqueado el acceso a temas que históricamente se han considerado avanzados, pero que en realidad son accesibles para los estudiantes en los niveles de Álgebra I y Geometría. Ha alimentado debates comunitarios sobre cuántas matemáticas son demasiadas para algunos estudiantes e insuficientes para otros. En este artículo, examinaremos algunos ejemplos de Álgebra I y Geometría, que muestran claramente esta accesibilidad. Estos ejemplos demuestran que es necesario reconstruir un piso apropiado para la alfabetización matemática en el siglo XXI para tener en cuenta la brecha entre lo que se podría enseñar y lo que se enseña en matemáticas secundarias.

Palabras clave: alfabetización matemática. accesibilidad. álgebra. geometría. cálculo.

Introduction

In a posthumously published editorial Bob Moses (2021), the founder of the Algebra Project, wrote:

Amidst the planet-wide transformation we are undergoing, from industrial to information-age economies and culture, math performance has emerged as a critical measure of equal opportunity. We can see the collateral damage of inequities in math education in the way that students are tracked into dead-end math courses and how that tracking is then used to deny them other opportunities because they cannot demonstrate the required math competencies on standardized tests. Simply look at how the failure to complete math requirements is strongly correlated with not completing either high school or post-secondary education.

These inequalities in math education and their collateral damage affect the vast majority of American students, but their most severe impact is upon communities of color. While the American meritocratic perspective sees these inequalities as evidence that the equality of opportunity does not imply an equality of results, the literacy paradigm that the Algebra Project operates under views the inequality of results as implying an inequality of opportunities to learn. The purpose of this paper is to reveal one source of these inequalities affecting all students in the United States.

Within the Algebra Project, we have seen that these inequalities stand in plain sight but are not easily recognized because their origins lay deeply embedded in the presuppositions of our standards, policies, and practices. These presuppositions determine what we think is advanced mathematics versus elementary mathematics, what we think certain students can or cannot learn, and consequently, what we think certain students should or should not learn (Rosenstein, 2017; Thompson, 2008).

Presently the US math education research community has a major focus on examining how we teach and how students learn. Pedagogical content knowledge, PCK (Shulman, 1986), and mathematical knowledge for teaching, MKT (Ball, 1990) are two of the most prominent perspectives for how we teach. Constructivist research is focused on the mental construction of knowledge and understanding by students. This broad research agenda extends from cognitive constructivism (Clements, 1990) and neo-Piagetians such as APOS Theory (Dubinsky, 2001) to social constructivist (Van de Veer, 1994; Bransford, Brown & Cocking, 1990; Steffe, & D'Ambrosio, 1995). But these research frameworks take the underlying mathematics as given. They have not considered whether the mathematical content itself is problematic. Not only is *what we teach* as important as *how we teach*, but *how we teach* depends critically on *what we teach*. In this regard, the perspective we have developed in the Algebra Project suggests that significant portions of the learning issues faced by low-performing students in mathematics, particularly at the secondary level, are, in fact, didactic-genic, i.e., they have their origin,

not in a lack of student preparedness or understanding, but rather in what we teach and how we teach it. The research agenda we are developing subjects the underlying mathematical content and the way in which that content is taught to a process of theoretical reconstruction and criticism. It is a preparatory study to PCK, MKT, and Constructivism in that it finds problematic and critically examines what these perspectives take as given. This article presents an example of the content analysis, theoretical reconstruction, and social criticism of the beginning high school mathematics sequence: Algebra I and Geometry. For students performing below proficiency in mathematics, and consequently, for all students, this analysis has the potential to reset the boundaries for what can be taught within a given content area and consequently what should be taught in that content area. To paraphrase Peter Gabriel Bergman in his introduction to *Basic Theories of Physics* (1949), the crucial task we are setting is to clarify the conceptual framework of the mathematics we teach and, in so doing to reforge it in order to keep abreast of societal need and educational progress.

The Quadratic Glass Ceiling we propose to uncover is the product of gaps, Blind Spots, in the mathematics that is taught for the first two years of high school in the US, namely in Algebra I and Geometry. The difficulty in recognizing these gaps is captured in the Einstein-Wertheimer Correspondence on Geometric Proofs and Mathematical Puzzles (Luchins, 1990). Albert Einstein suggests:

Concepts that have proved useful for ordering things easily assume so great an authority over us, that we forget their terrestrial origin and accept them as unalterable facts. They then become labeled as ‘conceptual necessities,’ ‘apriori solutions,’ etc. The road of scientific progress is frequently blocked for long periods by such errors. It is therefore not just an idle game to exercise our ability to analyse familiar concepts, and to demonstrate the conditions on which this justification and usefulness depend.

Are these Blind Spots, these conceptual necessities, easily seen for what they are? No, not at all. For if they were, we wouldn’t label them as Blind Spots. But we can perceive them if we first develop a picture of what should occupy these spots and then look again to see that these spots are empty. The Blind Spots creating the Quadratic Ceiling run through standards-based curricula, teacher mathematical and instructional practice, learning progressions and their associated tasks and products. In a discussion of learning progressions Maloney (2022) asserts

... learning trajectories provide detailed descriptions of instructionally-grounded development of mathematical concepts and reasoning from the perspective of student learning, and, overall, building on decades of accumulated experience in mathematics education research. However, their greater importance may lie in their potential as frameworks that contribute an unprecedented coherence across classroom instruction, professional development, standards, and assessment, by focusing squarely on conceptual understanding and reasoning instead of assessment-driven procedural knowledge. This potential was sufficiently compelling as an organizing framework to have been cited as a basis for the Common Core mathematics standards, the new mathematics learning expectations that are consistent across most of the United States.

It, therefore, seems that the consequences of these Blind Spots and their associated Quadratic Glass Ceiling would follow a similar trajectory with parallel but detrimental impacts. Indeed, these gaps and ceilings produce an unprecedented incoherence across curricula, classroom instruction, professional development, learning progressions, and assessments, as the following examples will show.

An Example of a Blind Spot in High School Algebra I

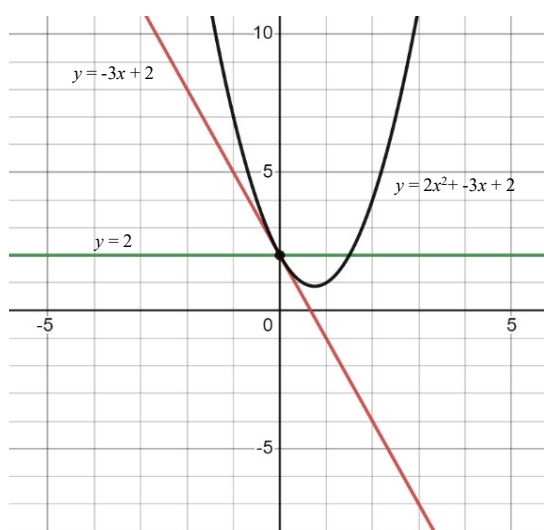
The following two questions have been used in professional learning sessions with teams of high school mathematics teachers. The typical responses are given below.

- What is the meaning of the parameters m and b in the linear function,
 $y = mx + b$?
 m : the slope of the line,
 b : the y -intercept, $(0,b)$ the point where the line intersects the y -axis.

- What is the meaning of the parameters a , b , and c in the quadratic function, $y = ax^2 + bx + c$?
 a : $a > 0$, opens up, $a < 0$ opens down, $|a| > 0$ stretches, $0 < |a| < 1$ compresses.
 b : a horizontal translation of the parabola to the left or to the right,
the line of symmetry is given by $x = -b/2a$
 c : the y -intercept

These responses are consistent with standard Algebra I texts. In the conventional formulation of Algebra I, the meaning of polynomial coefficients is never fully developed. The literature recognizes that this omission leads to certain misconceptions but has no notion of either a clear interpretation of all the coefficients or how to address the issue of their interpretation effectively. Ellis and Grinstead (2008) note that the equation for a parabola $y = ax^2 + bx + c$, fosters two types of student misconceptions that they describe as “ b is the slope of the graph” and “ a is the slope of the graph.” There is no recognition in their article that, indeed “ b ” is the slope of the graph of a sort (to be developed below). And regrettably, a conceptual misunderstanding is attributed to the student. This “misinterpretation on the part of the student” is a direct consequence of a gap in the mathematics of quadratic functions as usually developed. A standard task for students in Algebra I is to use a graphing calculator to determine the geometric meaning of the three parameters a , b , and c . The quadratic parameter “ a ” is recognized to determine whether the parabola opens up or opens down and how fast it opens. The constant term “ c ” is recognized as the y -intercept of the parabola. But the linear coefficient, b , seems to be problematic. The linear coefficient “ b ” does not have a clear interpretation, neither from teachers, math education researchers, in state curriculum standards, nor in the textbooks that are based upon those standards. Movshovtitz-Hadar (1993) describes an exercise where students graph each monomial of a quadratic: the squared term, the linear term and the constant term. But Movshovtitz-Hadar’s exercise stops short of determining the relationship among the coefficients.

In our work with teachers and their students, we use the following exercise to resolve this indeterminacy. In addition to identifying the geometric meaning of each coefficient by observing the salient geometric feature affected by varying the coefficient’s value, students are given the task of determining the effect of adding the next-order term starting with a constant polynomial and going up to a quadratic polynomial. The salient geometric feature of the constant monomial is its height above or below the x -axis. And that position is a global property of the graph. With the addition of a linear monomial, the global feature of the constant monomial becomes a local feature of the graph at the y -axis: the y -intercept of the graph. The salient feature of the linear polynomial is then the direction of the graph, again a global feature. With the addition of a quadratic monomial, the global feature of the linear monomial does not disappear any more than the y -intercept of the constant monomial disappears. The direction of the graph becomes a local feature of the graph at the y -intercept.



An example, shown in Figure 1, may help clarify this progression. We start with the constant monomial, $y = 2$, a horizontal line. The value of the constant function, 2, applies to all values of its domain. When the linear monomial is added to the constant term, the line with y -intercept 2 and slope -3 results. The slope characterizes the direction of the line and is a global property of the straight-line graph. Finally, a quadratic term is added to the linear polynomial. The quadratic coefficient, 2, indicated that the parabola opens upward and turns faster than the parent parabola, $y = x^2$. The linear polynomial now describes the direction of the graph at the y -intercept.

Figure 1

In general, students find that the highest-order coefficient describes a global property of the graph. Adding the next-order term causes the previous global feature to become a local feature at the y -intercept. Students determine the following results:

- $y = c$: c describes the **height** of the graph.
- $y = bx + c$: c describes the **height** of the graph at the y -intercept, and b describes the **direction** of the graph and, consequently how fast the **height** of the graph is changing.
- $y = ax^2 + bx + c$: c describes the **height** of the graph at the y -intercept, b , the **direction** of the graph at the y -intercept, and a , the **turning** of the graph and consequently how fast the **direction** of the graph is changing.

The linear portion of the quadratic polynomial at the y -intercept is traditionally called the tangent line. It allows students to “read off” the instantaneous rate of change of the polynomial function at the y -intercept. If this was known to teachers and their students, they could find the slope of the tangent line, the derivative, at any other position on the polynomial by simply translating the y -axis. That the linear portion of a polynomial corresponds to the tangent line at the y -intercept is not new. It is referenced, but not consistently, in practitioner journals. (Rabin, 2008; Carroll, 2009) Moreover, it is not systematically and coherently taught to student populations in our most under-served schools. Eureka, a Common Core-aligned curriculum, does mention the average rate of change across a parabola in its Algebra I curriculum (Eureka, 2015), but even there, the geometric meaning of the linear coefficient and its consequences is missing.

This example is the first instance of the Quadratic Glass Ceiling. The notion of the tangent line is an easily accessible concept within the framework of Algebra I. Its avoidance, as noted above, leads to several misconceptions on the part of students in their attempt to see some coherence and relationship among the mathematical concepts they are being taught.

An Example of a Blind Spot in High School Geometry

The following three questions have been used in professional learning sessions with teams of high school mathematics teachers. The typical responses are given below.

How is the area from $x = 0$ to $x = 1$ determined under

- a horizontal line given by the equation, $y = c$?
Easy! The region under the line is a rectangle.
- a straight line given by the equation, $y = mx$?
Easy! The region under the line is a triangle.
- a parabola given by the equation, $y = ax^2$?
Wait. The parabola is curved. We need Calculus!

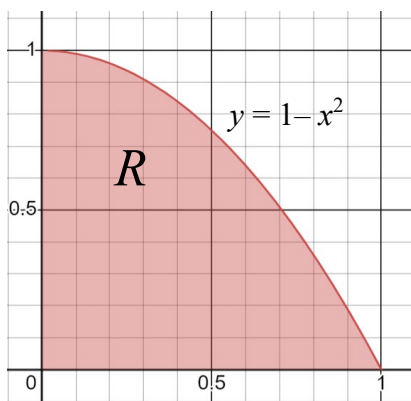





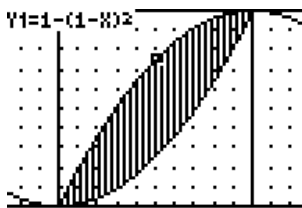
Figure 2

The conventional wisdom regarding the area under a parabola is typically framed along similar lines. We find in *University Calculus* (Hass, 2012):

Suppose we want to find the area of the shaded region R that lies above the x -axis, below the graph of $y = 1 - x^2$ and between the vertical lines $x = 0$ and $x = 1$. Unfortunately, there is no simple geometric formula for calculating the areas of general shapes having curved boundaries like the region R .

Despite this pronouncement of what cannot be done, the following exercise is a problem in high school Geometry requiring little more than the set of transformations that the Common Core Standards target as an essential component for learning Geometry. In this exercise, students are asked to complete a proof given a sequence of pictures. The third column is initially blank. In the third column, students are asked to explain how each picture relates to the following picture and how the shaded areas are connected. The problem is to determine the area of the parabolic triangle, P , in terms of the area of the enclosing square, S .

Geometry	Algebra	Explanation of Picture
 <p>Picture 1</p>	<p>P</p>	<p>We want to find the area of the region between the parabola, $y = x^2$, and the positive x-axis within the unit square. We symbolize the area of this “triangular” region by P.</p>
 <p>Picture 2</p>	<p>P</p>	<p>The shaded figure is the same size and shape as the parabolic triangle in Picture 1. It is derived from the original parabolic triangle by a reflection about a vertical line at the base’s midpoint.</p>
 <p>Picture 3</p>	<p>P</p>	<p>The shaded figure is the same size and shape as the original parabolic triangle. It is derived from the parabolic triangle in Picture 2 by a reflection about a horizontal line located at the midpoint of the vertical side of the square.</p>



$$S = 2P + G$$

Picture 4

The area of the square (S) is equal to the area of the two parabolic triangles ($2P$) plus the area of the gap (G). The area of the gap is determined by the difference between its upper and lower boundaries.



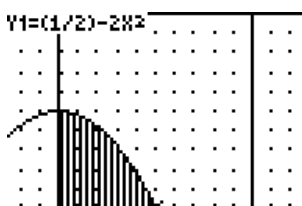
$$G$$

Picture 5

Since the area of the gap depends only upon the difference between the upper boundary (UB) and the lower boundary (LB),

$$A(UB - LB) = A(UB) - A(LB),$$

the area of the hill is equal to the area of the gap (G).



$$(1/2)G$$

Picture 6

The hill is horizontally translated to the left by half the length of the square's base. The area of the shaded figure is equal to half the area of the gap.

Geometry

Algebra

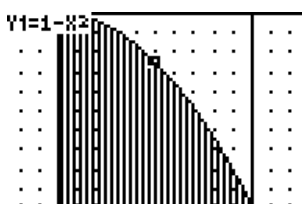
Explanation of Picture



$$G$$

Picture 7

Horizontally scaling the figure in Picture 6 by a factor of 2 results in a figure with an area twice that of half the gap. The area of the shaded figure is simply G .



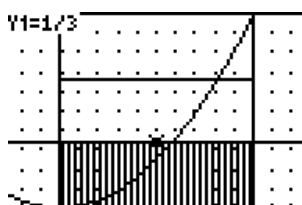
$$2G$$

Picture 8

Vertically scaling the figure in Picture 7 by a factor of 2 results in a figure with twice the gap's area. The area of the shaded figure is $2G$.



Picture 9



Picture 10

This figure is a reflection of the figure in picture 4, about a vertical line located at the midpoint of the base. Since the area of the previous figure was equal to twice the area of the gap ($2G$), the area of the lower triangle (P) must also equal the area of the gap (G).

Therefore, the area of the square ($2P+G$) is equal to three times the area of the parabolic triangle, P . And the area of the parabolic triangle is one-third the area of the unit square.

So, referring back to Figure 2, there is a *simple geometric formula* for calculating the area of the region designated as R . We only need to read Pictures 8, 9, and 10 in reverse order to see that the area of R is equal to $2/3$ of the enclosing square. The area under the graph of a cubic polynomial function entails a similar logic. The area under the n^{th} - order polynomial can be accomplished algebraically but requires the use of combinatoric identities beyond the scope of Algebra I or Algebra II.

The area under the parabola is typically the gateway problem to the Integral Calculus. As with the previous Algebra I exercise, we have successfully used this exercise with high school teachers and their Geometry students. Moreover, we see that not only is the conventional wisdom on the area problem mathematically incorrect but that it needlessly delays the introduction of concepts and techniques that are well within reach of students in a high school Geometry class.

Consequences of the Quadratic Glass Ceiling

The present situation with high school mathematics in the US is reminiscent of what Bob Moses referred to as sharecropper education. This was and still is an arrangement where communities are denied access to literacy levels within the educational system only to have those same levels of literacy used as conditions for blocking or enabling greater participation in the system. The data from the National Assessment of Education Progress (NAEP) Report for 2019, pre-COVID, provides a prime example of the effect on communities of color of this type of double bind. (NCES, 2019). The 12th-grade NAEP mathematics achievement level results by race/ethnicity have 32% of white 12th graders at or above proficient. NAEP defines proficiency as demonstrating “solid academic performance and competence in challenging subject matter.” Blacks performed at 8%, Hispanics at 11%, and Native Americans at 9%. These results are a consequence of institutional constraints which perpetuate historical inequalities rather than simply the unpreparedness of the students from the communities involved. To expand upon the position stated in the Introduction, not only is *what we teach* as important as *how we teach* but *how we teach* depends critically on *what we teach and to whom*. What these students of color could have been taught and should have been taught they simply were not taught.

Calculus is not just a system of knowledge and techniques. It is also an institution. (Kaput, 2000). And as with many institutions, Calculus in the US educational system is a marker of privilege. The examples of the Quadratic Glass Ceilings given here demonstrate that there is no mathematical reason for the privileged access to Calculus that we presently see in US public schools. Instead, the reasons for

restricting access are historical, social, and ultimately institutional. They serve to maintain an institutional system of privilege even after the original justifications no longer seem to be socially acceptable or politically relevant. This is the critical difference between institutional racism and its earlier explicit virulent variant. Under the aegis of meritocracy, the effects of institutional policies are claimed to be race-neutral. But the presence of institutional racism is found in its differential impact on communities of color as noted in the 2019 NAEP data.

The point of view developed here calls for a reassessment of the relationship between Algebra as the elementary discipline and Calculus as the advanced discipline. Alfred North Whitehead (1929) offers a clarifying perspective. “Algebra is the intellectual instrument for rendering clear the quantitative aspects of the world.” Along these lines, Algebra can be understood in terms of its defining or foundational problems. Algebra addresses four fundamental problems: the problem of dependency, the problem of comparison, the problem of rate of change, and the problem of net change. The dependency problem asks, “How does one quantity depend upon another?” The answer to this question is typically a function, a concept often viewed as the central notion that Algebra should be built around. (Klein, 1932). The comparison problem asks, “When is one quantity or function less than, equal to, or greater than another?” The answer to this question typically involves the solution of equations and inequalities. The rate of change problem asks, “How fast is a quantity or function changing?” In Algebra I, this question is typically addressed by conditions of either constant rates of change or average rates of change. The net change problem asks, “By how much has a quantity or function changed?” And again, these problems are only considered for the cases of a constant rate of change or an average rate of change.

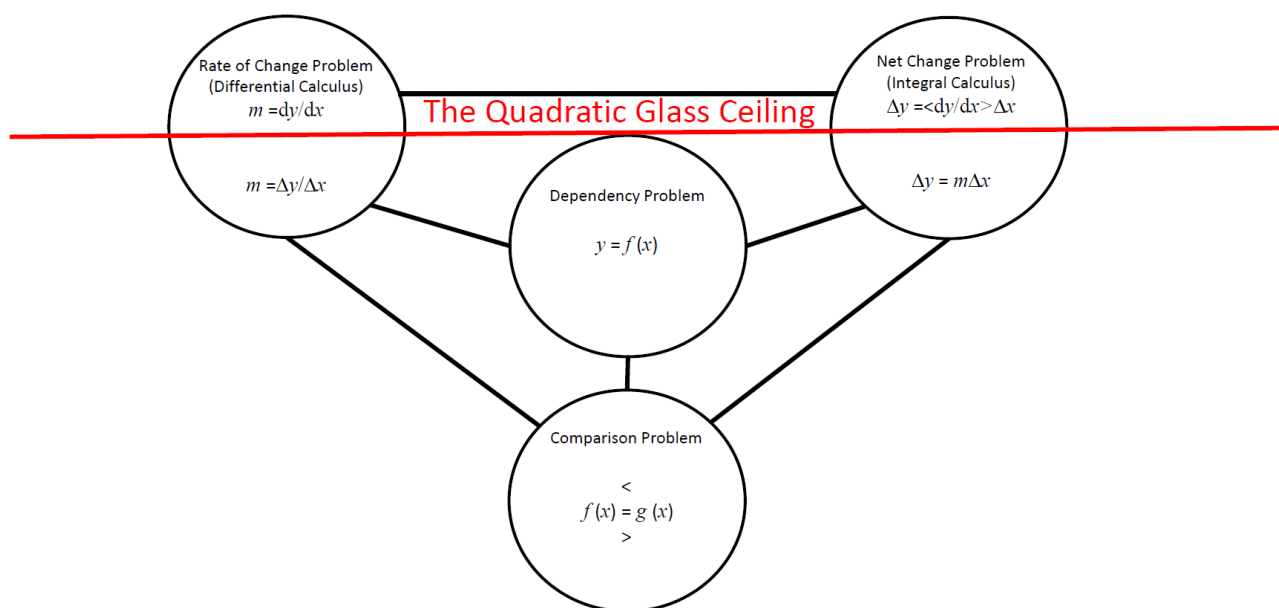


Figure 3

The preceding examples demonstrate that this restriction to constant and average rates of change is not a consequence of the mathematics itself. The notions of varying rates of change, slopes/derivatives, and their corresponding net changes, areas/integrals, are accessible through the study of polynomial functions, and in the first instance, through quadratic functions as early as Algebra I and Geometry. The present restrictions on their study are historically derived. And, as demonstrated above, the reason for their continued use in the restricted sense is an institutional choice, not a mathematical requirement.

At present in the US, Calculus has assumed a position as the capstone course of the high school mathematics sequence. Access to Calculus is presently based on a meritocratic rationale. According to the conventional wisdom, Calculus as an advanced topic requires four or more years of preparation for

its acquisition: Algebra I, Geometry, Algebra II, Trigonometry, Pre-Calculus, and only then Calculus. (Almora Rios, 2023) The previous examples in this article demonstrate that Calculus is not the advanced topic it is presently assumed to be because Calculus is not synonymous with Analysis, the mathematics of approximation and limits. The main results of the Calculus can be derived from the advanced topic of limits or as shown above from an application of basic Algebra and Geometry. We have presented only the first steps in such a derivation here. Because the main concepts and techniques of Calculus fall squarely within the domains of Algebra I and Geometry, the present meritocratic prerequisites serve only to support the privilege of some and retard the advancement of others. In effect, the most practical prerequisite for Calculus with Limits is Calculus itself as a fundamental problem domain of introductory Algebra and Geometry. Calculus, in spite of the way it is presently taught, is nothing more than quantitative reasoning: reasoning in terms of quantity, rate of change, and net change. Or as Whitehead reminded us, “Algebra is the intellectual instrument for rendering clear the quantitative aspects of the world.”

If we can indeed see these Blind Spots and the Quadratic Glass Ceiling they create, an appropriate floor for math literacy in the 21st century needs to be reconsidered and reconstructed to account for the gap between what could and should be taught and what is taught in secondary mathematics to all communities in the US.

References

Almora Rios, M., & Burdman, P. (2023). *Staying the Course: Examining College Students' Paths to Calculus*. Just Equations.

Ball, D. L. (1990). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. *Elementary School Journal*, 90, 449–466.

Bergmann, P. G., (1949). *Basic Theories of Physics*. New York: Prentice-Hall.

Bransford, J. D., Brown, A. L., & Cocking, R.R. (1999). *How people learn: Brain, mind, experience, and school*. Washington, DC: National Research Council.

Carol, W. (2009, March) Tangent Lines without Derivatives for Quadratic and Cubic Equations, *The Mathematics Teacher*, 102(7), 516–519.

Clements, D. H., Battista, M. T., (1990). Cognitive Learning and Teaching. *The Arithmetic Teacher*, 38(1), 34-35.

Crombie, W., & Grant, M. (2012). Polynomial calculus: Rethinking the role of architecture and access to advanced study [Topic Study Group 13]. *Pre-proceedings of the Twelfth International Congress on Mathematics Education* (pp. 2670–2679), Seoul, Korea.

Ellis, A. B., & Grinstead, P. (2008). Hidden lessons: How a focus on slope-like properties of quadratic functions encourage unexpected generalizations. *The Journal of Mathematical Behavior*, 27, 277–296.

Eureka Math: A Story of Functions. Algebra I. Module 4, *Polynomials, Quadratic Expressions, Equations, and Functions*. (2015). San Francisco: Jossey-Bass.

Dubinsky, E. & McDonald, M. A. (2001). APOS: A Constructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research. In: D. Holton, M. Artigue, U. Kirchgraber, J. Hillel, M. Niss, A. Schoenfeld (Ed.s) *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level*. New ICMI Study Series, volume 7, Springer, Dordrecht.

Hass, J., Weir, M. D., & Thomas, G. B. (2012). *University Calculus: Early Transcendentals*. Addison-Wesley.

-
- Kaput, J. (1997). Rethinking Calculus: Learning and Teaching, *American Mathematical Monthly*, 104(8), 73–737.
- Klein, F., (1932). *Elementary Mathematics from An Advanced Standpoint*, New York: Macmillan.
- Luchins, A. S. & Luchins, E. H. (1990). The Einstein-Wertheimer Correspondence on Geometric Proofs and Mathematical Puzzles. *Mathematical Intelligencer*. 12(2), 35–43.
- Maloney, A. P., Confrey, J., & Nguyen, K. H., (Eds.) (2014). *Learning over time: Learning trajectories in mathematics education*. IAP Information Age Publishing.
- Moshovitz-Hadar, N., (1993). A Constructive Transition from Linear to Quadratic Functions. *School Science and Mathematics*. 93(6), 288–298.
- Moses, B. (2021). Returning to “Normal” in Education is Not Good Enough. The Imprint. <https://imprintnews.org/opinion/returning-to-normal-in-education-is-not-good-enough/58069>
- NCES/National Center for Educational Statistics. (2019). *National assessment of educational progress: Mathematics*. U.S. Department of Education and the Institute of Education Sciences.
- NGACBP & CCSSO. (2010). *Common Core state standards mathematics*. National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers.
- Rabin, J. (2008, March). Tangent Lines without Calculus, *The Mathematics Teacher*, 101(7), 499–503.
- Rosenstein, J. G. & Ahluwalia, A. (2017). Putting the brakes on the rush to AP Calculus. In D. Bressoud (Ed.), *The Role of Calculus in the Transition from High School to College Mathematics* (pp 27–40). MAA Press.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge Growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.
- Steffe, L. P. & D’Ambrosio, B. S. (1995). Toward a working model of constructivist teaching: A reaction to Simon. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26, 146–159.
- Thompson, P. (2008). One approach to coherent K–12 mathematics: Or, it takes 12 years to learn calculus. *Pathways to Algebra Conference*, Mayenne, France.
- Van de Veer, R., & Valsiner, J. (Eds.) (1994). *The Vygotsky Reader*. Oxford: Blackwell.
- Whitehead, A., N., (1929). *The Aims of Education and Other Essays*. New York: The Free Press.

A EXPERIÊNCIA DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA EM UM CURSO INTERDISCIPLINAR¹

THE EXPERIENCE OF TRAINING SCIENCE AND MATHEMATICS TEACHERS IN AN INTERDISCIPLINARY COURSE

LA EXPERIENCIA DE FORMAR PROFESORES DE CIENCIAS Y MATEMÁTICAS EN UN CURSO INTERDISCIPLINARIO

Ana Maria Santos Gouw

(Universidade Federal de São Paulo, Brasil)

ana.gouw@unifesp.br

Patrícia Rosana Linardi

(Universidade Federal de São Paulo, Brasil)

linardi@unifesp.br

Reginaldo Alberto Meloni

(Universidade Federal de São Paulo, Brasil)

meloni@unifesp.br

Recibido: 02/07/2022

Aprobado: 02/07/2022

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo apresentar a experiência de construção de um curso de formação de professores de ciências e de matemática com caráter interdisciplinar. O trabalho foi desenvolvido a partir da interpretação de alguns aspectos da história da educação em ciências e matemática no Brasil que ainda se manifestam nas práticas pedagógicas e dos contextos político e social nos quais se desenvolveu a experiência de construção do Curso de Ciências – licenciatura da Universidade Federal de São Paulo. A tradição de disciplinas escolares independentes e a própria formação disciplinar dos docentes do curso constituíram grandes desafios para a implantação de um curso interdisciplinar, com foco na promoção do diálogo das ciências naturais e da matemática com os desafios sociais e educacionais da atualidade brasileira. A análise aponta que nesse percurso foram enfrentados muitos desafios de ordem conceitual, estrutural e institucional, mas que o resultado (ainda em movimento) foi a organização de um curso com bases teóricas híbridas que desenvolve grande variedade de experiências de integração dos campos da ciência e da matemática e promove uma formação interdisciplinar e contextualizada.

Palavras-chave: formação de professores. ensino de ciências. cursos interdisciplinares.

¹ Esse texto foi elaborado para o 12th International Conference of Mathematics Education and Society (28/07 – 02/08, São Paulo/Brasil) a partir do artigo publicado na revista Educação Unisinos, 26 (Gouw; Meloni, 2022) com uma discussão para o evento científico sobre a educação matemática.

ABSTRACT

This paper aims to present the experience of building a science and mathematics teacher training course with an interdisciplinary purpose. The work was developed from the interpretation of some aspects of the history of science and mathematics education in Brazil that still manifest themselves in pedagogical practices and the political and social contexts in which they developed the construction experience of the Course of Science - licentiate degree of the Federal University of São Paulo. The tradition of independent school subjects and the course teacher's disciplinary training were major challenges for the implementation of an interdisciplinary course, focused on promoting dialogue between the natural sciences and mathematics with the social and educational challenges of today's Brazil. The analysis points out that there were several challenges of conceptual, structural, and institutional order, but the result (still in movement) was the organization of a course with hybrid theoretical bases that develops a great variety of integration experiences of science and mathematics fields and promotes an interdisciplinary and contextualized training.

Keywords: teacher education. science teaching. interdisciplinary graduation.

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es presentar la experiencia de construcción de un curso de formación interdisciplinario para profesores de ciencias y matemáticas. El trabajo se desarrolló a partir de la interpretación de algunos aspectos de la historia de la educación en ciencias y matemática en Brasil que todavía se manifiestan en las prácticas pedagógicas y de los contextos políticos y sociales en el período en que se desarrolló la experiencia de construcción del Curso de Ciencias de la Universidad Federal de São Paulo. La tradición de asignaturas escolares independientes y la formación propia de los profesores del curso constituyeron grandes desafíos para la implementación de un curso interdisciplinario, con foco en promover el diálogo entre las ciencias naturales y la matemática con los desafíos sociales y educativos de la realidad brasileña. El análisis apunta que en este camino se enfrentaron muchos desafíos conceptuales, estructurales e institucionales, pero que el resultado (todavía en marcha) fue la organización de un curso con bases teóricas híbridas que desarrolla una gran variedad de experiencias de integración de los campos de la ciencia y de la matemática y promueve una formación interdisciplinaria y contextualizada.

Palabras clave: formación de profesores. enseñanza de las ciencias. cursos interdisciplinarios.

Introdução

A formação de professores de ciências e matemática em âmbito interdisciplinar tem desencadeado diversas discussões nas pesquisas brasileiras. A ausência de diretrizes curriculares específicas para tais cursos, a diversidade conceitual do que vem a ser interdisciplinaridade, bem como a dificuldade na execução em um processo formativo desta natureza resultam em questões de enorme complexidade. Somam-se a isso as particularidades existentes na formação dos professores de ciências e matemática, na qual a contextualização, a perspectiva histórica e filosófica, a experimentação e as demandas sociais devem ser contempladas (Nascimento et al., 2010; Gozzi & Rodrigues, 2017; Fernandes, 2019).

No intuito de abordar os desafios para contemplar estas questões em um curso de formação de professores, neste trabalho serão apresentados alguns aspectos do percurso teórico-metodológico desenvolvidos durante a elaboração e o desenvolvimento do Curso de Ciências – licenciatura, da Universidade Federal de São Paulo (Unifesp) em Diadema, bem como os aspectos organizacionais que estiveram envolvidos ao longo do processo de implantação.

O curso de Ciências foi elaborado a partir da prerrogativa de que era necessário estabelecer um diálogo entre as áreas da biologia, da física, da química e da matemática, propiciando um percurso inicial único, que contemplasse essas quatro áreas e os conhecimentos pedagógicos. Após dois anos, o estudante deveria optar pela formação em uma das ciências ou em matemática. O curso teve início no ano de 2010 e passou por uma reformulação curricular no ano de 2018. Os cursos de natureza interdisciplinar podem contribuir na diminuição do enorme déficit de professores para o ensino básico nestas áreas do conhecimento e possibilitar uma formação integrada tanto em relação aos conhecimentos das ciências e da matemática quanto aos contextos socioculturais nos quais o futuro professor poderá atuar.

Neste trabalho serão discutidos os limites e as possibilidades do processo de construção deste curso e está organizado em duas seções. A primeira seção apresenta considerações gerais sobre a cultura disciplinar e a formação de professores de ciências e matemática, e na segunda seção aborda-se a formação do curso de Ciências, sua estrutura curricular e alguns resultados de sua implementação após 10 anos em atividade.

Considerações sobre a cultura disciplinar e a formação de professores de ciências e matemática

No Brasil, até os anos de 1990, eram raras as propostas pedagógicas de integração das ciências entre si e da integração das ciências com a matemática. Os livros didáticos de química, física, biologia e matemática contemplavam o conteúdo limitados aos seus campos de conhecimento e, ainda que a compreensão de muitos fenômenos da natureza exigisse saberes mais amplos, praticamente não se encontrava nesses materiais uma articulação entre os conhecimentos trabalhados nas disciplinas escolares.

Embora a análise do problema da compartimentalização do ensino não seja o tema deste trabalho, faremos algumas considerações sobre o processo de construção do ensino de ciências e matemática no Brasil, uma vez que, em nossa opinião, a compreensão de alguns desses aspectos ajudará no entendimento dos desafios conceituais, estruturais, históricos e culturais que estavam no contexto da criação do Curso de Ciências - licenciatura da Unifesp.

O primeiro aspecto importante é o de que o ensino das ciências e matemática no Brasil foi construído a partir da ideia de que ensinar ciências e matemática é ensinar o seu conteúdo. Se até a metade do século XX a discussão curricular apenas dava os seus primeiros passos, a partir dos anos de 1950 esta questão se desenvolveu no Brasil sob a influência dos debates que ocorriam nos Estados Unidos da América, especialmente com os trabalhos de Tyler (1983) e de Bruner (1978).

Ralph Tyler foi um educador norte-americano que dedicou seus trabalhos à avaliação educacional e, a partir de uma abordagem técnica, desenvolveu uma teoria para a organização dos currículos que orientou a elaboração de “praticamente todas as propostas curriculares” no Brasil até os anos de 1980 (Lopes & Macedo, 2011, p. 43). Segundo Tyler (1983) a organização de qualquer currículo deveria se pautar pelo encaminhamento de quatro questões fundamentais:

1. Quais objetivos educacionais deve a escola procurar atingir?
2. Que experiências educacionais podem ser oferecidas que tenham probabilidade de alcançar esses propósitos?
3. Como organizar eficientemente essas experiências educacionais?
4. Como podemos ter certeza de que esses objetivos estão sendo alcançados? (Tyler, 1983, p. 1)

Embora sua proposta não limite o campo das escolhas que instituições e professores possam fazer no processo educativo, havia uma racionalidade baseada na “organização e desenvolvimento” dos currículos (Silva, 2001, p. 25) que, em nossa opinião, promoveu um fortalecimento da organização disciplinar. Nesse sentido, houve também um distanciamento de propostas pedagógicas alternativas, como as vinculadas às teorias críticas, que poderiam articular o ensino das ciências e matemática com outros temas ou relacionadas às questões sociais.

Outro autor que influenciou a educação em ciências e matemática no Brasil foi Jerome Bruner (Lopes & Macedo, 2011). Segundo esse autor, o mais importante para a compreensão de qualquer área do conhecimento é entender os fundamentos da área, ou seja, a “estrutura fundamental da matéria de estudo” (Bruner, 1978, p. 20). Para Bruner (1978), havia três razões para que se priorizasse o ensino das estruturas das disciplinas: a primeira era que o conhecimento da estrutura “torna a matéria mais compreensível” (Bruner, 1978, p. 21); a segunda era que a memória é mais efetiva quando assimila os conhecimentos fundamentais do que os detalhes e a terceira era que “uma compreensão de princípios e ideias fundamentais [...] parece ser o principal caminho para uma adequada ‘transferência de aprendizagem’” (Bruner, 1978, p. 22).

Além dessas teorias, outro fator que pode ter acentuado a organização disciplinar foi a concepção tecnicista que prevaleceu na reforma universitária de 1968 (Lei 5.540, de 28 de novembro de 1968) e na reforma do ensino secundário de 1971 (Lei 5.692, de 11 de agosto de 1971), uma vez que essas reformas promoveram um ensino com o objetivo de adaptação do educando à sociedade baseado na quantidade de conteúdos e na ênfase às técnicas de ensino (Brasil, 1968; Brasil, 1971; Hilsdorf, 2006, p. 125).

O ensino tecnicista, que valorizava os meios educacionais e não a formação crítica, e as demandas provocadas pelo caráter dos exames vestibulares (criado na Reforma Universitária), centrado em questões objetivas organizadas a partir dos conhecimentos disciplinares, podem ter provocado um maior distanciamento do ensino das ciências da natureza e da matemática das questões sociais e, conseqüentemente, das concepções críticas de currículo, dificultando a articulação entre as áreas do conhecimento.

No entanto, independente dos fatores que estejam relacionados a este processo, o fato é que até a década de 1980, o ensino das ciências e da matemática se mantiveram estritamente disciplinares, apresentando raros pontos de contato entre as áreas. Neste período havia pouquíssimos projetos pedagógicos dispostos a reverter este quadro, fato que imprimiu uma marca profunda na formação de professores. A discussão sobre a possibilidade de abordagens integradas e contextualizadas do conhecimento só se fortaleceu após a redemocratização do país, especialmente, com o processo de elaboração da nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN) (Brasil, 1996).

É no contexto de uma cultura escolar disciplinar e de incipientes discussões sobre as práticas integradoras que foi organizado o Curso de Ciências - licenciatura da Unifesp. Tratou-se de uma experiência desafiadora, tanto no aspecto organizativo, como em relação às questões pedagógicas, e que ainda se encontra em processo.

O curso de formação de professores de Ciências e Matemática

O Curso de Ciências – Licenciatura da Unifesp é sediado no município de Diadema, cidade da região metropolitana de São Paulo. Um dos critérios para a escolha da cidade de Diadema sediar um campus universitário vocacionado para as ciências foi a forte presença da indústria química nesta região. A decisão de se implantar um curso de formação de professores em Ciências e Matemática foi motivada tanto pelo caráter do campus como pelo fato de que havia uma carência tanto de profissionais habilitados nestas áreas do conhecimento como de professores integrados aos contextos socioculturais dos estudantes, especialmente nas regiões mais vulneráveis das grandes cidades.

No período em que se discutia a formação do curso de Ciências havia uma demanda de 710 mil professores, especialmente de ciências e matemática (Brasil, 2007), e uma perspectiva de que esse número continuaria aumentando (Gatti & Barreto, 2009), uma vez que havia a expectativa de uma considerável expansão do ensino médio nos próximos anos.

Entretanto, não bastava formar o professor apenas em conteúdos conceituais, uma vez que se avaliava que era necessário promover também uma articulação entre o conhecimento científico e as questões sociais do mundo contemporâneo relacionadas, principalmente, com a tecnologia, o meio ambiente, a

saúde etc. Neste sentido, além dos conteúdos específicos das ciências e da matemática, era necessário considerar que os processos educativos deveriam levar em conta os aspectos sociais, culturais e históricos do meio no qual o curso se inseriria.

Nesse sentido buscou-se construir um projeto pedagógico que possibilitasse a formação crítica de um sujeito integrado nas questões mais sensíveis da sociedade. Para isso optou-se por uma formação geral nos dois primeiros anos e outra mais específica em uma das áreas de escolha do(a) estudante – Física, Química, Biologia ou Matemática - nos últimos dois anos do curso. O objetivo dessa proposta era proporcionar ao mesmo tempo uma base sólida em uma das áreas das ciências ou da matemática e, ao mesmo tempo, condições que facilitassem ao egresso a integração dos conhecimentos e o desenvolvimento de projetos interdisciplinares.

A formação integrada pode ser desenvolvida em pelo menos 3 modalidades: “integração pelas competências e habilidades a serem formadas nos alunos; integração de conceitos das disciplinas mantendo a lógica dos saberes disciplinares; integração via interesses dos alunos[...]” (LOPES; MACEDO, 2011, p. 123). No primeiro caso o currículo é organizado a partir de uma racionalidade técnica visando uma formação linear e instrumental.

A segunda modalidade parte do pressuposto de que as disciplinas escolares possuem uma estrutura própria (BRUNER, 1978) e que a integração se dará pela compreensão da relação entre os conhecimentos disciplinares em situações específicas. Nesse caso, o currículo mantém a organização disciplinar, mas são explorados os pontos de contato entre as diversas áreas no processo educativo. Por fim, a terceira modalidade se apoia na educação progressiva defendida pelo escolanovismo ou pela perspectiva crítica de viés freiriano (LOPES; MACEDO, 2011, 125) e pode levar em consideração as demandas produzidas pelas questões sociais.

Quando foi discutido o projeto pedagógico do curso de ciências ainda não tinham sido definidas as diretrizes curriculares para a formação de professores e um dos documentos que serviram de base para essa elaboração foram os PCN. De acordo com os PCN (2000, p.6) a “interdisciplinaridade do aprendizado científico e matemático não dissolve nem cancela a indiscutível disciplinaridade do conhecimento”, o que expressa uma aproximação com a ideia de que cada disciplina possui uma lógica própria a ser ensinada.

Assim, o curso de ciências adotou na prática uma posição mais próxima da linha disciplinar. Em sua primeira fase a disciplina *Integração das Ciências* se desenvolvia no formato de projetos com o objetivo de tratar os temas do ponto de vista das várias áreas das ciências, das humanidades e da matemática. Embora estivesse previsto que essa integração deveria “promover no estudante uma visão global e integrada dos problemas sociais” (Unifesp, 2014, p. 9), isso não se desenvolvia a partir dos interesses dos estudantes, mas como um conteúdo a mais, articulado com saberes específicos das ciências.

Após a elaboração do primeiro projeto pedagógico do curso (Unifesp, 2014) foram realizadas várias experiências de integração e desenvolvimento das áreas das ciências e da matemática. Essas ações promoveram avaliações que culminaram com a convicção de que era necessário realizar modificações nas proposições iniciais do curso.

Esse processo se desenvolveu por cerca de 4 anos até a reorganização do projeto pedagógico (Unifesp, 2019) discutido, agora, no contexto do que estava previsto nas Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) para a Formação Inicial e Continuada em Nível Superior de Profissionais do Magistério para a Educação Básica (Resolução CNE/CP 2, de 01/07/2015). Nas DCN os cursos de formação de professores deveriam se pautar por “uma sólida base teórica e interdisciplinar que reflita a especificidade da formação docente, assegurando organicidade ao trabalho das diferentes unidades que concorrem para essa formação” (Brasil, 2015, p. 4).

Nesse sentido, foram escolhidas duas vertentes para o curso de Ciências - licenciatura:

1) A formação de professores de Ciências, Biologia, Física, Matemática e Química para a educação básica, com ênfase nas possibilidades de integração entre essas diferentes áreas do conhecimento, sobretudo na análise e ensino de problemas complexos e 2) A formação de professores capazes de pensar e agir de forma crítica perante os problemas do contexto social, atentos às necessidades da sociedade e capazes de integrar o embasamento teórico-prático com a discussão crítica e dialética do conhecimento, de forma a favorecer a aprendizagem do estudante, sua promoção pessoal e a transformação de seu entorno, em busca de um ideal democrático e solidário de sociedade (Unifesp, 2014).

Para tal, a formação do professor de ciências e matemática com caráter interdisciplinar exigia do corpo docente a revisão de suas próprias noções de disciplina, a disponibilidade para a integração dos conhecimentos específicos, e um intenso trabalho coletivo e colaborativo, além da atenção para as demandas efetivas das escolas do entorno da universidade. Assim, os desafios estavam relacionados à apropriação dos conceitos de interdisciplinaridade e de contextualização, e na efetivação de um projeto integrador.

Uma das principais questões que emergiu no momento da implantação do curso interdisciplinar foram as características da formação do corpo docente. Os(as) professores(as), em sua grande maioria, tinham uma experiência disciplinar que se tornava um obstáculo para o acolhimento de uma proposta interdisciplinar. Muitos docentes não tinham experiência neste tipo de abordagem, e tampouco possuíam os saberes necessários à integração do conhecimento, uma vez que conhecimentos integrados são diferentes de conhecimentos isolados.

Essa questão está associada ao fato de que a articulação dos conhecimentos de áreas distintas supõe a integração de pessoas formadas em áreas distintas. De pronto, havia diferenças conceituais sobre educação e ensino que levavam a perspectivas formativas diversas. Além disso, como quase sempre ocorre nestas situações, a diversidade conceitual constrói afinidades e expõe as diferenças, o que leva à inevitável formação de grupos de interesse ou comunidades disciplinares (Goodson, 1997), que passam a disputar espaços na matriz curricular e predominância na formação dos estudantes.

Além das questões pedagógicas e de formação do corpo docente, havia também obstáculos de caráter institucional. Um deles era o de que, na Unifesp, os currículos dos cursos de graduação são constituídos por unidades curriculares (UC) que possuem carga horária específica, podendo ser fixas, eletivas ou optativas (Unifesp, 2016). Nesse sentido, foi necessário adequar um curso que possuía uma proposta integradora a partir de uma matriz curricular disciplinar, associando as propostas interdisciplinares às unidades curriculares específicas.

Neste sentido, através do percurso das diversas unidades curriculares, o licenciando deveria apreender as particularidades das ciências e matemática enquanto campo do saber, e ao mesmo tempo ter clareza das concepções de educação, ciências e matemática que assume ao longo de sua formação considerando desde os conteúdos conceituais até as formas de abordagem, os processos avaliativos, as características mais sensíveis das práticas pedagógicas, as relações pessoais entre outros aspectos do processo educativo.

Pesquisas com egressos do curso têm constatado que muitos têm desenvolvido experiências bastante positivas nas suas vidas profissionais, quer porque estão mais preparados para lidar com a nova Base Nacional Curricular Comum (BNCC) (Brasil, 2018), que valoriza a interdisciplinaridade nas ciências naturais e na matemática tanto no ensino fundamental quanto no ensino médio, quer porque possuem um trânsito adequado entre o conhecimento científico e as questões pedagógicas.

Em relação à implementação da BNCC, Castro et. al (2020, p. 9) apontam alguns desafios a serem enfrentados pelo professor, a saber, “a contextualização dos objetos de conhecimento (conteúdos), a interdisciplinaridade e a proposição de soluções para problemas que emergem justamente do olhar contextualizado e interdisciplinar das ciências”. Os egressos do curso têm demonstrado que possuem trânsito entre as disciplinas das ciências da natureza e entre essas e as disciplinas de matemática, o que tem possibilitado maior engajamento nas propostas interdisciplinares e contextualizadas que a BNCC apresenta.

Até o momento, o Curso de Ciências formou mais de 300 professores para atuarem tanto no Ensino Fundamental II como no Ensino Médio, nas trajetórias de biologia, física, matemática e química. Além disso, mais de 60% dos egressos estão no mercado de trabalho atuando como professores, e mais de 64% então cursando cursos de pós-graduação, tanto na área de educação/ensino, quanto nas áreas de ciências básicas.

Considerações finais

Após mais de uma década de atividades do curso de Ciências – licenciatura percebe-se que, a despeito de erros ou acertos cometidos nessa trajetória, tratou-se de um processo dinâmico em sua construção e fecundo em experiências e resultados. Um primeiro aspecto a destacar é que todo processo educativo (nesse caso a construção de um curso de formação de professores) ocorre em contextos histórico, cultural e social específicos.

Alguns aspectos do contexto relacionado à formação do curso são, por exemplo: a cultura disciplinar que estrutura a organização da educação brasileira desde o século XIX e já se consolidou como uma tradição que constituiu a formação de todos os professores que atuam na atualidade; a manutenção das políticas educacionais como políticas de governos e não como políticas de Estado, provocando a redefinição dos projetos e das finalidades em períodos muito curtos dificultando a construção e a avaliação das experiências produzidas sobre os processos educativos; as questões estruturais, problema histórico do Brasil desde o início da massificação da educação nos anos de 1930 e os obstáculos inerentes a qualquer relação humana. Portanto, não há como avaliar essa experiência de construção do curso abstraindo do que a envolve.

Apesar de tudo, nos anos de funcionamento do curso, foram formados professores cujas atuações, tanto no mercado profissional como na trajetória acadêmica têm refletido as características pretendidas de uma formação interdisciplinar. No acompanhamento dos egressos percebe-se que esses profissionais realizam, em relação aos conteúdos conceituais, uma abordagem viva da ciência, em diálogo com as questões da sociedade e em termos metodológicos um diálogo com as propostas interdisciplinares.

Em resumo, pode-se dizer que o curso de Ciências – licenciatura tem oferecido uma formação híbrida com uma base vinculada aos conhecimentos disciplinares e ações ou abordagens que buscam a integração dos conhecimentos.

Referências Bibliográficas

Brasil (2007). *Censo do professor*. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/plano-nacional-de-formacao-de-professores/censo-do-professor>.

Brasil (1968). *Lei 5.540, de 28 de novembro de 1968*. Fixa normas de organização e funcionamento do ensino superior e sua articulação com a escola média, e dá outras providências. Disponível em <<https://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1960-1969/lei-5540-28-novembro-1968-359201-publicacaooriginal-1-pl.html>>.

Brasil (1971). *Lei 5.692, de 11 de agosto de 1971*. Fixa Diretrizes e Bases para o ensino de 1º e 2º graus, e dá outras providências. Disponível em <<https://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1970-1979/lei-5692-11-agosto-1971-357752-publicacaooriginal-1-pl.html>>.

Brasil (1996). *Lei 9.394 de 20 de dezembro de 1996*. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Presidência da República. Casa Civil. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/lei9394_ldbn1.pdf>.

Brasil (2000). *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM). Parte III. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>>

Brasil (2015). *Parecer CNE/CP 2/2015*. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior: cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura e para a formação continuada. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Conselho Pleno. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/docman/agosto-2017-pdf/70431-res-cne-cp-002-03072015-pdf/file>>.

Brasil (2018). *Base Nacional Curricular Comum*. Brasília: Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79601-anexo-texto-bncc-reexportado-pdf-2&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192>.

Bruner, J. S. (1978). *O processo da educação*. São Paulo: Editora Nacional.

Castro, G. A. M., Espírito Santo, C. F. A., Barata, R. C. & Almouloud, S. (2020). Desafios para o professor de ciências da natureza e matemática revelados pelo estudo da BNCC do ensino médio. *Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT*, 15 (2), 1-32. DOI: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2020.e73147>.

Fernandes, F. S. (2019). Formação de Professores de Matemática em Licenciaturas em Educação do Campo: entre cartas, epistemologias e currículos. *Bolema*, 33 (63), 27-44.

Gatti, B. A. & Barreto, E. S. S. (2009). *Professores do Brasil: impasses e desafios*. Brasília: Unesco.

Goodson, I. (1997) *A construção social do currículo*. Lisboa: Educa.

Gozzi, M. E. & Rodrigues, M. A. (2017). Características da Formação de Professores de Ciências Naturais. *Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências*, 17 (2), 423–449. DOI: <https://doi.org/10.28976/1984-2686rbpec2017172423>.

Hilsdorf, M. L. S. (2006). *História da educação brasileira: leituras*. São Paulo: Thomson Learning Edições.

Lopes, A. C. & Macedo, E. (2011). *Teorias do currículo*. São Paulo: Editora Cortez.

Nascimento, F., Fernandes, H. L. & Mendonça, V. M. (2010). O ensino de ciências no Brasil: história, formação de professores e desafios atuais. *Revista HISTEDBR On-line*, 10 (39), 225 – 249.

Silva, T. T. (2001). *Documentos de Identidade*. Uma introdução às teorias do currículo. Belo Horizonte: Autêntica.

Tyler, R. W. (1983) *Princípios básicos de currículo e ensino*. Porto Alegre: Globo.

Unifesp (2013). *Projeto Pedagógico do Curso (PPC) de Ciências – licenciatura*. Unifesp.

Unifesp (2019). *Projeto Pedagógico do Curso (PPC) de Ciências – licenciatura*. Unifesp.

Unifesp (2016). *Plano de Desenvolvimento Institucional (PDI) - 2016-2020*.

REFLECTING ON MATHEMATICS

REFLETINDO SOBRE A MATEMÁTICA

REFLEXIONANDO SOBRE LAS MATEMÁTICAS

Edith Schneider

(Universität Klagenfurt, Austria)

edith.schneider@aau.at

Recibido: 11/07/2022

Aprobado: 11/07/2022

ABSTRACT

In our society, which is based on the division of labor, the ability to communicate with experts is a core competence. Reflection plays a central role for non-experts/laypersons in classifying and evaluating expert statements, and in the closely related decision-making process. Reflection is seen as a cognitive ability as well as an attitude. Mathematical concepts and models are applied in many socially relevant areas. For a (better) understanding of these, their fit, effects, limitations as well as their role and meaning, they should be dealt with and reflected on different levels. In the paper, the following levels of reflection are considered in more detail from this social perspective: mathematics-oriented, model-oriented, context-oriented, and subject-oriented reflection. The fact that such reflections can also be integrated into mathematics lessons is demonstrated by means of concrete tasks.

Keywords: reflexive mathematics. mathematics lessons. social role of mathematics.

RESUMO

Na nossa sociedade, que se baseia na divisão do trabalho, a capacidade de comunicar com os peritos é uma competência essencial. A reflexão desempenha um papel central para os não especialistas/leigos na classificação e avaliação das afirmações dos peritos e no processo de tomada de decisões que lhe está intimamente associado. A reflexão é vista como uma capacidade cognitiva e como uma atitude. Os conceitos e modelos matemáticos são aplicados em muitos domínios socialmente relevantes. Para uma (melhor) compreensão dos mesmos, da sua adequação, efeitos, limitações, bem como do seu papel e significado, devem ser tratados e refletidos a diferentes níveis. Neste documento, os seguintes níveis de reflexão são considerados em mais pormenor a partir desta perspectiva social: reflexão orientada para a matemática, orientada para o modelo, orientada para o contexto e orientada para o sujeito. O facto de estas reflexões também poderem ser integradas nas aulas de matemática é demonstrado através de tarefas concretas.

Palavras-chave: matemática reflexiva. aulas de matemática. papel social da matemática.

RESUMEN

En nuestra sociedad, basada en la división del trabajo, la capacidad de comunicarse con expertos es una competencia esencial. La reflexión desempeña un papel fundamental para

las personas no expertas o legas en la clasificación y evaluación de las declaraciones de los expertos y el proceso de toma de decisiones estrechamente relacionado. La reflexión se considera una capacidad cognitiva y una actitud. Los conceptos y modelos matemáticos se aplican en muchos ámbitos socialmente relevantes. Para una (mejor) comprensión de los mismos, de su idoneidad, efectos, limitaciones, así como de su papel y significado, deben tratarse y reflexionarse a distintos niveles. En este documento, se consideran con más detalle los siguientes niveles de reflexión desde esta perspectiva social: reflexión orientada a las matemáticas, reflexión orientada al modelo, reflexión orientada al contexto y reflexión orientada al sujeto. El hecho de que estas reflexiones también puedan integrarse en la enseñanza de las matemáticas se demuestra mediante tareas concretas.

Palabras clave: matemática reflexiva. lecciones de matemáticas. papel social de las matemáticas.

Introduction

Mathematical activity is not limited to the correct performance of calculations and mathematical operations. It also includes manifold reflections on the meaning of mathematical terms, concepts, representations, procedures, methods, correlations, relationships as well as on the meaning and relevance of mathematics as a whole (cf. Peschek/Prediger/Schneider 2008). Demands from mathematics educators for more “thoughtfulness”, i.e. reflections also in mathematics education are not new. they can be found in numerous mathematics didactic works. The perspectives from which one comes to this conclusion are of different kinds. In the following, the relevance of reflection for (mathematical) education from a societal perspective and relevant orientations for reflection on mathematics will be presented and concretized for the teaching by tasks. The tasks were developed within the research project "Reflecting in Mathematics Education" and have also already been used in the classroom.

Relevance of Reflecting

An essential characteristic of the functioning of our society, which is organized according to the division of labor, is the need to be able to deal with specialized expert knowledge in an appropriate and emancipated manner (see Fischer 2001, 2012). In many questions of public as well as private life and the professional environment, we are confronted with expert statements and must be able to form a judgment about them and to decide or co-decide on the basis of this. Experts here are human beings but also materialized expert knowledge (e.g. books, serious digital media, etc.). Since we can only be experts in a few areas ourselves, we are dependent on those areas in which we are laypersons (non-experts) to obtain expertises from corresponding experts in the field, i.e. to 'communicate' with experts. That is, as laypersons, we must be able to select the appropriate experts for the situation at hand, ask them the appropriate questions, assess their answers, and draw conclusions from them, i.e., make evaluations and, if necessary, make decisions. If necessary, it may also be required to combine different expertises. Fischer (2012, p. 11/12) himself cites the activities of a judge as an example: the judge formulates his judgment on the basis of expert opinions of different disciplines, even though he is not an expert in these disciplines. This means that he selects suitable experts (for example psychologists), asks them questions, has to understand, interpret and assess the answers received (expertises), if necessary combine several expertises with each other and finally make a judgment based on them. But we can also get into comparable situations in everyday life: For example, an expert in heating systems presents us with various alternatives that are possible and favorable for us; as laypersons in this field, we have to understand and evaluate his expertise and decide on one (the one that is better suited to our situation). Or: A doctor presents us with possible, alternative treatment methods (e.g. surgery vs. physiotherapy) or different surgical procedures and their pros and cons for the case at hand; we can enquire questions, but as medical laypersons we must then evaluate the doctor's statements and decide on the basis of these for a treatment method/surgical procedure. Analogous situations can be found for professional situations.

Fischer (2001, 2012) sees this *ability to communicate with experts* as a core competence of our society. He makes it clear, however, that this concerns all mature/emancipated people in our society who are capable of acting legally and economically; responsibility in a society based on the division of labor in which we live is highly individualized:

The legal and economic responsibility of the individual has reached a level never before seen in the history of mankind. (Fischer 2012, p. 13, [translated by the author])

For appropriate and effective communication with experts, and closely related to this the making of decisions based on expertises, Fischer sees, among others, the ability to reflect as extremely relevant: basic knowledge is "*a prerequisite for communicating with experts*" and reflection "*is necessary for the assessing the expertises*" (Fischer 2001, p. 154 [translated by the author]). Reflecting includes, for example, thinking about the meanings of concepts and methods, their possibilities, ranges, and limitations in contexts both within and outside the particular subject. With regard to the development of reflective skills, all subjects should contribute. There will then be subject-specific differences in the focus, due to the characteristics of each subject.

Skovsmose's (1992, 1998) approach to "*critical mathematics education*" is based on the "*formatting power of mathematics*" (1998, p. 197) and its social and political significance for a democratic society. "*Social phenomena are structured and eventually constituted by mathematics*" often as a hidden part. Therefore, strong analytical tools are needed to recognize the role of mathematics, to support the development of a critical capacity towards mathematics and its use and effect in social contexts, and to make citizens "*critical readers of the formatting*" (1998, p. 192). Skovsmose sees reflections as a component of mathemacy and assigns them an important role, a kind of metaknowledge to mathematical knowledge and technological knowledge:

If mathemacy has a role to play in an education ... in trying to develop a democratic competence, then mathemacy must be seen as composed of different competences: mathematical, technological and reflective. And especially: reflective knowledge has to be developed to provide mathemacy with a radicalized power. (Skovsmose 1992, p. 8)

Parallels to this can be found in German-speaking mathematics education in Lengnink's concept of mathematical '*Mündigkeit*', the significance of which lies in a discursive consideration of the relationship between human and mathematics and a critical attitude towards situations containing mathematics. She sees reflecting on and judging mathematics as an important activity in the process towards a mathematical '*Mündigkeit*' (Lengnink 2005a, 2005b).

In the OECD's definition of subject-related literacy in the PISA framework, reflective skills are also seen as essential for a "*constructive, engaged and reflective citizen*" of our society; in relation to mathematical literacy:

Mathematical literacy is an individual's capacity to formulate, employ, and interpret mathematics in a variety of contexts. It includes reasoning mathematically and using mathematical concepts, procedures, facts, and tools to describe, explain, and predict phenomena. It assists individuals to recognize the role that mathematics plays in the world and to make well-founded mathematical judgments and decisions needed by constructive, engaged and reflective citizens (OECD 2010, cited in Niss & Jablonka 2014, p 392).

With the requirement to understand the role mathematics plays in the world, making well-founded mathematical judgments and decisions addresses the "*reflective side of mathematics literacy*" (Büscher & Prediger 2019, p. 198) and requires reflecting on meanings, possibilities, limitations of mathematical terms, concepts as well as mathematics itself in extra-mathematical contexts/situations (see also Jablonka 2003).

Reflecting is thus to be seen from different approaches (see above) as essential from a social perspective. It should be an important component of a (mathematical) education in our time. However, the ability to think adequately in life situations about things that are not immediately recognizable and the willingness

to do so does not develop by itself; rather, it must be worked on specifically and occasions must be created that stimulate and support development.

In (Austrian) mathematics lessons, hardly any evidence of reflection intentions can be identified yet. Thus, there seems to be a gap between demand and reality. In the research and development project "Reflecting in Mathematics Education", one focus is to develop interventions in the form of tasks for mathematics teaching that stimulates reflection. These tasks should motivate the students to deal intensively and reflectively with the questions requiring reflections and, if necessary, to produce relevant reflective knowledge on their own. We are concerned with the conception and evaluation of reflection-stimulating tasks that can be integrated directly and continuously into *regular* lessons, into the elaboration and deepening of mathematical terms and concepts being part of the curriculum. For each task, the intention associated with the development of the task in terms of reflection, necessary prior mathematical knowledge, and suggestions for the form/method of instruction are given. This is intended to promote/facilitate immediate use in regular lessons by the teacher. In addition to this developmental focus, the project focuses on questions concerning the gathering of practical teaching experience with the use of these tasks, both in terms of construction and teacher behavior, as well as the students' handling of these tasks, the reflection processes that take place, and the reflective knowledge that is produced in the process. This paper will focus on that part of the project that concentrates on possible tasks for reflections on mathematics.

Reflection means ...

According to Duden, one of the conceptual meanings of reflection is: "2. Thinking about; deliberation, examining consideration" [translated by the author] (<https://www.duden.de/rechtschreibung/Reflexion>, 31/01/2023); in the online Cambridge Dictionary, 'reflection' includes: "serious and careful thought" (<https://dictionary.cambridge.org/dictionary/english/reflection>, 31/01/2023). In our project, "reflection" was clarified by the following definition in order to be able to specify it for mathematics in the following:

Reflection ... means thinking about characteristics, connections, relationships, effects or meanings that cannot directly be read from the given fact. (cf. Schneider 2020)

We thus assume a broad concept of reflection and understand reflection as thinking about things that are not in the foreground of object language. This "definition" follows Fischer's characterization of reflection (cf. Peschek 2005), but becomes more concrete with respect to the objects of thought.

Reflecting is thus to be understood as a thinking activity that is initially formulated independently of the subject. From a social perspective, it is on the one hand necessary to develop this thinking activity in order to be able to think adequately about concepts, connections, effects, meanings, etc. in situations. On the other hand, reflecting should also be understood as an attitude. It should be considered important and necessary for the individual (as well as for the collective) to form their own picture of situations, statements, etc. by reflecting on them, to want to assess and evaluate them, to want to understand something more precisely, ... In the sense of Heymann:

"It is not enough to have cognitive skills and related knowledge; one must also develop the willingness to make use of them." (Heymann 1996, p.67; see also Peschek, 2005, p. 60 [translated by the author])

Both views of reflection, reflecting as an activity as well as an attitude, are of (social) relevance. This means that reflections should be made more explicit in the classroom, they should be given appropriate space and, above all, importance. On the one hand, reflection should be practiced by means of appropriate tasks, and on the other hand, a corresponding attitude should be developed through the continuous working with reflection tasks. On the one hand, reflection should be practiced by means of suitable tasks and, on the other hand, a corresponding attitude should be developed through the continuous processing of reflection tasks. Thereby, reflecting *on mathematics* makes a double

contribution. It contributes to the development of a general ability to reflect and attitude, which can be relevant in all subjects and life situations. And second, mathematics-specific reflection can also foster a deeper understanding of mathematics, mathematical content and concepts, their effect, function, and relevance.

What should be reflected on in and with mathematics requires a differentiation of the concept of reflection focusing on mathematics. In the following chapter, this will be illuminated from a social perspective and illustrated by concrete tasks for math lessons.

Reflection focusing on mathematics

Depending on the respective approaches and perspectives from which the relevance of reflections is considered, different categories of reflection can be found in the literature. For our project, besides considerations by Fischer (2001), Peschek (2005) and Lengnink (2005a), especially the levels of reflection by Skovsmose (1992, p. 8/9), which he later summarized in four categories (1998, p.199/2000), were guiding. We distinguish four types of reflection depending on the focus of the reflection (see also Schneider 2020). The first three types of reflection coincide in designation and intention with those of Skovsmose's categories, the fourth emphasizes more strongly the relationship between humans and mathematics than seems to be the case with Skovsmose. A specific concretization of the reflection types was necessary with regard to our focus on task development and the embedding of these tasks into regular teaching by the teachers themselves:

Mathematics-oriented reflection: thinking about mathematical properties of mathematical concepts (mathematical objects, representations, procedures, theorems, etc.) and about mathematical relations within or between such concepts.

Model-oriented reflection: Thinking about relations between mathematical concepts and inner-mathematical, but above all extra-mathematical situations.

Context-oriented reflection: Thinking about the effects of mathematical concepts in our world.

Subject-oriented reflection: Thinking about the importance and relevance of knowing mathematical concepts and topics for oneself or for communities or for society.

It is obvious that mathematical concepts and models are used and play an important role in numerous socially relevant fields of our (life)world. For the layperson explicitly recognizable or also more or less hidden. In order to recognize and (better) understand the social relevance of these inherently abstract mathematical concepts and models, as well as to be able to assess and evaluate them (also with regard to decision-making), a consideration and evaluation of them should take place on different levels. The models and concepts should be reflected in their direct applications (as models of a extra-mathematical situation), in their societal function (societal purpose of a mathematization) and especially in their relevance and importance for the individual himself as well as for the collective (benefit for oneself, benefit for society). The first one is part of model-oriented reflection, the second one belongs to context-oriented reflection, and the third one to subject-oriented reflection. Mathematics-oriented reflection plays a rather subordinate role from this perspective. In the following, these different levels of reflection will be discussed in more detail. The fact that reflections on the social relevance of mathematical concepts and models can also be implemented in mathematics lessons is demonstrated exemplarily by concrete tasks. The tasks are taken from a pool of tasks which was developed for different mathematical contents of secondary level (in Austria grade 5 to 12) and types of reflection in the context of the project. The pool of tasks currently comprises more than 80 tasks. Each of these reflection tasks also contains hints for an adequate instructional use (intention of the reflection task, required prior mathematical knowledge, suggestion for instructional form/method). The development of the tasks has gone through several quality assurance loops (e.g. testing of selected tasks in class).

Mathematics-oriented reflection

The focus of mathematics-oriented reflection is on thinking about mathematical properties, mathematical concepts and mathematical relationships within and between such concepts. It will play a rather subordinate role with respect to an emancipated approach to (mathematics-containing) expertise and mathematics-containing situations in the sense described above. Of course, reflection on the validity of specific mathematical rules or on the mathematical correctness of applied algorithms will be important for the development of a reflective basic knowledge of mathematics (Fischer 2012) or technical and mathematical knowledge (Skovsmose 1992). However, the evaluation of expert statements that laypersons have to make does not primarily refer to the mathematical correctness of the statements. Mathematics-oriented reflection can be more significant from a social perspective if it places its focus on thinking about what is characteristic of a particular mathematical topic. Reflecting on the global/central ideas of a mathematical topic, on meta-concepts (for a bundle of strategies, actions, procedures, techniques, questions, ways of thinking and working) characteristic of a mathematical topic. Insights of this kind could be helpful for the classification of questions or problems within mathematics as well as their relevance (referring to ability to communicate: "Which mathematical topic/area is relevant for my problem?"; "What kind of answers can I (not) expect in this mathematical area?").

Model-oriented reflection

The focus of model-oriented reflection is on the relationship between mathematics and the world. Reflecting on mathematical models of extra-mathematical situations and their fit (being an adequate description of the present situation), limits, effects, and implicit assumptions for the concrete situation can contribute to recognizing and adequately understanding the role of mathematics for our world. Questions such as: In what way does the mathematical model (chosen by the expert) describe or create realities? What limitations does it impose? In what way are parameters taken into account, others neglected? What contextual consequences/effects does the modeling have?, are relevant here. Reflection on this can be seen as a prerequisite for an emancipated, discursive engagement with mathematics-containing situations of our (life)world in the sense of Lengnink or a critical reading of the formatting power of mathematics in the sense of Skovsmose (see above) as well as for the assessment and evaluation of mathematics-containing situations in extra-mathematical contexts (among others for decision making as a non-expert).

In the following, two concrete tasks for mathematics lessons that could trigger model-oriented reflections:

TASK 1: Average salaries (cf. Schneider et al, 2021)

The following table shows the arithmetic mean and the median of the monthly gross salaries of employees (total and separate for women and men) in 2017:

<i>Monthly gross salaries of the employees in 2017 (in €)</i>			
	<i>total</i>	<i>women</i>	<i>men</i>
<i>arithmetic mean</i>	2.780,-	1.950,-	3.770,-
<i>median</i>	2.250,-	1.690,-	3.250,-

Table 10: *TASK 1* about *Average salaries*. Personal file

Why does the average of monthly gross salaries of employees give significantly different values when modelled by arithmetic mean and by median?

TASK 2: Different models (cf. Schneider et al, 2021)

Natural growth or decay processes (e.g. spread of epidemics, growth of water lilies, growth of bacteria or radioactive decay, death of bacteria or bark beetles, etc.) are often modelled by exponential functions.

These models usually describe the situations only approximately, but sufficiently accurately for the respective purpose.

The situation is different, for example, when modelling the return on capital by means of compound interest: the exponential model must fit exactly here, even small deviations are not conceivable here and would also be unacceptable.

How can this difference be explained?

Does it only occur with exponential functions or also with other types of functions?

The intention of task 1 "Average salaries" is to reflect on the effect of two models of average (arithmetic mean and median), on a list of data (gross salaries of employees). The two models provide quite different (model-)results, specifically: quite different average salaries. To recognize that there is an asymmetric distribution of gross salaries of employees and in which way this asymmetry affects the position of arithmetic mean and median is necessary for an appropriate interpretation, assessment and evaluation of the given results. The reflective knowledge (product) generated by reflecting (process) is furthermore useful with regard of deeper understanding as well as with regard of sustainability.

The reflection in task 2 "Different models" should aim at the question in which way reality is modeled by a mathematical concept. The intention is to recognize the different type of the two models. On the one hand, a phenomenon in our environment is approximately described (descriptive model), on the other hand, a rule/norm to be followed is created/constructed by humans (normative model). This difference is not only observable in exponential models, it is in any case essential for the evaluation of a mathematical model. Therefore, not only the reflection process is of interest here, but in any case also the reflection knowledge developed with it. Understanding the role of mathematics in our world on the one hand as a means to describe and recognize phenomena and on the other hand as a means to construct norms (cf. Heymann 1996, p.184) is in the center. The two tasks clearly address components that Skovsmose sees as reflective knowledge in relation to modeling: *"reflective knowledge, to be interpreted as a more general conceptual framework, or metaknowledge, for discussing the nature of models and the criteria used in their constructions, applications and evaluations"* (Skovsmose 1990, p.765).

Context-oriented reflection

Context-oriented reflection likewise illuminates the relationship between mathematics and the world. While model-oriented reflection aims at the fit of mathematical models, context-oriented reflection, however, is about thinking about the effect of mathematics in our world (see also Skovsmose 1998, p. 199) It focuses on mathematizations in our world and on thinking about their (often hidden) social function. Questions of the following kind can trigger context-oriented reflection processes (exemplary mentions): What is the purpose of using a specific mathematical concept in the given context (or in other social contexts as well)? What effect does a particular mathematization have, what advantages and what disadvantages does it bring? How does the use of a certain mathematical concept influence our ideas of social situations, of our (life-)world?

TASK 3: Why a measure of average? (cf. Schneider et al 2021)

The students of a class receive a monthly allowance of 50 Euro on average from their parents.

Which advantage does the specification of a measure of advantage have compared to the specification of all data, which disadvantage does it have?

TASK 4: Formulas - why? (cf. Schneider et al 2021)

Formulas are of great importance both within mathematics and in its applications. In mathematics lessons we have learned about formulas in many different contexts.

For what purpose are formulas used? Explain with examples.

The tasks 3 and 4 are examples of how context-oriented reflection tasks could look like, which can be directly integrated into mathematics lessons. Even in a conventional mathematics lesson. The intention of task 3 is to use a concrete situation to consider what effect measures of average have in our world, what would be lost in the present context if the mathematical concept of average were not available. It would be interesting to consider the context differentiated for mean, median and mode. Reflecting on a concrete situation can serve as a starting point and be extended to other contexts in order to recognize the advantages of a specific mathematical concept for our society, for our (living)world. Task 4 is intended to encourage thinking about the (social) function of common mathematical objects (formulas), about the purpose for which formulas can be used (in our world).

Initiating reflection processes as illustrated in tasks 3 and 4 in the mathematics classroom can and should serve as a basis for context-oriented reflection outside the classroom as well. Context-oriented reflection takes into account a number of aspects that Fischer cites in his description of the field of reflection: "... reflection (*What is the meaning of the terms and methods, what do they accomplish, what are their limitations*)." (Fischer 2001, p. 154 [translated by the author]). Also, goals of a conception of mathematical literacy that has its focus on the evaluation of mathematics are described by Jablonka (2003, p.89) as "... *To educate for an awareness of applications that affect society, and to develop a consciousness of limits of reliability of mathematical models*". While the last part points more towards model-oriented reflection, the first part clearly addresses context-oriented reflection. While Lengnink (2005a) combines model- and context-oriented reflection in her approach, we follow Skovsmose (1998). By separating them, the different focus of the two types of reflection can be emphasized more clearly.

Subject-oriented reflection

Subject-oriented reflection is about thinking about the importance and relevance that knowledge of mathematical concepts and content has, on the one hand, for oneself and, on the other hand, for a community and for society. Mathematical content can mean a very concrete content (e.g. arithmetic mean), but also a whole content area (e.g. descriptive statistics). Subject-oriented reflection thus brings into play the relationship between the human(s) and mathematics. Both the individual relationship to mathematics and the collective relationship to mathematics are of interest. At the core of such reflections are questions of the type:

- What does a mathematical content mean to me personally, what does it mean to me as part of a community (e.g., family, class, etc.) or as a member of our society? What are the benefits for me of being familiar with a mathematical content? Where can I use appropriate mathematical knowledge and skills now or in my future life?
- What are the benefits of being familiar with a mathematical content for communities (e.g. family, friends, etc.), for our society? What problems/difficulties/disabilities might occur if this familiarity were not present.

Reflections on the meaning and importance of mathematical content can arise unplanned from a learning situation ("Why do we have to learn this?"), but they should also be initiated by appropriate tasks (see also Peschek 2005).

TASK 5: Plea for/against descriptive statistics (cf. Schneider et al 2021)

Imagine that the Ministry of Education is planning to remove descriptive statistics from curricula.

Write a letter to the editor of a daily newspaper in which you explain and justify your opinion of the Ministry of Education's plans.

Task 5 is intended to be an "evaluative" consideration of the content of descriptive statistics. It is about thinking about the importance and the benefit of the familiarity with descriptive statistics for oneself, for one's mathematical education as well as for our society as a whole. It does not necessarily follow from the importance or even the insignificance for oneself that one estimates it to be so for society as well. It is possible to evaluate the relevance for the individual and the collective differently. In this case it should not be fixed from the task whether pro or contra points of view or a balanced point of view to the descriptive statistics are taken. On the one hand, one's own assessments and their justifications seem to be important, as well as a confrontation/discussion of one's own considerations with those of others.

For Fischer, education takes place in the process of dealing with the "*question 'What do the contents mean for me, what do they mean for society, what do they mean for us as a community, ...'*" (Fischer 2001, p. 158 [translated by the author]). Education is seen as a social process of engaging with and negotiating meaning and significance (of mathematical content). Becoming aware of the relevance and importance of a mathematical content for oneself and especially for society is a central element in communicating with experts or making decisions under uncertainty.

Conclusion

In the project, the intention of the task development is to create tasks that can be continuously integrated by teachers into the regular mathematics lessons and to focus on the curricular mathematical content and not on generic topics (like fairness, etc.). Comments for teachers (like description of the intention of the task) should support the integration in class. The aim is to practice reflection through continuous engagement with reflection tasks and thus to develop general reflection skills and reflective attitude, which are important for the individual as well as the collective, in order to be able to use them flexibly in variable (life) situations.

Within the project, reflection tasks with different focus (see tasks 1-5) were used in different secondary classes. First, tasks were tested in terms of comprehensibility and feasibility (from a student and also a teacher perspective) in class; seven teachers participated in this pilot testing, each with one class. In a second phase, the focus was on the question of how teachers deal with such tasks and the comments provided on the tasks on the one hand, and how students deal with such tasks on the other hand. Six teachers from three different schools, each with one class, took part in the study; they used tasks selected by them from the task pool. In the third phase, the focus of the study was on the reflection processes of the students (4 classes from two different schools) during the working with reflection tasks. None of the participating classes had much experience with such tasks so far; the latter was especially true for tasks with a context-oriented and personality-oriented focus. Accompanying the use of tasks, we were able to make a lot of observations and gain experience, of which I would like to pick out a few that seem interesting to me in the context of this paper. These are not results of a systematically conducted empirical study, but rather initial findings that could be gleaned from observations of teaching and reports and protocols.

The students were to a large extent very willing and motivated to engage in reflection tasks. They also explicitly expressed their interest in such tasks ("I found it very good, we had to really think about it").

The teachers dealt with the reflection tasks in a somewhat more distanced way. They often saw reflection tasks as something additional to regular lessons and less as tasks that could replace other content/tasks and be integrated directly into lessons. But overall, they rated reflection tasks positively, with student motivation also being an important motivator for teachers.

The teachers were satisfied with the students' reflection processes more quickly than we, the project team. This means that the results were assessed as (very) satisfactory by the teachers more quickly than

by us. They also did not usually see a need for follow-up on content, even when deficiencies in student performing were seen by the teachers. The teachers could have evaluated the results of the reflection tasks in a more differentiated way and used them more for further work and further discussions.

The positive attitude of the students towards the reflection tasks is very promising for a continuous integration of tasks aiming at a reflection of mathematical concepts and models with respect to their applications in extra-mathematical situations (model-oriented reflection), social function (context-oriented reflection) and their meaning and importance for oneself as well as a member of society and for society as a whole (subject-oriented reflection). Interest and willingness to deal with such questions seems to be given.

Observations on how teachers deal with such reflection tasks provide indications that the training of mathematics teachers is challenged here. On the one hand, with regard to the importance that should be given to such reflection tasks (i. e. in the sense of Fischer: "*a reduction of the demands with regard to operating and an increase of the demands with regard to reflection*" (Fischer 2001, p. 155 [translated by the author])) on the other hand also with regard to the use of reflection processes and results/products of reflections for an adequate understanding of the role mathematics plays in and for our (life)world and its usefulness and significance for the individual as well as the collective.

References

Büscher Ch. & Prediger, S. (2019). Students' Reflective Concepts when Reflecting on Statistical Measures – A Design Research Study. *JMD* (2019) 40, 197-225.

Fischer, R. (2001). Höhere Allgemeinbildung [Higher general education]. In A. Fischer-Buck et al. (Eds.), *Situation – Ursprung der Bildung* (pp 151-161). Universitätsverlag.

Fischer, R. (2012). Fächerorientierte Allgemeinbildung: Entscheidungskompetenz und Kommunikationsfähigkeit mit ExpertInnen [Subject-oriented general education: decision-making competence and ability to communicate with experts]. In R. Fischer, U. Greiner, & H. Bastel (Eds.), *Domänen fächerorientierter Allgemeinbildung* (pp 9-17). Trauner.

Heymann, H.W. (1996). *Allgemeinbildung und Mathematik*. [General Education and Mathematics]. Weinheim und Basel: Beltz. [English version: Why Teach Mathematics: A Focus on General Education. Dordrecht: Kluwer 2003]

Jablonka, E. (2003). Mathematical literacy. In A.J. Bishop, M.A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & F.K.S. Leung (Eds), *Second International Handbook of Mathematics Education* (pp 75-102). Dordrecht: Kluwer.

Lengnink, K. (2005a). Mathematik reflektieren und beurteilen: Ein diskursiver Prozess zur mathematischen Mündigkeit. [Reflecting on and assessing mathematics: A discursive process towards mathematical literacy] In K. Lengnink, & F. Siebel (Eds.), *Mathematik präsentieren reflektieren beurteilen* (pp 21-36). Allgemeine Wissenschaft.

Lengnink, K. (2005b). Reflecting mathematics: an approach to achieve mathematical literacy. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM)*, 37(3), 246-249.

Niss, M. & Jablonka, E. (2014). Mathematical literacy. In S. Lerman, B. Sriraman, E. Jablonka, Y. Shimizu, M. Artigue, R. Even, R. Jorgensen & M. Graven (Eds), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp 391-396). Dordrecht: Springer.

Peschek, W. (2005). Reflexion und Reflexionswissen in R. Fischers Konzept der Höheren Allgemeinbildung [Reflection and Reflective Knowledge in R. Fischer's Concept of Higher General

Education]. In K. Lengnink, & F. Siebel (Eds.), *Mathematik präsentieren reflektieren beurteilen* (pp 55-68). Allgemeine Wissenschaft.

Peschek, W., Prediger, S., & Schneider, E. (2008). Reflektieren und Reflexionswissen im Mathematikunterricht [Reflecting and reflective knowledge in mathematics teaching]. *Praxis der Mathematik* 50(20), 1-6.

Schneider, E., Cetic, M, Deweis-Weidlinger, K. Kröpfl, B., Obereder, T., Peschek, W., Plunger C. (2021). Reflexionsanlässe zu den Themenbereichen „Elementare Algebra“, „Exponentialfunktionen“, „Beschreibende Statistik“ [Reflection tasks on the topics "Elementary Algebra", "Exponential Functions", "Descriptive Statistics"]. Projektmaterialien, Universität Klagenfurt.

Schneider, E. (2020). Thinking about – Making Sense. Reflecting in mathematics lessons – why, about what, how. *Proceedings of the symposia New Challenges in Mathematics Teaching* (pp2-12). Sveučilište u Zagrebu.

Skovsmose, O. (1990). Reflective knowledge: Its relation to the mathematical modelling process. *Int. Journal of Math. Education in Science and Technology*, 21(5), 765-779.

Skovsmose, O. (1992). Democratic Competence and Reflective Knowing in Mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 12(2), 2-11.

Skovsmose, O. (1998). Linking Mathematics Education and Democracy: Citizenship, Mathematical Archaeology, Mathemacy and Deliberative Interaction. *ZDM* 1998/6, 195-203.

Skovsmose, O. (2014). Critical Mathematics Education. In S. Lerman, B. Sriraman, E. Jablonka, Y. Shimizu, M. Artigue, R. Even, R. Jorgensen & M. Graven (Eds), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp 116-120). Dordrecht: Springer.

RED DE EDUCADORES MATEMÁTICOS CRÍTICOS

POSIBILIDADES Y DESAFÍOS PARA TRANSFORMAR LAS PRÁCTICAS MATEMÁTICAS

NETWORK OF CRITICAL MATHEMATICS EDUCATORS

Possibilities and challenges for transforming mathematical practices

REDE DE EDUCADORES MATEMÁTICOS CRÍTICOS

Possibilidades e desafios para a transformação das práticas matemáticas

Martha Cecilia Clavijo-Riveros

(Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Secretaría de Educación Distrital, Colombia)
mcclavijor@udistrital.edu.co

Edna Paola Fresneda-Patiño

(Universidad Federal de Minas Gerais, Secretaría de Educación Distrital, Brasil)
epfresnedap21@ufmg.br

Lesly Tatiana Galvis-Bejarano

(Universidad Pedagógica Nacional, Secretaría de Educación Distrital, Colombia)
ltgalvisb@upn.edu.co

Recibido: 12/07/2023

Aprobado: 12/07/2023

“Los estudiantes deben estar preparados a través de su educación matemática para investigar y criticar la injusticia, y para desafiar, en palabras y acciones, a estructuras y actos opresivos, es decir, para leer y escribir el mundo con las matemáticas.”

Erik Gutstein

RESUMEN

Actualmente, somos integrantes de la Red de Educadores Matemáticos Críticos (REDUMAC) y encontramos relevante, estudiar los caminos transitados, los desafíos que hemos asumido con la intención de transformar las prácticas matemáticas desde la escuela, así como hacer evidente las posibilidades de nuestra apuesta teórica, metodológica y las formas de trabajo como colectivo de maestros. Este colectivo surge del interés y preocupación de profesionales en educación por continuar la formación que habíamos puesto en marcha desde el desarrollo de nuestros trabajos de grado de maestría bajo perspectivas sociopolíticas y de la política cultural de la educación matemática retomando inicialmente postulados de la Educación Matemática Crítica (EMC). El desarrollo de las prácticas pedagógicas propuestas que hemos gestado ha girado en torno al diseño de escenarios de aprendizaje y de ambientes de modelación matemática. Sustentados en estas ideas teóricas, REDUMAC busca generar espacios desde los cuales los profesores continuemos profundizando y reflexionando las ideas que trabajamos en nuestras investigaciones, encontrando intereses comunes con otros compañeros. De esta manera, buscamos posicionarnos y actuar críticamente en nuestro rol como profesores e investigadores desde

el campo de la educación matemática para pensar y reflexionar sobre las problemáticas que vinculan la escuela, la universidad y la sociedad. Nuestro objetivo es continuar consolidándonos como red y como espacio de formación continuada de profesores, desde un proceso autónomo que surge de los propios intereses de sus participantes, y que quiere vincular a más profesores e investigadores del país que tengan esas mismas intencionalidades. Con este escrito, buscamos no solo invitar a la comunidad a poner en discusión esta preocupación, sino dar a conocer la experiencia en formación continuada de profesores de matemáticas que hemos venido explorando, construyendo y consolidando desde espacios de autoformación. Para lograrlo, hacemos un proceso reflexivo y de autoconocimiento para identificar los caminos que hemos transitado, las posibilidades y los retos que venimos asumiendo desde nuestro trabajo colaborativo, buscando otros mundos posibles que vinculen la educación matemática y la realidad social de nuestro país. De esta manera, iniciamos el artículo con un apartado en el cual argumentamos la relevancia de retomar el camino de REDUMAC, posteriormente, reconstruimos en detalle nuestra historia, y en un tercer apartado, profundizamos en las estrategias de trabajo que hacen particular a este colectivo de maestros. Para finalizar, relatamos los caminos recorridos, los logros alcanzados, los aprendizajes construidos, las posibilidades que encontramos a futuro para nuestro colectivo y para iniciativas que se puedan gestar en estas líneas.

Palabras clave: educación matemática crítica, modelación matemática, prácticas pedagógicas, trabajo colaborativo, formación continuada.

ABSTRACT

Currently, we are members of the Network of Critical Mathematics Educators (REDUMAC). We find it relevant to study the paths we have taken and the challenges we have assumed with the intention of transforming mathematical practices from the school, as well as to make evident the possibilities of our theoretical and methodological bet and the ways of working as a collective of teachers. This collective arises from the interest and concern of professionals in education to continue the training that we had started since the development of our master's degree work under socio-political perspectives and the cultural policy of mathematics education, initially taking up postulates of Critical Mathematics Education (EMC). Developing our proposed pedagogical practices has revolved around designing learning scenarios and mathematical modeling environments. Grounded in these theoretical ideas, REDUMAC seeks to generate spaces from which teachers can continue to deepen and reflect on the ideas we work on in our research, finding common interests with other colleagues. In this way, we seek to position ourselves and critically act in our role as teachers and researchers in the field of mathematics education, to think and reflect on the issues that link school, university, and society. Our objective is to continue consolidating ourselves as a network and as a space for the ongoing education of teachers from an autonomous process that arises from the participant's interests and aims to involve more teachers and researchers from all over the country with the same intentions. With this writing, we seek not only to invite the community to discuss this concern but also to share the experience of ongoing professional development of mathematics teachers we have been exploring, building, and consolidating from self-education spaces. To achieve this, we engage in a reflective process of self-knowledge to identify the paths we have taken, possibilities, and challenges we have been assuming from our collaborative work, looking for other possible worlds that link mathematics education and the social reality of our country. In this way, we started the article with a section in which we argued the relevance of resuming REDUMAC's path, then we reconstructed in detail our history, and in a third section, we delved into the work strategies that made this collective of teachers particular. Finally, we described the paths traveled, the achievements reached, the knowledge built, and the future possibilities for our collective and initiatives that may have arisen along these lines.

Keywords: critical mathematics education, mathematical modeling, pedagogical practices, collaborative work, continuing education.

RESUMO

Atualmente, somos membros da Rede de Educadores Matemáticos Críticos (REDUMAC) e consideramos relevante estudar os caminhos que percorremos, os desafios que assumimos com a intenção de transformar as práticas matemáticas nas escolas, bem como evidenciar as possibilidades de nossa abordagem teórico-metodológica e as formas de trabalho como um coletivo de educadores. Esse coletivo surge do interesse e da preocupação dos profissionais da educação em dar continuidade à formação que havíamos colocado em prática desde o desenvolvimento de nossas dissertações de mestrado sob perspectivas sociopolíticas e da política cultural da educação matemática assumindo inicialmente postulados da Educação Matemática Crítica (EMC). O desenvolvimento das práticas pedagógicas propostas tem girado em torno do desenho de cenários de aprendizagem e ambientes de modelagem matemática. Com base nessas ideias teóricas, a REDUMAC busca gerar espaços a partir dos quais os professores possam continuar aprofundando e refletindo sobre as ideias que trabalhamos em nossas pesquisas, encontrando interesses comuns com outros colegas. Dessa forma, procuramos nos posicionar e agir criticamente em nosso papel de professores e pesquisadores no campo da educação matemática, a fim de pensar e refletir sobre os problemas que ligam a escola, a universidade e a sociedade. Nosso objetivo é continuar nos consolidando como uma rede e como um espaço de formação continuada de professores, a partir de um processo autônomo que nasce dos interesses de seus participantes e que deseja conectar mais professores e pesquisadores do país que tenham as mesmas intenções. Com este artigo, buscamos não apenas convidar a comunidade a discutir essa preocupação, mas também tornar conhecida a experiência de formação continuada de professores de matemática que vimos explorando, construindo e consolidando a partir de espaços de autoformação. Para isso, realizamos um processo de reflexão e autoconhecimento para identificar os caminhos que temos percorrido, as possibilidades e os desafios que temos assumido por meio de nosso trabalho colaborativo, buscando outros mundos possíveis que vinculem a educação matemática e a realidade social de nosso país. Assim, iniciamos o artigo com uma seção em que argumentamos a relevância de retomarmos o caminho do REDUMAC, depois reconstruímos detalhadamente nossa história e, em uma terceira seção, aprofundamos as estratégias de trabalho que particularizam esse coletivo de professores. Para concluir, descrevemos os caminhos que percorremos, as conquistas que obtivemos, as lições que aprendemos e as possibilidades que vemos para o futuro de nosso coletivo e para iniciativas que possam ser concebidas nesse sentido.

Palavras-chave: educação matemática crítica, modelagem matemática, práticas pedagógicas, trabalho colaborativo, educação continuada.

¿Por qué narrar la historia y caminos de REDUMAC?

Hemos asumido el reto de narrar la trayectoria y los caminos recorridos por un grupo de profesores e investigadores, que nos han permitido ser, hacer y actuar en el campo de la educación matemática, por eso, hoy somos la voz de esos compañeros y compañeras que como nosotras persiguen el sueño de transformar las prácticas escolares. Hace ya algunos años, Martha, Paola y Tatiana coincidimos por intereses comunes, no solo como profesoras de matemáticas que nos desempeñamos en la educación básica y media en instituciones de carácter público, sino también como egresadas de la Maestría en Educación, con énfasis en Educación Matemática de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas —UDFJC—. Aunque no fuimos compañeras durante la realización de nuestros estudios de maestría, coincidimos al situar nuestras investigaciones desde la perspectiva sociopolítica de la educación matemática. Cada una, desde vivencias y experiencias diferentes, teníamos un interés común: generar

desde nuestras aulas de clase espacios de discusión para que nuestros estudiantes puedan leer, interpretar y transformar su realidad social con las matemáticas.

Coincidimos, junto con otros profesores y profesoras, en el seminario de egresados de la Maestría en Educación de la UDFJC que inició su trabajo en el año 2014 y que posteriormente en el año 2019 decidimos llamar Red de Educadores Matemáticos Críticos —REDUMAC—. Su consolidación surgió del interés y preocupación, de profesores y egresados, por continuar la formación que habíamos puesto en marcha desde el desarrollo de nuestros trabajos de grado bajo perspectivas sociopolíticas (Gutiérrez, 2013) y de la política cultural de la educación matemática (Valero, Andrade y Montecino, 2015) retomando inicialmente postulados de la Educación Matemática Crítica —EMC—. El desarrollo de las prácticas pedagógicas propuestas que hemos gestado ha girado, principalmente, en torno al uso de escenarios de aprendizaje y de ambientes de modelación matemática que surgen del estudio de situaciones socialmente relevantes del contexto de los estudiantes.

Sustentados en estas ideas teóricas, con REDUMAC buscamos generar espacios desde los cuales continuemos profundizando y reflexionando las ideas que trabajamos en nuestras investigaciones, encontrando intereses comunes con otros profesionales de la educación. Buscamos posicionarnos y actuar críticamente en nuestro rol como profesores e investigadores desde el campo de la educación matemática para repensar y reflexionar sobre las problemáticas que vinculan la escuela, la universidad y la sociedad. Nuestro objetivo es continuar consolidándonos como red, y como espacio de formación continuada de profesores, desde un proceso autónomo que surge de los propios intereses de sus participantes y que quiere vincular a más profesores e investigadores del país que tengan intencionalidades relacionadas.

Nuestro propósito, con este escrito, busca no solo invitar a la comunidad a poner en discusión esta preocupación, sino dar a conocer la experiencia en formación continuada de profesores de matemáticas que hemos venido explorando, construyendo y consolidando en el periodo de 2015 a 2022 desde REDUMAC —organizados por temporadas—. Para lograrlo, hacemos un proceso reflexivo y de autoconocimiento para identificar los caminos que hemos transitado, las posibilidades y los retos que venimos asumiendo desde nuestro trabajo colaborativo, buscando otros mundos posibles con prácticas matemáticas que vinculen la educación matemática y la realidad social de nuestro país.

REDUMAC: Reconstruyendo nuestra historia

La Red de Educadores Matemáticos Críticos —REDUMAC— nació de la iniciativa de profesores y egresados de la Maestría en Educación, con énfasis en Educación Matemática de la UDFJC pertenecientes a los grupos de investigación EdUtopía y Didáctica de la Matemática con el colectivo Educación Matemática, Diversidad y Subjetividades —EDUMADYS—. Los participantes teníamos el interés de seguir ahondando diversos asuntos relacionados con las perspectivas sociopolíticas y de la política cultural de la educación matemática, por eso, de manera autónoma, se empezaron a proponer actividades de lectura, reflexión y discusión. En los próximos párrafos, relataremos cronológicamente el proceso de construcción y consolidación de REDUMAC.

Como un colectivo inicial encontramos al Semillero DeMentes Críticas, el cual recibe su nombre en el 2014 en el marco de la maestría antes mencionada. Desde este grupo se estudiaron diversos asuntos relacionados con la EMC, una concepción crítica de las matemáticas y la modelación matemática hacia una perspectiva sociocrítica. En los últimos años, el semillero ha estado incursionando y sugiriendo aspectos a considerar desde enfoques sociopolíticos de la educación matemática, manteniendo activa su participación en la comunidad académica. Actualmente, varios de sus integrantes participan también de REDUMAC y tienen como común denominador ser egresados de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas —LEBEM— de la UDFJC.

En el año 2015 (Temporada 1) se planteó la creación de dos espacios virtuales, a manera de aulas, en las que los egresados de los grupos de investigación mencionados participaron de conferencias y discusiones

periódicas —en las mañanas o en las noches, según sus posibilidades—. En ese momento, las temáticas eran elegidas por un profesor de la universidad— considerando postulados de la EMC, concepción crítica de las matemáticas y la modelación matemática desde una perspectiva sociocrítica—, quien invitaba a los estudiantes a discutir a partir de artículos académicos que, desde su mirada, podrían resultar de interés para los asistentes, en cuanto oportunidad de estudio de los documentos generales del enfoque. En esta temporada, se participó en la XXVIII Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME) con la ponencia *Discursos en la modelación matemática y su incidencia en las dinámicas de inclusión y exclusión desde una perspectiva sociocrítica* (Barrios y Galvis, 2015).

Para los años 2016 y 2017 (Temporada 2), conformamos el primer grupo de egresados —buscando otras posibilidades de comunicación inmediata como WhatsApp—y continuamos el trabajo en torno a la exploración y reflexión sobre la modelación matemática desde la EMC enfocándonos en investigaciones nacionales e internacionales. Así mismo, nos encaminamos en la creación y desarrollo de ambientes de modelación a partir de situaciones sociales que fueran significativas tanto para los miembros de la red como para quienes participarían en estos escenarios, y que posibilitaran la reflexión sobre el papel de las matemáticas en la sociedad. Se publica el artículo *Alzas en las tarifas del transporte público en Bogotá: un pretexto para explorar ambientes de modelación matemática* (Camelo, Vanegas y Galvis, 2017), divulgado en la *Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: história, atualidades e projeções em Maringá* (Brasil). Además, se socializó la ponencia *Entre-vista, negociación de los datos y calidad de la investigación crítica* (Galvis, Barrios y Romero, 2017) en el 3er Encuentro de Investigación en Educación Matemática (EIEM).

En el año 2018 (Temporada 3), con la participación de nuevos egresados de la maestría, nos propusimos discutir los trabajos de grado y las investigaciones que se venían desarrollando con el propósito de ver cuáles podrían ser nuestras percepciones frente a los mismos; reconociendo que los profesores cuando trabajan en comunidades de investigación teorizan sobre sus propias prácticas y conectan sus aprendizajes con cuestiones sociales. A partir de allí surgió la idea de publicar un libro con las reflexiones que podíamos construir distribuidos en pequeños grupos que tenían intereses comunes.

Para el año 2019 (Temporada 4), decidimos estudiar y discutir el libro de Gustin (2006) *Leyendo y escribiendo el mundo con las matemáticas: Hacia una pedagogía para la justicia social*. Nos organizamos en grupos para preparar cada uno de los capítulos, socializarlos y generar la discusión, estableciendo relaciones con nuestras propias prácticas. Para estas fechas, el colectivo recibe su nombre de REDUMAC con intenciones de formalizar y recibir apoyo para su funcionamiento en una convocatoria del Instituto para la Investigación Educativa y el Desarrollo Pedagógico (IDEP); y aunque no nos fue otorgado el incentivo, las acciones realizadas para esa organización fueron un impulso que nos permitió reconocernos como una red de maestros.

Ese mismo año, propusimos el *I Encuentro de la Red de Educadores Matemáticos Críticos: justicia social y educación matemática*, con la participación de invitados internacionales como Eric Gustin, Jussara Araújo y Daniela Alves. El evento surgió con la intención de posibilitar la continuación de diálogos, investigaciones y nuevas prácticas para ampliar los canales de interacción, tanto con investigadores internacionales, como con pares docentes que se encuentran interesados en estos enfoques de la educación matemática.

Otra de las iniciativas importantes de la REDUMAC para esta temporada fue visibilizar nuestra producción investigativa en eventos académicos nacionales e internacionales. Al respecto, Camelo, Fresneda y Galvis (Manuscrito no publicado) presentaron en el VI Encuentro Distrital de Educación Matemática (EDEM) la ponencia titulada: *Trabajo Colaborativo y ambientes virtuales como posibilidad de formación continuada de profesores* con el propósito de visibilizar el trabajo que hasta ese momento venía desarrollando la red. Por su parte, Clavijo y Fresneda (Manuscrito no publicado) socializaron en el XXII Foro Pedagógico Internacional Formación Docente y Pensamiento Crítico, su ponencia *Fomentando Pensamiento Crítico en los estudiantes: “empoderamiento” en la clase de matemáticas*.

Participamos también en la XV Conferencia Interamericana de Educación Matemática con la ponencia: *La competencia democrática desde ambientes de modelación matemática: reflexiones con estudiantes de grado quinto* (Fresneda y Camelo, 2019). Y, por último, asistimos a la XXXIII Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa compartiendo dos ponencias, una presentada por Fresneda y Camelo (Manuscrito no publicado) titulada *Una mirada a las tesis de grado desarrolladas en los grupos de investigación Edutopía y Didáctica de la Matemática -UD*. Por su parte, Clavijo y Fresneda (2020) presentaron la investigación titulada *“Empoderando” a los estudiantes en la clase de matemáticas: contribuciones desde la educación matemática crítica [EMC]*.

Para el año 2020, teníamos planeado el *II Encuentro de la Red de Educadores Matemáticos Críticos*, que fue aplazado a causa de la pandemia del Covid-19. Durante ese tiempo continuamos trabajando en la publicación de nuestro libro y en la publicación de un artículo titulado: *Una mirada a la (in) justicia social en prácticas investigativas desarrolladas desde la dimensión sociopolítica de la educación matemática* (Fresneda y Camelo, 2021) que fue publicado en el libro: *Educação Matemática Crítica e a (in)justicia social: Práticas pedagógicas e formação de professores*. Este sin duda fue un año de muchos retos para nosotros como profesores de matemáticas que implicó distintas formas de enseñar para sortear las condiciones que se nos presentaban. Muchos trabajamos desde la propuesta de integración curricular, pero nos alejamos un poco del trabajo colaborativo que venía realizando REDUMAC.

En el 2021, realizamos el lanzamiento de nuestro libro: *¿Qué ha sido de nuestra formación sociopolítica en Educación Matemática? Reflexiones de egresados de la Universidad Distrital* (Camelo y Vanegas, 2021). Este evento organizado por la REDUMAC nos permitió reencontrarnos luego de la pandemia, no solo para conmemorar este importante logro, sino también para proponernos nuevos desafíos. Este libro muestra la recopilación de las apuestas investigativas que hicimos desde la red y que permitió el trabajo colaborativo entre sus miembros con la intención de compartir con la comunidad académica parte de nuestras reflexiones, las cuales relacionamos a continuación:

- i. Una propuesta-invitación para reconocer lo que hemos desarrollado sobre modelación matemática en la educación matemática colombiana; elaborada por Diana Acevedo-Caro, Gabriel Mancera-Ortiz, Francisco Camelo-Bustos.
- ii. Tensiones que experimentan docentes en prácticas pedagógicas bajo una perspectiva política de la educación matemática: relato de dos experiencias; escrita por Marisol Amaya-Pardo, Patricia Roldán-Díaz, Francisco Javier Camelo-Bustos.
- iii. Tensiones entre las prácticas pedagógicas del profesor de matemáticas y las políticas educativas; argumentadas por Camilo Fuentes-Leal, Dolly Mora-Villota, Martha Clavijo-Riveros, Rubén Morales-Camargo.
- iv. Las subjetividades en un ambiente de modelación matemática: una aproximación inicial, narrada por Oscar Barrios-Candil, Tatiana Galvis-Bejarano.
- v. Subjetividad política desde ambientes de modelación matemática: un ejemplo con el Sistema Integrado de Transporte Público de Bogotá; propuesto por Diana Vanegas-García, Tatiana Galvis-Bejarano, Francisco Camelo-Bustos.
- vi. El medio ambiente desde la perspectiva de niñas de grado quinto: desarrollando la competencia democrática, elaborada por Paola Fresneda-Patiño, Francisco Camelo-Bustos, Aseneth Gutiérrez-Rodríguez.

En el año 2022, llevamos a cabo nuestro *II Encuentro de la Red de Educadores Matemáticos Críticos* en un formato que combinaba la participación presencial y virtual. Allí, se vincularon más egresados ya no solo de la UDFJC, sino también de la Universidad Pedagógica Nacional (UPN) y de la Universidad de Antioquia (UdeA); es decir, compañeros con intenciones similares que trabajan en otras regiones del país. Con el evento, buscamos socializar algunas investigaciones terminadas y otras en desarrollo relacionadas con asuntos sociales y políticos en la formación continuada de profesores. Además, se propusieron mesas de trabajo para dialogar en torno a ideas que tienen el potencial de generar estrategias y planes de trabajo colaborativo para REDUMAC, proyectos de investigación, discusión de documentos,

publicación de artículos, participación en eventos académicos, entre otros; que serán socializados en nuestro próximo encuentro.

Características y particularidades de las estrategias de trabajo de REDUMAC

Después de finalizar los estudios de maestría, muchos profesores, se sienten agotados de la academia y deciden alejarse de ella. Otros, por el contrario, encontramos motivación para continuar profundizando en nuestra formación como profesores investigadores a partir del análisis de nuestras propias prácticas. REDUMAC ofrece esa oportunidad a los egresados, sin embargo, uno de los obstáculos que encontramos refiere a la posibilidad de realizar encuentros presenciales para discutir y sugerir estrategias de trabajo. Debido a los compromisos laborales y personales y a la dificultad de movilizarse en la ciudad, se ve la necesidad de encontrar otros ambientes de aprendizaje que no impidan el desarrollo de las actividades y que motiven a los interesados a participar en las discusiones. Además, las preocupaciones sociales y políticas de la educación matemática son rasgos difíciles de encontrar en los entornos laborales de los maestros, así que el encontrarse con otros que tienen las mismas preocupaciones, incentiva el trabajo en colectivo, aun cuando las distancias físicas pueden llegar a ser significativas.

Aquí, internet y los ambientes virtuales de aprendizaje se incorporan como un instrumento para la formación, posibilitando la oportunidad de interactuar y comunicarse de manera sincrónica y asincrónica (Cabero y Gisbert, 2005 citados por Rodríguez, 2014) entre los sujetos interesados. Estos espacios en los que se desarrollan procesos pedagógicos y de formación mediados por las tecnologías, se convierten en sistemas que recopilan herramientas y recursos para mantener la comunicación y avanzar en los procesos de aprendizaje y consolidación colectiva. Encontramos en estas herramientas virtuales una posibilidad de organizar, tanto una agenda de trabajo como un registro de las discusiones —sincrónicas o asincrónicas— que pudiera generarse.

El uso de estos ambientes virtuales ha posibilitado el intercambio de ideas de sujetos que, incluso, no se conocen físicamente. Pues las tecnologías de la información y la comunicación se transforman en un insumo fundamental para mantener el trabajo activo. De este modo, la interactividad con otros, usando este espacio de formación, genera posibilidades de participación de todos los integrantes interesados en desarrollar algunas ideas o profundizar en tareas de investigación a través del entorno virtual (Rodríguez, 2014). Para el caso, se considera tanto el término interactividad como interacción, ya que el primero se produce con el ambiente virtual y los contenidos de aprendizaje, y el segundo se refiere al proceso de comunicación que se da entre los sujetos (p. 5).

En este contexto involucramos las sugerencias que plantean Fiorentini y Nacarato (2005), en relación con la constitución de grupos de trabajo colaborativo, entendiendo este como una metodología en la que se deja a un lado los intereses personales, las jerarquías, la autoridad y la asignación de tareas por parte de un líder específico; para consolidar un equipo de trabajo que funciona bajo intereses e intenciones compartidas desde la camaradería y el respeto tanto a las ideas de cada miembro, como a las construidas colectivamente. Con esta idea, los integrantes de REDUMAC comenzamos a reconocernos como un grupo de educadores matemáticos que siente interés por el desarrollo de la investigación en el aula de matemáticas, centrando su atención en asuntos sociales, políticos y culturales del contexto, y presentando los antecedentes y acercamientos que se habían adquirido en experiencias previas.

Recontextualizando, con los planteamientos de Camelo-Bustos, Mancera y Zambrano (2013), el carácter de este tipo de trabajo nace de las intenciones y los intereses del colectivo, la confianza y la disposición al quehacer colaborativo; por lo que no se imponen las tareas a realizar, sino que se establezcan acuerdos y se equilibren responsabilidades, las cuales surgen de un proceso comunicativo en el que la voz de todos es escuchada y considerada. Así, la responsabilidad no recae en una persona específica, sino que todos comparten tareas y acciones para que el colectivo se mantenga y sea posible avanzar en el estudio de los retos que se plantee. De ahí que la reflexión, el diálogo y la discusión colectiva son los insumos que alimentan el ser y hacer que movilizan el trabajo de los integrantes de REDUMAC.

Otro rasgo característico del trabajo de este colectivo es hacer que estas preocupaciones, construcciones colectivas y trabajo teórico trascienda a las clases de matemáticas. Esto tiene una figura particular que podemos denominar, bajo lo propuesto por Clavijo (2022), como un laboratorio de prácticas docentes en donde se generan espacios de trabajo colectivo para repensar y reflexionar sobre sus prácticas matemáticas; a la luz de la enunciación implícita de concepciones de los participantes, en ejercicios de indagación, análisis, puesta en común, crítica, revisión teórica y análisis de prácticas concretas, vinculado por intereses comunes. Esto ha permitido además tener un proceso juicioso de sistematización, análisis y divulgación de experiencias significativas que se ha realizado en diversos subgrupos de REDUMAC, a lo que llamamos parcerías.

Caminos recorridos, aprendizajes construidos y perspectivas de futuro desde REDUMAC

En el desarrollo de nuestras tesis de grado, los egresados hemos diseñado los ambientes de modelación matemática desde la perspectiva sociocrítica y los escenarios de aprendizaje como herramientas para posibilitar el desarrollo de prácticas pedagógicas alternativas en el aula de clase, que permitan a los estudiantes ser más activos y críticos en su proceso de aprendizaje. Para ello, ha sido necesario reconocer no solo el contexto de nuestros estudiantes, sino además sus intereses y motivaciones, de manera que la situación que se propone estudiar movilice las intenciones y disposiciones de la mayoría de ellos. Esta propuesta da lugar a una mirada diferente de la clase de matemáticas, en la cual el docente sale de su zona de confort para abrirse a un panorama de incertidumbre que le genera nuevos retos en su rol como educador matemático que intenta transformar las prácticas matemáticas.

En la idea de repensar prácticas pedagógicas diferentes desde la clase de matemáticas que consideren el contexto real al cual pertenecen nuestros estudiantes, se han creado diversas parcerías entre los integrantes, quienes bajo un interés común, deciden desarrollar, documentar y socializar sus investigaciones. Ya hemos resaltado algunas de ellas, con el propósito de visibilizar los procesos investigativos que se vienen generando desde la REDUMAC; en busca de horizontes que permitan pensar la clase como un espacio de discusión donde las matemáticas nos permiten leer críticamente el mundo y escribir nuevas trayectorias que nos permitan ser con otros, pensar en el otro y con el otro.

Proyectándonos a futuro, esperamos continuar consolidándonos como una red de educadores que vincule docentes de diversos lugares del territorio colombiano que estén interesados en ahondar los asuntos sociales, económicos, políticos, culturales y ambientales desde la clase de matemáticas. Actualmente, estamos dando pasos en esa iniciativa, contando con la participación de docentes de los departamentos de Antioquia, Neiva y La Guajira. Reconociendo los diversos intereses de los integrantes de la red, en el segundo encuentro, se propusieron mesas de trabajo con temáticas diferentes y cuyo trabajo busca proponer formas diversas de trabajo cuyos resultados serán socializados en nuestro próximo encuentro. Estas líneas se consideran fecundas para considerar la posibilidad de transformar las prácticas matemáticas.

Las iniciativas que nos propusimos desde las mesas de trabajo son: i) Intencionalidades, intención, acción y disposiciones en educación matemática; ii) La fuerza insurgente de la palabra: Narrativas de docentes situados en enfoques sociopolíticos de la educación matemática; iii) Armando experiencias de modelación matemática en la escuela; iv) Discursos de injusticias sociales en educación matemática. v) Prácticas tradicionales Wayuu. Adicionalmente, hay un grupo de profesores en la ciudad de Neiva que están trabajando en torno de la idea de la alfabetización matemática desde las prácticas escolares. Todas estas líneas se encuentran activas.

Con este panorama de posibilidades investigativas, de discusión y reflexión esperamos continuar ampliando las perspectivas de nuestra red, que sin duda traerán otros asuntos que nos permitirán alimentar nuestros intereses y contribuir al campo de la educación matemática en Colombia desde dimensiones sociales, culturales y políticas. Buscando aportar a este gran reto, actualmente varios integrantes de la REDUMAC se encuentran realizando estudios doctorales a nivel nacional e internacional, investigando distintos asuntos que vinculan las matemáticas con diversos asuntos de la

sociedad actual. Sin olvidar, que estos docentes se desempeñan laboralmente en instituciones de educación básica, media y superior, lo que permite tener la posibilidad y el reto de aportar en la formación ciudadana de nuestros estudiantes en distintos niveles, manteniendo una relación entre escuela, academia e investigación de nuestras propias prácticas.

Compartir la trayectoria de REDUMAC es una oportunidad para continuar ocupando espacios, para visibilizar nuestro trabajo y para dar voz a los profesores e investigadores colombianos que estamos intentando transformar las prácticas escolares con las matemáticas, como herramienta que nos permite leer y escribir el mundo críticamente. Reconocemos el contexto de nuestro país como un escenario para propiciar discusiones y reflexiones en las cuales nuestros estudiantes se sientan involucrados y reconocidos. Estos espacios de lucha colectiva nos mueven a pensar en nuestros estudiantes como sujetos críticos y políticos que actúan en la transformación de la sociedad; donde haya más justicia, más igualdad y más oportunidades para construir una vida digna.

Agradecimientos

Este documento refleja las iniciativas de un grupo de profesores que al realizar estudios de maestría encontramos en los enfoques sociopolíticos y de la política cultural de la educación matemática una oportunidad para repensar nuestras prácticas en el aula de clase, como un espacio de crítica, discusión y reflexión de los asuntos que tienen lugar fuera de la escuela. Agradecemos a cada una de esas personas soñadoras, rebeldes, valientes e innovadoras que pertenecen a REDUMAC y que han decidido continuar aportando a la transformación de la educación colombiana. Sin sus ideas, iniciativas y pensamientos emancipadores sería imposible llegar hasta dónde estamos y asumir los retos que nos motivan a repensar otros mundos posibles desde la clase de matemáticas en busca de una sociedad más humana, equitativa y justa.

Referencias bibliográficas

Camelo, F., Mancera, G., & Zambrano, J. (2013). Trabajo colaborativo y diseño de escenarios de investigación, una alternativa para la formación continuada de profesores de matemáticas. *Revista Científica*, (15), 47–57. Recuperado de: <https://repository.udistrital.edu.co/handle/11349/16581>

Barrios, O., y Galvis, L. (2015). *Discursos en la modelación matemática y su incidencia en las dinámicas de inclusión y exclusión desde una perspectiva socio crítica*. En Flores, Rebeca (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 1095-1102). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Camelo-Bustos, F. J., Vanegas, D., y Galvis, T. (2017). Alzas en las tarifas del transporte público en Bogotá: un pretexto para explorar ambientes de modelación matemática. Presentado en Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: história, atualidades e projeções., Maringá, Brasil.

Camelo-Bustos, F., Fresneda-Patiño, E., y Galvis-Bejarano, L. (2019) Trabajo colaborativo y ambientes virtuales como posibilidad de formación continuada de profesores de matemáticas. Presentado en VI Encuentro Distrital de Educación Matemática. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Camelo, F. y Vanegas, D. (2021) *¿Qué ha sido de nuestra formación sociopolítica en Educación Matemática? Reflexiones, preguntas y proyecciones de egresados de la Universidad Distrital Francisco José De Caldas*. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Clavijo, M. (2022b). La ética imperante en la clase de matemáticas como elemento base para la formación inicial y continuada de los docentes. *Congreso de Ética, Ciencia y Educación*, 3(4), 263–281.

Recuperado de: <https://revista.grupocieg.org/wp-content/uploads/2022/12/Ed.59206-221-Clavijo-Martha.pdf>

Clavijo, M., Fresneda, E. (2019). Fomentando Pensamiento Crítico en los estudiantes: “empoderamiento” en la clase de matemáticas. Presentado en XXII Foro Pedagógico Internacional Formación Docente y Pensamiento Crítico. Bogotá: Universidad de la Salle.

Clavijo, M., Fresneda, E. (2020). “Empoderando” a los estudiantes en la clase de matemáticas: Contribuciones desde la Educación Matemática Crítica. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 33(1), 327-336. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/22409/1/Clavijo2020Empoderando.pdf>

Fiorentini, D., & Nacarato, A. (2005). *Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam*. Brasil: Musa.

Fresneda, E., Camelo-Bustos, F. J. (2019). La competencia democrática desde ambientes de modelación matemática: reflexiones con estudiantes de grado quinto. Presentado en la XV Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Medellín, Colombia.

Fresneda, E., Camelo-Bustos F. J. (2019). Una mirada a las tesis de grado desarrolladas en los grupos de investigación EdUtopía y Didáctica de la Matemática-UD. Presentada en XXXIII Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. La Habana, Cuba: Universidad de las Ciencias Informáticas.

Fresneda, E., Camelo, F., Gutiérrez, F. (2019). Medio ambiente: una mirada desde la competencia democrática, la modelación matemática y la investigación crítica. *Revista virtual nuevas búsquedas*, (9), 88-102. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/335754403_Medio_ambiente_una_mirada_desde_la_competencia_democratica_la_modelacion_matematica_y_la_investigacion_critica

Fresneda, E. y Camelo, F. (2021). Una mirada a la (in)justicia social en prácticas investigativas desarrolladas desde la dimensión socio política de la educación matemática. En: Gomez, G., DA SILVA, I., Gutiérrez, F. (Eds.) *Educação Matemática Crítica e a (in)justiça social: Práticas pedagógicas e formação de professores*. Campinas SP Brasil: Mercado de letras, p. 123-148.

Gutstein, E. (2006). *Reading and Writing the World with Mathematics. Towards a Pedagogy for Social Justice*. New York: Routledge-Taylor & Francis Group.

Galvis, L., Barrios, O., y Romero, J. (2017). Entre-vista, negociación de los datos y calidad de la investigación crítica. Presentado en 3er Encuentro de Investigación en Educación Matemática (EIEM). Barranquilla, Colombia: Universidad del Atlántico.

Gutiérrez, R. (2013). The sociopolitical turn in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(1), 37–68. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/259749651_The_Sociopolitical_Turn_in_Mathematics_Education

Rodríguez, B. (2014). Entornos virtuales como estrategia para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Presentado en el XV Congreso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: el sentido de las matemáticas. Matemáticas con sentido. Baeza, España.

Valero, P., Andrade, M. y Montecino, A. (2015). Lo político en la educación matemática: de la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática. *Revista Latinoamericana de*

Investigación en Matemática Educativa, 18(3), 287-300. Recuperado de:
https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362015000300007

Vanegas-García, D., & Camelo-Bustos, F. (2018). Contribuciones al desarrollo del pensamiento crítico en prácticas de modelación matemática: alzas en el SITP. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(1), 11-233. Recuperado de:
<https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/496>

**A PESQUISA EM EDUCAÇÃO DAS RELAÇÕES ÉTNICO-RACIAIS NA
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA BRASILEIRA**

IMPLICAÇÕES PARA O CURRÍCULO DA FORMAÇÃO DE PROFESSORAS/IES/ES

*RESEARCH ON EDUCATION OF ETHNIC-RACIAL RELATIONS IN BRAZILIAN
MATHEMATICS EDUCATION*

Implications for the teacher education curriculum

*INVESTIGACIÓN SOBRE LA EDUCACIÓN EN RELACIONES ÉTNICO-RACIALES EN LA
ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN BRASIL*

Implicaciones para el currículo de la formación de profesores

Washington Santos dos Reis

(Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil)

swashingtonreis@gmail.com

Recibido: 11/07/2023

Aprobado: 11/07/2023

RESUMO

O objetivo deste trabalho reside na elaboração de um breve apanhado das discussões acadêmicas acerca das relações étnico-raciais no âmbito da educação matemática brasileira. Em especial, pontuarei um dos tópicos que as pesquisas indicam como necessidade urgente para que haja avanços nessa área: a implementação de um debate profícuo na formação de professoras/ies/es que ensinam matemática. Pretendo, neste trabalho, chamar atenção para a necessidade das/des/dos pesquisadoras/ies/es em educação matemática lançarem um olhar para os currículos da formação inicial de professoras/ies/es de matemática em escala nacional para investigar a presença das discussões sobre questões raciais no projeto dos cursos de licenciatura das Instituições de Ensino Superior (IES). Tal necessidade se mostra importante dado que as pesquisas que discutem as relações étnico-raciais na educação matemática vêm apontando a falta de formação docente como um dos grandes desafios para implementar as Leis 10.639/2003 e 11.645/2008. Por meio de trabalhos de investigação como o que aqui indico, poderemos visualizar o panorama da formação de professoras/ies/es no Brasil no que diz respeito às questões raciais, possibilitando o aprendizado a partir das instituições que já contam com essas discussões prescritas em seus currículos. Assim como incentivar a aderência àquelas que ainda não estão seguindo a resolução do Conselho Nacional de Educação, que institui a obrigatoriedade das IES que ofertam cursos de formação de professores a terem disciplinas e atividades que abarquem a educação das relações étnico-raciais nos currículos desses cursos.

Palavras-chave: educação matemática. educação das relações étnico-raciais. currículo. formação de professores.

ABSTRACT

The aim of this paper is to elaborate a brief overview of the academic discussions about ethnic-racial relations in the context of Brazilian mathematics education. In particular, I will punctuate one of the topics that research indicates as an urgent need for advances in this area: the implementation of a fruitful debate in the training of teachers who teach mathematics. In this paper, I intend to call attention to the need for researchers in mathematics education to look at the curricula of initial training of mathematics teachers nationwide to investigate the presence of discussions on racial issues in the design of undergraduate courses at Higher Education Institutions (HEI). This need is important because the research that discuss ethnic-racial relations in mathematics education have been pointing out the lack of teacher training as one of the greatest challenges to implement Laws 10.639/2003 and 11.645/2008. Through research work such as the one I am indicating here, we will be able to visualize the panorama of teacher training in Brazil regarding racial issues, enabling learning with institutions that already have these discussions prescribed in their curricula. As well as encourage adherence to those that are not yet following the resolution of the National Council of Education, which establishes the obligation of HEI that offer teacher training courses to have disciplines and activities that cover the education of ethnic-racial relations in the curricula of these courses.

Keywords: Mathematics education. education of ethnic-racial relations. curriculum. teacher education.

RESUMEN

El objetivo de este artículo es presentar un breve panorama de los debates académicos sobre las relaciones étnico-raciales en la enseñanza de las matemáticas en Brasil. En particular, destacaré uno de los temas que las investigaciones señalan como necesidad urgente de progreso en esta área: la implementación de un debate fructífero en la formación de profesores que enseñan matemáticas. En este trabajo, pretendo llamar la atención sobre la necesidad de que los investigadores en educación matemática examinen los planes de estudio de la formación inicial de profesores de matemáticas a escala nacional para investigar la presencia de debates sobre cuestiones raciales en el diseño de los cursos de pregrado en las Instituciones de Educación Superior (IES). Esta necesidad es importante dado que las investigaciones que discuten las relaciones étnico-raciales en la educación matemática han señalado la falta de formación de profesores como uno de los principales desafíos para la implementación de las Leyes 10.639/2003 y 11.645/2008. A través de trabajos de investigación como el que indico aquí, podemos visualizar el panorama de la formación de profesores en Brasil en lo que se refiere a las cuestiones raciales, permitiendo aprender de las instituciones que ya tienen esas discusiones prescritas en sus currículos. También podemos incentivar la adhesión de las instituciones que aún no siguen la resolución del Consejo Nacional de Educación, que establece la obligatoriedad de que las IES que ofrecen cursos de formación de profesores tengan asignaturas y actividades que abarquen la educación sobre las relaciones étnico-raciales en los currículos de estos cursos.

Palabras clave: educación matemática. educación de las relaciones étnico-raciales. currículo. formación del profesorado.

Introdução

Há algumas décadas o conhecimento científico vem sendo colocado à prova no que diz respeito a sua suposta neutralidade. Em particular, as teorias críticas, pós-coloniais e estudos subalternos, quando assimilados por alguns/umas estudiosos/as, balançaram as estruturas da produção do pensamento

matemático e da educação matemática, denunciando seu caráter eurocêntrico e, consequentemente, racista (e.g. Joseph, 1987).

No campo da educação matemática, pesquisadoras/ies/es vêm pontuando mudanças importantes na área, que diz respeito a emergência de um conjunto de produções que entendem o pensamento matemático e sua educação como produções sociais, rompendo assim com a tradição platônica e neoplatônica. A esse movimento, Lerman (2000), Valero (2004) e Gutiérrez (2013) chamam de virada social/sociopolítica nas pesquisas em educação matemática.

A absorção de teorias críticas, dos estudos culturais, pós-coloniais e antropológicos na educação matemática possibilita a insurgência de currículos de matemática não mais atrofiados na categoria conhecimento – isto é, em seus objetos epistemológicos –, mas também se abre para a inserção de categorias sociopolíticas como raça, etnia, gênero, sexualidade, classe e marcadores outros da subjetividade e condição humanas.

Neste trabalho teórico focalizarei no marcador racial, levando em conta a tradição dos estudos étnico-raciais no Brasil e sua relação com a educação formal. Corroboro as ideias defendidas por Nilma Lino Gomes ao caracterizar o movimento negro brasileiro como educador por excelência (Gomes, 2017), considerando seu histórico de produção de espaços educativos e luta para que o Estado incluísse efetivamente a população negra em seus projetos.

No âmbito da educação matemática, os estudos raciais começaram a ganhar força na segunda metade do século XX, principalmente nos Estados Unidos em seu contexto de luta pelos direitos civis (e.g. Moses & Cobb, 2002). Já no Brasil, a educação matemática das relações étnico-raciais começou a ganhar atenção de forma sistemática a partir dos anos 2000, com a instituição de políticas públicas de currículo centradas nas questões raciais, como pontuarei na seção seguinte. Entretanto, tais pesquisas revelam a necessidade de ampliação desse discurso na educação matemática brasileira, assim como sua efetiva implementação no ensino básico.

O objetivo deste trabalho reside na elaboração de um breve apanhado das discussões acadêmicas acerca das relações étnico-raciais no âmbito da educação matemática brasileira. Em especial, pontuarei um dos tópicos que as pesquisas indicam como necessidade urgente para que haja avanços nessa área: a implementação de um debate profícuo na formação de professora/ies/es que ensinam matemática.

Relações étnico-raciais e educação matemática no Brasil

Há vinte anos foi promulgada a Lei 10.639/2003 (Brasil, 2003), a qual mudou significativamente o discurso educacional acerca das questões raciais no Brasil. Tal mudança decorre da obrigatoriedade que esse marco legal instituiu, prescrevendo o ensino de história e cultura africana e afro-brasileira em todo o currículo dos anos finais do ensino fundamental ao ensino médio.

A partir da promulgação dessa Lei, a discussão sobre raça no meio educacional passou a ter mais destaque no cenário acadêmico e nas discussões dos projetos escolares, tendo delineado o que ficou conhecido como Educação das Relações Étnico-raciais (ERER). No entanto, ao longo desses anos foi, e continua sendo, necessário afirmar a necessidade e importância de pensar essas questões no âmbito da educação matemática, dado que, não raro, uma parcela de professoras/es e pesquisadoras/es ainda desconhece ou deslegitima tal aspecto social no âmbito do ensino e pesquisa. Segundo Reis (2021, p. 59-60):

[...] a Educação Matemática não pode se esquivar da sua responsabilidade em implementar tal lei no seu currículo, pois mesmo enfatizando que a lei deve ser aplicada especialmente na Educação Artística, Literatura e História Brasileira, ainda assim, antes disso é dito “em todo o currículo escolar”. Isso será corroborado no Plano Nacional de Implementação das Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação das Relações Étnico-raciais e para o Ensino de História e Cultura Afro-brasileira e Africana, onde é possível ver uma série de recomendações para as diversas áreas do conhecimento que constituem o currículo da

Defendo aqui a relevância da Lei 10.639/2003 para a educação matemática uma vez que a literatura de pesquisa (e.g. Correia & Santos, 2021; Souza, Silva & Carvalho, 2021; Reis & Giraldo, 2022; Vargas & Lara, 2015) evidencia que a quase totalidade das produções acadêmicas brasileiras acerca da ERER foi empreendida após a promulgação desse marco legal, ou seja, essa política pública de currículo ajudou a impulsionar a disseminação desse discurso no campo de pesquisa e atuação docente.

Além disso, é essencial ressaltar que a Lei 10.639/2003 também possibilitou que os movimentos indígenas reivindicassem a Lei 11.645/2008 cinco anos depois, marco legal que acrescenta a obrigatoriedade do ensino de história e cultura indígena no Brasil.

Acredito que para discutir racismo seja necessário abarcar também as especificidades indígenas, no entanto, minhas pesquisas até o presente ponto têm focalizado apenas as questões étnico-raciais voltadas para a população negra, o que futuramente precisa ser ampliado, tanto nas minhas investigações quanto na literatura de pesquisa da área.

No que se refere aos trabalhos desse campo de pesquisa, alguns desafios são elencados para que a educação matemática passe a implementar a Lei na educação básica. Dentre eles está o da urgência de concepções de formação inicial e continuada para professoras/es/ies de matemática em uma perspectiva de educação antirracista (e.g. Gonzaga, 2021; Silva, 2021), de forma a apresentar às/aos/les futuras/os/ies docentes de matemática da educação básica um arcabouço teórico-metodológico para a construção de práticas docentes alinhadas com a ERER.

Portanto, faz-se necessária uma reformulação curricular profunda nos cursos de formação inicial de professoras/es/ies de matemática. Essa reformulação é uma necessidade também demarcada em documentos oficiais, como a Resolução nº 1 de 2004 do Conselho Nacional de Educação (CNE/CP, 2004), a qual institui a obrigatoriedade das Instituições de Ensino Superior (IES) que ofertam cursos de formação de professores a terem disciplinas e atividades que abarquem a ERER nos currículos desses cursos.

Os cursos de formação continuada também se mostram essenciais para a luta em torno da implementação da Lei 10.639/2003 na educação, uma vez que há um grande contingente de professoras/es/ies em atuação e que não teriam acesso aos estudos e práticas propiciadas num curso de formação inicial. Esse é um papel importante das redes de ensino públicas e privadas em prol da formação continuada.

Entretanto, neste trabalho pretendo evidenciar a formação inicial, dada a sua notória importância para a mudança de paradigmas de concepções e atuação docente, assim como a possibilidade de mobilizar as bases legais existentes no que diz respeito a formação inicial de professoras/es/ies alinhadas à ERER.

Implicações para o currículo da formação de profesoras/ies/es

O currículo aqui não é entendido simplesmente como listas de conteúdos ou de conhecimentos, mas sim como prática discursiva e território em disputa em torno de concepções e posturas em relação ao conhecimento, além de modos de ser e estar no mundo (e.g. Lopes & Macedo, 2011). Nesse sentido, a seleção feita na matriz curricular de um curso desvela o que se considera legítimo de ser ensinado e passado adiante, configurando assim relações de poder que se manifestam nas escolhas do que deve ou não estar nos documentos curriculares.

Desse modo, entendo que:

[...] o currículo é, ele mesmo, uma prática discursiva. Isso significa que ele é uma prática de poder, mas também uma prática de significação, de atribuição de sentidos. Ele constrói a realidade, nos governa, constrange nosso comportamento, projeta nossa identidade, tudo isso produzindo sentidos. Trata-se, portanto, de um discurso produzido na interseção entre diferentes discursos sociais e culturais que, ao

mesmo tempo, reitera sentidos postos por tais discursos e os recria. Claro que, como essa recriação está envolta em relações de poder, na interseção em que ela se torna possível, nem tudo pode ser dito. (Lopes & Macedo, 2011, p. 41)

No entanto, a matriz curricular publicizada como currículo prescrito não revela todas as nuances de um currículo, justamente por este ser uma prática discursiva que engloba as subjetividades de práticas e de sujeitos envolvidos nos contextos associados. Desse modo, a ausência de prescrição não implica que as questões correspondentes estejam necessariamente ausentes das práticas curriculares de um curso.

Contudo, entende-se aqui que é preciso lutar pela implementação de prescrições curriculares alinhadas com a EREER na formação inicial de professoras/es/ies que ensinam matemática, como uma forma de afirmar a necessidade de repudiar práticas racistas que também se apresentam no âmbito do ensino de matemática, como advogam Ferreira, Filho e Andre (2021) e Silva (2017).

Miguel Arroyo (2011) nos diz que os movimentos populares estão pressionando a escola em busca de representação nos currículos oficiais. Ao mesmo tempo, esses movimentos compreendem que a luta deve ser para além da educação, se espalhando por todas as esferas sociais. Nesse aspecto, a luta se dá por acesso aos bens materiais, simbólicos, culturais e memoriais. A partir disso, esses movimentos tensionam o currículo em prol da incorporação dos resultados desses esforços.

Segundo Nilma Lino Gomes (2017), o Movimento Negro constitui espaços que propiciam a construção de saberes no contexto das lutas por emancipação, ou seja, o Movimento Negro tem um caráter educador. Nesse sentido, Gomes pontua que esse Movimento “constrói, sistematiza, articula saberes emancipatórios produzidos pela população negra ao longo da história social, política, cultural e educacional brasileira” (p. 24). Nesse aspecto, o campo educacional se faz crucial “devido ao fato de ser um direito social, arduamente conquistado pelos grupos não hegemônicos do Brasil e que durante muito tempo foi sistematicamente negado aos negros e às negras brasileiros” (p. 24).

Portanto, os movimentos populares têm realizado um papel fundamental para tensionar os currículos oficiais, interrogando seus traços etnocêntricos, assim como o racismo associado. Para Gomes (2012, p. 107-108):

[...] a descolonização do currículo implica conflito, confronto, negociações e produz algo novo. Ela se insere em outros processos de descolonização maiores e mais profundos, ou seja, do poder e do saber. Estamos diante de confrontos entre distintas experiências históricas, econômicas e visões de mundo. Nesse processo, a superação da perspectiva eurocêntrica de conhecimento e do mundo torna-se um desafio para a escola, os educadores e as educadoras, o currículo e a formação docente. Compreender a naturalização das diferenças culturais entre grupos humanos por meio de sua codificação com a idéia de raça; entender a distorcida relocalização temporal das diferenças, de modo que tudo aquilo que é não-europeu é percebido como passado [...] e compreender a resignificação e politização do conceito de raça social no contexto brasileiro [...] são operações intelectuais necessárias a um processo de ruptura epistemológica e cultural na educação brasileira. Esse processo poderá, portanto, ajudar-nos a descolonizar os nossos currículos não só na educação básica, mas também nos cursos superiores.

Essa ruptura epistemológica e cultural a qual Gomes se refere é essencial para que o racismo estrutural (Almeida, 2019) seja compreendido em suas diferentes dimensões, sobretudo na institucional e estrutural, e assim seja paulatinamente questionado e desnaturalizado, sobretudo nos espaços que aqui mobilizamos, as instituições de ensino superior e da educação básica.

No que diz respeito à educação básica, estudos sobre o currículo de matemática já demarcaram a necessidade de lançar outros olhares para o campo (e.g. Conrado, 2019), propondo práticas comprometidas com a equidade social no ensino de matemática, considerando aspectos políticos e culturais. Entretanto, os estudos que investigam os currículos dos cursos de formação inicial de professoras/es/ies de matemática em relação a EREER ainda não desenvolveram um panorama da situação brasileira. Encontra-se na literatura de pesquisa alguns trabalhos que versam sobre panoramas locais ou regionais (e.g. Ferreira, Filho & Andre, 2021; Oliveira & Hoffmann, 2021).

Nos deteremos sobre essas três produções para nos ambientar acerca dos estudos do campo do currículo em educação matemática, com foco na diferença. Em particular, vislumbrando os estudos que abordam as questões raciais ou a tangenciam. Esses três trabalhos foram mapeados por meio de plataformas de busca de pesquisas acadêmicas, no entanto, foge ao escopo da produção deste trabalho relatar o percurso metodológico que orientou essa busca.

Andréia Lunkes Conrado defendeu uma tese na Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo em 2019 intitulada “Diversidade, diferença e currículo de matemática: relações entre macropolíticas e o tempo dos atores na escola”. O objetivo da sua tese foi questionar: “Como se caracteriza a ação dos atores da escola em relação ao lugar das diferenças culturais no currículo de matemática e suas interações com as políticas curriculares oficiais com foco na diversidade?” (Conrado, 2019, p. 24).

Para responder a tal pergunta, a pesquisadora faz uma incursão sobre as políticas públicas de educação criadas no período de 2004 e 2014 no âmbito da identidade e diferença. A autora elenca três grandes movimentos que permitem reconhecer os avanços das políticas dessa época, entre eles está: a contribuição do documento Pluralidade Cultural, que se integra aos Parâmetros Curriculares Nacionais; a criação da Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização e Diversidade (Secad) em 2004 e toda sua mobilização; e por fim, a criação, em 2011, da Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão (Secadi), assim como a publicação do documento “Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica: diversidade e inclusão” em 2013.

No entanto, ao passo que na esfera nacional de educação houve toda essa movimentação para a criação de marcos legais e documentos orientadores no contexto da diferença, ainda assim, segunda a autora, na educação matemática:

[...] nota-se a pouca produção específica destinada para a formação e ação do professor de matemática, que seguem contraditoriamente pautados por uma prática cultural pedagógica que trata a matemática como um conhecimento monocultural e universal, de matriz européia, que se pauta por abordagens didáticas comuns sustentadas por referências curriculares que pouco problematizam essa visão, há muito reelaborada e contestada por diversas pesquisas do campo da educação matemática, nesta perspectiva socio-cultural, com destaque para a Etnomatemática e a Educação Matemática Crítica. (Conrado, 2019, p. 158-159)

A pesquisadora conclui destacando a necessidade de um agenciamento da diferença no contexto curricular da Educação Matemática e chama atenção para o silenciamento das políticas de formação docente.

Ainda na literatura de pesquisa, encontramos dois trabalhos que versam sobre a interrogação dos currículos de matemática no que diz respeito à implementação das Leis 10.639/2003 e 11.645/2008. Um a nível de educação básica no município de Esteio/RS (Oliveira & Hoffmann, 2021) e outro que versa sobre a formação de professoras/es/ies de matemática no estado de São Paulo (Ferreira, Filho & Andre, 2021).

Oliveira e Hoffman (2021) realizaram uma pesquisa documental objetivando examinar a Base Municipal Comum Curricular do Ensino Fundamental do município de Esteio/RS em busca da presença das questões raciais. Concluiu-se que

Na área de Matemática, por exemplo, não foi descrita nenhuma ação pertinente à temática. Entretanto, foram citadas neste trabalho maneiras de inserir didáticas de abordagens matemáticas utilizando exemplos advindos de outras culturas, neste caso a africana.

Portanto, pode-se verificar que a temática racial ainda não conseguiu conquistar um espaço de destaque na prática pedagógica e que existem lacunas visíveis, como pudemos analisar, na Base Municipal Comum Curricular do município de Esteio. (Oliveira & Hoffmann 2021, p. 611)

Já Ferreira, Filho e Andre (2021) fizeram uma pesquisa em busca de disciplinas que envolvessem as Leis 10.639/2003 e 11.645/2008 nos cursos de formação de professoras/es/ies de matemática do estado

de São Paulo. O estudo conclui que dos 22 cursos analisados, 17 apresentam relação com os marcos legais mencionados. Entretanto, segundo os autores

Apesar de 17 dos 23 PPP¹ indicarem uma relação de disciplinas nas quais são abordadas temáticas referentes à legislação mencionada, aos estudos étnicos, à decolonialidade, à cultura e à diversidade, notamos uma recorrência: é ofertada, em média, uma disciplina por curso para discutir sobre essas temáticas. Isso nos ajuda a responder ao questionamento sobre a discussão do racismo não poder ser reduzida a uma única disciplina, pois é um assunto que deve ser retomado em vários momentos do curso pelo fato da temática se desenvolver em diversos contextos, a saber, políticos, sociais, econômicos e educativos. (Ferreira, Filho & Andre, 2021, p. 296, inserção do autor)

Ou seja, os autores discutem sobre a necessidade de transversalidade dessas temáticas nos currículos da formação de professoras/es/ies de matemática, não bastando apenas um componente curricular ser o responsável por mobilizar esses debates. Concordamos com a posição defendida, mas também entendemos que o fato desses conteúdos estarem presentes em uma disciplina da formação de professoras/es/ies já é um grande passo para que futuramente esses debates possam estar capilarizados em todos os componentes curriculares.

Portanto, nesta busca realizada, noto a existência de uma lacuna nas pesquisas sobre currículo e diferença na formação de professoras/es/ies de matemática no contexto da EREER, que é a existência de um panorama nacional sobre a presença (ou ausência) dos debates sobre as questões raciais nos cursos de formação de professoras/es/ies de matemática.

Considerações finais

Pretendi, neste trabalho, chamar atenção para a necessidade das/des/dos pesquisadoras/ies/es em educação matemática lançarem um olhar para os currículos de matemática na formação inicial de professoras/ies/es de matemática em escala nacional para investigar a presença das discussões sobre questões raciais no projeto dos cursos de licenciatura das instituições de ensino superior. Tal necessidade se mostra importante dado que as pesquisas que discutem as relações étnico-raciais na educação matemática vêm apontando a falta de formação docente como um dos grandes desafios para implementar as Leis 10.639/2003 e 11.645/2008.

Por meio de trabalhos de investigação como o que aqui indico, poderemos visualizar o panorama da formação de professoras/ies/es no Brasil no que diz respeito às questões raciais, possibilitando o aprendizado a partir das instituições que já contam com essas discussões prescritas em seus currículos. Assim como incentivar a aderência àquelas que ainda não estão seguindo a resolução já citada.

Ademais, espero que este trabalho atraia mais pesquisadoras/ies/es para o campo de estudos das diferenças na educação matemática. E que a Comunidade MES cresça no território brasileiro para que eventos com esse escopo possam um dia serem frequentes em nossa comunidade de pesquisa.

Referências bibliográficas

Almeida, S. L. (2019) *Racismo Estrutural*. Pólen.

Arroyo, M. G. (2011) *Currículo, território em disputa*. Vozes

Brasil. (2003) *Lei 10.639, de 9 de janeiro de 2003*. Altera a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, para incluir no currículo oficial da Rede de Ensino a obrigatoriedade da temática “História e Cultura Afro-Brasileira”, e dá outras providências. Diário Oficial da União. Brasília, DF.

¹ Plano Político Pedagógico.

CNE/CP. (2004) *Resolução 1/2004*. Diário Oficial da União, Brasília, 11.

Conrado, A. L. (2019) *Diversidade, diferença e currículo de matemática: relações entre macropolíticas e o tempo dos atores na escola*. (Tese de Doutorado em Educação) Universidade de São Paulo, São Paulo.

Correia, N. D. S.; Santos, V. O. (2021) A cultura afro-brasileira em trabalhos de etnomatemática: uma revisão sistemática de pesquisas acadêmicas nacionais. *Educação Matemática Pesquisa*. 23(1), 655-682.

Ferreira, D. S.; Filho, J. C. S.; Andre, C. F. (2021) O Racismo Contemporâneo em Projetos Pedagógicos de Cursos de Licenciatura em Matemática. *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*. 11(2), 283-300.

Gomes, N. L. (2017) *O movimento negro educador: Saberes construídos nas lutas por emancipação*. Vozes.

Gomes, N. L. (2012) Relações étnico-raciais, educação e descolonização dos currículos. *Currículo sem Fronteiras*, 12(1), 98-109.

Gonzaga, D. S. (2021) *(Des)caminhos para o tratamento de questões raciais no ensino de matemática: desafios na implementação da lei 10.639/03*. (Monografia de Licenciatura em Matemática) Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

Gutiérrez, R. (2013). The sociopolitical turn in mathematics education. *Journal for research in mathematics education*, 44(1), 37-68.

Joseph, G. G. (1987). Foundations of Eurocentrism in mathematics. *Race & Class*, 28(3), 13-28.

Lerman, S. (2000). The social turn in mathematics education research. *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning*, 1, 19-44.

Lopes, A. C. & Macedo, E. (2011) *Teorias de Currículo*. Cortez.

Moses, R., & Cobb, C. E. (2002). *Radical equations: Civil rights from Mississippi to the Algebra Project*. Beacon Press.

Oliveira, M. A.; Hoffmann, M. B. (2021) Perspectivas antirracistas no Ensino de Ciências e Matemática: Uma análise da Base Comum Curricular de Esteio/RS. *Revista Insignare Scientia*, 4(3), 596-613.

Reis, W. S. (2021) Cidadania e Educação Matemática: a lei 10.639/2003 em debate. *Revista África e Africanidades*. 14(38), 51-64.

Reis, W. S.; Giraldo, V. A. (2022) Relações étnico-raciais e Educação Matemática: um breve panorama sobre a implementação da Lei 10.639/2003. In: *Anais do IX Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática*. São Paulo, Brasil. No prelo.

Silva, D. A. F. (2021) *Narrativas de professores de matemática sobre questões raciais*. (Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática) Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

Silva, V. L. (2017) *Africanidades, matemática e resistência*. (Tese de Doutorado em Educação) Universidade de São Paulo, São Paulo.

Souza, E. C. S.; Silva, M. G. C.; Carvalho, J. I. F. (2021) Conhecimento matemático africano e educação antirracista: uma análise dos anais do ENEM. *Revista Currículo e Docência*. 3(1), 3-17.

Valero, P. (2004). Socio-political perspectives on mathematics education. *Researching the socio-political dimensions of mathematics education: Issues of power in theory and methodology*, 5-23.

Vargas, J. L. S.; Lara, I. C. M. A (2015) Cultura Afro-Brasileira sob o Enfoque da Etnomatemática: Um Mapeamento Teórico Sobre os Estudos Brasileiros. *Abakós*, 3(2), 70-82.

ESCENARIOS DE INVESTIGACIÓN COMO CONSTRUCCIÓN PARTICIPATIVA

UNA MIRADA DESDE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA

CENÁRIOS DE investigação COMO CONSTRUÇÃO PARTICIPATIVA

Um olhar da educação matemática crítica

LANDSCAPES OF INVESTIGATION AS A PARTICIPATIVE CONSTRUCTION

A view of critical mathematics education

Dumas Manzano Franco

(Universidad del Cauca, Colombia)

dumasman@unicauca.edu.co

Recibido: 11/07/2022

Aprobado: 11/07/2022

RESUMEN

En la configuración de situaciones que propenden por maneras distintas de abordar el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, los escenarios de investigación están siendo ampliamente reflexionados. En este escrito se muestra la construcción participativa de escenarios de investigación a partir del despliegue de una estrategia enmarcada en la investigación acción participativa con estudiantes de educación media. Esta construcción tiene como objetivo buscar posibilidades para relacionar prácticas matemáticas de aula y prácticas sociales inherentes al mundo de la vida de los estudiantes. Estas reflexiones se realizan a partir de los fundamentos teóricos de la educación matemática crítica (EMC) desarrollada por Skovsmose.

Palabras clave: escenarios de investigación. construcción participativa. educación matemática crítica.

ABSTRACT

In the configuration of situations that promote different ways of approaching the learning and teaching of mathematics, the research scenarios are being widely thought. This work shows the participatory construction of research scenarios from the deployment of a strategy framed in participatory action research with high school students. This construction aims to find possibilities to relate classroom mathematical practices and social practices inherent to the world of students' lives. These reflections are made from the theoretical foundations of critical mathematics education (CME) developed by Skovsmose.

Keywords: landscapes of investigation. participatory construction. critical mathematics education.

Na configuração de situações que promovem distintas formas de abordar a aprendizagem e o ensino de matemática, os cenários para pesquisa vêm sendo amplamente refletidos. Este artigo mostra a construção participativa de cenários de pesquisa a partir do desdobramento de uma estratégia envolvida na pesquisa-ação participativa com alunos do ensino médio. Essa construção visa encontrar possibilidades de relacionar práticas matemáticas em sala de aula e práticas sociais inerentes ao mundo de vida dos alunos. Essas reflexões são feitas a partir dos fundamentos teóricos da educação matemática crítica (EMC) desenvolvida por Skovsmose.

Palavras-chave: cenários para investigação. construção participativa. educação matemática crítica.

Introducción

Los escenarios de investigación propuestos por Skovsmose (2000) son situaciones que pueden ser abordadas en el aula de matemáticas para generar ambientes de aprendizaje que propendan por una mayor participación de los estudiantes en los procesos no solo de apropiación del conocimiento sino, como mecanismo detonador de reflexiones que permiten hacer uso de las matemáticas como herramientas para entender y transformar los fenómenos matemáticamente modelables. En general, los escenarios parten de un conocimiento de la realidad de los estudiantes y las circunstancias que los afectan, sin embargo, en su mayoría, son dispuestos y elegidos por una autoridad del aula. En este sentido, este trabajo muestra un proceso de construcción de escenarios directamente con estudiantes, quienes no solo expresan sus preocupaciones con el entorno, sino que las determinan, eligen y abordan.

La investigación se enmarcó en el enfoque crítico-Social. La apuesta emancipadora y liberadora del paradigma crítico, que hace énfasis en la inclusión del sujeto como participe activo en las transformaciones sociales y culturales, encuentra como alternativa metodológica la investigación acción participativa (IAP). La elección de la IAP no es arbitraria, pues, su resonancia con la EMC radica precisamente en reivindicar el poder que tienen los individuos para incidir y generar cambios sociales, por lo cual, es necesario partir de las necesidades e intereses de la comunidad como mecanismo de participación efectiva y pertinente dado que es una de las formas mediante las cuales, según López (2011) se pueden establecer movimientos transformadores enmarcados en la justicia y la democracia.

Educación matemática crítica

La EMC es una corriente filosófica que centra sus esfuerzos en el estudio de la educación matemática desde una perspectiva en la que resalta la importancia de las matemáticas en el desarrollo social y tecnológico. Al respecto, Serrano (2009) plantea que es fundamental la correspondencia entre las matemáticas y la realidad, toda vez que estos lazos permiten procesos de concienciación y transformación.

En concordancia con lo anterior, la EMC tiene según Skovsmose y Nielsen (1996) dentro de sus pretensiones mirar posibilidades que permitan a los estudiantes reinterpretar y transformar su realidad mediante la materialización de sus intenciones, esto es, a través acciones reflexionadas frente a situaciones de crisis, a esto le denominan los autores ayudar a los estudiantes a ser ciudadanos críticos.

Para hablar de pensamiento crítico es pertinente mencionar algunas consideraciones sobre la crítica. Skovsmose (1999) define la crítica como actividad del pensamiento y de reacción ante situaciones de crisis, en esta medida se encuentran en correspondencia un sujeto crítico y un objeto de crítica donde se ubica la situación de crisis. Los sujetos críticos se relacionan en este caso con los estudiantes y el profesor, mientras que, dentro de los múltiples objetos de crítica, Skovsmose resalta las matemáticas y

sus aplicaciones en la sociedad como el objeto central de crítica. Desde la perspectiva de esta propuesta, los objetos de crítica están contenidos en situaciones particulares de crítica, denominadas escenarios de investigación.

Desde esta investigación, los escenarios son mecanismos para llegar al conocer reflexivo, partiendo de que este no puede darse en cualquier tipo de situación educativa, pues, esta debe ser abierta, por lo que “se requiere crear situaciones que necesiten reflexión y que los niños perciban que vale la pena tomarlas como el objeto mismo de la reflexión” (Skovsmose, 1999, p. 129). Al respecto, es importante prestar atención en la elaboración de situaciones, pues estas, tienen que invitar a los estudiantes a “formular preguntas y a buscar explicaciones” (Skovsmose, 2000, p. 6). Estas características son esenciales en la configuración del escenario, incluso Skovsmose plantea que “Cuando los estudiantes se apropian del proceso de exploración y explicación de esta manera, se constituye en un escenario de investigación que a su vez genera un nuevo ambiente de aprendizaje” (p.8). En este orden de ideas, para que se constituya un escenario no es suficiente una situación pues éste “sólo se constituye como tal si los estudiantes sí aceptan la invitación. Un escenario de investigación es en sí una relación” (p. 8).

Si un escenario es una relación que inicia de la aceptación a una invitación, es posible considerar la relatividad de los escenarios, dado que la aceptación puede obedecer a la naturaleza de la invitación o a la forma en que se haga; desde este punto de vista Skovsmose (2000) menciona que “lo que puede constituirse como un escenario de investigación para un grupo de estudiantes en una situación particular puede no convertirse en una situación atractiva para otro grupo de estudiantes” (p.8). Esto ratifica la importancia de generar situaciones con significado para los estudiantes, pues, la aceptación a participar como requisito para la constitución de un escenario de investigación depende del interés que genere.

Metodología

Este escrito se basa en un estudio desde la investigación acción participativa con estudiantes de educación media de una institución pública colombiana. Hacer uso de la IAP logró minimizar las relaciones verticales y pasar a un plano de horizontalidad entre el profesor y los estudiantes, permitiendo romper la cultura del silencio que genera la posición de poder del maestro en la clase, siendo esta una manera de escuchar la voz real de los estudiantes y así, poder comprender sus preocupaciones que, posteriormente, se constituirían en escenarios de investigación.

Proceso

Constitución del Grupo de Investigación Acción Participativa (GIAP)

Para construir escenarios de manera participativa se inicia con la constitución del GIAP. Una vez creado, se construyeron condiciones para el acceso a los datos, pues, según De la Cuesta (2014) se deben generar condiciones con la comunidad, dado que en investigaciones cualitativas los datos no se recogen, los datos se construyen, enfatiza además, que el acceso a los datos no se debe dar por hecho, pues es un proceso que implica “Contactar con las personas clave de las instituciones, negociar con ellas, ser invitado para obtener los datos, lograr el permiso formal y, finalmente, construir relaciones con los participantes” (p.1). Este proceso se llevó a cabo durante 4 meses.

Elección del contexto de las situaciones problema.

Una vez constituido el GIAP se planteó a los estudiantes elegir un espacio de interés colectivo. La ruta fue la siguiente:

Mi ubicación en el municipio: Se realizó la impresión del mapa territorial, cada participante se ubicó con respecto a la dirección de residencia. En esta actividad se resaltó la proximidad entre ellos como

base para conformar grupos de trabajo, evitando lo que ellos denominaron “grandes desplazamientos”. De igual manera, se consideró con la ubicación, identificar lugares comunes para analizar situaciones.

Criterios de escogencia y elección del entorno de acción: El GIAP determinó que, dentro del municipio de Tuluá, se realizarían observaciones en el barrio Popular, esto, con base a criterios de proximidad, economía, seguridad, conocimiento del entorno, relaciones del entorno con la institución y con el proyecto.

Diseño de Instrumentos de registro

Después de la claridad metodológica por parte del GIAP se definieron algunos aspectos previos a la primera visita de campo:

Aspectos por observar: El GIAP contempló factores como: contaminación, basuras, negocios, ventas ambulantes, huecos, estructuras mal diseñadas, la deforestación, alcantarillas en mal estado, vegetación, entre otro. Estas ideas definen tres aspectos a observar en el barrio: Aspecto económico, ambientales y de riesgos.

Elementos necesarios para la observación: Se mencionan algunos materiales como libreta de apuntes, cámara fotográfica, papel.

Guías de Observación: Se diseñaron guías de observación para cada uno de los aspectos definidos anteriormente.

Notas y Diario de Campo: Antes del recorrido se dialoga sobre la importancia de las notas y diarios de campo, conceptuando sus particularidades y diferencias desde la postura de McKernan (1999). Se conciben entonces las notas de campo como un conjunto de registros en lenguaje cotidiano de lo que se observa. Se aclara que estos registros pueden ser escritos, gráficos o audiovisuales.

Visitas al barrio

Se realizaron dos visitas. La primera visita fue de reconocimiento y permitió hacer un ejercicio de cartografía social. En la segunda visita se construyeron diarios de campo de los tres aspectos definidos por el GIAP.

Mapas ambientales y de riesgos. Un ejercicio de cartografía social

Los estudiantes hicieron mapas en papel impreso y utilizaron también la plataforma Google maps: Ubicaron el barrio y utilizaron Paint para extraerlo según los límites con los demás barrios. Se construyeron dos mapas: Riesgos y ambiental.



Gráfico 1: Mapa Ambiental y de Riesgos, diseñado por el GIAP.

Los mapas permitieron una aproximación al territorio, estableciendo las primeras preocupaciones relacionadas con la radiación que producen las antenas de comunicación. Otros factores de preocupación

fueron: El mal estado de las vías, las alcantarillas llenas de basura, ausencia de señales de tránsito, tratamiento de las “basuras domésticas” e inseguridad.

Diligenciamiento de los diarios de campo

Con el fin de profundizar en aspectos destacados en los mapas, se realizó un segundo recorrido, diligenciándose el diario de campo diseñado por el GIAP. La intencionalidad de los diarios era mostrar detalladamente aspectos presentes en la cartografía social. El registro fotográfico y escritos se constituyeron en insumo para diseñar situaciones potenciales para constituirse en escenarios de investigación.

El recorrido se realizó centrando la atención en lo registrado en los mapas; Los mapas se constituyeron en orientadores de la segunda visita. Mirar con más detalle permitió develar otro tipo de problemáticas tales como las intersecciones viales sin mayor señalamiento y la cárcel ubicada a pocos metros de la escuela.

Los mapas y diarios se constituyeron en información valiosa, valiosa, pero ¿Cómo a partir de estos datos construir situaciones que promuevan un trabajo investigativo o de indagación?

Análisis de textos y discursos. Construcción de Escenarios

Para constituir escenarios de investigación de manera participativa, fue necesario:

Identificación de aspectos barriales.

Para determinar los fenómenos con potencial de situaciones, se resolvió realizar un análisis categorial. Después de clarificar las nociones de categoría abierta, axial y selectiva, se realizó un ejercicio de categorización a partir de los diarios de campo.

Del ejercicio de análisis categorial del diario de riesgos se generaron algunas categorías axiales como: Drogas, Inseguridad, Peligro y deterioro vial, salud humana, radiación, invasión del espacio público. Por su parte, del abordaje del diario ambiental emergieron categorías axiales como: Deforestación, Acumulación de desechos, Infraestructura urbana, contaminación auditiva. Finalmente, se realizó un análisis categorial al diario de aspectos económicos, arrojando las siguientes categorías: Niños recicladores, Negocios ambulantes, Negocios fijos.

El GIAP determinó que las categorías selectivas y axiales invisibilizaban aspectos importantes que quedaban consignados en las categorías abiertas, es así como se decidió construir situaciones tanto de las categorías axiales como de las subcategorías, descartando totalmente las categorías selectivas.

Diseño y elección de situaciones de Crítica

Para lograr construir situaciones de crítica desde la noción de situación adoptada desde el GIAP como Conjunto de factores o circunstancias que afectan a alguien o algo en un momento determinado, Se vislumbró la necesidad de relatar las circunstancias o factores que afectan ese algo particular que llamó la atención en el barrio y que, estaba presente en las categorías. Desde esta perspectiva, la noción de escenario de Skovsmose (2000) y la de situación adoptada por el GIAP, introdujo la necesidad de generar pequeños relatos para comprender de manera situada el fenómeno presente en el análisis categorial.

A los miembros del GIAP les pareció interesante iniciar con el análisis categorial del diario de riesgos y construir una primera aproximación de situación. Una de las categorías que llamó la atención fue la de “drogas”.

Como la palabra drogas como categoría no brinda mucha información y dada su generalidad posibilitaba diversas interpretaciones, fue pertinente situar la categoría en función de lo observado, escuchado y consignado en los mapas y diarios de campo. Para generar el relato que buscaba encontrar el sentido del fenómeno dentro de un contexto particular, se presentaron discusiones y aportes particulares, finalmente, la situación se redactó de la siguiente manera:

Relato: Tarros y varillas por drogas: Se observa en el barrio popular, principalmente en el parque, como las bancas han sido destruidas, los juegos de los niños saqueados, sobre todo aquellos componentes que están fabricados con hierro. De igual manera, los tarros que normalmente se usan para el depósito de las basuras personales en Tuluá, que por lo general están hechos de hierro tampoco se encuentran, esto se evidenció en la observación directa al barrio, ya que aún están presentes las huellas de los daños. El personal de TuluAseo confirma que los tarros para el depósito de basura no se han colocado nunca en el parque del barrio Popular debido a que, en otros lugares, donde se cuenta con la protección policiaca, han sido robados por vándalos para compra de drogas; el daño a las bancas según estos funcionarios, también lo hacen personas para extraer el hierro y venderlo en las chatarrerías; con estos recursos compran la “dosis personal”. (Redacción del GIAP).

Del análisis categorial realizado por el GIAP se generaron las siguientes situaciones: Tarros y varillas por drogas; Rejillas “De todito”; concreto movedizo; invasión del espacio público; entre la fugacidad y la rentabilidad; venta de minutos: rentabilidad o mercadeo; Si soy veloz, puedo cruzar la calle; conviviendo con el cáncer; buscando entre las bolsas el sustento diario, las basuras ¿Un problema de reciclaje o consumismo?; contaminación auditiva y distrito de policía: seguridad o riesgo.

Dado el tiempo para abordar las situaciones construidas para continuar con los pasos del modelaje, se realizó un proceso deliberativo para la escogencia de dos situaciones. Las situaciones elegidas y los argumentos para ello fueron:

Situación 1: Buscando entre las bolsas el sustento diario:

Alumno: lo de los recicladores es importante, uno de alguna manera sabe que cada reciclador tiene su historia, pero cuando están los niños trabajando y recogiendo basura la cosa se vuelve más impactante, los recicladores adultos uno dice ellos cogieron ese camino quizás porque no quisieron estudiar o no pudieron tener un trabajo, pero un niño que debería estar estudiando porque se hace eso, uno se pregunta si ellos son huérfanos y tienen que hacer eso para sobrevivir, o los papas los mandan, será que viven con el papá y la mamá, o si están distribuidas las familias para que les alcance el dinero, además según miramos la institución cuenta con muchas familias que tienen estas dificultades, sería muy bueno analizar esta situación.

Alumno: [...] más que todo por lo de los niños trabajadores, que bueno que se terminen, además son muchas las personas involucradas, sobre todo los niños y sería bueno saber un poco más de eso.

Situación 2: Rejillas “De todito”

Alumno: “[...] me parece importante es la de las rejillas: Estos sitios son una gran fuente de proliferación de zancudos, afectan la salud de las personas y generan riesgo a los niños”

Alumno: “[...] la de las rejillas, sobre todo por las enfermedades que transmiten los zancudos, sobre todo el Chicunguña; también es importante porque el municipio invierte dinero en limpiar las alcantarillas, con lo que se podría hacer otro tipo de inversiones”.

Alumno: “[...] también es un problema de gasto de agua, pues para que ellos (Refiriéndose a los encargados de la limpieza) puedan destapar las alcantarillas tienen que utilizar agua a presión”.al cuadrado es dieciséis, que es menos uno módulo 17.

La constitución de escenarios

Después de elegir las dos situaciones se procedió a realizar preguntas a la situación. Este ejercicio permitió analizar la situación y abrir las puertas para un proceso de explicación más detallada.

La primera situación abordada fue “Rejillas “De todito”” y en particular la problemática de zancudos que se deriva de esta situación.

Algunas preguntas realizadas por el GIAP se presentan en los siguientes relatos:

Alumno 1: Profe, yo, yo quiero hacer la primera pregunta: ¿Cómo se reproducen los zancudos?

Profesor: ¿Qué necesitaríamos para abordar esta inquietud?

Alumno 2: Necesitamos saber el ciclo de vida, desde que están en huevo hasta que son adultos y el tiempo que viven

Alumno 3: Necesitamos saber la cantidad de huevos que pone cada hembra

Alumno 4: Es importante saber en qué medios se reproducen, pues según he escuchado también en los árboles y la tierra húmeda lo hacen

Alumno 5: debemos también saber cuántas hembras nacen en cada reproducción y cuantas veces se reproducen en su ciclo de vida.

Creo que es importante averiguar qué enfermedades transmiten los zancudos y aquí en Tuluá cuantos han sido afectados, pues no solo está el chicunguña, también el dengue hemorrágico.

Alumno 6: ¿Cuál es el presupuesto que se gastan el limpiar las alcantarillas en Tuluá y cuál es el costo por alcantarilla?

Con respecto a la situación: Buscando entre las bolsas el sustento diario, se reflexionaron algunos aspectos y formularon las siguientes preguntas:

Alumno 4: profe una pregunta que se me ocurre es ¿a qué precio venden los materiales que producen? O ¿para que utilizan los materiales?

Alumno 1: Estoy de acuerdo, aunque sería bueno una pregunta un poco más general que encierre estas preguntas que tú dices, podría por ejemplo estar relacionada con la calidad de vida o algo así.

Alumno 2: Si, además muchos no lo hacen por la falta de oportunidades si no porque da plata, si no estuvieran en eso

Profesor: Será que realmente es porque da plata, o más bien por qué no han tenido las oportunidades suficientes para hacer otra cosa, además, el hecho de vivir como viven genera un estigma social que impide tener mejores oportunidades.

Alumno 4: De todas maneras, profe, hay de recicladores a recicladores, algunos lo hacen por necesidad, otros por consumo, eso también crea estigmas en la gente. Por ejemplo: en Bogotá, en un lote baldío que había cerca donde vivía, un reciclador por robar a una señora la apuñalo.

Alumno 2: Miren que, por mi casa, como mi padraastro tiene un taller, siempre va un reciclador que le decimos Mi Niño, el paga una pieza en una casa donde van más recicladores, utiliza guantes para buscar la basura, se cambia de ropa y dice que todo lo encuentra en la basura” prosigue, “si profe, además si ellos quisieran bañarse, allí está el río Tuluá. Yo he visto a varios bañarse allí.

Aunque lo que mencionan es verdad, Mi niño una vez me vio con el uniforme del colegio y me dijo: bien chino, estudie, vea que caer en esta situación es muy dura; yo le pregunte que si no le gustaría hacer otra cosa; él me dijo: no hay más que hacer, uno de acá no sale, no sale”.

Alumno 4: una buena pregunta podría ser ¿Qué calidad de vida da trabajar en el reciclaje? cuatro al cuadrado es dieciséis, que es menos uno módulo 17.

La pregunta del alumno 4 fue aceptada por el grupo y generó a su vez otras preguntas: ¿Qué objetos recogen?, ¿A qué precio venden cada objeto?, ¿Cuál es el promedio de ganancias diarias?, ¿A qué enfermedades se ven abocados al trabajar de esta manera?, ¿Cuál es el costo mínimo para satisfacer las necesidades básicas?

Las primeras tres preguntas buscan mirar los recursos con los que cuenta un reciclador, la cuarta y quinta pregunta permiten hacer un comparativo sobre la calidad de vida de los recicladores. De las preguntas se derivaron tareas particulares:

Tareas: Rejillas “De todito”	Tareas: Buscando entre las bolsas el sustento diario.
Consultar costo de limpieza alcantarillas.	Consultar las necesidades básicas para una vida digna
Estimado de alcantarillas de Tuluá	Diseñar encuesta
Consultar el ciclo de vida de los zancudos y la manera como se reproducen	Encuestar a los recicladores
Consultar cantidad de personas afectadas por los zancudos	Tabular datos y analizarlos.

Tabla 1: Tareas particulares derivadas de las situaciones escogidas por el GIAP

Estas tareas inducen un nuevo viraje a la realidad social con una visión focalizada, intentando dar explicaciones de la realidad prescrita en las situaciones, a través de la exploración del mundo de la vida. En esta etapa se puede considerar totalmente constituidos los escenarios de investigación, toda vez que Skovsmose (2000) menciona que:

cuando los estudiantes se apropian del proceso de exploración y explicación de esta manera, se constituye un escenario de investigación que a su vez genera un nuevo ambiente de aprendizaje. En un escenario de investigación los estudiantes están al mando (p. 8)

Vivir en el escenario implicó procesos de reflexión colectiva, consulta a personas externas (Miembros de Centro Aguas, recicladores), observación directa y un proceso de traducción de esta nueva observación y consulta a un lenguaje matemático y algorítmico; los resultados de este abordaje se intentarán mostrar en otro artículo.

Discusión

Conocer la realidad y transformarla implica concebir a los estudiantes como sujetos políticos, aseveración que según Valero (2002) conlleva “reconocer la naturaleza intrínseca del ser humano como un ser actuante y generador de sus condiciones sociales y materiales de vida” (p. 56). Como seres actuantes, los estudiantes deben identificar esas condiciones que los determinan, para ello el uso de la cartografía social como estrategia para lograr una aproximación del territorio y posteriormente identificar los diferentes aspectos que generan tensiones con la vida real, fue exitoso, toda vez que la cartografía:

La información visibilizada en los mapas y diarios muestra fenómenos en forma de relato o iconográficos, sin embargo, fue necesario trascender a la noción de escenario de Skovsmose (2000); para ello se partió de los fenómenos en relación y posteriormente se configuró la situación.

Los relatos de cada uno de los fenómenos permitieron contextualizarlos y enmarcarlos en la realidad. En este caso, la realidad hace parte de la vida misma de los estudiantes. En los relatos se plasma no sólo lo que observaron y registraron en los diarios de campo, también están impregnadas sus vivencias y preocupaciones concretas que emergen al momento de analizar los fenómenos. Estos fenómenos en relación se constituyen en sistemas desde lo mencionado por Skovsmose (1999), para lo cual se pasó de un lenguaje natural a un lenguaje sistémico. Este lenguaje sistémico, presente en las situaciones, responde adicionalmente al requerimiento de Skovsmose en el sentido de ser percibidas por los estudiantes como situaciones que valgan la pena como objetos mismos de reflexión, característica inherente a la construcción de las situaciones, esto es, uno de los principales aportes de la IAP a la educación matemática crítica, en particular, en la configuración de escenarios.

La construcción y elección de las situaciones puede ser interpretada como otra característica de aceptación a participar. Esta aceptación no obedece a estímulos externos, sino, a la naturaleza misma de la situación. La aceptación en este caso no es una decisión en un momento particular, es una construcción que se da al reconocerse como sujetos sociales y políticos.

Indagar las situaciones mediante preguntas fue una estrategia acertada, más aún, nacen del interés de los estudiantes. Adicionalmente, las preguntas permiten generar las primeras formas de acción, materializadas en tareas particulares.

Conclusiones

Los escenarios que usualmente son abordados en las aulas de clase son situaciones diseñadas directamente por el agente externo. Los estudiantes participan directamente en las actividades realizadas y, en algunos casos, se tiene en cuenta su contexto y preocupaciones, pero, no tienen la injerencia de escogerlas; esto implica que de alguna manera son situaciones semi-reales, que se constituyen en reales cuando se logra un trabajo directo mediante la aceptación de participar en ellas. La realidad tal como lo plantea Skovsmose, puede ser debatida desde estos resultados, pues, fue evidente que la existencia concreta no ingresa a nuestro sistema de intereses hasta tanto, no se construyan relaciones con dicha existencia.

El trabajo realizado y documentado en este escrito aporta teórica y metodológicamente en la configuración y constitución de escenarios, pues, además de partir de las necesidades sentidas de los estudiantes, ellos tienen la última palabra con respecto a su abordaje. La constitución de escenarios no se dio en la aceptación de la situación, pues se vivía en la situación, ésta hizo parte de las relaciones construidas por los estudiantes con su entorno. No se acepta la situación para trabajar en ella, se trabaja en la situación porque se vive en ella. Desde esta perspectiva, el escenario no es un diseño externo, se construye en el devenir de las tensiones que subyacen en la vida real de los estudiantes y sus preocupaciones.

Una invitación viene de agentes externos y va dirigida a personas que se relacionan de alguna manera con el motivo de la invitación, sin embargo, los escenarios construidos, no necesitan este tipo de requerimiento dado que son construidos desde los intereses y relaciones con el entorno; el docente como agente externo no tiene mayor injerencia en las elecciones y acciones que se determinan al interior del escenario, por tanto, se podría hablar de constitución de escenario que “no necesitan aceptación”, dado que la invitación queda desdibujada.

Es entendible en consecuencia la afirmación de Skovsmose (2002) cuando menciona que “lo que puede constituirse como un escenario de investigación para un grupo de estudiantes en una situación particular puede no convertirse en una invitación atractiva para otros estudiantes” (p. 8), pues, si la constitución depende de la aceptación y esta a su vez de la naturaleza de la invitación, se estará de alguna manera excluyendo a un grupo de estudiantes para los cuales esa invitación no sea atractiva, sin embargo, si se construyen escenarios desde y con los estudiantes y no solo para los estudiantes, estaremos frente a escenarios con significado que se constituyen desde la multiplicidad de relaciones que se gestan entre los estudiantes y el mundo de la vida.

Referencias

- De la Cuesta, C. (2014). *Acceder a la información en la Investigación Cualitativa: Un asunto de Cuidado*. Invest. educ. enferm, 32(3), 480-487.
- McKernan, J. (1999). *Investigación-acción y curriculum: métodos y recursos para profesionales reflexivos*. Ediciones Morata.
- López, M (2011) *Barreras que impiden la escuela inclusiva y algunas estrategias para construir una escuela sin exclusiones*. En Innovación Educativa, n.º 21, pp. 37-54
- Mora, H., & Jaramillo, C. M. (2018). *Aproximación a la construcción de cartografía social a través de la geomática*.
- Serrano, W. (2009). *Algunos elementos para una educación matemática crítica en Venezuela: conocer y conocimiento*. Revista Integra Educativa, 2(1), 125-144.
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Una empresa docente.
- Skovsmose, O. (2000). *Escenarios de investigación*. Revista Ema, Investigación E Innovación En Educación Matemática, 6(1), 1-25.
- Skovsmose, O., & Nielsen, L. (1996). *Critical mathematics education*. En Bishop, A. J. International Handboob of mathematics education (pp. 827-876). Netherlands: Kluwer Academic Publisher.
- Valero, P. (2002). *Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia*. Quadrante, 11(1), 49-59.

CAN MATH TEACHING CHALLENGE INSTITUTIONAL RACISM?

O ENSINO DE MATEMÁTICA PODE DESAFIAR O RACISMO INSTITUCIONAL?

¿PUEDE LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICAS DESAFIAR EL RACISMO INSTITUCIONAL?

Sabrina Bobsin Salazar

(Universidade Federal de Pelotas, Brasil)

sabrina.salazar@ufpel.edu.br

Recibido: 11/07/2022

Aprobado: 11/07/2022

ABSTRACT

This paper is part of a larger study that contributes to theory and method related to the study of how racism permeates teaching practice. I combine concepts from critical realism and critical race theory to develop a theory to better describe how local social interactions that occur in a mathematics classroom can disrupt common patterns of interactions that lead to the reproduction of the racial structure that permeates contemporary U. S. society. Drawing primarily on the concept of norm circles, I discuss how specific mathematical teaching practices supported the creation of a conflictive normative space inside of a classroom in which local disruption of racism is more likely to occur. With data collected from an elementary mathematics laboratory classroom, I refine and improve the theory. I also discuss some methodological considerations that include the need to capture unexpected disruption of (racist) patterns and confirmation of such a disruption being normative in the classroom. I illustrate such work by reporting on how keeping the focus on mathematics supported the creation of intersectional normative spaces in which Black children were more likely to engage in doing mathematics and to expect and be expected to do so. In these spaces, they were also less likely to be disciplined or have their thinking immediately evaluated and corrected.

Keywords: critical race theory. institutional racism. intersectional normative spaces.

RESUMO

Este artigo é parte de um estudo mais amplo que contribui para teoria e metodologia relacionada ao estudo de como o racismo permeia as práticas docentes. Eu combino conceitos do Realismo Crítico e da Teoria Crítica de Raça para desenvolver uma teoria que descreve melhor como interações locais que ocorrem em uma sala de aula de matemática podem romper padrões de interações que levam a reprodução da estrutura racial que permeia a sociedade estadunidense contemporânea. A partir do conceito de círculos normativos, eu discuto como certas práticas docentes de matemáticas apoiam a criação de um espaço normativo conflitivo em sala de aula na qual a desestabilização local do racismo é mais provável de ocorrer. Com dados coletados em uma aula de matemática laboratório, pude refinar e aprimorar a teoria. Também discuto algumas considerações metodológicas que incluem a necessidade de capturar desestabilização inesperada de padrões (racistas) e a confirmação de que tais desestabilizações são normativas nesta sala de aula. Eu ilustro tal

trabalho reportando em como manter o foco na matemática pode apoiar a criação de espaços normativos interseccionais nos quais crianças pretas estiveram mais predispostas a se engajar em fazer matemática e em esperar e serem esperadas a fazer isso. Nesses espaços, elas também foram menos predispostas a serem disciplinadas ou terem seu pensamento imediatamente avaliado e corrigido.

Palavras-chave: teoria crítica de raça. racismo institucional. espaços normativos interseccionais.

RESUMEN

Este artículo es parte de un estudio más amplio que contribuye a la teoría y la metodología relacionadas con el estudio de cómo el racismo permea las prácticas docentes. Combino conceptos del Realismo Crítico y la Teoría Crítica de la Raza para desarrollar una teoría que describa mejor cómo las interacciones sociales locales que ocurren en un aula de matemáticas pueden alterar los patrones comunes de interacciones que conducen a la reproducción de la estructura racial que impregna la sociedad estadounidense contemporánea. Basándome principalmente en el concepto de círculos normativos, discuto cómo las prácticas específicas de enseñanza de las matemáticas apoyaron la creación de un espacio normativo conflictivo dentro de un aula en el que es más probable que ocurra una desestabilización local del racismo. También discuto algunas consideraciones metodológicas que incluyen la necesidad de capturar la interrupción inesperada de los patrones (racistas) y la confirmación de que tal interrupción es normativa en el aula. Ilustro dicho trabajo informando sobre cómo el enfoque en las matemáticas puede apoyar la creación de espacios normativos interseccionales en los que los niños negros tenían más probabilidades a participar en las matemáticas. En estos espacios, también era menos probable que fueran disciplinados o que su pensamiento fuera evaluado y corregido inmediatamente.

Palabras clave: teoría crítica de la raza. racismo institucional. espacios normativos interseccionales.

Introduction

Issues of power and oppression have been studied and theorized for a long time in social sciences and a variety of theories have been developed to both understand how oppression is perpetuated in society and explore avenues for change. Different forms of oppression may require different theoretical approaches to capture particular nuances. Racial inequality in the United States is a perennial problem that is currently perpetuated in complex and covert ways (Bonilla-Silva, 2018). Critical race theory (CRT) is the more prominent theory to capture the specificities of how race operates in current U. S. society, but still portrays a stationary picture of racism in society and does not explicitly unpack mechanisms of reproduction of racism between individual actions and social structure, or, in other words, how microlevel interactions can shape social structure and how macro-structures influence human behavior.

Moreover, the interactions that occur inside classrooms are still not well explored with lenses that foreground race and that view classroom interactions as mediated by racialized dispositions and practices. Thus, I develop and test the construct of norm circles as a tool to investigate classroom interactions with respect to race and racist norms. I use data collected from an elementary mathematics laboratory to test and refine the theory; the question that guides my work is: *What considerations are there in operationalizing the concept of norm circles methodologically to better understand the relationship between microinteractions that occur in a classroom and the institutional racism in which they are situated?*

Furthermore, my main goal of this paper is to understand the theory as a framework to better understand racism inside mathematical classrooms. As such, it is important to emphasize that while the question may not be mathematically specific, the whole study was mathematically oriented. Additionally, I also present excerpts of analysis to illustrate how the theory can be applied and used to interpret classroom interactions.

(Critically) studying mathematics instruction

Assuming that the field of mathematics education has paid more attention to how power dynamics significantly mediate human interaction (Valero, 2004; Gutiérrez, 2013), within the study of mathematics instruction, the incorporation of sociopolitical frameworks have suggested definitions for equitable instruction (e.g., Hand, 2012), as well as alternative definitions to equity (Boaler, 2008), but it has also brought up how power dynamics may (re)create unequal participation in mathematics classrooms (Lubienski, 2000). However, few studies focused on what teachers actually do when they teach and how this impacts student learning (Ball, 2017), explicating power dynamics or not.

In contrast, the particular area of critical mathematics has embraced sociopolitical positions for a longer time, and recently, critical mathematics scholars have broadened their initial conception of critical mathematics to include a variety of perspectives that acknowledge the sociopolitical role of mathematics education in contemporary society (Powell & Brantlinger, 2008). I position this work in this pluralistic view of critical mathematics, in which Powell and Brantlinger (2008) argue that

an objective of critical mathematics ought to be to engage students, socially marginalized in their societies, in cognitively demanding mathematics in ways that help them succeed in learning that which dominant ideology and schooling practices position them to believe they are incapable. (pp. 1–2)

This objective parallels Gutstein's classical knowledge (Gutstein, 2005) and Ladson-Billings' academic competence (Ladson-Billings, 1995). Nevertheless, both Gutstein's and Ladson-Billings' perspectives envision a whole program for teaching mathematics, suggesting curriculum and activities to do with students, but are not focused specifically on the teaching practices. So, for example, Gutstein discusses one activity he did with his students from the curriculum they were using about wealth distribution; he details what students learned during their work with the activity but not what he (i.e., the teacher) actually did. The work presented here is about what teachers do within a perspective of teaching cognitively demanding mathematics as means to empower marginalized students.

Studying race and education

Educational research has documented that Black children, especially boys, are over-punished in schools, being referred to the office, suspended, and expelled in higher rates than any other group (Monroe, 2005; Gregory, Skiba, & Noguera, 2010). The review conducted by Gregory, Skiba, and Noguera (2010) shows that race is a predictor for the discipline gap, with the major factor accounting for the difference in discipline rates between Blacks and Whites being biased differential selection originated primarily at the classroom level (Skiba et al., 2002). Black children are referred to discipline for reasons that Whites are not, and reasons that are more subjective in comparison to Whites, meaning that Whites are punished for reasons that are more objectively observable, such as smoking and vandalism, but Blacks are punished for disrespect, for example. Additionally, the majority of schools' authorities are White who frequently fail to acknowledge Black ways of participation in schools, deeming Black children's behavior as inappropriate even when they are not (Monroe, 2005). Finally, it is important to notice that most research about racial disparity in school discipline is about Black boys, but results are similar in a few studies focusing on Black girls: they too are suspended and expelled in higher rates in comparison with White girls (Crenshaw, Ocen, & Nanda, 2014). Furthermore, Black girls may also experience complex and subtle positioning in classroom interaction (Grant, 1994; Morris, 2007) that classify them as "loud" or aggressive, socially skilled, but never smart or academically competent. Here, I look to

mathematics teaching practices that might challenge such patterns of inequal disciplining while teaching cognitively demanding mathematics and legitimating alternative ways of doing mathematics.

The theory: norm circles

In previous works (Salazar, 2019), I describe in detail my critical realist perspective view of the world, summarized as “the belief that there are features of the world that are the way they are independent of how we think about them” (Elder-Vass, 2012, p. 6). Moreover, the “real things” that make the world are viewed as structures and mechanisms, or, in other words, causal laws that are better described as tendencies rather than determination (Bhaskar, 2008). Additionally, the real things in the world can be combined in a way that, because of their structure and not only their individual properties put together, a new thing emerges in the world. Elder-Vass (2010) also refers to this new thing as an “entity” or whole, arguing that it possesses “properties or capabilities that are not possessed by its parts.” (p. 4)

In this conception, I am viewing an individual in the lowest level of the social world, the whole society as the highest level, with many intermediate levels in between, such as social institutions. The immediate higher level to an individual is, according to Elder-Vass’s (2010) definition, a *norm circle*. The norm circle is defined by the group of individuals who hold a normative belief of *endorsing* a social norm or, in other words, each individual in the norm circle acts to reinforce the norm and discourage behavior that does not conform to the norm. Elder-Vass argues that the norm circle is an emergent structure rather than only a group of people because it has a new causal power: to increase conformity to the norm.

The theory: a critical realist take on critical race theory

In this work, I am foregrounding race, racism, and racialized experiences. I am viewing race as a complex social construct that goes beyond the color of skin and citizenship (Ladson-Billings, 1999), which brings real consequences to people once they are identified as member of a particular racial group (Bonilla-Silva, 2018). In a critical realist frame, from this assumption, the only conclusion is that there should be a set of racist norms being reinforced by norm circles. These sets of norms would constitute an institutional reality with respect to race that “it is so enmeshed in the fabric of our social order, it appears both normal and natural to people in this culture” (Ladson-Billings, 1999, p. 12). Racial structure, as defined by Bonilla-Silva (2018), is “the totality of the social relations and practices that reinforce white privilege” (p. 9). This racial structure can be seen as the complete set of social norms endorsed by circles committed in sustaining white privilege. These circles, through their members, have the causal power to increase conformity with such norms. Such causal power indicates the reality of racial structure in an emergentist critical realist sense.

In this work, I am particularly focusing on how Whiteness, here viewed as a set of social (privileged) possessions that can operate similarly as property in a capitalist society, and liberal framings of the world give shape and form to racist norm circles that inform social interaction. In light of the construct of norm circles, these ideas speak about the materialization of institutional racism in daily social interactions among people: abstract liberal ideas fuel discursive norm circles to sustain White privilege (Salazar, 2019). While racist norms are pervasive throughout society, thus, throughout education and schooling, I am particularly interested in how they unfold within teacher and student interactions. I am looking to the materiality of institutional racism framed as the protection of Whiteness as property under abstract liberal ideas plays out in the context of interactions among students and teacher in mathematics instruction.

The theory: framing instruction and instructional practices

I draw on the work of Cohen, Raudenbush, and Ball (2003) to view instruction as complex relationships among teacher, students, and content within contexts. What I am particularly looking at are contexts as

social institutions that are often oppressive. Moreover, I look to the work a teacher does as professional practice as Lampert (2001) does. Finally, I am looking with a critical realist lens, and seeing normative practices in this picture. I am using the concept of norm circles to better articulate how the social contexts serve as resources and/or constraints for teaching and/or learning; I am looking to classroom interaction as individual actions in light of norms enforced by norm circles (Salazar, 2019). Figure 1 illustrates how I frame instruction.

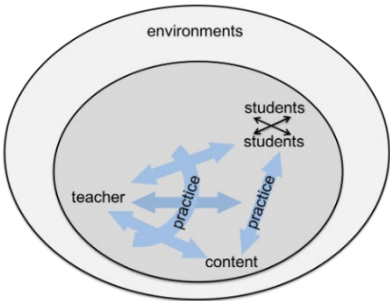


Figure 1: Representation of instruction (Salazar, 2019).

The laboratory setting and data collection

In this study, I analyzed episodes of instruction from a mathematics elementary laboratory classroom. This classroom is the main part of a summer program held each summer at a large research university in the United States. In this program, an experienced White teacher teaches lessons to a group of students who will attend fifth-grade at public schools in the fall, while over 70 other educators observe. Because this summer program is a site of research for student learning and teaching practices, different types of data are collected by the research team. The data set includes video records of instruction, video records of pre-brief and de-brief meetings with learning teachers, copies of students’ notebooks, pictures of classroom records such as charts, lesson plans, class materials, etc. The majority of the students are African American and most come from low-income households. Only a few of them are White. Many students are multilingual and have varying levels of English proficiency and their mathematical performance in school is homogenously low.

The train problem

The students worked on collectively solving the train problem (Figure 2) over the entire two weeks of the program among other mathematical problems. Here, I focus on data related with students working on this problem, so video records of the classroom, detailed lesson plans for each class, copies of student work (e.g., notebooks, homework, and assessments), photos of every collective record produced in the classroom (such as charts and white board records). I am focusing on this problem because it is unusual to work on problems of this kind at this level, but some of its characteristics are very common in the field of mathematics, which makes the problem interesting to investigate practices of doing mathematics in a community. The solution of Part 1 is that the SP company can build trains that hold 1 to 15 passengers. Part 2 actually does not have a solution and, in this case, solving the problem means mathematically explaining why it is not possible to find a train that meet all the conditions of the problem.

<p>The Train Problem</p> <p>The SP Train Company has five different-sized train cars: a 1-passenger car, a 2-passenger car, a 3-passenger car, a 4-passenger car, and a 5-passenger car. These cars can be connected to form trains that hold different numbers of people.</p>	<p> <input type="checkbox"/> 1-passenger car <input type="checkbox"/> 2-passenger car <input type="checkbox"/> 3-passenger car <input type="checkbox"/> 4-passenger car <input type="checkbox"/> 5-passenger car </p>	<p>Part 1</p> <p>You can use <u>only</u> these five types of cars to build trains, and you can use <u>at most one</u> of each type of car in each train. What are the different numbers of people that the SP Train Company can build trains to hold?</p>	<p>Part 2</p> <p>Ms. McDuff wants to order a special 5-car train that uses exactly one of each of the different-sized cars. Ms. McDuff wants to be able to break apart the 5-car train to form smaller trains that hold exactly each number of people from 1 to 15. The customer wants to be able to build these smaller trains using cars that are next to each other in the 5-car train. Can the SP Train Company build Ms. McDuff's order? Explain how you know.</p>
---	---	--	--

Figure 2: Summer program train problem.

Analysis

I watched and wrote fieldnotes from all video records. From the fieldnotes, I focused on identifying consistent instructional practices that could signal norms created in the context of this classroom. Guided by the literature on disciplining Black children and positioning Black girls in classrooms, I initially described in the fieldnotes situations in which I expected a particular teaching move to occur, but the teacher did something else instead. So, for example, when I expected the teacher would reprimand a Black student because they were laughing, rolling their eyes, or acting in a way that is often considered disrespectful by typical White teachers (Skiba et al., 2002; Monroe, 2005), the teacher instead seriously asked a mathematical question. Instructional episodes were then selected to analyze such practice in more detail to refine the initial analysis. By looking across the episodes, I was able to identify how frequently and consistently an instructional move or tool was enacted by the teacher, which indicates a normative aspect of the practice, thus the existence of the respective norm circle.

Illustrating the theory: keeping the focus on math

Frequently in a classroom, during individual or small group work time, students are not focused or do not seem to be focused, on the content work they should be doing. In these cases, teachers often reprimand students for not doing the work they were supposed to, or for not “trying,” and even if teachers do not explicitly reprimand, the focus of the conversation with the students can still be on their behavior rather than the content they should be working on. In the laboratory classroom, the teacher often keeps the focus of the conversation on math. This focus means that, when the teacher is talking with a student or small group of students and they seem to be behaving in ways that would likely to be reprimanded in many classrooms, the teacher of this laboratory class consistently continued the mathematical talk and not reprimanded any student.

The following example comes from Day 6 when the teacher was talking to the pair Ryan and Deonté. While Ryan seems more focused in the conversation with the teacher, Deonté, a dark-skinned Black boy, does not stop playfully laughing. The teacher never asks him to stop laughing or to focus on the work. Instead, she keeps asking mathematical questions and inviting Deonté to answer. Ryan answers all the teacher’s questions, but Deonté makes a comment at the end of the interaction that shows he is following the conversation all along and may have learned from it.

Teacher: So what number are you up to with that train?

Deonté is laughing, Ryan answers but it is inaudible.

Teacher: You can make seven? How did you make seven?

Ryan: Yellow and orange.

Teacher: I don’t see how you made seven.

Deonté keeps laughing, Ryan and the teacher are looking to their work.

Teacher: I don’t think you’re being careful right now boys. How can you make seven with this train?

Deonté: *I make it. (laughs again)*

Teacher: Deonté, do you see how to make seven?

Deonté: No.

Teacher: I see a way but it's not yellow plus red. Why would yellow plus red not work?

Deonté now laughs harder. Ryan says in the midst of Deonté's laugh:

Ryan: I told you (inaudible – pointing to their work)

Teacher insists:

Teacher: Why couldn't that work though?

Ryan: Because they are not right by each other.

Teacher: Exactly. But I see a way to make seven. Do you see it Deonté?

Ryan: Oh, right here. (pointing to their train)

Teacher: What is it?

Ryan: uh... four plus three.

Deonté: Oh, here? (seriously asking and pointing to their train)

Teacher: Good. So, record that one.

In this sample interaction, the teacher never stopped the focus on mathematics to ask Deonté to stop laughing, even though he laughed almost the entire conversation. In a typical classroom, in which research shows how Black boys are systematically over disciplined (Skiba et al., 2002; Monroe, 2005), it is reasonable to expect that the teacher could have, at least, stopped asking mathematics questions to request Deonté to stop laughing and sit quietly in his seat. In this laboratory classroom, however, the teacher kept seriously asking questions about the mathematics they were doing, even when Deonté emphasized a seemingly deliberate wrong answer in form of a joke (“I make it”). In the end of the conversation, it is possible to notice that Deonté is engaged in the conversation when he points to the rods saying “Oh, here?” In this case, the simple persistence with the mathematics supported Deonté in doing mathematics with Ryan, no form of disciplining was required so he engaged in doing mathematics.

In another episode, that occurred on Day 9 when they were working on the red and white clue (which helps to solve Part 2 by putting the red and the white on both ends), the teacher approached Dior, who was working by himself at her desk beside Jeremiah, with the teacher chair between them. Dior was seating with his chair backwards.

Teacher: What is the train you're trying right now, Dior? Can you make it?

Dior hums a “no” musically.

Teacher: Can you build it?

Dior does not answer.

Teacher: Where's the train? Can you build me a train so I can see the train you're trying?

Dior start moving cars.

Teacher: Remember white on one end and red on the other. No-

Teacher interrupts Dior putting a hand over his.

Dior then answers looking away:

Dior: What was that for?

Teacher: Because we are trying the ones that have the white and the red at the ends.

Dior balances on his chair and turns his head up, facing the ceiling with his mouth open.

Dior: [sigh]

Then, Dior comes back to his original position, looking to the desk, and says to himself:

Dior: You messed up.

Teacher: Can you build it so it has white on one end and red in the other, okay?

They continue their discussion, with Dior implying he wanted to test a different train, and the teacher insisting he tried one to test the red and white clue. Dior ended up doing the train he wanted, which seems to be white-green-purple-yellow-red, but data is not conclusive. Teacher and Dior were occasionally interrupted by Jeremiah in their conversation, and the teacher asked him to stop interrupting them and focusing on his work. At one point, Jeremiah sat back in his seat and Dior said to him:

Dior: You disgust me.

The teacher immediately said to Dior, but then continued talking with Dior about his work:

Teacher: That's not okay.

[Both boys smile. It is hard to tell if this interaction between the boys were just playful as the smile has implied, or if it was something more serious.]

Dior stands up.

Teacher: Now start with the big numbers, okay?

Dior seems to be thinking while standing up, seating, and looking to his train and charts on the wall. Teacher waits a little, then asks:

Teacher: Dior, can you make fifteen with this one?

He vigorously, balances on his chair, holding its back with one hand and counting fingers with the other. He is looking away, possibly to the chart at the wall containing the number of passengers each car holds.

Hamza approaches the teacher to show his work. They briefly talk while Dior is looking away balancing on his chair. Then, Dior speaks while standing:

Dior: No. No, you cannot.

Teacher: How– Why not? How much is that right here? [pointing to the whole train]

They continue for a little while, but do not reach a conclusion. The teacher decides to interrupt the small group work to call a class discussion.

In this episode, the teacher could have reprimanded Dior on multiple occasions for different motives: seating backwards, not answering when she asked a question, or inappropriately responding (“What was that for?”), balancing on the chair, looking away and sighing. Every time she kept the focus on math, and so did Dior in response. Even when she said what he did was not okay (“You disgust me.”), she did not fully stop the mathematical interaction. As with the other episode, at the end of the interaction, Dior is engaged in the mathematics the teacher is talking about, even if he is still moving in his chair, which reinforces the instructional move, or, in other words, because Dior appropriately responded to a mathematical question the teacher asked, the teacher will be inclined to enact the practice again. In both episodes, the boys engaged in doing mathematics as a consequence of the instructional practice which functions as an endorsement of the norm.

Even though the typical interaction described here does not capture the full range of interactions in this class, it illustrates the instructional move of keeping the focus on math, which is something the teacher in this classroom does often in many different situations. The teacher also engaged in more “traditional” instructional moves, explicitly requesting students to focus on the work, such as the one she did with Jeremiah when he interrupted her interaction with Dior. But keeping the focus on math was a move the teacher used often and consistently enough to be considered normative in this classroom. By doing that, the teacher shifts students’ topic of conversation toward mathematics, and supports students engaging in challenging mathematics. Moreover, whenever she focuses on the math rather than reprimanding the student, the teacher refrains from using discourse moves that could reinforce the positioning of students as troublemakers. This instructional move also cast doubt on the need to discipline Black children so they can learn. The existence of a norm in which students do not need to be disciplined so they can learn creates an intersectional normative space in which Black children are, at least locally, less likely to be disciplined in classroom. Furthermore, these sample interactions challenge not only ideas about who can know and do mathematics, but also about *how* one can know and do mathematics. Deonté was playfully laughing during the entire interaction with the teacher, but the seriousness and accuracy of his last commentary indicates he was actually following the talk between Ryan and the teacher and was participating in it somehow. Dior was also seating differently, balancing on his chair, standing up, but doing mathematics with the teacher, nevertheless. So, in the intersectional space created by this instructional move, Black children are not only less likely to be disciplined, but they are more likely to be allowed to do mathematics their own ways.

Discussion and final remarks

To operationalize the theoretical construct of norm circles methodologically with respect to racialized patterns that emerged in the context of this laboratory classroom, and guided by literature on race in classrooms, I had to first notice teaching practices that did not followed an expected (racist and biased) norm. Then it required checking whether the teacher’s action could be characterized as normative or not, by looking across episodes for frequency and consistency of the practice, by checking the members of the circle, and how the norm was reinforced by them. In this case of looking to teacher’s practices, it is relevant that, although teacher and students are the typical members of the circle in a classroom and act to reinforce the norm, ultimately only students’ actions endorse teacher’s actions. The teacher initiates the action in the form of a practice, which already reinforces the norm if the teacher does that often and consistently enough, but students’ responses to teacher actions also function as reinforcements for the teacher’s actions. Whenever students engage in doing mathematics as a consequence of the teacher’s actions, the teacher is more likely to reenact it in a similar situation. Conversely, if the students did not engage in doing mathematics, the teacher would likely rethink her teaching strategies and whether they were supporting student learning. So, when students responded to a mathematical question the teacher posed when keeping the focus on math, the teacher might interpret this, consciously or not, as a successful or effective teaching move and become inclined to reenact it. Moreover, the fact that the

teacher actually reenacted it consistently over the course of this laboratory classroom, shows the teacher had not revised her disposition to act in such way.

This process revealed that the rigor of the framework rests on normativity, so examining snip shots of particular social interactions is not sufficient to account for norms, given the necessity of regularity and consistency for something to be accounted as normative. The observation of recurrent patterns over time, or across multiple episodes, supported a more accurate description of local norms of interactions. Moreover, the confirmation of the norm is also significant by looking to the members of the circle and how their actions reinforced the norms.

A limitation from this method is that all reported teaching practices were initially captured because they did not follow an expected norm. That means that there are still questions about how to capture teaching actions that follow expected normative behavior, i.e., practices that end up reproducing racism. Another limitation of the method is the need to extensively observe the interaction that occurs inside of the classroom. In this study, this was made possible only because of the substantial documentation of the laboratory classroom, therefore, the normativity could be investigated by carefully reviewing the video records multiple times and checking other documents when necessary.

References

- Ball, D. L. (2017). Uncovering the special mathematical work of teaching. Plenary lecture at the 13th International Congress in Mathematics Education, Hamburg, Germany. In G. Kaiser (Ed.), *Proceedings of the 13th International Congress in Mathematics Education* (pp. 11–34). Cham: Springer.
- Bhaskar, R. (2008). *A realist theory of science*. Routledge.
- Boaler, J. (2008). Promoting ‘relational equity’ and high mathematics achievement through an innovative mixed-ability approach. *British Educational Research Journal*, 34(2), 167–194.
- Bonilla-Silva, B. (2018). *Race without racists: Color-blind persistence of racial inequality in the United States*. Rowman & Littlefield.
- Cohen, D. K., Raudenbush, S. W., & Ball, D. L. (2003). Resources, instruction, and research. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 25(2), 119–142.
- Crenshaw, K. W., Ocen, P., & Nanda, J. (2014) *Black girls matter: pushed out, overpoliced and underprotected*. African American Policy Forum report.
- Elder-Vass, D. (2010). *The causal power of social structures: Emergence, structure and agency*. Cambridge University Press.
- Elder-Vass, D. (2012). *The reality of social construction*. Cambridge University Press.
- Grant, L. (1994). Helpers, enforcers, and go-betweens: Black girls in elementary schools. In B. T. Dill & M. B. Zinn (Eds.), *Women of color in U.S. society* (2nd ed., pp. 43–63). Temple University Press.
- Gregory, A., Skiba, R., & Noguera, P. (2010). The achievement gap and the discipline gap: Two sides of the same coin? *Educational Researcher*, 39(1), 59–68.
- Gutiérrez, R. (2013). The sociopolitical turn in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(1), 37–68.
- Gutstein, E. (2005). *Reading and writing the world with mathematics: Toward a pedagogy for social justice*. Routledge.

-
- Hand, V. (2012). Seeing culture and power in mathematical learning: Toward a model of equitable instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 80(1-2), 233–247.
- Ladson-Billings, G. (1995). But that's just good teaching! The case for culturally relevant pedagogy. *Theory into Practice*, 34(3), 159–165.
- Ladson-Billings, G. (1999). Just what is critical race theory and what's it doing in a nice field like education? In L. Parker, D. Deyhle, & S. Villenas (Eds.), *Race is... race isn't: Critical race theory and qualitative studies in education* (pp. 7–27). Westview Press.
- Lampert, M. (2001). *Teaching problems and the problems of teaching*. Yale University Press.
- Lubienski, S. T. (2000) Problem solving as a means toward mathematics for all: An exploratory look through a class lens. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(4), 454–482.
- Monroe, C. R. (2005) Why are “bad boys” always Black?: Causes of disproportionality in school discipline and recommendations for change. *The Clearing House: A Journal of Educational Strategies, Issues, and Ideas*, 79(1), 45–50.
- Morris, E. W. (2007). “Ladies” or “loudies”? Perceptions and experiences of Black girls in classrooms. *Youth & Society*, 38(4), 490–515.
- Powell, A.B., & Brantlinger, A. (2008). A pluralistic view of critical mathematics. In J.F. Matos, P. Valero, & K. Yasukawa (Eds.), *Proceedings of the Fifth International Mathematics Education and Society Conference* (pp. 424–433). Lisbon, Portugal: Centro de Investigação, Universidade de Lisboa.
- Salazar, S. B. (2019). *Examining institutional racism within mathematics instruction*. [Doctoral dissertation]. University of Michigan, Ann Arbor, MI.
- Skiba, R. J., Michael, R. S., Nardo, A. C., & Peterson, R. L. (2002). The color of discipline: Sources of racial and gender disproportionality in school punishment. *Urban Review*, 34(2), 317–342.
- Valero, P. (2004). Sociopolitical perspectives on mathematics education. In P. Valero & R. Zevenbergen (Eds.), *Researching the socio-political dimensions of mathematics education: Issues of power in theory and methodology* (pp. 5–24). Norwell, MA: Kluwer.

COMPUTATIONAL THINKING AND THE ALGEBRA PROJECT

FROM VOICE TO AGENCY

PENSAMENTO COMPUTACIONAL E O PROJETO ÁLGEBRA

Da voz à agência

PENSAMIENTO COMPUTACIONAL Y EL PROYECTO ÁLGEBRA

De la voz a la agencia

Alan Shaw

(Kennesaw State University, United States)
alan.shaw@kennesaw.edu

Brian R. Lawler

(Kennesaw State University, United States)
brian.lawler@kennesaw.edu

William Crombie

(The Algebra Project, United States)
bill@algebra.org

Tom McKlin

(The Findings Group, United States)
tom@thefindingsgroup.org

Tamika Richards

(Forest Park Middle School, United States)
tamika.richards@clayton.k12.ga.us

Recibido: 11/07/2022

Aprobado: 11/07/2022

ABSTRACT

Through our work to examine mathematical and computational learning in authentic and convivial contexts that requires creativity, imagination, reasoning, and discourse, we have theorized an experiential learning cycle that attends to the development of voice, agency, and identity needed in young people for an earned insurgency—the right to demand change. Our work underscores how the current situation that many students face in classrooms amounts to a type of cognitive segregation that denies these students access to authentic and empowering intellectual agency. By facilitating a process whereby students, using their own creative and imaginative means, intentionally develop a type of ownership over the exploration and application of the mathematical concepts they are being taught, we help students move from simple surface level, syntactic understandings, to deeper semantic learning that is more personally significant and meaningful.

RESUMO

Através do nosso trabalho para examinar a aprendizagem matemática e computacional em contextos autênticos e conviviais que requerem criatividade, imaginação, raciocínio e discurso, teorizamos um ciclo de aprendizagem experiencial que atende ao desenvolvimento da voz, agência e identidade necessários nos jovens para uma insurgência conquistada—o direito de exigir mudanças. Nosso trabalho ressalta como a situação atual que muitos alunos enfrentam nas salas de aula equivale a um tipo de segregação cognitiva que nega a esses alunos o acesso a uma agência intelectual autêntica e capacitadora. Ao facilitar um processo pelo qual os alunos, usando seus próprios meios criativos e imaginativos, desenvolvem intencionalmente um tipo de propriedade sobre a exploração e aplicação dos conceitos matemáticos que estão sendo ensinados, ajudamos os alunos a passar de um nível de superfície simples, entendimentos sintáticos, para um entendimento semântico mais profundo. aprendizagem que é mais pessoalmente significativa.

Palavras-chave: voz. agenciamento. matemática. pensamento computacional. projeto álgebra.

RESUMEN

A través de nuestro trabajo para examinar el aprendizaje matemático y computacional en contextos auténticos y agradables que requieren creatividad, imaginación, razonamiento y discurso, hemos teorizado un ciclo de aprendizaje experiencial que atiende al desarrollo de la voz, la agencia y la identidad necesarias en los jóvenes para un insurgencia ganada—el derecho a exigir cambios. Nuestro trabajo subraya cómo la situación actual que enfrentan muchos estudiantes en las aulas equivale a un tipo de segregación cognitiva que niega a estos estudiantes el acceso a una agencia intelectual auténtica y empoderadora. Al facilitar un proceso mediante el cual los estudiantes, usando sus propios medios creativos e imaginativos, desarrollan intencionalmente un tipo de propiedad sobre la exploración y aplicación de los conceptos matemáticos que se les están enseñando, ayudamos a los estudiantes a pasar de un nivel superficial simple, comprensión sintáctica, a una comprensión semántica más profunda. aprendizaje que es más personalmente significativo y significativo.

Palabras clave: voz. agencia. matemáticas. pensamiento computacional. proyecto de álgebra.

Introduction

It is perhaps undeniable that one of the key features and requirements of human language systems is a capacity for self-expression. Moreover, this self-expression is, just as undeniably, an important component in the development of our individual identities. No reasonable scholar dealing with these issues would suggest that our acquisition and critical facility with human language does not strongly influence our individual intellectual capacity. Many studies have demonstrated how children deprived of access to a language system at a young age, suffer intellectual deficits because of this that can be somewhat ameliorated with subsequent language exposure (Mayberry, 2007; Morgan, 2014; Zeanah et al., 2011). And yet authors of books like *The Bell Curve* (Herrnstein & Murray, 1996) seem to argue that each individual's intellectual capacity is somehow fixed within some standard deviation measurable by some aptitude test. It does not seem to occur to such authors that when an individual has greater access to, and facility with, a broader range of cognitive-linguistic tools that can enhance their creative self-expression, their intellectual capacity can be enhanced as well. Such authors are firmly stuck in what Carol Dweck (2012) called the *fixed intelligence mindset* that doesn't believe in the power of cognitive

growth through intellectual agency, “If success means they’re smart, then failure means they’re dumb. That’s the fixed mindset” (p. 197).

In our research, we have been exploring a paradigm for examining mathematical and computational learning in a context that requires creativity, imagination, reasoning, and discourse. As such, we treat mathematics as an enhancement to the student’s language system (Quine, 1981) that provides the student with a particular set of cognitive tools that have the potential to increase their creative and imaginative self-expression. In our view, without the goal of creative and imaginative agency in mathematics, many ultimately see mathematics as primarily a tool to measure a student’s aptitude that they believe to be already fixed in place, within some standard deviation. This then influences our society to identify what Herrnstein and Murray (1996) call the *cognitive elite*. To the contrary, we believe this is a viewpoint that is intellectually harmful to our children, and one that is responsible for a sort of *cognitive segregation* in our society, a dystopian vision called for by Herrnstein and Murray but unfortunately is already present—at least in our schools (e.g., Oakes, 1986).

In this paper we will discuss how a student’s *math identity* (Aguirre et al., 2013) can inform whether or not they view mathematics as an avenue for creative, imaginative and discursive self-expression. This relates to what Dweck (2012) describes as the *growth mindset* versus the *fixed mindset*, and the fixed mindset is all too often the more likely point of view of the student because of an entrenched societal cognitive segregation that we believe needs to be challenged. In order for a student to have an agency-based and personally empowering math identity, the student needs to see within the mathematics that they are being taught a type of *thick authenticity* (Shaffer & Resnick, 1999), and a type of intellectual *earned insurgency* (Moses et al., 2009).

We believe that mathematics education can be a genuine game changer in the mind of both students and teachers (Moses & Cobb, 2001). By this we mean that it has the ability to produce a paradigm shift away from the elitist viewpoint, and toward a viewpoint of intellectual agency and empowerment. In a previous paper (Shaw et al., 2021), we argued that the authentic social and cultural voice expressed through young people’s orality must be embraced in order for students to actively agree to expand those voices into the more formalized regimented language system of mathematics. However, the challenge presented by doing that requires expanding the potential for creative and imaginative self-expression, reasoning, and discourse within mathematics. We argue here that this expansion can be done in a natural and authentic way by overlapping traditional mathematics with computer science (CS) and computational thinking (CT).

Beginning with Student Voice

We have been working with a model of student growth and efficacy which developed from the Algebra Project’s 5-Step Curricular Process (Bucci & McEwan, 2015). We see the first application of the model at the level of the individual student in a classroom. But it also provides a dynamical model for teams of students or even for the class as a whole. The model is built upon three dynamic variables: voice, agency, and identity. Voice refers to both the talking that a student does to him or herself and the talking that students do with each other. The curricular provocation to engage student voice is a shared concrete experience, the first of the five steps. The experience necessarily needs to be both accessible and engaging in order to capture the attention of students. Voice is the first level of engagement in the Algebra Project’s 5-Step Curricular Process.

After the shared concrete experience, students create a model or picture of what they found most interesting in the experience. They write about it. They talk about it from a perspective that they own (Shaw et al., 2021). These first steps in the curricular process create a space where students bring their voice to what will ultimately be the mathematical table, where their opinions matter in the process of mathematizing a shared concrete experience. Students create a space where they can express their imagination and creativity in first creating a picture or model of their shared experience and then

discussing and writing about it. Their reflections on the shared experience and their considerations of the features at play in the experience are a developing expression of student agency.

In the last two steps of the curricular process, students conceptualize and capture in symbolic representations the mathematical relationships that were originally only implicit in the initial shared experience. This action of casting ideas in symbolic form is both an expression of student *agency* (they are creating a little piece of mathematics) and a means to develop that agency. Thus, we view agency through the perspective of increasing levels of competence within the domains of discourse, reasoning, imagination and creativity. What students say (internally and externally as *voice*), and what students do (individually and collectively as agency), in the long run, contribute to the building of their mathematical *identities*. The realization on the part of students that they can do the required mathematics through their own voice and agency is how they recognize their right to make a demand on the educational system for a quality education, what Bob Moses (2009) called their *earned insurgency*.

Mathematics in a Discursive Context

When mathematical learning occurs in a discursive context, the actors experience and thus view mathematical knowledge creation as a cooperative and communal activity, not as something only accessible by a cognitive elite activity. In our efforts to build both computational thinking and mathematics fluency, we find the development of a discursive learning context in the mathematics classroom to be a paradigm shift for both students and teachers.

We view mathematics as the product of human activity (Quine, 1981), and mathematical knowing/knowledge as constructed (Glaserfeld, 1995; Papert, 1990). Such a view disrupts the onto-epistemological hierarchy of the Platonic view of knowledge very commonly applied to mathematical knowledge (Bowers & Lawler, 2021). Further, rather than viewing the teacher as arbiter of mathematical truth, students are positioned as authority, and knowledge emerges communally, democratically. The teacher may be invited to interject as someone knowledgeable of the discipline (or curriculum per Dewey, 1902). When mathematics is a product of human activity, each young person's mathematical ideas are (equally) valued, in line with organizing principles (Moses et al., 1989) of the Civil Rights Era in the U.S.

Only with these shifts in orientation to what and whose knowledge counts can a truly discursive mathematical learning community exist. The Algebra Project pedagogy is geared toward ensuring this shift of authority. Throughout the many curricular experiences of the 5-Step Process, there are mathematical problems to be resolved. This discourse structure follows a pattern of individual thinking (production), small group work (publication), and finally whole group discussion (peer-review). The production phase ensures every student has some idea or question or concern to contribute to a small group discussion. Through that small group discussion phase—free of expert oversight—students have the opportunity to rehearse sharing of ideas in a communal space. One member of every group then must report to the whole class on their work with the problem. Here, students are developing voice. Collectively, the young people in the class consider one another's approaches, and together refine a strategy that all understand and agree to.

This discourse structure was enacted by the sharecroppers of the Mississippi Delta as they fought for the right to vote. By struggling with a problem and shaping solutions, the sharecroppers as do the students in the Algebra Project classroom, find an agency to change oppressive forces in their lives.

Mathematics in a Thick Authenticity context

Shaffer and Resnick (1999), computational thinking and computer science education researchers in MIT's Media Lab, define *thick authenticity* as having four tenets:

While the original work was a response to a debate in education around authentic instruction and assessment, the primary tenets of thick authenticity are timely and relevant to this work. Placing our work within the guard rails of authenticity requires building instructional interventions that are personally relevant to students, are infused with real-world tools and tasks, are discipline-focused, and allow students to metacognitively assess their own learning and what comes next in their learning. In the Algebra Project curricular and pedagogical designs, we ask students to engage in mathematics as mathematicians and scientists do; to use the vocabulary and affordances of mathematics to reason about real-world problems familiar to students; to use approaches, methods, and vocabulary of mathematicians; and to check the quality of their solutions as mathematicians would.

An inauthentic activity is one that does not adhere to the four tenets. One example in introductory computing is asking high school students to program a checkbook registry, a common activity in introductory CS courses in the 1980s. This activity is inauthentic in that it may have little personal meaningfulness to students since they may have little to no experience writing checks and therefore provides little opportunity for students to describe whether they are learning CS concepts since much of their cognitive energy is focused on learning how checkbook registries work. For the fourth tenet, assessment, Shaffer and Resnick (1999) explain that portfolio assessment, common in the arts, may simply become a collection of old homework assignments in a different context. Therefore, authentic assessment must take the learning content and context into consideration. Ideally, students should be able to describe what comes next in their learning (Davies, 2020).

Mathematics in an Earned Insurgency Context

In short, mathematics that is not personally meaningful lacks a sense of authenticity, which in turn leads many students to a feeling of being alienated from the subject. This sense of alienation can lead to a sense of failure, causing students to question their own capacity to do mathematics. As Dweck (2012) points out, and as we referenced above, this all leads to that fixed mindset in which the students who are struggling are tempted to believe that their difficulties are because of a lack of ability, not because of a lack of an authentic opportunity for personally meaningful and relevant constructivist(-ionist) learning. Constructivist learning would lead to an experience of cognitive integration, rather than the cognitive segregation model argued for by Herrnstein and Murray (1996). When students are stuck in an alienating, discordant context, they do not experience a feeling of ownership over their mathematics work, which can have the unfortunate outcome of validating the sense of cognitive segregation with which the students are left.

Students who fall victim to a sense of cognitive segregation can become discouraged and disengaged in their intellectual pursuits. To overcome this, they would need to value their own learning potential and thereby increase their academic engagement. Students need to believe in their own agency as active participants in the educational processes they are involved in. Bob Moses (2009), in his article *An Earned Insurgency: Quality Education as a Constitutional Right* shows how this situation is analogous to the plight of disempowered Black southerners during the civil rights movement.

Moses argues that political disengagement was the result of an extremely oppressive and life-threatening sociopolitical environment for Black southerners, and although this does not completely correspond to what underserved children experience in the classroom, both circumstances require an earned insurgency to overcome systemic issues involved. Moses explains this by addressing what happened to a group of young Freedom Riders who took a bus from Washington, DC (USA) bound for New Orleans during the civil rights movement to protest Jim Crow policies. The bus was attacked and firebombed by a mob on May 14, 1961, and the riders were severely beaten. The U.S. president at the time, John F. Kennedy, not understanding the empowering symbolism connected to this journey, ordered an end to the trip. But

John Lewis and others continued on despite that, and Moses (2009) describes the outcome in the following way:

They rode an *earned insurgency*, watched by the nation and the world, and forced Kennedy's new administration to confront the boundaries of state and national citizenship and jurisdiction. (p. 372)

Confronting an immobilizing impediment whether social, political, or academic, provides an opportunity for a deeper sense of significance when and if that barrier is overcome, and this idea is at the heart of the concept of the earned insurgency. This type of insurgency shines an attitude-changing light on the potential for future successes in this same area, and it highlights the agency of the individual in their own empowerment. And the reason that such an insurgency is necessary is because the previous lack of empowerment is steeped in deeply held elitist justifications that both the elites and their victims have bought into.

It took knocking against the hard heads of Jim Crow Nation, but it also took knocking on the minds of sharecroppers for them to create the demand for change. Earning the insurgency in the Delta took more than facing down the terror of Jim Crow. It took facing down the logic of Jim Crow, too. (p. 377)

From the top to the bottom, or from the bottom to the top, the mindset and the legitimacy of the status quo needed to change. And the civil rights movement changed it at the bottom, while legal challenges and political action sought to change it at the top.

Judge Wisdom of the Fifth Circuit Court of Appeals in Baton Rouge, Louisiana, handed down the court's opinion in *United States v. the State of Louisiana* (1963). He said, in effect, that this nation, having refused to educate freed slaves and their descendants because they didn't intend for them to vote, cannot now deny them the vote because they are not so educated. (p. 376)

In the classroom, we believe students can be confronted with the idea that their own creative, imaginative, and discursive agency can dismantle the elitist view of mathematics education and the cognitive segregation under which they have been suffering. Through such agency they can experience an earned insurgency that can serve as a bottom-up paradigm shift, which we argue needs to complement the top-down aspect of any curricular intervention. Moses (2009) called this *working the demand side* of the movement for educational reform.

Mathematics in a Convivial Context

Understanding this perspective has led us to work on curricular interventions that we believe are an empowering set of cognitive tools for mathematics that have creative, imaginative, and discursive agency at their core. Another term for these types of tools is what Ivan Illich (1973) calls *convivial*. Convivial tools involve agency and inter-agency in ways that are both internally and externally directed.

I consider conviviality to be individual freedom realized in personal interdependence and, as such, an intrinsic ethical value. (p. 24)

To Illich, a convivial approach is in opposition to the purely top-down institutional approach. Although, sadly, he believes most interventions in urban populations are not convivial.

The city child is born into an environment made up of systems that have a different meaning for their designers than for their clients. The inhabitant of the city is in touch with thousands of systems, but only peripherally with each... Learning by primary experience is restricted to self-adjustment in the midst of packaged commodities... People know what they have been taught, but learn little from their own doing. (p. 73)

The alternative to this is the convivial society, which is the balance between top-down and bottom-up approaches:

What is fundamental to a convivial society is not the total absence of manipulative institutions and addictive goods and services, but the balance between those tools which create the specific demands they are

specialized to satisfy and those complementary, enabling tools which foster self-realization. The first set of tools produces according to abstract plans for men in general; the other set enhances the ability of people to pursue their own goals in their unique way. (p. 37)

In our work, our goal is a similar effort to provide students with creative and imaginative agency inside of an educational setting filled with discourse and collaborative activities. We facilitate this using computer science tools and computational thinking within a microworld that we are calling an epistemic playground (Figure 1).

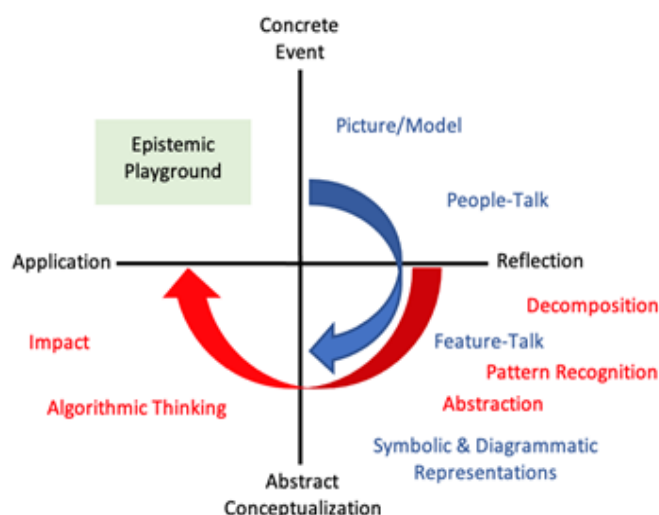


Figure 1: The epistemic playground in our experiential learning cycle.

We argue that learning a challenging new idea is an active process that can be characterized by a developmental learning cycle. When learning occurs that involves a challenging concept, a person must make an intellectual accommodation for the concept by integrating it into their own broader intellectual understanding of the domain in question. This active accommodation from the learner will involve the student doing the work of exploring, analysing, and probing a new idea until it becomes familiar enough to be abstracted or generalized so the concept can be applied appropriately in whatever task is subsequently given to the student. The student's exploration, analysis, and examination that makes up the student's intellectual work is, by in large, an internalized process that is aided by different types of educational resources. Figure 1 gives a picture of how we see those resources playing their part when the 5-Step developmental cycle of the AP (blue) along with CT interventions (red) are fully in place.

In the experiential learning cycle that we have adapted from the Algebra Project's model, the introduction to the conceptual material starts with the active experience of a concrete event, which is then modelled in a physical way, such as through a picture, chart, or graph. This opens the door to informal and formal discourse about the event that directs the student into progressively deepening reflections. CT activities are introduced during these reflections that assist the student in representing the mathematical features abstractly and symbolically. In this way, these steps offer students a bridge from a concrete external event to something that involves internalized conceptual understandings. When students are not provided with such a bridge, we believe its absence makes it more difficult for students to build the appropriate intellectual scaffolding a mathematical concept may require.

When students are successful at producing appropriate intellectual structures, it allows them to generalize a concept and apply it across different scenarios. What this means is that the student is able to take what they have internalized, and then externalize it in multiple ways that are relevant, giving the student the ability to explore how what they have learned can produce various types of impacts. This is displayed in the 3rd quadrant of the learning cycle diagram (Figure 1). From a constructivist viewpoint, this stage of the learning process is no less important than the earlier stage, because it is here that the student can actually explore being creative and imaginative when determining new ways to apply the newly acquired concept. Because of this, we argue that entering straight into a testing (playground) phase after learning some new abstract idea is not the best way to help students get a firm grip on concepts that

may be difficult to thoroughly digest. Students need opportunities to chew on an idea before being tested on how well they have digested it.

Then, in the 4th and final quadrant of the experiential learning cycle, the student can engage in convivial explorations inside what we call an epistemic playground. This playground is the place where a student is in a safe place to explore and experiment with ideas, similar to how in a physical playground a student can enter a sandbox and make and break constructions in a playful and creative context. We have found that this type of safe conceptual space can be realized inside of a microworld that is designed to provide mathematical constructs that students can make use of inside of a virtual epistemic sandbox.

We, like Papert (1980), define a microworld to be a digital environment where students have tools that they can use in creative ways to explore concepts related to a specific conceptual domain. A microworld might involve programming, and it might not, however, in our research we are focused on creating a programming microworld that is focused on exploring mathematics and CT concepts and activities. Papert built his microworld using the Logo programming language. Ours is built using Python. In both cases the environments support open-ended explorations of the student.

We believe that by adding activities that involve CT concepts and programming activities, students can engage in the full developmental cycle shown above. The cycle involves internalization and externalization, reflection and application, discourse and reasoning, rigorous analysis and abstraction, as well as imaginative and creative play. An interesting feature about the developmental cycle as we have outlined it, is that it starts with a shared concrete event, and when it progresses all the way to the epistemic playground students are able to engage in explorations and experiments that can also be shared as concrete events with other students. The developmental cycle begins with a community of learners sharing ideas and explorations after experiencing as a group a concrete math-rich activity, and it ends in a shared communal context as well, but this time by engaging in an epistemic playground.

Using the microworld model as a context, CT concepts and programming activities can be constructive, but they are not culturally neutral. Students will have been exposed to both positive and negative examples of CT and programming artifacts, and technology in general, and this brings with it a challenge to understand what Papert described as the criterion for appropriable activities. If an activity is not appropriable because of negative affective connotations, then that activity will not provide opportunities for creative constructions and affirming internalization or externalizations. Papert lists three principles that determine appropriable activities: the continuity principle, the power principle, the principle of cultural resonance (1980, p. 54). Understanding these principles is an important part in introducing new technologies in a constructive way.

The continuity principle argues that appropriable activities will connect with some “well-established personal knowledge” that comes from those involved with the activity. The power principle establishes that one must be involved in work that is personally meaningful and that could not be done as well in other available activities. The principle of cultural resonance states that the activity must “make sense in terms of a larger social context.” With these principles in mind, the challenge is always to think critically about how new technologies are introduced, and to find a holistic, well designed, socially informed and culturally sensitive approach. Finding a way to integrate material and practices that affirm the unique identities and cultures of the students involved is always a good first step.

Conclusion

Mathematics should be viewed as an activity over which everyone can feel some amount of ownership. It is a tool of a type of regimented language as put forth by Quine (1981), that anyone can claim as their own. But for this to be realizable in each student’s experience with mathematics, there must be an opportunity for the type of authentic conceptualization with the tool that involves creative, imaginative, discursive, and convivial activities. This in turn, we argue, can be supported effectively using a specific type of developmental learning cycle that we have described in this paper. This learning cycle involves

both opportunities for constructive internalization and externalization through shared events and discourse that involve computational thinking activities and a programming microworld. What this type of engagement leads to is opportunities for individual and collective agency as well as the beginning of the development of a constructive mathematics identity. A mathematics identity that is based on the idea of cognitive integration and a growth mindset, instead of the fixed mindset and cognitive segregation. With this different mindset, students can rightfully and authentically challenge the educational systems and assumptions that undermine them, and to embrace an intellectual earned insurgency that seeks to empower them.

It is important to note that this work was focused on middle school mathematics and early Algebra. We intend to continue this work in high school mathematics, focusing on Algebra II and early Calculus.

Acknowledgement

This material is based upon work supported by the National Science Foundation under Grant No. 2031490.

References

- Aguirre, J., Mayfield-Ingram, K., & Martin, D. (2013). *The impact of identity in k–8 mathematics learning and teaching: Rethinking equity-based practices*. NCTM.
- Bowers, D. M., & Lawler, B. R. (2021). Anarchism as a methodological foundation in mathematics education: A portrait of resistance. In D. Kollosche (Ed.), *Exploring new ways to connect: Proceedings of the Eleventh International Mathematics Education and Society Conference* (Vol. 1, pp. 321–330). Tredition. <https://doi.org/10.5281/zenodo.5393560>
- Bucci, T. T., & McEwan, L. J. (2015). Weaving math and language arts literacy. *Association For Middle Level Education Magazine*, 2, 5, 10–13. <https://www.amle.org/weaving-math-and-language-arts-literacy/>
- Davies, A. (2020). *Making classroom assessment work* (4th ed.). Connections Publishing.
- Dewey, J. (1902). *The child and the curriculum*. University of Chicago Press.
- Dweck, C. S. (2012). *Mindset: How you can fulfill your potential*. Robinson.
- Glaserfeld, E. v. (1995). *Radical constructivism: A way of knowing and learning*. Taylor & Francis
- Herrnstein, R. J., & Murray, C. (1996). *The bell curve: Intelligence and class structure in American life*. Free Press.
- Illich, I. (1973). *Tool for conviviality*. Harper & Row.
- Mayberry, R. I. (July 2007). When timing is everything: Age of first-language acquisition effects on second-language learning. *Applied Psycholinguistics*, 28(3), 537–549.
- Morgan, G. (2014). Critical period in language development. In P. J. Brooks & V. Kempe (Eds.), *Encyclopedia of language development* (pp. 116–118). Sage.
- Moses, R. P., Kamii, M., Swap, S. M., & Howard, J. (1989). The Algebra Project: Organizing in the spirit of Ella. *Harvard Educational Review*, 59(4), 423–443.
- Moses, R. P. (2009). An earned insurgency: Quality education as a constitutional right. *Harvard Educational Review*, 79(2), 370–381.
- Moses, R. P., & Cobb, C. E. (2001). *Radical equations: Math literacy and civil rights*. Beacon Press.
- Oakes, J. L. (1986). *Keeping track: How schools structure inequality*. Yale.
- Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, computers, and powerful ideas*. Basic Books.

-
- Papert, S. (1990). Introduction. In I. Harel (Ed.), *Constructionist learning*. MIT Media Laboratory.
- Quine, W. V. (1981). *Theories and things*. Harvard University Press.
- Shaffer, D. W., & Resnick, M. (1999). Thick authenticity: New media and authentic learning. *Journal of Interactive Learning Research*, 10(2), 195–215.
- Shaw, A., Crombie, W., Lawler, B. R., Muralidhar, D. (2021). Supporting orality and computational thinking in mathematics. In D. Kollosche (Ed.), *Exploring new ways to connect: Proceedings of the Eleventh International Mathematics Education and Society Conference* (Vol. 3, pp. 917–926). Tredition. <https://doi.org/10.5281/zenodo.5416500>
- Zeanah, C. H., Gunnar, M. R., McCall, R. B., Kreppner, J. M., & Fox, N. A. (2011). Sensitive periods. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 76(4), pp. 147–162.

FROM GAZING TO UNDERSTANDING

EXPERIENCING A METHODOLOGICAL SHIFT

DE LA MIRADA A LA COMPRENSIÓN

Experimentando un cambio metodológico

DO OLHAR AO ENTENDIMENTO

Experimentando uma mudança metodológica

Ishan Santra

(Homi Bhabha Centre for Science Education, India)

ishan@hbcse.tifr.res.in

Recibido: 12/07/2023

Aprobado: 12/07/2023

RESUMO

Como pesquisador de educação matemática da Índia, tento capturar vislumbres de um território confuso chamado educação— ou talvez notas de campo de diferentes experiências, convidando humildemente à comunidade MES a se envolver e juntos nos tornarmos mais reflexivos em relação às nossas práticas e o que trazemos conosco. Este artigo faria perguntas relativas à educação matemática. No entanto, não começaria por perguntá-las ou marcá-las como questões de pesquisa. Neste artigo, prefiro tentar traçar as marcas de criação de certas questões de pesquisa; mostrar como esse movimento nos leva a certas questões metodológicas existenciais ao conduzir e relatar pesquisas em educação matemática.

Palavras-chave: pesquisa em educação matemática. metodologia. publicidade. adivasis da Índia. terra e relacionalidades.

ABSTRACT

As a mathematics education researcher from India, I try to capture glimpses of a messy terrain named education— or maybe field-notes from experiential tours, humbly inviting the MES community to engage and together become more reflexive towards our collective practices and baggage. This paper would, nonetheless, ask questions pertaining to mathematics education. However, it would not start with asking them, marking them as research questions. In this paper, I would rather try to trace the birthmarks of certain research questions; to show how this endeavour brings us to certain existential methodological issues in conducting and reporting mathematics education research.

Keywords: mathematics education research. methodology. publicness. adivasis from India. land and relationalities.

Como investigador de educación matemática de la India, trato de capturar destellos de un terreno desordenado llamado educación, o tal vez notas de campo de recorridos experienciales, invitando humildemente a la comunidad MES a participar y juntos volvernos más reflexivos hacia nuestras prácticas y experiencias colectivas. No obstante, este artículo planteará cuestiones relacionadas con la educación matemática. Sin embargo, no comenzaría por formularlas, marcándolas como preguntas de investigación. En este artículo, preferiría rastrear las marcas de nacimiento de ciertas preguntas de investigación; para mostrar cómo este esfuerzo nos lleva a ciertas cuestiones metodológicas existenciales en la realización y presentación de informes de investigación en educación matemática.

Palabras clave: investigación en educación matemática. metodología. publicidad. adivasis de la india. tierra y relacionalidades.

Introduction

If writing is an act of ‘meaningful’ communication— systematically communicating thoughts, hunches, tensions, anxieties, and findings— then the ‘formal’ core concern immediately shifts from drafting a research paper merely abiding certain academic rules/norms to finding whatever be the ‘best way’ to communicate. However, the normative forms of writing and presenting, maintaining the “benchmark of academic rigor and trustworthiness” (Bhattacharya, 2007, p. 1109) often stand in between what we desire and aspire to communicate and what actually gets communicated. What happens when the means of communication through a piece of write-up sheds its pretentious cloak of academic posterity¹ and needfully ventures into painful terrains of building relationships, transforming oneself and others, challenging social structures, caring, loving, facing brutalities and experiences of mundane lives— the essential core of education? Let us walk together and try to investigate a “method of currere” (Pinar, 2004, pp. 35-40)².

Methods Is ‘Being’ *The ‘Social’ I belong to*

When I write, my social- and political-geography speak the most— a riverine basin rife with land-based economic (Mukerjee, 1938), political, ecological, and bureaucratic tensions (Bhattacharyya, 2021) for centuries. In today’s academia, mine would be considered a voice from the ‘global south’— a geo-political coinage that encapsulates the historicities of the global event of colonial land-grabbing³, as well as colonizing the ‘mind’-fields⁴. I belong to a caste-society, where graded hierarchical social structures

¹ Strict practices of producing and reproducing monolithic-monolingual ways of research paper drafting, by following the oft-repeated structure of ‘motivation’ → ‘finding/formulating research question’ → ‘theoretical framework’ → ‘methodology/methods’ → ‘data’ → ‘analysis’ → ‘implication/conclusion’.

² It is a “systematic study of self-reflexivity within the processes of education”, which “provides a strategy (...) to study the relations between academic knowledge and life history in the interest of self-understanding and social reconstruction” (Pinar, 2004, p. 35). It could also become, as envisaged by Baszile (2015), a form of inquiry and modes of expression.

³ Together with a restructuring of the existing land-revenue models and building a new morality to establish the justness of these loots and changes (Said, 2003).

⁴ A widely discussed sub-theme within the anti-colonial and post-colonial scholarship, quite a comprehensive picture of this primarily two-folded process as a means of perpetuating imperial domination is presented by Ngũgĩ wa Thiong’o (1994). Firstly, the colonizers shake hands with the “flag-waving native ruling classes” (wa Thiong’o, 1994, p. 2). Then follows the annihilation of the colonized, subjugated, and marginalized populace’s belief “in their names, in their languages, in their environment, in their heritage of struggle, in their unity, in their capacities and ultimately in themselves”, leading to the creation of the myth for the colonized that their history is a “wasteland of non-achievement” and they gradually enter in a vicious cycle of “despair, despondency and a collective death-wish”. Then the imperialism which has, in the first place, created this whole deserted condition for the generations, offers itself as the cure and “demands that the dependent sing hymns of praise with the constant refrain: ‘Theft is holy’”. This is how colonization of mind legitimizes the theft, the loot of material and the cultural resources. As a by-product, it gives rise to a “new creed of the neo-colonial bourgeoisie” (p. 3) who carry forward this ideological legitimation for the generations to come. Although based on the typical historical context of Africa, as wa Thiong’o puts it forward, the resistance against the colonizing forces is by nature beyond the particular nationalities. For, the colonizing tendency is

based on endogamic sexual and nuptial norms dictated social, political, and legal behaviours for millennia (Mitra, 2021). These norms have deep and entangled connections with land-ownerships and their hereditary transfers (Kumar, 2020), defining and socially reproducing dignity—who are dignified, who are not, and what are the consequences of getting debarred from having dignity. Untouchability, among the most heinous kinds of discriminatory practices (and experiences) still thriving in human societies (Guru, 2009; Sarukkai, 2009), has been at the core of maintaining this complex structure in myriad ways. Dalits, Bahujans, and Adivasis⁵, currently population-wise constituting almost three-fourth of India⁶.

have been outcasted economically, socially, educationally, and epistemologically based on such caste-norms. Encounters with apparently ‘modern’ and liberal cultures, political independence from oppressing colonial rule, and a few significant liberatory social and legal changes that took place in post-colonial Indian polity—could not eradicate such social hierarchies based on notions of (im)purity, untouchability and social reproduction of conditions of such oppressive realities.

Entanglement of my social and ‘Geo-’

I belong to the land of rivers, West Bengal—the eastern part of the Indian peninsula. The signifier ‘West’ here refers to another geopolitical trauma that my land had to endure—the partition, breaking off of nations along different fault lines, including several cultural, representational, economic, linguistic, religious as well as land-related factors (Roy, 2009). I belong to a caste named Mahishya, which has historically been among the land-owning, but predominantly peasant lower castes residing on the floodplains of the Gangetic basin. Calcutta (now Kolkata), the capital of this land, because of its maritime trade-strategic importance, gradually became the political, administrative, and cultural center for the British colonizers, starting from the last half of the 18th century. This shaped our society fundamentally by making Kolkata the hub of the emerging elites. This also set the normative standards of Bengali society through a number of educational and socio-political reforms (Kopf, 1969)⁷. Money flowed in from local decentralized economies to the metropolitan Kolkata in forms of labor and material resources like agricultural, artisanal, and intellectual produce, only to flow out again to the European colonizers’ treasuries (Bagchi, 2010; Cuenca-Esteban, 2007) through the established European East India companies and their paraphernalia consisting of the elite clerical class. This gradual historical process was quite dominant and yet to die out. Our Mahishya villages, albeit self-dependent to quite some extent in terms of agricultural sustainability (owing to the fertile delta-lands and water-resources), still depend upon Kolkata for a dignified life. Being lower castes, bereft of social honor and dignity, people from my community for at least a century now, resorted to Kolkata-centric educational upliftments (Das, 1909)⁸. This aspiration for upward mobility had and still has its material roots in the caste-system, albeit lately the new factors, like the neo-liberal economic reforms and unemployment getting added into. Essential manual works and workers like the peasants or the artisans were regarded with disdain and contempt by the privileged classes. This has been one of the direct manifestations of the institution of untouchability. Based on these prejudices, the mobilities from one profession to another were forcefully stalled (blasphemous for a peasant, an artisan, or a sanitation worker to aspire for a

as much global in nature as is its material implications through the US-backed imperialist tradition. This is why I found the accounts of wa Thiong’o most persuasive in making sense of colonization of minds in India as well.

⁵ The term ‘Dalit’ was first formally used and defined by anti-caste activist, thinker, and social-reformer Dr B R Ambedkar in 1928 to politically signify the communities which were stigmatized based on Hindu-Brahminical scripture-dictated and socially propagated norms of untouchability and were socially, economically, culturally, and politically subjugated (Paik, 2011). Also refer to Sengupta et al. (2022). ‘Bahujans’ and ‘Adivasis’ respectively refer to other backward castes and the indigenous communities in the Indian peninsula in general.

⁶ The census-2011 data from India shows the population of the reserved categories (SC, ST, and OBC) to be three-fourth of the total population. In reality though a lot more people experience casteism in their everyday lives.

⁷ Also see Bhattacharya (2005) for a comprehensive view of the role education played in shaping the nineteenth century society of Bengal and what role the elites played in that context. See also Acharya (1995), on how the ‘Bhadraloks’ (native Bengali elites) influenced British educational policies in Bengal.

⁸ See a recent study by Roy (2012) for a similar caste-tendency from my neighboring area Singur.

clerical job) and thus exploitation of labor sustained and social hierarchies reproduced⁹. Therefore, to Mahishyas, letting go off their ancestral land in return for city-ward mobility— was a crucial deal for having a life, which is essentially a life with dignity. My personal educational journey, my ending up in Kolkata-based university and colleges, being part of city-centric political and liberatory activism— in all these, the ties to the aforementioned peculiar historical-material roots could not be denied.

I am well aware of generalizing teleologies dictating our historical thoughts. I do not want to fall prey to that. However, when I start to chart out my present and future educational research endeavors, I would want to keep those factors in mind since whatever we do, planfully (research) or unconsciously (ideological actions), we carry these undeniable historical lineages. To put it simply, I carry my 'land' and relationalities with me.

Being Equipped With A 'Critical Gaze' For publicness

I collaboratively work towards making, being in, and experiencing public spaces, be it educational, social, or political. The notion of publicness for me is not a fixed and defined categorical concept. It is informed by my understanding of the interactions, friendships, and camaraderies I have had during the last decade. It is also informed by my deeply held historical community-aspirations (described in the previous section). Search for dignity, experiencing togetherness, breaking-off heinous social barriers— my notion of publicness is 'oriented' (Ahmed, 2006) towards these. However, togetherness comes at a cost when the society itself is fragmented. Rooting for publicness does not remain a passive aspiration, rather becomes equivalent to being resilient and persistent in resisting dominations and hierarchies. I find historical support in my community people resisting and ensuring dignified representation¹⁰.

Although, it took a long struggling journey for me to start experiencing publicness in this manner, and I am still in that process. I characterize this as an ongoing and life-changing process of systematic creation, exploration, and experiencing of publicness. What were the effects of being part of this process?

Sharpened gaze, critical anxieties

Coming from a caste-village and entering the urban metropolitan of Kolkata as a university student opened up newer avenues of thoughts and actions for me in 2014. Direct engagement with the campus students' politics and activism became a part of the new life (Chaudhuri, 2019)¹¹. It was during those days that the world started unfolding before me with its intricate complexities¹². It was the time when a right-wing fascist government came to national power. Funds were being cut from the higher education and research project (Bhattacharya, 2019), university autonomy was getting crunched, freedom of speech crushed. A Dalit research scholar Rohit Vemula from the University of Hyderabad was

⁹ Drawing from previous scholarly works on the origin of caste system and the institution of untouchability, Jaiswal (1978, p. 226) ascribes the cause for forming such an unique institution to a "contempt of the privileged classes for manual work combining with primitive ideas of taboo and impurity associated with certain material objects".

¹⁰ Mahishyas, the community I belong to, a land-owning lower caste peasant community in the Gangetic delta, showed retaliatory and assertive political aspirations for a Bengali cultural and geo-political identity during the first quarter of the 20th century. See Bandyopadhyay (2018) for a history of Mahishya retaliation on the ground of "a controversial proposal to add some parts of eastern Midnapore district with the forthcoming province of Odisha" during the year of 1932, which would have certainly forced the Mahishyas of the then Midnapur district to lose their collective cultural selfhood by getting identified with the culturally different province of Odisha. For another account of Mahishya political assertion, see Das Gupta (1980), where he presents the evidence of a caste movement among the Mahishya peasants as well as Mahishya landlords aspiring for a commendable social status. It was evident that "their social position in Hindu society was not commensurate with their economic position" (p. 59) owing to the fact that a "low social status" was "accorded to them by the caste rules of Hindu society" (p. 61) despite they being the principal landowning community back then in that area. This caste movement culminated in giving the Mahishya community of Midnapur a very particular caste-based community sense, which Das Gupta terms as their own version of 'peasant-pride', and which in turn culminated in their formidable collective and movemental opposition against the British colonial rule both during the non-cooperation and civil disobedience movements respectively in the '30s and the '40s. Not only this, the Mahishya communities elsewhere in Bengal looked up to them as well.

¹¹ I was an active protester in this movement, taking place in our campus in 2014-2015.

¹² Ahmed (2006, p. 8), drawing from Husserl, would like to describe this as "the zero point of orientation, the point from which the world unfolds".

institutionally murdered. He was being so heckled for expressing liberatory views on the questions of caste, nationality and the ongoing state brutality at Kashmir, that ultimately he had to commit suicide. He left a small letter for us, that he himself termed “first time of a final letter”. We found a radically different voice of dissent in that letter, never heard before— “The value of a man was reduced to his immediate identity and nearest possibility. To a vote. To a number. To a thing.” (The Wire Staff, 2019).

These lines resonated with my personal ongrowing uneasiness with the discipline of mathematics (I was pursuing a masters in Mathematics during that time). Did mathematics make us inhuman? Obsession with numbers, who are privileged enough to detach from reality by going meaninglessly abstract, the highly celebrated social position of mathematics as a normative type of knowledge (D’Ambrosio, 1985)— I started critically gazing at these questions and issues. In other informal educational initiatives, born out of our campus activism, we collectively tried to attend to these concerns while teaching the kids. Our initiative cum printed magazine “Science For All” featured Bengali articles critically commenting on intersection of gender, science as a discipline, values, and dying ecologies¹³. While engaging with another informal educational space in an Adivasi village in West Bengal, it was still this gaze with a condescending attitude that was at the forefront (a [term paper](#) by the author captured this attitude). Publicness was thought to be attained (engineered) through making the teachers aware of larger politics and deeply held ideologies.

Critical gaze at disciplines continued in an ethnographic work undertaken with a team of masons in 2017. The focus was to document how the professional workers think about and deal with mathematical knowledge in their workspace. The naive hope was to incorporate their views and ways of doing mathematics into the mainstream curriculum to make the school mathematics more inclusive. The conference paper born out of this work (Santra & Mukhopadhyay, 2019) fumbles badly while trying to comment upon this incorporation. The masons valued school mathematics, but did not bother about the possible connections it might have had with their own professional work.

Boundary Plays and Figured Worlds: Some Contingent Theoretical Support

I was swinging and struggling between “mathematics made us inhuman” and “we made mathematics inhuman” until a public lecture series by Prof. Pratim Sengupta gave us the opportunity to listen to his work with Prof. Marie-Claire Shanahan, on publicness and public computing. They clearly demarcated:

In using the word public we are careful to engage the term primarily as a description of experience in a space and its materiality rather than only as a noun for those involved. (Sengupta & Shanahan, 2017a).

The notion of ‘figured worlds’ (Sengupta & Shanahan, 2017b) casted a new light, for me, on publicness in the context of mathematics education. Making a learning space accessible to the public is not the end, rather a mere starting point. Learning affordances could further be designed and used purposefully to mediate the epistemological pathways of disciplinary knowledge. But the term ‘design’ has every possibility to evoke the sense as if learning were a literal ‘engineering problem’. With a careful reflection now, I confess that I was still poised with such a view back then. ‘Gazing’ (be it critical or condescending) itself has its closeness to positivist attitudes (Kincheloe & Tobin, 2009). Thanks to the theoretical support provided by Sengupta & Shanahan (2017a, 2017b), I was at last coming to gradually realize that it would probably take a lifetime of everyday internal and external intellectual struggle to do away with such attitudes. Theoretical framework could not ensure stability to me, it charted out further uncertain terrains.

¹³ Santra (2017) is one such article written in Bengali.

Terrains Of Experience

I was gradually coming to terms with ‘experience’. From my fieldwork done during the pandemic to my MPhil proposal— I kept struggling to make sense of publicness from a phenomenological ground¹⁴. Although, throughout I have been very close to experiences— personal, political, and social. What I needed was a fundamental shift from ‘gazing’ to ‘understanding’. I have incrementally started learning from indigenous feminist scholars and activists what understanding means. For them, it is a dire need to soften the “boundary erected long ago between those who know versus those from whom the raw materials of knowledge production are extracted” (TallBear, 2014, p. 2). Otherwise, researchers as morally just and honest agents, could (and oftentimes, do) become the subject of the “outsider/insider disease of angst” (TallBear, 2014, p. 4)— flipside of which is a condescending attitude towards the oppressed and marginalized peoples they work with. I have started learning from them what relationality is and why research work must be practiced and performed as building, maintaining, and evolving relationships with “place, one another, more-than-human kin, the environment, to natural cycles and expected returns” (Tuck et al., 2022, p. 3). These helped me to “slow down” (Tuck et al., 2022, p. 3), to listen to my own feelings, aspirations, stories and histories, and gave me a window to reflect upon what I have been doing and thinking. Understanding has to be standing with humbleness, care, “labor of love” (Tuck et al., 2022, p. 3 & p. 6); it is in acknowledging the idiosyncrasies, complexities and pain we bear and experience. True that different figured worlds could be made to come and interact with each other at their boundaries, there could be ‘boundary plays’ (Sengupta & Shanahan, 2017b), but not without the unexpectedness it could lead us into.

In the next section, I would like to describe in short, two distinct experiences from the field I work(ed) with. Terrains— where things took ‘unexpected’ turns. Methodologically shifting from gazing to humble understanding has not only been helping me navigate through those turns, rather I would argue, the turns were visible in the first place due to this very shift itself!

Turn! Turn! Turn!¹⁵

Mutual aid

In one of our collaborative science literacy projects with the teachers and students from the organization Paschim Banga Kheriya Shabar Kalyan Samiti¹⁶, we played a game where the participants were acting as butterflies foraging for nectar from flowers¹⁷. This followed another outdoor session on finding wild butterflies and documenting their behavior. The participants were supposed to play the game and simultaneously keep track of the loss and gain of energy with a basic mathematical calculation at each round (using a hand-out provided to them beforehand). The intention was to look at the emergent behavior of the whole flock, and at the same time, mathematizing the collective and individual behaviors to an extent possible, to make a sense of complexity as an emergent phenomenon. Once the ‘energy’ depletes completely from a butterfly, it dies. The participant acting as that butterfly then has to step down from the game. However, when such a situation actually came after introducing a preying bird (one of us), the butterflies (the kids) invented their own moves by giving each other mutual support in forms of energy units (marble pebbles). They did not want their friends to depart. The game did not work out as ‘planned’. But we realized, the Kheriya Shabar kids were deeply caring for each other. In their figured

¹⁴ In that fieldwork report, I went on to ‘analyze the data’ and describe a teleology of ‘why’ things were happening. It was based on documenting people’s disciplinary experiences of mathematics assessments, which were painful, humiliating, and self-excruciating. Later in my MPhil study, people’s experience gradually came to the centre. Contact me to read these unpublished reports.

¹⁵ https://en.wikipedia.org/wiki/Turn!_Turn!_Turn!

¹⁶ This is a community NGO in Rajnagarh, Purulia district, West Bengal, India. Kheriya Shabars are one of the ‘denotified’ indigenous communities from India (DNT, denotified tribes). They were declared by the British colonial rulers as criminal tribes (Criminal Tribes Act 1871) and faced rampant police brutalities for more than a century. Though this particular act has been repealed by the Government of India in 1949, an almost similar one, Habitual Offenders Act 1952, was enacted in place of that. Since the colonial taking-over of the forests and forest-land in the name of ‘protecting’ them through Forest Departments and legal structures, the Kheriya Shabars, predominantly forest dwellers, started losing their livelihoods and now economically they are one of the most vulnerable communities. The Samiti works towards economic, cultural, and educational upliftments of the Kheriya Shabars. I and my fieldwork mentor Dr Tathagata Sengupta visited the place and conducted week-long learning sessions in collaboration with the students and teachers from the Samiti.

¹⁷ Adapted from the embodied modeling activity described in Dickes et al. (2016, pp. 743-749).

world, elimination was a painful experience to avoid, if avoidable. Their world met with ours, and showed us a new possibility. We stumbled upon the questions, “Have we been trying to model the world wrongly?, “Did we consider mutual aid when we designed the game?”

Boundary plays are not fancy: conflicts and resistances

I invite you now to a recent ongoing fieldwork. This is another Adivasi village in the same district, where I first reached as an environmental activist when the villagers were protesting against a multinational hydel-power company sponsored pump storage-based power project to be built. This was illegally sanctioned by the state government to be built over a natural falls and a vast hilly forest land around it (Mukherjee & Prokritibadi, 2019). These falls and the forests are the lifeline of the Adivasis, part of their livelihood, culture, spiritual beliefs, and collective existence. Their protest garnered active solidarity from several other indigenous villages in that area and now is one of the leading indigenous, anti-corporate, anti-state movements in the state. I later was invited to teach in one of the make-shift informal learning spaces the protesting youths have built for the village kids during the pandemic. It was when the formal government schools were shut down. My proposal for experiencing a public mathematics learning space is based on this learning space. I, together with the kids and my principal research partner and friend UM (abbreviated original name, to protect his identity), who is an adivasi protester from the village itself, are working on building a mathematics curriculum which would help us all scientifically understand the inappropriateness of such a hydel project in their area. I had my own notion of scientifically understanding the ecological effect of such a big project. During our background reading, we chanced upon a document, the environmental clearance¹⁸ of another similar project in the same area, the Bandu Pumped Storage Project. The same hilly area already had the PPSP (Purulia Pumped Storage Project), a completed project right now, running from 2008. It was also found that not only the controversial illegally sanctioned recent one, it was actually a string of 4 such projects including the PPSP, which were proposed by the Government Of India’s Central Electricity Authority in the year 1979 (Bhaduri & Gangulee, 2014). Nobody from the area knew about any of these until the government notice for the recent one came out. The PPSP was also completed without conducting any public hearing back in the 2000s. A careful reading of the environment clearance document divulges the gaze of the engineers and the surveyors on the area, its people, environment, and ecology. Based on some calculations (probably on the water flow, heights of the dam, the average rainfall etc.), they found all the 4 schemes to be “techno-commercially feasible” (p. 8 of the said pdf document given in footnote 18).

I learned from the protesting indigenous activists, the villagers, and my friend UM what feasibility means in their everyday lives. They do not have enough hospitals, anganwadis¹⁹, higher education institutions, even proper access to drinking water. They do need electricity, but not at the cost of devastation of their forests, land, water, and their deity Marang Buru²⁰. Moreover, they did not have a say in deciding what is feasible for them in the first place! Feasibility was being defined and redefined by powerful people, using powerful media, guided by the logic of profit and ‘usability’²¹. I and UM kept reading the document and found out that it did have a chapter on environmental impact (pp. 78-139 in the said pdf given in footnote 18). Surprisingly, it talked about environment and ecology in terms of cost and compensation. UM smirked, “What does 11000 Lacs even mean?”

His smiling face immediately made me stumble at a boundary of two conflicting figured worlds (Sengupta & Shanahan, 2017a). It was a boundary play (Sengupta & Shanahan, 2017b), of a learning that initiated for me at that very moment and was going to be what Tuck described as, a constant tugging

¹⁸ Find it here.

¹⁹ Government funded rural child care centers

²⁰ Marang Buru (Buru = hill, in Santali language) is more than a hill. It is one of the most sacred places for the Santals to congregate during the auspicious days of performing their rituals. It figures abundantly and respectfully in Adivasi folk tales and everyday stories. The recent project will completely submerge Marang Buru. The project engineers are going to use two adjacent hills as the two walls of the storage tank itself. One of the hills among them is Marang Buru.

²¹ K-12 science textbooks too harp on the feasibility aspects of hydel power, ignoring the complex social, ecological, economical, cultural, and spiritual consequences of such projects. Reinforcing one straitjacketed view by ignoring other and multiple views and voices rooted in multiple conflicting experiences, is a form of symbolic violence (Sengupta et al., 2022) worth resisting.

to my elbow for the rest of my life (Tuck et al., 2022, p. 10). “How dare one make a valuation of the environment, ecology, and lives—animate and inanimate, in monetary terms?”

Boundary play here was a conflict between how our modernized, scientized, statist, corporatized, capitalist world ‘calculates’, and how indigenous communities ‘sense’, ‘experience’, and ‘live’. I felt that learnings from Sengupta & Shanahan (2017a, 2017b) might give me a conceptual framing to do away with the uneasiness sparked by UM and other elderly activists’ nonchalant smiles targeted at what they found as completely absurd. But it took me to newer discomforting avenues. How far could we allow the boundary play of an ‘other’ epistemological world with a demarcated world of disciplinary mathematics? Is it possible to play at all if the values embedded in both the worlds are completely in conflict with each other? Not only conflict, as I could understand from the ongoing movement, indigenous values are sometimes showing constant resistance against the values imbued in disciplinary bodies of knowledge like mathematics, science, and engineering. UM, for example, while showing me his ancestral paddy fields, pointed out the coexistence of hilly terrains, water channels, small river beds and sowed lands. In most of the cases, there is no demarcating mark between fields. The idea of ownership was different and beyond the individualistic profit-oriented goals. The small trek around UM’s village that day made me reflect upon my own understanding of my community’s ‘peasant-pride’ (see footnote 10), whether ownership in our community’s case too had more layers under its sleeves, whether it was only about profit-making (and boasting landlordship).

Riverbed itself is a moving entity in UM’s village, and people with their harvests move along with it. There are small embankments made with hilly rocks to divert the flow of water in such a way that all the fields get adequate water, at times when needed. The embankment is moving too, depending upon people’s negotiation. With consents from others, one can simply shift the rocks around to direct the flow in their required direction. Pointing at one such small embankment, UM utters, the engineers should learn from us how to ‘play’ and live with water; they know only how to kill it efficiently.

UM and elderly community members from the protesting villages are demanding their stolen lands, water, lives, and asking for their epistemological spaces to be represented. One could listen to NB, an elderly Adivasi activist and organizer of the protest, demanding an university in Purulia where the best studies could be offered on ecology, environment, and adivasi people’s lives and culture. He invites us, the ‘good’ folks from Kolkata, to get admission to that university and learn about nature and its people. What would then a public mathematics curriculum look like, if it acknowledges relationality, conflict, resistance, land- and water-questions, ecology, pain, loss, joy, humiliation, care, and love? What public²² would it then create around itself? These are the unexpected questions I stumbled upon while being taken away, by my friends, comrades, and research participants, towards unexpected turns.

What Awaits?

Not maintaining the ‘usual’ structure of a research article is neither ‘woke’ nor does it pertain to advocating for some ‘post-structure’ in paper writing. We wanted to be true to our experiences and wished for a meaningful means of communicating the concerns, tensions, and anxieties felt in the field of mathematics education in India. As a long-felt concern in qualitative inquiry, we argue after Bhattacharya (2007) that, what we could or could not do in terms of research actions and analysis, are dependent upon the methodological paradigm we operate within:

The failure to know and extract certain information can be an indication of the limits of a framework, methodology, or epistemology. (Bhattacharya, 2007, p. 1103).

Some might become very anxious about this ‘failure’ aspect; they might wonder, if there is no such objective magic-wand that could seamlessly produce or extract data from our participants, what is it that educational research does anyway? We do not think this to be an illuminating question at all. We only

²² My MPhil proposal document delineates what I mean as ‘publics of mathematics’ and their possible reimagination, drawing from the historical work done by Senthil Babu (2015) on epistemology of mathematics.

know that forging new friendships and relationalities in this immensely broken world and writing real stories about them could be the only way ahead. It could be the only ‘method’ that awaits us— the MES researchers, probably in search of a ‘resilient ecology’ (Gutiérrez, 2016) to grow more.

References

- Acharya, P. (1995). Bengali ‘Bhadralok’ and Educational Development in 19th Century Bengal. *Economic and Political Weekly*, 30(13), pp. 670-673. DOI: <http://www.jstor.org/stable/4402564>.
- Ahmed, S. (2006). *Queer Phenomenology: Orientations, Objects, Others*. London: Duke University Press.
- Bagchi, A. K. (2010). *Colonialism and Indian Economy*. New Delhi: OUP.
- Bandyopadhyay, A. (2018, 19 Sep). Caste, Region and History: Mahisyas and the ‘Anti-Partition’ Mobilisation in 1932, *Sahapedia*. Retrieved from [here](#).
- Baszile, D. T. (2015). Critical Race/Feminist Currere. In M. F. He, B. D. Schultz, & W. H. Schubert (Eds.), *The SAGE Guide to Curriculum in Education*, pp. 119-126. Thousand Oaks, California: Sage Publications.
- Bhaduri, P. K., & Gangulee, A. K. (2014). Pumped Storage Hydro Plants In Balancing Power Flow. *Paper presented in Renewable Energy World Conference & Expo North America, 2014*. Retrieved from [here](#).
- Bhattacharya, D. (2019, 21 Aug). Modi Government’s Years Are Marked by Attacks on Higher Education, *News Click*. Retrieved from [here](#).
- Bhattacharya, K. (2007). Consenting to the Consent Form: What Are the Fixed and Fluid Understandings Between the Researcher and the Researched? *Qualitative Inquiry*, 13(8), pp. 1095-1115. DOI: <https://doi.org/10.1177/1077800407304421>.
- Bhattacharya, T. (2005). *The Sentinels of Culture: Class, Education, and the Colonial Intellectual in Bengal (1848–85)*. New York: OUP.
- Bhattacharyya, D. (2021). A River Is Not a Pendulum: Sediments of Science in the World of Tides. *Isis*, 112(1), pp. 141-149. DOI: <https://doi.org/10.1086/713567>.
- Chaudhuri, S. (2019). On making noise: Hokkalorob and its place in Indian student movements. *Postcolonial Studies*, pp. 1-15. DOI: <https://doi.org/10.1080/13688790.2019.1568168>.
- Cuenca-Esteban, J (2007). India’s contribution to the British balance of payments, 1757–1812. *Explorations in Economic History*, 44(1). DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eeh.2005.10.007>.
- Das Gupta, S. (1980). Local Politics In Bengal: Midnapur District 1907-1934. *Theses submitted in fulfillment of the Doctor of Philosophy degree, School of Oriental and African Studies*, University of London, 1980.
- Das, P. M. (1909). *The Mahishyas (Formerly a Dominant Caste of Bengal)*. Kolkata: The Buckland Press.
- Dickes, A. C., Sengupta, P., Farris, A. V., Basu, S. (2016). Development of Mechanistic Reasoning and Multilevel Explanations of Ecology in Third Grade Using Agent-Based Models. *Science Education*, 100, pp. 734-776. DOI: <https://doi.org/10.1002/sce.21217>.
- D’Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 5(1), pp. 44-48. DOI: <https://www.jstor.org/stable/40247876>.

- Guru, G. (2009). Archaeology of untouchability. *Economic and Political Weekly*, 44(37), pp. 49–56. DOI: <https://www.jstor.org/stable/25663543>.
- Gutiérrez, K. D. (2016). Designing Resilient Ecologies: Social Design Experiments and a New Social Imagination. *Educational Researcher*, 45(3), pp. 187–196. DOI: <https://doi.org/10.3102/0013189X16645430>.
- Jaiswal, S. (1978). Some Recent Theories Of The Origin Of Untouchability: A Historiographical Assessment. *Proceedings of the Indian History Congress*, 39(1), pp. 218–229. DOI: <http://www.jstor.org/stable/44139355>.
- Kincheloe, J. L., & Tobin, K. (2009). The much exaggerated death of positivism. *Cultural Studies of Science Education*, 4(3), pp. 513–528. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11422-009-9178-5>.
- Kopf, D. (1969). *British Orientalism and the Bengal Renaissance: The Dynamics of Indian Modernization 1773-1835*. Calcutta: Firma K. L. Mukhopadhyay.
- Kumar, A. (2020). B R Ambedkar on Caste and Land Relations in India. *Review of Agrarian Studies*, 10(1), pp. 37–56. DOI: <http://ras.org.in/9537f8b9e25675f8de579ef0e1db6beb>.
- Mitra, D. (2021). “Surplus Woman”: Female Sexuality and the Concept of Endogamy. *The Journal of Asian Studies*, 80(1), pp. 3–26. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0021911820003666>.
- Mukerjee, R. (1938). *The Changing Face of Bengal: A Study in Riverine Economy*. Kolkata: University of Calcutta.
- Mukherjee, K., & Prokritibadi, S. (2019). Devastating Developments In Ayodhya Hills. *Guest article in SANDRP (South Asia Network on Dams, Rivers and People)*. Retrieved from [here](#).
- Paik, S. (2011). Mahar–Dalit–Buddhist: The history and politics of naming in Maharashtra. *Contributions to Indian Sociology*, 45(2), pp. 217–241. DOI: <https://doi.org/10.1177/006996671104500203>.
- Pinar, W. F. (2004). *What is curriculum theory?* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Roy, D. (2012). Caste and power: an ethnography in West Bengal, India. *Modern Asian Studies*, 46, pp. 947–74. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0026749X11000680>.
- Roy, H. (2009). A Partition of Contingency? Public Discourse in Bengal, 1946–1947. *Modern Asian Studies*, 43, pp. 1355–1384. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0026749X08003788>.
- Said, E. (2003). *Orientalism*. London: Penguin.
- Santra, I. (2017). আমি কান পেতে রই [I am All Ears]. In M. Maiti & S. Roy (Eds.), *Science for All*, pp. 80–92. Kolkata. Retrieved from [here](#).
- Santra, I., & Mukhopadhyay, S. (2019). The Role Mathematical Thinking Plays in Masons’ Workplace in West Bengal: A Preliminary Examination. In J. Subramanian (Ed.), *Proceedings of the Tenth International Mathematics Education and Society Conference*, pp. 771–783. Hyderabad: MES10. DOI: <https://www.mescommunity.info/proceedings/MES10.pdf>.
- Sarukkai, S. (2009). Phenomenology of untouchability. *Economic and Political Weekly*, 44(37), pp. 39–48. DOI: <https://www.jstor.org/stable/25663542>.
- Sengupta, P., & Shanahan, M-C. (2017a). Open Science, Public Engagement and the University. *White paper commissioned by the NSF and NIH funded conference:*

Sengupta, P., & Shanahan, M-C. (2017b). Boundary Play and Pivots in Public Computation: New Directions in STEM Education. *International Journal of Engineering Education*, 33 (3), pp. 1124–1134.

Sengupta, P., Chokshi, A., Ozacar, B. H., Dutta, S., Sanyal, M., & Shanahan, M-C. (2022): Language and symbolic violence in computational models of ethnocentrism: A critical phenomenology and Southern re-orientations, *International Journal of Qualitative Studies in Education*, DOI: <https://doi.org/10.1080/09518398.2022.2025475>.

Senthil Babu, D. (2015). The Culture of Science and Politics in Colonial Tamil Nadu c. 1860 – c. 1940. *Unpublished thesis submitted to Jawaharlal Nehru University in partial fulfillment of the requirements for the award of the degree of DOCTOR OF PHILOSOPHY*.

TallBear, K. (2014). Standing with and speaking as faith: A feminist-indigenous approach to inquiry [Research note]. *Journal of Research Practice*, 10(2), Article N17. Retrieved from <http://jrp.icaap.org/index.php/jrp/article/view/405/371>.

The Wire Staff. (2019, 17 Jan). My Birth is My Fatal Accident: Rohith Vemula's Searing Letter is an Indictment of Social Prejudices. *The Wire*. Retrieved from [here](#).

Tuck, E., Stepetin, H., Beaulne-Stuebing, R., & Billows, J. (2022). Visiting as an Indigenous feminist practice. *Gender and Education*, DOI: <https://doi.org/10.1080/09540253.2022.2078796>.

wa Thiong'o, N. (1994) *Decolonising the Mind: The Politics of Language in African Literature*. Harare: Zimbabwe Publishing House.

A APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA

UM PANORAMA DE PESQUISAS DESENVOLVIDAS NO BRASIL

APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS EN LA EDUCACIÓN BÁSICA

Un panorama de las investigaciones realizadas en Brasil

PROBLEM-BASED LEARNING IN BASIC EDUCATION

An overview of research carried out in Brazil

Débora Vieira de Souza Carneiro

(Serviço Social da Indústria, Brasil)

mat_debora@yahoo.com.br

Recibido: 11/07/2023

Aprobado: 11/07/2023

RESUMO

A Aprendizagem Baseada em Problemas é uma das metodologias de ensino que vem sendo adotada em diferentes níveis educacionais. O objetivo deste artigo é promover reflexões sobre a utilização dessa prática na educação básica do Brasil, em particular no campo da educação matemática. Este trabalho é um ensaio teórico que engloba pesquisas teóricas e práticas na área. A partir de inspirações da análise de conteúdo são evidenciados alguns resultados que parecem favorecer tanto a prática docente quanto as aprendizagens dos estudantes.

Palavras-chave: aprendizagem baseada em problemas. educação básica. prática docente.

ABSTRACT

Problem-Based Learning is one of the teaching methodologies that have been adopted at different educational levels. The objective of this article is to promote reflections on the use of this methodology in basic education in Brazil, particularly in the field of mathematics education. This paper is a theoretical essay that encompasses theoretical and practical research in the area. Based on inspirations from content analysis, some results are highlighted that favor both teaching practice and student learning.

Keywords: problem-based learning. basic education. teaching practice.

RESUMEN

El Aprendizaje Basado en Problemas es una de las metodologías de enseñanza que se ha adoptado en los diferentes niveles educativos. El objetivo de este artículo es promover reflexiones sobre el uso de esta práctica en la educación básica en Brasil, particularmente en el campo de la educación matemática. Este trabajo es un ensayo teórico que engloba investigaciones teóricas y prácticas en el área. Con base en inspiraciones del análisis de

contenido, se destacan algunos resultados que parecen favorecer tanto la práctica docente como el aprendizaje de los estudiantes.

Palabras clave: aprendizaje basado en problemas. educación básica. práctica docente.

Introdução

Há décadas se discutem as vantagens e benefícios que podem ser alcançados mediante a abordagem de problemas em sala de aula, em especial, no tocante ao ensino e a aprendizagem de matemática. Diferentes estratégias educacionais que recorrem ao uso de problemas têm sido adotadas tanto no cenário internacional quanto nacional.

Em particular, este artigo emerge a partir de interesses acadêmicos por parte da autora, relativos às aplicações da Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) no campo da educação matemática brasileira.

Segundo Valero (2006), essa metodologia de ensino é baseada em princípios teóricos de aprendizagem que giram em torno de um problema, o qual pode estar mais ou menos próximo da realidade. Na visão dessa autora, para explorar um problema, os estudantes trabalham em pequenos grupos, tendo a possibilidade de se envolver em uma aprendizagem ativa, investigativa, coletiva e até mesmo transformadora, tanto do ponto de vista cognitivo quanto da resolução do problema. Além disso, Valero (2006) enfatiza que a ABP não se trata necessariamente de um modelo único e ideal para a organização de um currículo ou de uma prática pedagógica, todavia, afirma que é um tipo de metodologia que pode ser aliada a outras práticas pedagógicas tendo em vista a ampliação das possibilidades de envolver os alunos em experiências de aprendizagem que oportunizam aprendizagens sociais e politicamente significativas, potencializando sua aprendizagem mediante a ação na solução de problemas através do conhecimento matemático.

Neste sentido, entende-se que esses aspectos contribuem para a formação de estudantes críticos e participativos, visto que, na ABP, as situações e desafios propostos estão associados a realidades diversas, que podem envolver discussões políticos, econômicas, sociais, ambientais, dentre outras. Além de explorar questões interdisciplinares explora também o senso crítico e habilidades como a capacidade de trabalhar em equipe de forma cooperativa e colaborativa, além de reflexões sobre responsabilidades e ações e decisões relacionadas com o conhecimento matemático.

Deste modo, partindo do pressuposto que a ABP pode ser favorável para a formação pessoal e profissional dos estudantes, ajudando-os a atuar de forma crítica e participativa na sociedade, o objetivo deste artigo é promover reflexões sobre a utilização dessa metodologia de ensino na educação básica do Brasil, em particular no campo da educação matemática.

Tendo em vista que os princípios da ABP normalmente se voltam para cursos do ensino superior (Souza-Carneiro, 2021), havia a necessidade de averiguar como essa metodologia de ensino era desenvolvida em aulas de matemática da educação básica e, este aspecto, evidencia o ineditismo deste artigo.

As reflexões propostas neste estudo priorizam um compilado de pesquisas desenvolvidas com estudantes do ensino fundamental (11 a 14 anos), ensino médio (15 a 17 anos) e educação de jovens e adultos (pessoas que não concluíram os estudos nos cursos regulares do ensino fundamental e médio), com o intuito de averiguar aspectos que se mostram mais relevantes a respeito do uso da ABP.

Para tanto, inicialmente, há a apresentação de um panorama geral de vários estudos, que evidenciam de que forma as propostas da ABP foram (ou poderiam ser) desenvolvidas em salas de aulas de matemática nos diferentes níveis de ensino.

Deste modo, na seção posterior, são apresentados os métodos adotados para a produção deste artigo.

Procedimentos metodológicos

Para atingir o objetivo proposto, como metodologia adotou-se uma pesquisa bibliográfica, que tem como base a análise de materiais já publicados. Segundo Gil (2010, p.30) permite que o investigador tenha “uma cobertura de uma gama de fenômenos muito mais ampla do que aquela que poderia pesquisar diretamente”.

Sendo assim, foram realizadas buscas por produções acadêmicas que exploram o uso da ABP no campo da educação matemática em diferentes contextos educacionais no Brasil. Neste sentido, foi realizada um levantamento bibliográfico, incluindo artigos científicos, dissertações e teses encontradas no portal de periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), em acervos de periódicos e publicações científicas, como a SciELO e Google Acadêmico, além de buscas em revistas científicas associadas à utilização de metodologias ativas. O propósito foi sistematizar dados que revelassem a integração entre as temáticas abordadas.

Nesse processo de investigação e com base nos dados apresentados foi possível constatar que há uma significativa produção de trabalhos envolvendo matemática e a utilização de diferentes metodologias de ensino ativas. Entretanto, neste estudo, os critérios para seleção foram pautados na associação das seguintes palavras-chaves: matemática, educação matemática, Aprendizagem Baseada em Problemas, Problem-Based Learning, educação básica, ensino fundamental e ensino médio. Em vários momentos, recorreu-se também ao uso das siglas ABP ou PBL.

Cabe ressaltar, que os resultados apresentados posteriormente não sugerem um esgotamento das pesquisas envolvendo o uso da ABP no campo da educação matemática. Como ressaltado anteriormente, os dados obtidos estão associados às aplicações dessa metodologia de ensino na educação básica, visto que até a produção deste artigo não encontramos, nos repositórios pesquisados, publicações científicas que discutam essa temática.

Logo, após encontrar os materiais que atendiam aos interesses da pesquisa, houve uma leitura atenta e cuidadosa, selecionando informações relevantes para o estudo, com ênfase para: o nível de ensino para qual a proposta se direcionava; o desenvolvimento das propostas descritas; a discussão dos resultados e as considerações finais feitas pelos autores de cada trabalho. Posteriormente, esses materiais passaram a ser organizados com base em inspirações da análise de conteúdo, proposta por Bardin (2011), realizando uma descrição objetiva e sistemática do conteúdo coletado. Com isso, nesse processo, foram respeitados os critérios de organização fundamentais para o desenvolvimento da análise: a pré-análise, a exploração do material e o tratamento dos resultados.

Os dados coletados inicialmente contemplaram o período de 2009 a 2021 e foram organizados em uma tabela de acordo com o ano de publicação, destacando-se o título, autor, nível de ensino, os objetivos e o resumo de cada estudo. Contudo, a seleção foi reduzida ao considerar elementos mais próximos dos interesses do estudo e da prática pedagógica dos professores, não incluindo todas as produções desenvolvidas no referido período.

Após o refinamento dos materiais, partiu-se para a fase de tratamento dos resultados, o que de acordo com Bardin (2011) está associado aos processos de codificação e inferência, que deram suporte para que as possíveis conexões pudessem ser estabelecidas. Com isso, diferentes agrupamentos emergiram a partir de palavras-chave que faziam referência às mesmas ideias ou ao nível de ensino em comum. Em seguida, o foco deste estudo foi dado à etapa de categorização e interpretação dos dados produzidos. Os resultados obtidos são evidenciados na seção posterior.

Resultados

A fim de evidenciar as pesquisas relacionadas a ABP e ao campo da educação matemática no contexto educacional brasileiro, apresentamos a descrição dos trabalhos encontrados de acordo com três

categorias: a ABP e a utilização de recursos tecnológicos; ABP e suas aplicações no Ensino Médio Técnico e a ABP aplicada a situações diversas.

ABP e a utilização de recursos tecnológicos

Além deste estudo, os autores Silva (2015) e Silva e Schimiguel (2015) também utilizaram princípios da ABP no ensino de funções, tendo como suporte o uso do GeoGebra. O estudo de Silva (2015) trata-se de uma pesquisa de mestrado e suas investigações ocorreram com estudantes duas turmas de primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública do Estado de São Paulo. A proposta trabalhada envolveu problemas complexos, com diferentes soluções, de modo que os estudantes pudessem levantar hipóteses, analisar informações, construir gráficos, dentre outras tarefas. Todo processo foi feito em grupos orientados pelo professor, todavia, em uma das turmas foi usada uma abordagem convencional e na outra, foi utilizada a ABP com o software GeoGebra. O autor trabalhou com três atividades diferentes e enfatizou que a ABP foi a estratégia mais adequada para atingir seus objetivos, pois essa abordagem coloca o aluno em foco, possibilitando relações mais dialógicas e flexíveis, além de dar contexto e significado ao estudo da matemática. Além disso, Silva (2015) destaca o quanto o trabalho com funções matemáticas envolve conceitos e princípios abstratos, o que pode ser amenizado com o uso do GeoGebra.

No caso do artigo produzido por Silva e Schimiguel (2015), os autores discorrem sobre as comparações observadas mediante a produção de dados do mestrado de Silva (2015). Há descrição dos pontos positivos e negativos ao se trabalhar com as tecnologias da informação na educação, bem como a combinação do software com a ABP. Por fim, os autores consideram que há consistência entre o currículo, a legislação vigente e as atividades propostas à luz dessa metodologia de ensino.

Outro trabalho que pode ser mencionado é de autoria de Yabiku, Bernardo e Neto (2018). Apesar de o título não apresentar nenhuma relação entre matemática e ABP, no resumo e nas palavras-chave, há referências sobre a Aprendizagem Baseada em Problemas. Neste artigo, os autores descrevem uma experiência do ensino da modelagem matemática na educação básica utilizando ferramentas computacionais. Para isso, a ABP e o software GeoGebra foram utilizados para desenvolver todas as etapas de um projeto de aplicação de conceitos matemáticos em um problema real. Essa experiência foi realizada durante três semestres no curso eletivo de geometria e computação gráfica. Os autores destacam que essa estratégia foi ministrada de modo experimental e ocorreu em um colégio de uma cidade do interior de São Paulo. A ABP foi utilizada como uma perspectiva metodológica que usa um conteúdo baseado em resolução de problemas, ou seja, a apresentação do conteúdo, nesse caso, foi realizada de forma expositiva e com foco para se obter a resolução de problemas. Na avaliação de Yabiku, Bernardo e Neto (2018), a experiência foi bem-sucedida, visto que as estratégias empregadas no processo de ensino e aprendizagem foram viáveis e demonstraram ser significativa no contexto da transformação digital.

Em 2018, houve também a publicação de um artigo relacionado ao trabalho com o Ensino Médio. Novamente, encontramos contribuições de um trabalho que faz conexão entre a ABP e o software GeoGebra. Trentin e Bitarello (2018) apresentam um relato sobre uma experiência que envolve essas temáticas com no aprendizado de geometria espacial. O público-alvo da pesquisa residia em um município cuja economia é baseada na agricultura familiar. A utilização da ABP, que foi aliada às teorias construcionistas de Papert, se pautou na elaboração e aplicação de uma sequência didática que abordava a solução de problemas ligados ao cotidiano dos alunos e a construção de formas tridimensionais, com o objetivo de verificar se ao final de todo o processo, os alunos seriam capazes de identificar conceitos matemáticos associando-os à geometria, além de interagir com o Geogebra e ampliar a socialização das discussões e aprendizagens geradas através do trabalho em grupo em um ambiente colaborativo. Na visão dos autores, pelo modo como as atividades foram desenvolvidas, houve abertura para que os alunos atuassem como protagonistas da aprendizagem. Para os pesquisadores, o estudo da matemática pode e deve ser repensado, no sentido de ser algo mais presente no cotidiano dos estudantes.

Neste mesmo ano houve a publicação de uma dissertação de mestrado intitulada “Aprendizagem Baseada em projetos no ensino de matemática do Ensino Médio”. Segundo Santos (2018), esse tipo de abordagem ocorre por meio da apresentação de uma situação-problema orientadora e que propicia durante a busca de uma solução, a compreensão dos conteúdos trabalhados. A autora esclarece que o uso da ABP ocorreu sob a perspectiva de trabalho com projetos, incluindo a geometria das construções. As conclusões destacam que os resultados esperados foram alcançados e que houve um aprimoramento do desempenho pessoal dos alunos, tanto nas relações interpessoais quanto na melhoria da aprendizagem de matemática.

Em 2019, surgem outras publicações envolvendo a ABP e o campo da educação matemática. Uma delas, de autoria de Ribeiro (2019), foi aplicada em uma escola pública de Minas Gerais, com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. A pesquisa se respaldou em um estudo qualitativo e relacionou o uso da ABP com o apoio de recursos computacionais, na aprendizagem da matemática. Na visão dos autores, a experiência pôs em evidência a construção de conhecimento matemáticos e colocou os alunos atuando como solucionadores de problemas do cotidiano.

No caso da pesquisa desenvolvida por Meireles, Schimiguel e Gozzi (2021), o objetivo foi analisar as contribuições da integração de tecnologia digital no ensino de geometria espacial, por meio do aplicativo Geogebra 3D e de aportes da ABP e do mobile learning, o qual diz respeito à aprendizagem móvel. O referido estudo foi desenvolvido em uma escola técnica com uma turma de 35 alunos do 3º ano do Ensino Técnico Integrado ao Médio. A partir de um estudo de caso houve também a realização de observação direta, aplicação de questionários e uso de situações-problemas que abordavam propriedades dos prismas. De acordo com os autores, os resultados obtidos revelam que as metodologias ativas integradas ao aplicativo GeoGebra 3D podem potencializar a aprendizagem de Geometria Espacial, além de favorecer a participação ativa dos estudantes na construção de conceitos geométricos.

ABP e suas aplicações no Ensino Médio Técnico

No ano de 2013, houve a publicação de um estudo envolvendo uma intervenção didática realizada por meio da ABP com uma turma do quarto ano do curso Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio. Isso foi aplicado no estudo de funções exponenciais durante um mês na disciplina Matemática. Segundo Bezerra e Santos (2013), autores desse trabalho, as análises dos dados demonstraram que, embora os estudantes tenham destacado alguns pontos fracos quanto à utilização dessa abordagem, houve uma maior aproximação do ensino da matemática à realidade dos alunos.

Outra pesquisa relevante aplicada a aplicações diversas se refere à produção de Tangerino (2017), que traz explanações teóricas acerca da utilização da ABP na formação profissional dos estudantes. O autor destaca como o uso de problemas, de caráter reais ou realísticos, pode contribuir com o desenvolvimento de habilidades e competências dos estudantes no contexto de um curso técnico integrado ao Ensino Médio. Esse estudo trata de uma dissertação de mestrado, a qual teve como produto final, a proposição de alguns problemas que poderiam ser trabalhados de acordo com os preceitos da ABP para abordar conhecimentos sobre sistemas de equações lineares aplicados aos conceitos de circuitos elétricos, por exemplo.

A dissertação produzida por Souza (2019) apresenta algumas vantagens e desvantagens ao abordar conceitos matemáticos por meio da ABP. A pesquisa desenvolvida envolveu estudantes do 1º ano do curso Técnico em Eletrônica Integrado ao Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – Câmpus São Paulo. Ocorreram alguns encontros com os participantes, nos quais foi aplicada a problematização apresentada por Tangerino (2017). Os dados obtidos foram coletados por meio da observação semiestruturada, entrevistas com o professor tutor e avaliações propostas aos alunos. As estratégias adotadas seguiram pressupostos de um estudo de caso. A partir desse estudo, a autora verificou que a ABP pode ser usado para articular aspectos teóricos e práticos referentes à futura atuação profissional dos estudantes, segundo a apresentação e análise de um problema com característica interdisciplinar. Além disso, houve a produção de um produto educacional, a qual

apresentou algumas orientações didáticas para o uso do problema, seguindo embasamentos da referida metodologia de ensino.

ABP aplicada a situações diversas

Em 2015, houve a publicação de um artigo relacionado ao uso da ferramenta Cmaptools, no ensino de matemática na educação de jovens e adultos. De autoria de Magalhães e Costa (2015), esse trabalho traz considerações sobre a construção de mapas conceituais na resolução de problemas. De acordo com os autores, há uma relação entre o uso da Aprendizagem Baseada em Problemas com a Aprendizagem Baseada em Inquérito (Enquiry Based Learning). Os problemas usados pelos autores do artigo envolviam equações, cálculo de áreas de figuras planas, frações, dentre outros temas. O público-alvo da pesquisa foram estudantes do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública de Alagoas. Como conclusão, Magalhães e Costa (2015) observam que o uso da ABP possibilita que o estudante seja ativo no processo de ensino e aprendizagem e reforçam também que a adoção de mapas conceituais, em particular, do cmaptools, estrutura melhor as ideias referentes à resolução do problema.

Já o artigo de Bragança (2020) teve como intenção verificar se a abordagem de matemática pautada na ABP no contexto do Ensino Médio iria favorecer a aprendizagem dos estudantes. A coleta de dados envolveu a prática docente da própria pesquisadora em um determinado colégio, na área de ciências exatas e matemática, durante dois anos. Os resultados obtidos sugerem que a atividade docente inspirada em uma abordagem como a ABP precisa ser constantemente aprimorada, de modo que os estudantes possam aproveitar todas as possibilidades de aprendizagem relativas a métodos construtivistas.

Neste sentido, é possível mencionar também a pesquisa de Rezende e Salse (2021), que desenvolveram um estudo que pretendia averiguar se a ABP seria capaz de fomentar o desenvolvimento do pensamento crítico. Para isso, os autores realizaram uma ampla revisão teórica, pautada em uma pesquisa bibliográfica e documental. Os resultados indicam que muitos autores exploram o uso da ABP no ensino da matemática para normalmente abordar assuntos específicos. Entretanto, segundo os pesquisadores, os resultados revelam também várias magnitudes relativas à capacidade cognitiva e crítica, fato este, que indica o potencial dessa metodologia de ensino como instrumento didático, tanto para o ensino de matemática como para o desenvolvimento do pensamento crítico dos estudantes.

Com base nos estudos mencionados, na próxima seção, propõe-se uma discussão sobre os resultados obtidos.

Discussão

Todos os trabalhos mencionados anteriormente discorrem sobre as potencialidades teóricas e práticas da ABP, demonstrando diferentes possibilidades de utilizá-las no campo da educação matemática.

Por meio das pesquisas realizadas foi possível averiguar que grande parte dos trabalhos publicados envolvendo a ABP e a área de matemática na educação básica focaram no desenvolvimento de conteúdos do Ensino Médio. A maioria dessas propostas abordou conteúdos de geometria plana e espacial, além do estudo de funções e da utilização de recursos tecnológicos, como o uso de softwares e outras ferramentas computacionais. É possível observar que os autores desses estudos não se preocuparam apenas em abordar os conhecimentos matemáticos de forma isolada, mas procuraram trabalhar relações interpessoais, a capacidade de vislumbrar soluções para diferentes problemas, estimular o trabalho em equipe, dentre outras preocupações. A partir das diferentes atividades realizadas, eles observaram que os resultados obtidos foram satisfatórios, no sentido de aliar a utilização da ABP com outras práticas pedagógicas tendo em vista o favorecimento de uma aprendizagem mais dinâmica e significativa.

Os trabalhos que mencionam como público-alvo estudantes do Ensino Médio integrado ao profissional também emergem como contribuições significativas para a educação básica, pois abordam algumas

possibilidades de se trabalhar com a ABP nas aulas de matemática, explorando reflexões ligadas às futuras atuações profissionais desses estudantes. Já no caso de pesquisas ligadas às aplicações diversas, são reforçadas preocupações envolvendo a junção de diferentes estratégias pedagógicas para estimular a participação ativa dos estudantes no processo de aprendizagem, além de focar no desenvolvimento do pensamento crítico e reflexivo.

Deste modo, os apontamentos feitos pelos referidos autores estabeleceram diversas relações, como: promover uma aproximação entre a matemática e problemas da realidade; dar sentido e significado à aprendizagem, a partir de diferentes contextos ou de alinhamentos com outras estratégias e recursos pedagógicos; desenvolver o senso crítico e participativo dos estudantes; estabelecer relações entre o ensino e aspectos técnico-profissionais; etc. Isto é, pode-se entender que esses pesquisadores buscam, de certo modo, ressignificar ou até mesmo recontextualizar o ensino e aprendizagem da matemática na educação básica.

Nesse sentido, Valero e Ravn (2017) afirmam que a ABP pode ser um caminho favorável ao planejamento e direcionamento de conexões entre os conhecimentos matemáticos teóricos e práticos, visto que há possibilidades de recontextualizar a matemática dentro de um campo problemático definido. Essa recontextualização, de acordo com os autores, denota a relevância da matemática que está sendo aprendida, podendo estar a serviço da resolução de um determinado problema, das relações com um modelo matemático em um cenário de prática ou estar associado à possibilidade de relacionar a matemática com outras áreas de conhecimento.

Logo, as contribuições apresentadas neste artigo evidenciam algumas dessas possibilidades. Estando ou não aliadas a outros recursos, ferramentas ou enfoques pedagógicos, compreende-se que a proposta dos pesquisadores era oportunizar aos estudantes a possibilidade de refletirem sobre a compreensão e aplicação da matemática em diversos contextos, seja por meio de um recurso tecnológico, de um mapa conceitual ou mesmo a partir da resolução de um problema específico.

Valero e Ravn (2017) esclarecem que o intuito de estabelecer uma relação entre as formas de conhecimento matemático abstrato e outras áreas de conhecimento/outros contextos não convencionais pode ser um grande desafio. A apresentação dos estudos mencionados anteriormente, que exploram a utilização da ABP na educação matemática, refletem algumas, dentre muitas possibilidades que pesquisadores e professores têm encontrado para ajudar a potencializar ainda mais a produção de significados dos estudantes, além incentivarem a participação ativa dos estudantes nos processos de construção do conhecimento.

Considerações finais

De acordo com os resultados obtidos é válido considerar que práticas inspiradas em metodologias de ensino como a ABP, aliadas a outros recursos e direcionamentos pedagógicos, apresentam atividades em potencial promover aproximações entre aspectos teóricos e práticos que envolvem diferentes objetos de conhecimento matemático. Entende-se que essa prática por si só não garante a aprendizagem dos estudantes, porém, cabe ressaltar que os princípios propostos podem ser favoráveis para a formação de cidadãos críticos e participativos, que estabelecem relações entre a matemática e outros campos de conhecimento.

As articulações apresentadas neste artigo mostram que a educação básica também é um campo de estudos propício para a utilização dos princípios da ABP, pois tanto no ensino fundamental quanto no ensino médio há necessidade de propor estratégias de ensino e aprendizagem que busquem promover uma recontextualização da matemática, ou seja, que possam ajudar na produção de significados dos conhecimentos matemáticos.

Além disso, as discussões que envolvem o uso de propostas como essas também revelam preocupações referentes à compreensão e análise dos impactos das aplicações matemáticas na sociedade, inclusive no

que tange aos diferentes aspectos que circundam a matemática em ação, sejam em discussões sobre problemas ambientais, políticos, econômicos ou sociais. Essa é uma necessidade que se apresenta não apenas na educação básica, mas também no Ensino Superior. Aliás, vale destacar que a própria autora deste artigo possui contribuições acadêmicas sobre a utilização da ABP sob a perspectiva do ensino nas universidades.

Logo, essas discussões são necessárias às discussões que tangem a educação matemática nos diferentes níveis de ensino. Os estudos já realizados necessitam de maiores ampliações ou aprofundamentos e o incentivo para a utilização e propagação do uso de metodologias ativas na área podem estreitar os distanciamentos entre a educação matemática e as diversas esferas da nossa sociedade, principalmente as políticas e sociais.

Referências

Bezerra, N. J. F.; Santos, R. A. dos. (2013). Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) como estratégia para a organização do trabalho docente em matemática. XI ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, 11., 2013, Curitiba. *Anais...* Curitiba, 1-13. http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/2800_735_ID.pdf.

Bragança, L. V. (2020). *Ensino dos fundamentos matemáticos na educação básica: usando a metodologia de resolução de problemas*. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – PROFMAT, Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista.

Gil, A. C. (2010). *Como elaborar projetos de pesquisa*. 5. ed. São Paulo: Atlas.

Magalhães, T. C. L. de; Costa, T. C. S. (2021). Aprendizagem Baseada em Problemas com o uso do CMPA tools no ensino de matemática na educação de jovens e adultos. In: COIPESU – Colóquio Internacional de pesquisas em educação superior: saberes, tecnologias e os desafios para a formação, 3., 2015, João Pessoa. *Anais...* João Pessoa, 2015, p. 1-18. Disponível em: <https://www.coipesu.com.br/upload/trabalhos/2015/12/aprendizagem-baseada-em-problemas-com-o-uso-do-cmpa-tools-no-ensino-de-matematica-na-educacao-de-jovens-e-adultos.pdf>.

Meireles, S. M.; Shimiguel, J.; Gozzi, M. P. (2021). Metodologias ativas na educação matemática: contribuições do Geogebra e PBL na aprendizagem de geometria espacial. *Caminhos da Educação Matemática em Revista (online)*, 11(4), pp. 209-311. https://aplicacoes.ifs.edu.br/periodicos/caminhos_da_educacao_matematica/article/view/1155.

Melo Junior, J. F. (2015). *Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP): proposta metodológica aplicada ao ensino da geometria espacial*. Paraíba: IFPB, 2015. Trabalho de Conclusão de Curso, Graduação em Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba.

Rezende, A. A. de; Silva-Salse, A. R. (2021). Utilização da Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) para o desenvolvimento do pensamento crítico (PC) em Matemática: uma revisão teórica. *Educação Matemática Debate*, 5(11).

Ribeiro, G. H. (2019). *Matemática, Aprendizagem Baseada em Problemas: metodologia inovadora no 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública*. Catalão: UFG. Dissertação, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Goiás.

Santos, M. L. da S. F. de S. (2018). *Aprendizagem baseada em projetos aplicada no ensino da matemática do ensino médio*. Lorena: USP, 2018. Dissertação, Mestrado em Ciências, Programa de Mestrado Profissional em Projetos Educacionais em Ciências. Escola de Engenharia de Lorena da Universidade de São Paulo.

Santos, R. M. B. dos; Melo Junior, J. F. (2021). Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) e o Ensino de Geometria Espacial (EGE). In: XI SNCT-RR – Semana Nacional de Ciência e Tecnologia no Estado

de Roraima, 11., 2016, Boa Vista. Boletim de Resumos. *Anais...* Boa Vista: UERR, 2016. Disponível em: <https://even3.blob.core.windows.net/anais/36168.pdf>.

Savery, J. (2006). Overview of problem-based learning: definitions and distinctions. *Interdisciplinary Journal of Problem-Based Learning*, 1(1). <http://dx.doi.org/10.7771/1541-5015.1002>.

Silva, J. C. E. da. (2015). *A Aprendizagem Baseada em Problemas e o software Geogebra no Ensino das Funções Matemáticas*. São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul.

Silva, J. C. E. da; Schimiguel, J. (2021). Uso da ABP no ensino das funções matemáticas com o uso do software Geogebra. In: XI COPEC – International Conference on Engineering and Computer Education, Žilina, 11., 2015. Eslováquia. *Anais...* Zilina, 2015. <http://copec.eu/congresses/icece2015/proc/works/20.pdf>.

Santos, R. M. B. dos; Melo Junior, J. F. (2016). Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) e o Ensino de Geometria Espacial (EGE). In: XI SNCT-RR – Semana Nacional de Ciência e Tecnologia no Estado de Roraima, 11., 2016, Boa Vista. Boletim de Resumos. *Anais...* Boa Vista: UERR, 2016. <https://even3.blob.core.windows.net/anais/36168.pdf>.

Souza, C. A. de. (2019). *A Aprendizagem Baseada em Problemas em um Curso Técnico Integrado ao Ensino Médio*. São Paulo: IFSP, 2019. Dissertação, Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, Instituto Federal De Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo.

Souza-Carneiro, D. V. (2021). A matemática em ação no ensino superior: possibilidades por meio do problem-based learning. (Tese de doutorado). Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – UNESP, Rio Claro, SP, Brasil. <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/216613>

Tangerino, L. I. (2017). *Reflexões acerca do uso da Aprendizagem Baseada em Problemas no ensino de Matemática em um curso técnico integrado ao Ensino Médio*. São Paulo: IFSP, 2017. Dissertação, Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo.

Trentin, M.; Bitarello, M. (2018). Contribuições do Geogebra e PBL para a aprendizagem da Geometria Espacial No Ensino Médio. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, [S. l.], n. Extraordin. <https://revistas.pedagogica.edu.co/index.php/TED/article/view/8818>.

Valero, P. (2006). ¿De carne y hueso? La vida social y política de la competencia matemática. *Memorias del Foro Educativo Nacional de Colombia – Competencias matemáticas*. Bogotá: MEN.

Valero, P.; Ravn, O. (2017). Recontextualizaciones y ensamblajes: ABP y matemáticas universitarias. *Didacticae*, 1, 4-25.

Yabiku, K. R.; Bernardo, E. P.; Neto, U. A. M. (2020). O ensino de modelagem matemática na educação básica: um estudo de caso. *Brazilian Journal of Development*, 6(10), 77544-77553.

(RE)PRODUCTION OF KNOWLEDGE WITHIN MATHEMATICS EDUCATION

AN AESTHETIC AND VIOLENCE ISSUES

(RE)PRODUCCIÓN DE CONOCIMIENTO EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Un problema de estética y de violencia

(RE)PRODUÇÃO DO CONHECIMENTO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Uma questão de estética e violência

Alex Montecino

(Universidad de Tarapacá, Chile)

alex.montecino.em@gmail.com

Recibido: 11/07/2023

Aprobado: 11/07/2023

ABSTRACT

This paper aims to discuss the production and reproduction of knowledge —such categories, notions, theories, and methodologies that are part of mathematics education research— drawn from an epistemic approach that pursues to disturb the supposed neutrality, objectivity, and order of our field. The paper's premise is shaped by the idea that searching for new ways of doing is plausible to make visible conditions of possibilities, in which new ways of thinking are traced to what we can and can't do in mathematics education. Premise framed in epistemological anarchism, here it argues that scientific progress could be restricted due to prescriptive scientific methods, as well as fixed and universal norms. The acknowledgment of diverse action flows and tools able to mould in order to respond to reality and context, it is understood as potency to think of new possibilities; along with this, to unpack and read the network rhizomatic entangled to look into teaching and learning of mathematics beyond the didactic triangle. In this fashion, diverse authors assert that the research is a political and power issue. The (re)production of knowledge is not neutral or innocent. The non-neutrality and innocent become possible since an aesthetic that circulates and normalizes what is considered as —valid and valuable— research, as well as the ways of doing and producing —valid and valuable— knowledge. This normalization generates events of violence, particularly against —epistemic or ontological— minorities.

Keywords: (re)production. knowledge. aesthetic. violence.

RESUMEN

Se propone discutir la producción y reproducción de conocimiento —las categorías, nociones, teorías y metodologías que emergen y fluyen en la investigación en educación matemática— desde una aproximación epistémica que rompe con la supuesta neutralidad, objetividad y orden de nuestro campo de estudio. La premisa que circula y direcciona este estudio se edifica sobre la idea que en la búsqueda de nuevas formas de hacer es plausible visibilizar condiciones de posibilidades, las cuales dan forma a nuevas formas de pensar lo que hacemos y no hacemos en el campo. Esta premisa se enmarca en el anarquismo

epistemológico, el cual sostiene que aquella ciencia que funciona de acuerdo con normas fijas y universales no es realista, además de ser perniciosa y perjudicial para su desarrollo. Es aquí donde el reconocer diferentes flujos de acción y herramientas capaces de adaptarse se ve como potencia para trazar nuevos caminos, junto con ello desempacar y leer el enjambre rizomático que se configura a la hora de pensar sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas más allá del triángulo didáctico. Se pone en relieve el hecho de que el conocimiento no es neutral ni inocente, dado que produce el lenguaje y herramientas con las cuales se da forma lo que se ve y se dice dentro del área. Por ello que diversos autores afirman que la investigación no es neutral, es política y es una cuestión de poder. La no neutralidad y la inocencia se vuelve posibles dado a una estética que circula y normaliza lo que se considera investigación válida y valiosa, así como las formas validas y valiosas de hacer y producir conocimiento. Esta normalización genera hechos de violencia, particularmente contra las minorías —epistémicas u ontológicas— que normalmente son invisibilizada por la academia.

Palabras clave: (re)producción. conocimiento. estética. violencia.

RESUMO

Este artigo tem como objetivo discutir a produção e reprodução do conhecimento —como categorias, noções, teorias e metodologias que fazem parte da pesquisa em educação matemática— a partir de uma abordagem epistêmica que busca perturbar a suposta neutralidade, objetividade e ordem de nosso campo. A premissa do artigo se constitui na ideia de que buscar novos modos de fazer torna plausível tornar visíveis condições de possibilidades, nas que moldam novas formas de pensar sobre o que fazemos e o que não fazemos no campo. Premissa enquadrada no anarquismo epistemológico, o qual argumenta-se que o progresso científico poderia ser restringido devido a métodos científicos prescritivos, bem como normas fixas e universais. O reconhecimento de diferentes fluxos de ação e ferramentas capazes de moldar para responder à realidade e ao contexto, é entendido como potência para pensar novas possibilidades; junto com isso, descompactar e ler a rede rizomática que fica emaranhada enquanto pensava o ensino e a aprendizagem da matemática além do triângulo didático. Assim, diversos autores afirmam que a pesquisa é uma questão política e de poder. A (re)produção do conhecimento não é neutra ou inocente. A não neutralidade e a inocência tornam-se possíveis a partir de uma estética que circula e normaliza o que se considera como pesquisa —válido e valioso—, bem como as formas de fazer e produzir conhecimento —válido e valioso—. Essa normalização gera eventos de violência, particularmente contra minorias —epistêmicas ou ontológicas—.

Palavras-chave: (re)produção. conhecimento. estética. violência.

A kind of introduction

This paper aims to discuss the production and reproduction of knowledge —such categories, notions, theories, and methodologies that are part of mathematics education research— drawn from an epistemic approach that pursues to disturb the supposed order neutrality, objectivity, and order of our field. This paper is framed in epistemological anarchism (Feyerabend, 1993). This understanding argues that scientific progress could be restricted due to prescriptive scientific methods, as well as fixed and universal norms. Even more, it proposes that anarchism will foster research progress and lead to new insights; here, the guiding principle is "anything goes". The challenger becomes in acknowledgment of such actions and flows able to mold in order to respond to reality and context in a way that we can trace new possibilities of thinking about and doing —line of flight— regarding the network rhizomatic entangled to look into teaching and learning of mathematics beyond the didactic triangle. Thus to "break with the alleged coherence or "order" of mathematics education" (Straehler-Pohl, Pais, & Bohlmann,

2017, p. 4). There is a relationship between the production and reproduction of knowledge, and such conditions of possibilities framed in, at the same time, shape, on the one hand, social, historical, political, and cultural issues; on the other hand, the network of social practices of mathematics education (Valero, 2012).

The knowledge, as well as its production and reproduction, is not neutral and innocent since this is a product of epistemological rationality. In this fashion, Darragh (2018) asserts diverse authors have established "that all research is non-neutral, is political and is about issues of identity and power" (p. 78). For example, Pais and Valero (2012) state that mathematics education research is not an innocent activity; due to the research produces languages and tools which shape what we see and say within mathematics education.

The circulation of dominant narratives —as well as of taken-for-granted truths— shapes a woven —network rhizomatic — in which our understanding and ways of thinking are normalized according to "rules and standards that police the boundaries of what is possible and not possible to think and to do— what is given as natural and common-sense that governs conduct and that simultaneously excludes and abjects" (Popkewitz, Diaz, & Kirchgasler, 2017, p. 3). Moreover, this woven is framed in positivist and neo-positivist discourses that lead to what is and is not considered as knowledge and science, the means of dissemination of such knowledge, and the institution —subjects and organizations— who can produce or promote it. The motto "publish or perish" greatly represents the narrative that normalizes and conducts the academy. Currently, the research searches to reduce the social practices and relations to binary ratings; for example, normal-pathological, good-bad, and high-low performance, among others. The binary ratings are an illusion of supposed order. It is no more than a fetishist expression (Zizek, 2004) of knowing —like researchers and mathematics educators— that things are not like we want and hope. However, we are part of the academy and strive to stay in it and enjoy its benefits. The becoming of subjects and social groups are moulded by forces that operate in rating and tagging the others regarding the gap between the desired and the reality.

A "grid of historical practices that makes the object of research possible to 'see' and act on" (Popkewitz, 2012). In this grid —configured in modern rationality— the mathematics education research has been based on making objective all aspects or layers implicated in the process of teaching and learning mathematics.

A "grid of historical practices that makes the object of research possible to 'see' and act on" (Popkewitz, 2012). In this grid —configured in modern rationality— the mathematics education research has been based on making objective all aspects or layers implicated in the process of teaching and learning mathematics. Regarding mathematics education research, Pais (2017) asserts that this is narcissistic, closed in itself, denying those matters that do not fit into its own image. Then, when mathematics education research.

confronted with obstacles to the teaching and learning of mathematics that cannot be controlled by research—poverty, inequality, economic constraints, and governmental decisions, but also students' refusal to assume the symbolic mandate conferred upon them—researchers tend to forsake them for the sake of research. Instead of conceiving these "external" circumstances as the very arena in which the true nature of research's inner potentials is to be "tested", researchers conceive them as empirical impediments, thus keeping the presuppositions of research intact (Pais, 2017, pp. 56-57).

In this narcissism, specific questions become awkward to the point of being excluded or not being considered as part of the concern of the field. It important to keep in mind

the expulsion of the Other sets in motion an entirely different process of destruction, namely that of self-destruction[...] It draws us into an endless ego loop, ultimately leading to an 'autopropaganda', indoctrinating us with our own ideas (Han, 2018. pp. 6-8).

Regarding the method

This paper self-defines as a territory in expansion. Here, it is pursued to expand and disrupt the canonic way of thinking and doing —methodologically and theoretically— in order to make possible new epistemes and not fall into what Niss (2018) called 'ideal-typical' research paper.

Although, in the field, there are experiences that have disrupted the normal. It is complex to find something different. Here are two examples: First, the Andrade-Molina's paper (2018) titled "Mindniac. The reasonable citizen of schooling (Chilean edition)". This paper draws a narrative from comics, a literary resource not used in scientific dissemination; Second, the plenary Cabral y Baldino conference in the tenth version of Mathematics Education and Society Conferences. This plenary was built on a narrative that entangled four voices, for it 2 participants of the conference, and the lectures embodied fictional subjects.

In this vein, the paper is raised from an epistemic position —epistemological anarchism— framed Against Method (Feyerabend, 1993). Moreover, it seeks to put into operation a tool-box from the theorization and discussion of aesthetics and violence. This way of operating is inspired by what Foucault (2001) asserts about his writings.

I would like my books to be a kind of *tool-box* in which others can search a tool with which they can do what they want in their field [...] I don't write for an audience, I write for users, not readers (Foucault 2001, pp. 523-524).

As well as by Deleuze (1995) proposes about his courses: "nobody took in everything, but everyone took what they needed or wanted, what they could use" (p. 139).

Regarding the method

During the past fifty years, what has been published under the label of mathematics education research constitutes a very broad, diverse and extensive body of contributions to the field[...] However, during the last three decades I have detected a gradually reduced spectrum of variation in the nature of 'mainstream' published research (Niss, 2018, p. 35).

It seems that exists a right way of doing research and (re)producing knowledge, which is shared by everyone and is common sense. This could justify the fact of finding the same kind of research over and over —the reduced spectrum of variation aforementioned—. It becomes relevant to problematize and disrupt how we are researching and (re)producing knowledge. Otherwise, our practices could be "detrimental and potentially dangerous to the development and future of our field" (Niss, 2018, p. 47). We need to think and find new ways of doing new problems and concerns that encourage the development of new understandings, practices, and knowledge. The (re)production of knowledge has been normalized from standardization and what is well accepted by the academy. It is here where the power operates, by governing researchers and mathematics educators through the establishment of what is considered valid, valuable, and quality, as well as what is possible to do.

If we consider aesthetics as the study of beauty and taste, as well as from Foucaultian ideas about the aesthetics of existence. The first questions that emerge are: What does make some knowledge will be considered valid, desired, and good (beauty)? How does become researcher and mathematics educator according to the practice of power that establishes the circulating idea of beauty? Here what is desired and feared are entangled in order to trace the criteria of beauty.

Desire "is understood as a primary active force rather than as a reactive response to unfulfilled need" (Patton, 2000, p. 70), which produces reality (Deleuze & Guattari, 1977). Following the idea of becoming (Deleuze & Guattari, 1994), it is possible to consider that desired knowledge is not what it is; rather, what it will become, what it is in the process of becoming. From the aesthetics of existence, the object of the work of the researcher is his/her life. Therefore, if the researcher separates of his/her

research, s/he will leave being a researcher. In other words, the process of research becomes co-extensive with the researcher's life.

Therefore, the aesthetics that make possible the (re)production of knowledge shape a territory in which certain notions and understanding circulate and are plausible. But, it is our responsibility to promote displacements from new actions and practices.

A kind of introduction

Despite various violent events regarding the (re)production of knowledge in the field, this issue has been little studied. Some works concerned with race and gender have argued and raised frameworks for thinking the violence. The violence seems to be related to marginalized subjects attacked at epistemic and oncologic levels. Indeed, this attack has ethical and political implications.

Violence is related to an action or actions' set where there is an aggressor (which could not always be related to a subject —the idea of Žižek about subjective and objective violence helps to off-center the focus on subjects) and a victim. However, circulating other kinds of violence. A violence more subtle which sometimes is beyond our reach. Due to the naturalization of practices and ways of understanding the world.

Violence must think beyond an action rather as a way of social relationships characterized by the negation of the other (Pacheco, 2016). Some kinds of violence take place gradually and noiselessly; in Nixon's (2011) words, slow violence.

Regarding (re)production of knowledge. The silencing of all that is considered different —or non-desired— is the expression more clear of violence. The subject is not only mistreated as an intelligible communicator but also by preventing the development of his/her voice, as well as the access to practices of (re)production of knowledge. Violence does not always imply the rejection of knowledge produced by marginalized subjects; in some cases, that knowledge is used but do not recognize as a product of who produces it. There is a hierarchy of multiple levels; the more privileged levels shape and promote an exclusive epistemology.

A kind of introduction

What I do claim is that the ideal-typical paper captures the essence of a highly predominant segment of published journal articles. I further claim that reviewers tend to strongly adhere to the template constituted by the ideal-typical paper and explicitly criticise papers that deviate from it. (Niss, 2019, p. 4)

Niss (2018) show us the emergence and circulation of 'ideal-typical' research paper. This paper is the product of the normalization and the establishment of codes that have the potency to lead how to do research, (re)produce knowledge, and disseminate it. Moreover, this kind of paper is a limited and rigid understanding of the research; it does not capture the multifaceted that could be the field, at the same time, could compromise the development and renewal of the field (Niss, 2018). However, there is little place in academy for doing something new.

Montecino (2021) asserts that it is necessary to question how we conceived knowledge production and turn it into a creative activity where the work of art and the act of resistance become one. The circulation of codes and discourses regarding what is acceptable, desired, and valuable seem that respond more to a tradition or ways of normalized doing —rationality—, which shapes and perpetuates an authority epistemic —the productive aspect of power—. Power “needs to be considered as a productive network which runs through the whole social body, much more than as a negative instance whose function is repression” (Foucault, 1980, p. 119), “power produces; it produces reality [...] The individual and the knowledge that may be gained of him belong to this production” (Foucault, 1991, p. 194). As Walshaw (2016) explains,

Foucault connects his notion of power-knowledge in a circular relation with ‘truth’. He links truth with systems of power that produce and sustain it and to effects of power which it induces and which extends it. (Walshaw, 2016, p. 50)

Then, power operates through the management of diverse kinds of freedom and the establishment of codes framed on regimes of knowledge and power. Regimes of knowledge established “who does and who does not have the intellectual authority to decide issues, how information should be gathered about who and by who, and the like” (Bevir, 1999, p. 66); and regimes of power shape “what counts as a meaningful utterance, what topics are to be investigated, how facts are to be produced, and the like[...] [A]ll regimes of power are constituted by discursive formations.” (Bevir, 1999, p. 66).

References

- Bevir, M. (1999). Foucault and Critique: Deploying Agency against Autonomy. *Political Theory*, 27(1), 65-84.
- Darragh, L. (2018). Recognising and Identifying the Participant and Researcher in Mathematics Education Research: A Sociopolitical Act. In M. Jurdak, & R. Vithal (Eds.), *Sociopolitical Dimensions of Mathematics Education: From the Margin to Mainstream* (pp. 77-94). Springer International Publishing.
- Deleuze, G. (1995). *Negotiations, 1972-1990* (M. Joughin, Trans.). Columbia University Press.
- Deleuze, G., & Guattari, F. (1977). *Anti-oedipus: Capitalism and schizophrenia* (R. Hurley, M. Seem, & H. R. Lane, Trans.). Viking Press.
- Feyerabend, P. (1993). *Against method: Outline of an anarchistic theory of knowledge*. Verso Books.
- Foucault, M. (2001). *Dits et écrits (1954-1988)* (Vol. II). Gallimard.
- Foucault, M. (1991a). *Discipline and Punish: the birth of a prison*. Penguin.
- Foucault, M. (1980). *Power/Knowledge: Selected interviews and other writings 1972-1977*. Pantheon Books.
- Han, B. C. (2018). *The expulsion of the other: Society, perception and communication today*. John Wiley & Sons.
- Montecino, A. (2021). Investigación y producción de conocimiento en educación matemática: una cuestión de mercado, poder y estética. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática (REVIEM)*, 1(2), e202109
- Niss, M. (2018). The very multi-faceted nature of mathematics education research. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 1, pp. 35-50). PME.
- Nixon, R. (2011). *Slow violence and the environmentalism of the poor*. Harvard University Press.
- Pais, A. (2017). The Narcissism of Mathematics Education. In H. Straehler-Pohl, N. Bohlmann, & A. Pais (Eds.), *The Disorder of Mathematics Education: Challenging the Sociopolitical Dimensions of Research* (pp. 53-63). Springer International Publishing.
- Pais, A., & Valero, P. (2012). Researching research: mathematics education in the Political. *Educational Studies in Mathematics*, 80(1), 9-24.
- Pacheco, A. (2016). La violencia. Conceptualización y elementos para su estudio. *Política y Cultura*, 46, 7-31.

Patton, P. (2000). *Deleuze and the Political*. Routledge.

Popkewitz, T. S. (2012). The sociology of education as the history of the present: fabrication, difference and abjection. *Discourse: Studies in the Cultural Politics of Education*, 34(3), 439-456.

Popkewitz, T. S., Diaz, J., & Kirchgasler, C. (2017). The Reason of Schooling and Educational Research: Culture and Political Sociology. In T. S. Popkewitz, J. Diaz, & C. Kirchgasler (Eds.), *A Political Sociology of Educational Knowledge: Studies of Exclusions and Difference* (pp. 3-22). Routledge.

Straehler-Pohl, H., Pais, A., & Bohlmann, N. (2017). Welcome to the Jungle. An Orientation Guide to the Disorder of Mathematics Education. In H. Straehler-Pohl, N. Bohlmann, & A. Pais (Eds.), *The Disorder of Mathematics Education: Challenging the Sociopolitical Dimensions of Research* (pp. 1-15). Springer International Publishing.

Valero, P. (2012). La educación matemática como una red de prácticas sociales. In P. Valero, & O. Skovsmose (Eds.), *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (pp. 299-326). Una empresa docente.

Walshaw, M. (2016). Michel Foucault. *Alternative Theoretical Frameworks for Mathematics Education Research: Theory Meets Data* (pp. 39-64). Springer International Publishing.

Žižek, S. (2004). *Amor sin piedad*. Síntesis.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA COLORIDA E FORA DO ARMÁRIO

ROMPENDO COM A TRADIÇÃO HETERONORMATIVA

COLORFUL AND OUTSIDE THE CLOSET MATHEMATICS EDUCATION

Breaking with the heteronormative tradition

EDUCACIÓN MATEMÁTICA COLORIDA Y FUERA DEL ARMARIO

Rompiendo con la tradición heteronormativa

Igor Mohr

(Instituto Federal Catarinense, Brasil)
igormohr7@gmail.com

Paula Andrea Grawieski Civiero

(Instituto Federal Catarinense, Brasil)
paula.civiero@ifc.edu.br

Recibido: 11/07/2023

Aprobado: 11/07/2023

RESUMO

A área da educação matemática com sua "tradicional neutralidade" gera ambientes de invisibilidade para as minorias sociais, como é o caso da comunidade LGBTQIAP+. Essa educação matemática heteronormativa oprime as pessoas que não se encaixam no padrão e propaga a discriminação. Para evitar a invisibilidade e opressão em relação a determinados grupos sociais é necessário que se trabalhe essas questões em sala de aula. O movimento da educação matemática crítica e a educação matemática para justiça social rompem com a ideia da neutralidade da matemática e busca trazer ao debate temas sociais importantes, como é o caso da sexualidade e identidade de gênero, e se faz necessário questionar: quais as relações da comunidade LGBTQIAP+ com a educação matemática? Para buscar informações que contribuam com este questionamento é necessário olhar para as produções acadêmicas já existentes, portanto o presente trabalho busca mapear teses e dissertações de programas de pós-graduações no Brasil que abordam a temática da comunidade LGBTQIAP+ e a educação matemática. No que se refere à metodologia, utilizou-se como base o trabalho de Biembengut referente ao mapeamento de produções acadêmicas. Foram identificadas e analisadas 5 produções. Foi possível identificar que essa discussão ainda é muito recente nos âmbitos acadêmicos. Contudo, é de extrema urgência preparar professores para trazer a temática para as aulas de matemática, considerando que trabalhar os saberes matemáticos de modo correlato a questões sociais é relevante no processo de formação dos alunos, tanto em conhecimento matemático quanto como um cidadão ético, respeitoso e educado, bem como auxilia a promover um ambiente de ensino que transcende os padrões e o modo de vida restrito, contribuindo com a transformação social.

Palavras-chave: LGBTQIAP+. educação matemática. justiça social.

ABSTRACT

The field of mathematics education with its "traditional neutrality" generates invisibility environments for social minorities, such as the LGBTQIAP+ community. This heteronormative mathematics education oppresses people who do not fit the standard and propagates discrimination. To avoid invisibility and oppression towards certain social groups it is necessary to work on these issues in the classroom. The movement of critical mathematics education and mathematics education for social justice breaks with the idea of the neutrality of mathematics and seeks to bring to the debate important social issues, such as sexuality and gender identity, and it is necessary to ask: what are the relations of the LGBTQIAP+ community with mathematics education? To search for information that can contribute to this questioning it is necessary to look at existing academic productions, so the present work seeks to map theses and dissertations from graduate programs in Brazil that address the theme of the LGBTQIAP+ community and mathematics education. In terms of methodology, we used Biembengut's work as a basis for mapping academic productions. Five productions were identified and analyzed. It was possible to identify that this discussion is still very recent in the academic spheres. However, it is of extreme urgency to prepare teachers to bring the theme to mathematics classes, considering that working mathematical knowledge in a correlated way with social issues is relevant in the students' formation process, both in mathematical knowledge and as an ethical, respectful and educated citizen, as well as helps to promote a teaching environment that transcends the standards and the restricted way of life, contributing to social transformation.

Keywords: LGBTQIAP+. mathematics education. social justice.

RESUMEN

El área de educación matemática con su "tradicional neutralidad" genera ambientes de invisibilidad para las minorías sociales, como es el caso de la comunidad LGBTQIAP+. Esta educación matemática heteronormativa oprime a las personas que no se ajustan al estándar y propaga la discriminación. Para evitar la invisibilidad y opresión hacia ciertos grupos sociales, es necesario abordar estas cuestiones en el aula. El movimiento de educación matemática crítica y la educación matemática para la justicia social rompen con la idea de la neutralidad de las matemáticas y buscan incorporar temas sociales importantes, como la sexualidad y la identidad de género. Es necesario cuestionarse: ¿cuáles son las relaciones entre la comunidad LGBTQIAP+ y la educación matemática? Para buscar información que contribuya a este cuestionamiento, es necesario examinar las producciones académicas existentes. Por lo tanto, este trabajo tiene como objetivo mapear tesis y disertaciones de programas de posgrado en Brasil que aborden la temática de la comunidad LGBTQIAP+ y la educación matemática. En cuanto a la metodología, se utilizó como base el trabajo de Biembengut sobre el mapeo de producciones académicas. Se identificaron y analizaron 5 producciones. Se pudo observar que esta discusión aún es muy reciente en el ámbito académico. Sin embargo, es de suma urgencia preparar a los profesores para abordar este tema en las clases de matemáticas, considerando que trabajar los conocimientos matemáticos de manera relacionada con cuestiones sociales es relevante en el proceso de formación de los estudiantes, tanto en el conocimiento matemático como en su formación como ciudadanos éticos, respetuosos y educados, y también ayuda a promover un ambiente de enseñanza que trasciende los estándares y las restricciones del estilo de vida, contribuyendo así a la transformación social.

Palabras clave: LGBTQIAP+. educación matemática. justicia social.

As dúvidas e inquietações que movem esta pesquisa são frutos das discussões realizadas no Núcleo de Estudos e Pesquisas sobre Educação Matemática e suas Perspectivas (NEPEMP). Diante das conversas e estudos realizados, notou-se que a educação matemática heteronormativa, assim como qualquer ambiente heteronormativo, reprime a diversidade, contribui com a exclusão dos membros da comunidade LGBTQIAP+¹ (Lésbicas, Gays, Bissexuais, Travestis, Transgênero, Transexuais, Queer, Intersexo, Assexuado, Pansexual, o símbolo + representa as demais orientações sexuais e identidades de gênero), bem como com a invisibilidade das temáticas relacionadas a esse grupo de pessoas (JUNQUEIRA, 2009). Para Louro (2019), há uma pedagogia da sexualidade que visa disciplinar os corpos de forma “sutil, discreta, contínua, mas, quase sempre, eficiente e duradoura” (p. 20).

A escola tem como foco de investimentos a busca e a formação de homens e mulheres que seguem o padrão heteronormativo e existem alguns critérios que auxiliam a notar quando os jovens, sejam meninos ou meninas, estão se afastando desse padrão (LOURO, 2019). Esse controle no discurso que permeia o ambiente escolar ocorre porque os grupos hegemônicos de poder temem o que pode acontecer se não houver esse controle. Segundo Foucault (1996, p. 8-9),

em toda sociedade a produção do discurso é ao mesmo tempo controlada, selecionada, organizada e redistribuída por certo número de procedimentos que têm por função conjurar seus poderes e perigos, dominar seus acontecimentos aleatórios, esquivar sua pesada e temível materialidade.

Segundo a UNESCO (2020), muitos currículos ignoram as questões de identidade de gênero e sexualidade ou abordam estas questões como sendo anormais. A pesquisa GLSEN² School Climate de 2017, desenvolvida nos Estados Unidos, expôs que os estudantes que frequentam instituições em que o currículo é inclusivo se sentem menos inseguros no ambiente escolar (KOSCIW et. al., 2018).

Esta mesma pesquisa GLSEN apontou que 70,1% dos estudantes LGBTQIAP+ sofreram assédio verbal na escola (KOSCIW et. al., 2018). A UNESCO (2017) apontou que os estudantes LGBTQIAP+ sofrem de três a cinco vezes mais com o bullying do que outros alunos. Vale ressaltar que o bullying movido por causa da orientação sexual ou identidade de gênero é conhecido como bullying homofóbico. Os atos de discriminação mais relatados são a exclusão social e a agressão verbal, sendo mais frequentes na escola do que em outros ambientes (UNESCO, 2017).

As porcentagens de bullying homofóbico em ambientes escolares são altas, 68% dos estudantes LGBTQIAP+ do Chile relataram já ter sofrido atos de discriminação, 61% no México, 66% no Peru, 58% na Irlanda, 83% no Japão, entre outras porcentagens preocupantes (UNESCO, 2012). O Brasil não é diferente, segundo a Pesquisa Nacional sobre o Ambiente Educacional do Brasil (ABGLT, 2016), 73% dos estudantes³ LGBTQIAP+ relataram ter sofrido agressões verbais, sofreram agressões físicas, 56% foram assediados sexualmente e 60% se sentem inseguros na escola.

Diante desse cenário alarmante, os professores são fundamentais para buscar medidas eficazes contra o bullying homofóbico, bem como os currículos podem trabalhar as temáticas de orientação sexual e identidade de gênero, de modo a promover o respeito à diversidade (UNESCO, 2012). Se olharmos a educação matemática especificamente podemos notar o quão rígida e opressora é sua prática de ensino, como apontado por Waid et al (2021) e Moore (2020).

¹ A bi e a pansexualidade são consideradas sinônimos, tendo suas diferenças no contexto de surgimento. A primeira surgiu como uma reivindicação de nova orientação diferente da hetero e homossexualidade, já a segunda surge em um discurso de poder e dominação que visa romper a ideia do binarismo homem e mulher (KLIDZIO; SIQUEIRA, 2022).

² É uma organização educacional americana que trabalha em prol dos estudantes LGBTQIAP+, visando o crescimento e aprendizado dos alunos em um ambiente livre de bullying e assédio (KOSCIW et. al., 2018).

³ Com pelo menos 13 anos de idade, que frequentaram o ensino básico em 2015 e identificam-se como lésbica, gay, bissexual ou tem outra orientação sexual que não a heterossexual, ou se descrevem como transgênero ou tem uma identidade de gênero que não seja cisgênero (ABGLT, 2016).

In western mathematics and mathematics education, normative structures serve to reinforce hierarchies of oppression along lines of race, gender identity, class, dis/ability, and sexual orientation (WAID et al, 2021, p. 119).

researchers have documented how mathematics is conceptualized and operates as a White and heteronormatively masculinized enterprise (MOORE, 2020, p. 652).

Um dos movimentos dentro da educação matemática que busca alterar estas características negativas é a Educação Matemática Crítica (EMC), que se fundamenta nas relações políticas da educação matemática e trabalha com questões relacionadas ao tema “poder” (SKOVSMOSE, 2015). Segundo Skovsmose (2015, p. 101)

para que a educação, tanto como prática quanto como pesquisa, seja crítica, ela deve discutir condições básicas para a obtenção do conhecimento, deve estar a par dos problemas sociais, das desigualdades, da supressão etc., e deve tentar fazer da educação uma força social progressivamente ativa.

Há também a educação matemática para justiça social que, segundo Gutstein (2006), apresenta a matemática como uma lente potencializadora que auxilia na leitura e escrita do mundo. Para o referido autor, a matemática deve contribuir com a interpretação da realidade, bem como possibilitar mudanças e transformações sociais.

O movimento da EMC e a educação matemática para justiça social rompem com a ideia da neutralidade da matemática e buscam trazer ao debate questões sociais importantes, como é o caso da sexualidade e identidade de gênero, e se faz necessário questionar: quais as relações da comunidade LGBTQIAP+ com a educação matemática? Para buscar informações que contribuam com esse questionamento é necessário olhar para as produções acadêmicas já existentes, portanto o presente trabalho busca mapear teses e dissertações de programas de pós-graduações no Brasil que abordem esta questão.

Caminhos metodológicos

Para fazer o mapeamento das produções acadêmicas relacionadas a esta temática foi utilizado as ideias de Biembengut (2008). Esse mapa não consiste somente em um levantamento bibliográfico que visa organizar informações, mas também é uma ferramenta para a apropriação de um vasto conhecimento relacionado às questões investigadas (BIEMBENGUT, 2008).

Trata-se de um conjunto de ações que começa com a identificação dos entes ou dados envolvidos com o problema a ser pesquisado, para, a seguir, levantar, classificar e organizar tais dados de forma a tornarem mais aparentes as questões a serem avaliadas, reconhecer padrões, evidências, traços comuns ou peculiares, ou ainda características indicadoras de relações genéricas, tendo como referência o espaço geográfico, o tempo, a história, a cultura, os valores, as crenças e as ideias dos entes envolvidos - a análise. (BIEMBENGUT, 2008, p. 74).

Para delimitar quais trabalhos seriam utilizados no mapeamento, definiram-se algumas etapas a serem seguidas. A primeira foi pesquisar na plataforma Sucupira quais os programas de pós-graduação que contêm a palavra “matemática” e possuem como área de avaliação o “ensino”. Em específico, a pesquisa foi realizada em programas stricto sensu, pois, conforme Bicudo (1993), teses e dissertações não devem ficar esquecidas em prateleiras, elas devem ser utilizadas como ponto de partida para novos trabalhos e pesquisas, contribuindo, assim, com o avanço do conhecimento.

A segunda etapa foi pesquisar no repositório de cada programa de pós-graduação trabalhos que contêm a sigla “LGBT” nos últimos 10 anos. A última etapa da filtragem foi ler os resumos dos trabalhos até então selecionados e separar os textos que tem como foco a educação matemática e a comunidade LGBTQIAP+. Essa última filtragem foi necessária porque alguns programas eram de ciências e matemática, ou seja, alguns trabalhos não apresentaram a educação matemática como foco e outros apenas mencionaram a comunidade LGBTQIAP+.

Mapa de pesquisa

Após realizar a filtragem de trabalhos, o número final de produções encontradas foi de 5 textos, sendo eles apresentados na tabela 1.

Código	Título	Autor	Ano
T1	As concepções do professor de Matemática na sala de aula: como lidar com a diversidade dentro do espaço escolar?	Alexandre Jenevain Junior	2020
T2	Cenários de reconhecimento em contextos de minorias sexuais e de identidades de gênero na aula e na formação inicial de docentes de matemática.	Tadeu Silveira Waise	2021
T3	Leitura e escrita de mundo com a matemática e a comunidade LGBT+: as lutas e a representatividade de um movimento social.	Denner Dias Barros	2021
T4	Para uma epistemologia outra na educação matemática: entre sussurros e navalhas na carne, a porta do armário se abriu...	Eduardo Mariano da Silva	2020
T5	Pesquisas com pessoas LGBTI+ no campo da educação matemática: indagando processos de (cis-hetero) normatização da área.	Hygor Batista Guse	2022

Tabela 1: Trabalhos selecionados após a filtragem.

A tabela 1 apresenta os trabalhos selecionados por identificações que facilitam a escrita e compreensão do presente mapeamento. A análise de cada trabalho será feita de forma individual.

Análise do T1

O T1 possui como objetivo “desnudar as concepções de professores de Matemática a respeito de temas sociais que, normalmente, não são abordados na área de exatas” (p. 19). Esses temas sociais foram o racismo, comunidade LGBTQIA+, gênero e sexualidade e bullying, como pesquisa de campo para levantamento de dados foram realizadas entrevistas com professores de matemática.

Algumas falas dos entrevistados estão dispostas ao longo do texto para corroborar o referencial teórico ou para introduzir uma nova questão, a transcrição das entrevistas está disponível como um anexo do trabalho.

Um aspecto que chamou nossa atenção foi o relato de uma das professoras entrevistadas, em que ela conta que não conseguia falar nas reuniões pedagógicas porque havia um professor branco, hétero, cisgênero e cristão que sempre a interrompia falando mais alto que ela. Um exemplo claro de um professor suplantando a fala de sua colega, um exemplo nítido de machismo no ambiente escolar.

Outro trecho que chamou nossa atenção foi a fala de uma das professoras entrevistadas contando quando recebeu um aluno trans no final do último ano do Ensino Médio. Foi relatado ser a terceira escola onde o estudante estava sendo matriculado e que o motivo da troca de unidades de ensino era o fato de sofrer com ações e discursos transfóbicos e homofóbicos. Uma terceira fala feita por um(a) docente que queremos destacar foi a de que quando o professor não tem domínio da questão, é importante buscar alguém que tenha esse conhecimento para conversar com os alunos, explicar para eles.

Ao ler o trabalho, é possível notar as experiências e vivências dos entrevistados em sala de aula, no ambiente escolar, com outros professores e até com a gestão escolar. Também foi possível notar o quanto a escola e a educação falham no que se relaciona às questões sociais abordadas no trabalho. O autor menciona não haver uma resposta para a pergunta: “como lidar com a diversidade dentro da sala de aula?” (p. 50), e que a melhor opção é o diálogo. Nessa mesma linha de pensamento, Skovsmose (2022) afirma que a EMC deve ocorrer em ambientes de diálogo, visto que um cenário de aprendizagem dialógico fomenta o pensamento crítico. Para Barros (2022), ensinar de modo inclusivo implica necessariamente em ambientes de diálogo, em uma sala de aula os estudantes são diferentes e é importante reconhecer e valorizar estas diferenças, bem como buscar trazer os alunos para participar do processo dialógico e dar a eles um local de fala.

Análise do T2

O T2 possui como objetivo:

investigar possíveis relações entre a Teoria do Reconhecimento, a aula de matemática e o processo de formação de suas(seus) docentes [...]. Em especial, aqueles que auxiliarão a discutir se a população LGBTQIA+ encontra, na aula de matemática, um espaço de reconhecimento ou desrespeito às suas identidades (p. 12).

O levantamento de dados ocorreu por meio da aplicação de um questionário para alunos de licenciatura em matemática. Como opção para trabalhar essa temática, os licenciandos apontaram ser possível fazer relação com conteúdo de estatística, realizar a leitura e interpretação de gráficos, realizar pesquisas sobre matemáticos que pertencem a essa comunidade, realização de rodas de conversas, palestras, diálogos e até projetos interdisciplinares. Outro exemplo citado no trabalho para abordar esta temática de diversidade sexual e de gênero é no ensino de geometria a partir da bandeira LGBTQIAP+, visto que esta possui muitas formas geométricas.

Uma das perguntas do questionário era: “você considera que este tópico, sexualidades e gêneros, deve ser discutido e abordado nas aulas de Matemática na educação básica?” (p. 105). Duas respostas chamaram a nossa atenção, sendo elas:

Sim, como professores devemos sempre pregar o respeito e igualdade entre todos. A matéria precisa se integrar ao contexto social fazendo com que ela seja um meio e não um fim (p. 121).

Sim. Com o mundo repleto de informações que precocemente chegam às pessoas, faz-se necessário sim uma abordagem, não só em aulas de matemática, como também nas demais disciplinas (p. 124).

Outra pergunta foi: “Em algum momento da sua formação escolar algum professor falou sobre questões de gênero e sexualidade? Em que disciplina(s)?” (p. 109), também salientamos uma fala em relação a essa questão.

Os que falavam em tom de construção de (auto)conhecimento sempre eram os de humanas e literatura. Os que eram críticos e preconceituosos eram os de exatas e biológicas, principalmente os de matemática que não possuíam conhecimento nenhum sobre o assunto (p. 109).

Essa a fala relata ações preconceituosas realizadas por docentes de matemática. Para tentar evitar essas ações é de vital importância trabalhar com a temática LGBTQIAP+ na formação inicial dos docentes.

No questionário havia a seguinte pergunta: “você acha importante ter discussões sobre formação para a diversidade de gênero e sexual na licenciatura?” (p. 125). As respostas de dois acadêmicos chamaram a nossa atenção, são elas: “Sim, pois têm muitos alunos na licenciatura que têm preconceito e isso deve ser quebrado. Todos têm os direitos iguais na cidadania” (p. 125) e “Sim. Os futuros professores devem estar preparados para lidar com a questão em sala de aula, como previsto por lei e pelo bom senso” (p. 126).

O T2 deixa claro que também houve respostas que carregavam preconceito e um tom discriminatório, outras respostas apontavam que alguns licenciandos preferiam não trabalhar estas temáticas, pois não

concordam em abordar essa temática em sala de aula, e outros apontaram que não sabem como relacionar as questões de sexualidade e identidade de gênero com a matemática.

Análise do T3

O T3 possui como objetivo: “investigar possibilidades de ações de leitura e escrita do mundo com a matemática em um espaço do movimento LGBTQ+” (p. 29). E, para realizar o trabalho, foram desenvolvidas entrevistas com voluntários de uma casa de acolhimento para pessoas expulsas de suas residências por motivo de sua identidade de gênero e/ou sexualidade, também foram realizadas rodas de conversas com as pessoas acolhidas.

Durante as rodas de conversa alguns temas foram abordados, sendo eles: questões de representatividade, estereótipos, justiça social e lugar de fala. Uma atividade desenvolvida durante a roda de conversa buscou relacionar a matemática com a representatividade, foram realizadas pesquisas sobre o número de deputados federais por estado, calculadas porcentagens referentes a quantidade de deputados que se elegeram sem utilizar a legenda, e outros cálculos que visam comparar o cenário brasileiro com o cenário dos representantes da câmara dos deputados.

Além disso, um ponto que nos chamou a atenção foi a roda de conversas sobre visibilidade e estereótipos, em que foi realizada uma atividade de pesquisar um termo no google imagem e classificar como sendo uma notícia positiva, negativa ou nem positiva nem negativa. Uma das falas foi “das travestis só tem mortes” (p. 169), ou seja, quando foi pesquisado pelo termo travesti a grande maioria das notícias são negativas.

Durante a entrevista com os voluntários foi questionado “como o ensino de matemática poderia colaborar na luta do movimento LGBTQ+?” (p. 69), e algumas respostas chamaram a nossa atenção, sendo elas:

Todos os professores são chamados para ajudar nessa luta, então acredito que a utilização de dados reais de coisas que acontecem, usar números para mostrar exemplos da vida real, isso já é falar de diversidade (p. 107).

Não consigo pensar em nada prático agora, mas talvez relacionar dados da questão LGBTQ+ para a gente analisar gráficos com números de assassinatos, por exemplo, de pessoas trans que é algo significativo no Brasil, assim poderia ter uma abertura legal, pois as pessoas não teriam desculpa para dizer que aquela aula não é de matemática (p. 134).

O T3 apresentou ideias e possibilidades para trabalhar a matemática correlata às questões da comunidade LGBTQIAP+, utilizando os saberes matemáticos como sendo uma lente crítica que auxilia a enxergar a realidade.

Análise do T4

O T4 possui como objetivo “compreender como relações de gênero são categorias de controle do trabalho, da economia, do sexo e seus recursos” (p. 27). E o método de levantamento de dados foi entrevistas com educadores da área da matemática.

Ao longo do T4 foi mencionado o kit Escola sem Homofobia, contando um pouco sobre seus materiais, fazendo breves sínteses sobre os cadernos, bem como deixou evidente o movimento que os setores conservadores da sociedade fizeram para impedir a distribuição do material.

Também ficou evidente a ideia de que o discurso educacional é controlado/moldado/padronizado, corroborando as falas de Foucault. O autor ainda afirma que “o currículo, o livro didático e as práticas pedagógicas não são neutros e podem até mesmo corresponder aos objetivos reais do Estado pela manutenção do poder” (p. 55).

Na entrevista com os educadores foi questionado se a disciplina de matemática se envolvia com as questões de combate à discriminação e homofobia, e todas as respostas foram de que o componente de matemática não trabalha estas questões. Contudo, os professores mencionaram que se houvesse material e preparo é possível trabalhar esses assuntos nas aulas de matemática.

Análise do T5

O T5 possui como objetivo “investigar como se estabelecem as relações entre a (educação) matemática e discussões envolvendo pessoas LGBTI+” (p. 35). Para alcançar o objetivo foi realizada a análise de dados de três artigos.

O primeiro artigo apresentado consiste em uma revisão de literatura nacional e internacional que aborda as questões LGBTI+ no campo da educação matemática. O segundo artigo apresenta a ideia de estranhar a matemática e de mostrar possibilidades da teoria queer contribuir com a educação matemática. Já o terceiro artigo consistia em entrevistas com professores de matemática LGBTI+, em que foram mencionadas a formação inicial e vivências no ambiente escolar.

No que se refere ao primeiro artigo analisado ficou evidente que “grande parte de les autories (*sic*) das produções analisadas se auto identificam como pessoas desviantes das normas de gênero e sexuais” (p. 123), bem como que se abster das discussões referentes a esta temática também é um posicionamento, visto que “podem estar promovendo a reiteração de processos discriminatórios” (p. 123).

A análise dos dados do primeiro artigo indica uma falta de abordagem desta temática na formação inicial, além de demonstrar a preocupação dos educadores em relação a práticas profissionais que podem abalar a invisibilidade desta causa social. Já no que se refere ao segundo artigo, ficou explícita a ideia de trabalhar a matemática com a influência da teoria queer, questionando a tradição do ensino de matemática.

O último artigo analisado apresenta as entrevistas com os professores de matemática contando sobre suas vivências. Algumas falas mencionadas relatavam que os professores sofreram discriminação quando ainda eram alunos, e que para alguns ser bom em matemática foi como uma proteção, uma moeda de troca.

A análise desse último trabalho deixa evidente a necessidade de estranhar a educação matemática, bem como de questionar os processos de ensino que inviabilizam e inferiorizam determinados grupos sociais. Nessa linha de pensamento, Civiero (2016), ao investigar formadores de professores de Matemática que se aproximam da EMC identifica que, em geral, os cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil se mantêm organizados e estruturados “sob paradigmas idealistas e funcionalistas da teoria tradicional que, ‘silenciosamente’, estruturam e reproduzem os pressupostos e as práticas hegemônicas” (CIVIERO, 2016, p. 91). Portanto, se faz imprescindível uma mudança de paradigma na formação de professores, de modo que as questões sociais sejam metas.

Considerações finais

Falar da valorização das diferenças nos espaços escolares e, principalmente, na educação matemática ainda é um grande desafio. Contudo, é preciso romper com esse paradigma e para tanto, nesta investigação buscou-se identificar trabalhos desenvolvidos em programas nacionais de pós-graduação que tem como foco a educação matemática e a comunidade LGBTQIAP+, foi utilizado como base metodológica o trabalho de Biembengut (2008).

Os 5 trabalhos analisados foram desenvolvidos a partir de 2020, demonstrando o quão recente é, ao nível de pós-graduação, a produção acadêmica que relaciona a educação matemática com a população LGBTQIAP+. Quanto às instituições de origem dos trabalhos há uma predominância da região sudeste,

quatro dos cinco trabalhos analisados são dessa região, isso ocorre, pois, a região sudeste apresenta a maior proporção dos cursos de pós graduação do país e é a região que historicamente mais recebeu recursos para desenvolver programas stricto sensu (NAZARENO, HERBETTA, 2019), bem como foi nas grandes cidades dessa região que ocorreram os maiores movimentos em prol dos direitos da comunidade LGBTQIAP+ (MELO et. al., 2020). Esse dado indica a necessidade de incentivar as produções acadêmicas dessa área em âmbito nacional.

Ao analisar os trabalhos acadêmicos selecionados, pode-se notar que há necessidade e possibilidades de abordar questões relacionadas a gênero e sexualidade nas aulas de matemática. Diversas foram as sugestões apresentadas nos trabalhos. Também foi possível notar que todas as produções acadêmicas analisadas utilizaram de entrevistas ou questionários para buscar a opinião e as vivências de professores da área, acadêmicos de licenciatura ou voluntários da casa de acolhida, isso denota a importância de trazer para o debate as experiências, as percepções de cada um, as quais, nos apontam a premência de ampliar os espaços para discutir essa temática. Diante dos resultados, se assevera a exigência de trazer essas discussões para a formação de professores de matemática.

Tendo como base o mapeamento, percebemos que trabalhar os saberes matemáticos abordando as questões de gênero e sexualidade é uma forma de combater a invisibilidade desta questão social. As aulas de matemática além de contribuir com a formação de conhecimento matemático específico, deve também ser um espaço de preceitos éticos, respeito e valorização das diferenças.

Contudo, para desenvolver atividades que abordem esta temática é necessário que os professores reconheçam a importância desse assunto. É necessário que os docentes estejam em constante busca por informações e práticas profissionais e para isso é preciso estar em constante estado de estudo. Esse mapeamento é um exemplo de busca de informações relacionadas à questão da educação matemática e da comunidade LGBTQIAP+. A partir desse, assumindo a EMC e a educação matemática para justiça social como potencializadores nas discussões sobre justiça social, de modo a visar a inclusão de todos os sujeitos, desejamos promover cada vez mais espaços para incluir essa temática nos palcos da educação matemática.

Referências

- ABGLT. (2016). Pesquisa Nacional sobre o Ambiente Educacional no Brasil. *ABGLT*. <https://bit.ly/3Mg5WSv>
- Barros, D. D. (2021). *Leitura e escrita de mundo com a matemática e a comunidade LGBT+: as lutas e a representatividade de um movimento social*. [Tese de doutorado] Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- Barros, D. D. (2022). The Investigative Approach to Talking about Inclusion in Mathematics Teacher Education. In M. G. Penteado, & O. Skovsmose (Eds.), *Landscapes of investigation: contributions to critical mathematics education* (pp. 247 – 256). Open Book Publishers. <https://doi.org/10.11647/OBP.0316>
- Biembengut, M. S. (2008). Mapeamento na pesquisa educacional. *Moderna*.
- Bicudo, M. A. V. (1993). Pesquisa em educação matemática. *Pro-posições*, 13(1), 18-23.
- Civiero, P. A. G. (2016). *Educação matemática crítica e as implicações sociais da ciência e da tecnologia no processo civilizatório contemporâneo: embates para formação de professores de matemática*. [Tese de doutorado] Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- Foucault, M. (1996). A ordem do discurso. *Edições Loyola*. <https://urlscorta.com/wJLUH>

Guse, H. B. (2022). *Pesquisas com pessoas LGBTI+ no campo da educação matemática: indagando processos de (cis- hetero)normatização da área*. [Dissertação de mestrado] Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

Gutstein, E. (2006). Reading and writing the world with mathematics: toward a pedagogy for social justice. *Routledge*, New York.

Junior, A. J. (2020). *As concepções do professor de Matemática na sala de aula: como lidar com a diversidade dentro do espaço escolar?* [Dissertação de mestrado] Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora.

Junqueira, R. D. (2009). Diversidade Sexual na Educação: problematizações sobre a homofobia nas escolas. *Ministério da Educação*. <https://urlscorta.com/ypNdr>

Klidzio, D., Siqueira, M. D. (2022) Memorias del VI Congreso de la Asociación Latinoamericana de Antropología. *A Bissexualidade e a pansexualidade enquanto identidades: invisibilidade e estereótipos* (pp. 335 – 347).

Kosciw, J. G., Greytak, E. A., Zongrone, A. D., Clark, C. M., & Truong, N. L. (2018). The 2017 National School Climate Survey: The experiences of lesbian, gay, bisexual, transgender, and queer youth in our nation's schools. New York: GLSEN. https://www.glsen.org/sites/default/files/2019-12/Full_NSCS_Report_English_2017.pdf

Louro, G. L. (2019). O corpo educado: pedagogia da sexualidade. *Autêntica*.

Mello, G. et. al. (2020). Pesquisa Nacional por Amostra da População LGBTI+ - Identidade e perfil sociodemográfico. São Paulo: Todxs. <https://todxs-site.s3.amazonaws.com/pesquisa-nacional-identidade-e-perfil-sociodemografico.pdf>

Moore, A. S. (2020). Queer identity and theory intersections in mathematics education: A theoretical literature review. In *Mathematics Education Research Journal*. Advance online publication. <https://doi.org/10.1007/s13394-020-00354-7>

Nazareno, E., Herbetta, A. F. (2019). A pós-graduação brasileira: sua construção assimétrica e algumas tentativas de superação. *Estudos de Psicologia*, 24(2), 103-112. <https://dx.doi.org/10.22491/1678-4669.20190013>

Silva, E. M. (2020). *Para uma epistemologia outra na educação matemática: entre sussurros e navalhas na carne, a porta do armário se abriu...* [Dissertação de mestrado] Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande.

Skovsmose, O. (2015). Educação matemática crítica: a questão da democracia. *Papirus*.

Skovsmose, O. (2022). Entering Landscapes of Investigation. In M. G. Penteado, & O. Skovsmose (Eds.), *Landscapes of investigation: contributions to critical mathematics education* (pp. 1 – 20). Open Book Publishers. <https://doi.org/10.11647/OBP.0316>

UNESCO. (2012). Education sector responses to homophobic bullying. *UNESCO*. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000216493/PDF/216493eng.pdf.multi>

UNESCO. (2017). School Violence and Bullying: Global Status Report. *UNESCO*. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000246970/PDF/246970eng.pdf.multi>

UNESCO. (2020). Global Education Monitoring Report – Gender Report: A new generation: 25 years of efforts for gender equality in education. *UNESCO*. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000374514/PDF/374514eng.pdf.multi>

Waid, B. E., Velamuri, A., Moore, A. S., & Whipple, K. S. (2021). Disrupting normativity in mathematics education: Meeting queer students at the intersection of their queer and mathematics identities. In Kollosche, D. (Ed.). *Exploring new ways to connect: Proceedings of the Eleventh International Mathematics Education and Society Conference*. 3 Volumes. Tredition.

Waise, T. S. (2021). *Cenários de reconhecimento em contextos de minorias sexuais e de identidades de gênero na aula e na formação inicial de docentes de matemática*. [Dissertação de mestrado] Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

DISCOURSES IN COLOMBIAN AND SWEDISH SYLLABUSES

IS THERE ROOM FOR ACTION COMPETENCE BY MEANS OF STEM INTEGRATED
COMPUTER PROGRAMMING?

DISCURSOS NOS PROGRAS DE ESTUDO DA COLOMBIA E DA SUÉCIA

*Há espaço para a competência de ação através da programação de computador integrada em
Stem?*

DISCURSOS EN PROGRAMAS DE ESTUDIO COLOMBIANO Y SUECO

*¿Hay espacio para la competencia de acción a través de la programación informática
integrada Stem?*

Lucely Figueroa Suárez
(Malmö University, Sweden)
lucely.figueroa@mau.se

Ulrika Ryan
(Malmö University, Sweden)
ulrika.ryan@mau.se

Recibido: 12/07/2023

Aprobado: 12/07/2023

RESUMO

Recentemente há uma tendência de inclusão de Programação e Educação Ambiental nos currículos nacionais devido ao acelerado desenvolvimento tecnológico e a crise climática. Este estudo tem como objetivo investigar se as noções de competência para ação, programação e educação ambiental convergem ou não nos Discursos dos documentos de política educacional da Colômbia e da Suécia. Competência para a ação é a capacidade de agir e tomar iniciativa de acordo com problemas importantes para os alunos. Os Discursos identificados são: (1) Qualificação é o que conta. (2) Programação tem pouco a ver com educação ambiental. (3) Os alunos não tomam decisões.

Palavras-chave: educação ambiental. currículo. tecnologias.

ABSTRACT

Recently there has been a trend to include Computer Programming and Environmental Education in national syllabuses due to the accelerated technological development and the climate crisis. This study aims to investigate how notions of Action Competence, Computer Programming and Environmental Education converge or not in Discourses in educational policy documents in Colombia and Sweden. Action Competence is the capacity to play an active role and act intentionally in addressing issues that matter to students. The Discourses that we identified are: (1) Qualification is what counts, (2) Programming has little to do with environmental education, and (3) Students are not decision makers.

RESUMEN

Recientemente hay una tendencia por la inclusión de Programación y Educación Ambiental en los planes de estudio nacionales debido al acelerado desarrollo tecnológico y a la crisis climática. Este estudio tiene como objetivo investigar si las nociones de competencia para la acción, programación y educación ambiental convergen o no en los Discursos de los documentos de política educativa de Colombia y Suecia. La competencia para la acción es la capacidad de actuar y tener iniciativa conforme a los problemas importantes para los estudiantes. Los Discursos identificados son: (1) Cualificación es lo que cuenta. (2) La programación tiene poco que ver con la educación ambiental. (3) Los estudiantes no toman decisiones.

Palabras clave: educación ambiental. plan de estudios. tecnologías.

Introduction

The 4th Industrial Revolution (including for example artificial intelligence, “smart” devices and the internet of things and people) which we are currently experiencing (Braidotti, 2019) is based on the development of skilled computer programmers. A good supply of programmers influences technological and financial developments worldwide. Hence, recently there has been a trend to include computer programming in K-12 curriculum around the world (Waite & Sentance, 2021). Arguments for including programming in curricula from the early years for all students are often developed around notions of the computationally literate and problem-solving citizen (Tissenbaum et al., 2019). At the same time as we are experiencing 4th Industrial Revolution, we are in the midst of the 6th Extinction due to human caused climate change (Braidotti, 2019). The climate change crisis is caused mainly by the Global North, but it is the Global South that so far has suffered the most from its consequences. Countries in the Global North have financial and technological resources to reduce the consequences of climate change. Countries in the Global South often lack such recourses and thereby become more vulnerable (IPCC, 2022). As a response to climate change, environmental education and actions for sustainable development are on the agenda and in syllabuses worldwide (Rieckmann, 2017).

To handle the complexity of the multidimensional issues which follows from the global climate crisis, integration of several disciplines, concepts and skills are required (Roehrig et al., 2021). In the educational realm, project based Critical Mathematics Education (Mellin-Olsen, 1987) (CME) could integrate several school subjects (e.g., STEM integration) to face complex uncertainties of the global crisis to support students to cope with and act on their anxieties about, and hopes for the present and the future (Branchetti et al., 2018). Action Competence (from now on AC) captures the capacity to act according with our intentions (Mogensen & Schnack, 2010). AC fits within an action-oriented teaching-learning approach which could support students to play an active role in addressing environmental issues in their local contexts. Moreover, AC is a key concept which seek to be critical in Environmental Education. AC relates to the framework developed by Bauer and Hauge (2021), that reflects several principles such as an active participation, the use of problems that matters to students and the communication of mathematical ideas in debates regarding climate change. Considering the above, we became intrigued to investigate how AC, Computer Programming (CP) and Environmental Education (EE) may or may not converge in discourses in educational policy documents in Colombia and Sweden. By identifying Discourses in syllabuses, it is possible to illuminate for granted taken assumptions that govern for instance teaching and learning. For granted taken assumptions project norms and values (Gee, 2010) that enables or restricts particular kinds of teaching-learning approaches such as action-oriented teaching-learning as part of CME that could foster AC. We ask; *How do AC, Computer Programming and Environmental Education converge or not in Discourses in educational policy documents in Colombia and Sweden?*

Educational policy in Colombia and Sweden

In this section we describe how Environmental Education (EE), and Computer Programming (CP) have been implemented in Colombian and Swedish educational policy. We chose to focus on syllabuses from Sweden (Global North) and Colombia (Global South) for several reasons. First, Lucely (the first author) has experiences with the Colombian educational system as a student, parent, and teacher. Ulrika (the second author) has the equivalent experience with the Swedish educational system with the addition of experiences as a teacher educator. Second, Colombia is at the bottom of world rankings while Sweden is at the top when it comes to for example Gross National Income per capita (The World Bank), emissions of CO₂ per capita (United Nations Environment Programme, Emissions Gap Report 2022) and scores at PISA tests (OECD, 2019). These differences indicate how the two countries differ in responsibility for global warming, vulnerability to its consequences and in possibilities to facilitate CP and EE.

In Colombia, international and national non-educational policies related to EE has influenced the integration of environmental issues in the school curriculum. There are some programs that are designed to encourage EE. One of the most important mandatory pedagogical projects included in the Colombian curriculum is School Environmental Project (PRAES in Spanish). This project must be implemented in every school and aims to promote environmental actions such as planting trees, starting school gardening, recycling etcetera. (Mejía-Cáceres et al., 2021). Some studies problematize unsuccessful implementation of EE policies in secondary school curriculums and the development of EE in Colombian context (Hueso & Arce, 2019; Pérez-Vásquez et al., 2021). CP is not mandatory in Colombian School. However, there are programs to encourage CP, such as “Coding for Kids” and “Green TIC”. While Coding for Kids is targeted only in programming, Green TIC uses CP to achieve a set of environmental goals. Despite that CP is not included in the Colombian syllabuses due to the lack of technological resources in Colombian schools, some un-plugged activities are proposed that can somehow enhance the development of computational thinking skills.

In Sweden, Environmental policies in education have been integrated in the syllabus for science education in compulsory school and has been included not only to national culture but, as part of a process of cultural globalization (Hillbur et al., 2016). Since 2017, CP is explicitly included in the technology and mathematics curriculum in Sweden as a mandate from the Swedish Agency of Education (Vinnervik, 2020). Husamah et al. (2022) conducted a literature review about AC and EE over the last three years which reveals that research on this topic mainly comes from European countries. According to the study, Sweden is one of the countries which integrate EE and sustainable development in several subjects within the compulsory school curriculum highlighting competences such as critical thinking and democratic action competence. Challenges with positioning CP interdisciplinary have been reported (Isaksson Persson, 2022) for example in project based CME (Mellin-Olsen, 1987).

Action Competence, Environmental Education and Computer Programming

The notion of AC should be seen as an ideal in democratic approaches to education (Jensen & Schnack, 1997). Students should be able to make decisions about what and when they want to take part, for instance in democratic school activities, or community issues (Ryan & Steffensen, 2021) or in mathematical activities that involve climate change, where teachers should provide opportunities to enable an active participation (Barwell & Hauge, 2021). AC as an educational ideal is aligned with other concepts such as emancipatory education, democracy, human rights and sustainable development (Mogensen & Schnack, 2010, p. 61).

[AC] cannot be reduced to mere education in the sense of cultivation, normalization, or traditional socialization. On the contrary and in concert with the utopian dimension of critical theory, it has as its aim the fulfillment of humanity: full development of the capacities and powers of each human individual to question preconceived opinions, prejudices, and ‘given facts’, and intentioned participation in the shaping of one’s own and joint living conditions.

Ideally, an action competent individual can use resources such as the several skills they learn, the ability to question given facts and the capacity to act intentionally to build a more sustainable world. This involves students' full range of knowledges, attitudes, skills, and values to facilitate actions related with real-world sustainability issues and the confidence and willingness to act. In this sense, the three domains of educational purpose (Biesta, 2015) play an essential role in reaching the AC educational ideal since qualification, socialization and subjectification involves knowledge, traditions (ways of being or doing), and initiatives of students, respectively. Thus, the balance between the three domains can facilitate the development of AC. The notion of AC captures the call for the integration of several disciplines (Roehrig et al., 2021) to address the complexity of the climate crisis. A CME for climate change framework (Barwell & Hauge, 2021) is an example of such integration. It involves an important element of AC such as the capacity to take action by working on authentic problems that students find relevant. Working on problems that matter to students can generate motives to take action. Jensen and Schnack (1997) developed criteria for the notion of action in school activities. They claimed that action necessarily includes that students are involved in deciding what to do and that the activity is targeted at solving a problem. CME has much to offer in connection to the notion of AC and in relation to EE and CP because it can provide pedagogical designs for critical scrutiny which may spark action (Barwell & Hauge, 2021). The influence of computer algorithms has been critically investigated for instance from the perspective of how they black-box distribution of power and responsibility (Skovsmose, 2007) and how they operate as echo chambers (Parra, 2021). From an affirmative perspective CP can sustain the development of so called Green Innovation including for example open water plastic collecting drones (<https://www.euronews.com/green/2022/06/17/these-drones-are-swallowing-tonnes-of-plastic-waste-before-it-reaches-the-ocean>). AC in relation to CP includes the notion of students' computational action as meaningful and motivating rather than as just being part of uncritical academic tuition (Tissenbaum et al., 2019).

Theoretical considerations

To investigate how AC, CP and EE may or may not converge in discourses in national syllabuses in Colombia and Sweden we draw on Gee (2010) Discourse analysis. Discourses play a significant role because through them we can understand how meaning is built for example in policy documents. Discourses with a big D are the (implicit) meanings that are built through the language-in-use, i.e., through the words written in syllabuses. Discourses aren't merely language-in-use, they include who communicates, what is being communicated and what is done in socially situated activities. Through deconstruction of language-in-use it is possible to identify Discourses. To deconstruct language-in-use, questions about some or all building tasks used to construct "realities" through communication can be asked (Gee, 2010). Here we use three building tools (*significance*, *politics*, and *connections*) to identify Discourses in the national syllabuses. In connection to the three building tools, we ask Discourse analysis questions to understand what specific pieces of language say about specific areas of reality (Gee, 2010). In the present study a focus on the three building tools allows us to identify what policy makers find important for students to have, what education should provide and how they consider possible connections among AC, CP, and EE.

The *significance* tool recognizes what is rendered significant (and not) in the syllabuses in relation to AC, CP, and EE. The question of inquiry is: *How is this piece of language being used to make certain things significant or not and in what ways?*

The *politics* tool recognizes what is worth to have for students in the math, science, or technology subjects. The question of inquiry is: *What perspective on social goods is this piece of language communicating?*

The *connections* tool recognizes how some pieces of language connect or disconnect things. The question of inquiry is: *How does it make one thing relevant or irrelevant to another?*

Methodology

Data material

The data material that we used for analysis was Science (52 pages), Mathematics (27 pages) and Technology (22 pages) syllabuses for primary and secondary school which were stipulated for the National Agency of Education in Sweden and Colombia (MEN, 2006). The educational policy documents issued by the two countries' governments respectively are intended to shape classroom practices in both countries. The general structure of them is similar. They describe the aim of the subjects (science, math, and technology), the subject contents and the assessment orientations. However, Swedish curricula have a more fixed structure throughout the subjects.

Methods of analysis

First the Colombian and Swedish mathematics, science and technology syllabuses were read carefully. Swedish syllabuses and quotes from Colombian curriculum in this paper were translated into English by the authors to obtain an accurate translation. Then we conducted an iterative, abductive analysis process that moved among the first two steps described below to code the data material in the software NVivo. This software helps us to organize the information given in the syllabuses and facilitates the exploratory analysis. Both syllabuses were coded in the same project but as different cases (Colombian and Swedish cases). This allowed us to analyze the results both merged and separated.

The first step of the analysis was to identify codes that related to AC, CP, and EE. This step comprised careful and reflective reading of the documents developing initial codes and taking reflective notes while at the same time drawing on Jensen and Schnack (1997) criteria for AC. This procedure resulted in a distinction between what students should know and what they should be able to do to distinguish action. Hence, we used the codes *to know* and *to do*. Since action competence is about making decisions and solving problems, we decided to use the codes *make decision* and *problem*. In AC, the decision making relates to environmental and societal issues, so we decided to use the codes *society* and *environment*. Finally, we decided to use the code *programming* to enmesh CP in the documents.

The second step was made by means of the digital software NVivo. This process was an iterative dragging and dropping. Namely, dragging the portion of text in the document and dropping it to each related code. For example, one of the fragments of the text coded under *to know* was: “*Natural numbers and their properties and how the numbers are divided and used to indicate number and order*”. (Skolverket, 2022, p. 55). This fragment is part of the mathematical content in Swedish curriculum. The next fragment from Colombian technology curriculum is an example of what was coded under *programming*: “*I assemble systems following instructions and schemas*”. (MEN, 2008, p. 22)

In *the third step* we used explorative cluster analysis and charts from query results in NVivo to explore patterns and subsequently construe Discourses by means of the building tools proposed by Gee (2010). Cluster analysis and query results in NVivo transform qualitative data into quantitative variables (Jackson & Bazeley, 2019) and are part of the explorative process that provoke ideas and inferences but not final conclusions. Quantitative variables can show the code frequency in the data material. The more often they appear the more important (*significance tool*) and worth having (*politics tool*) they are being made through the language-in-use in the data material. By means of the explorative cluster analysis in NVivo it is possible to perceive similarities between the selected codes. These similarities are calculated by comparing the amount of similar (or different) text coded in a specific code.

Results

When we explored the data material in NVivo we tried the cluster analysis tool focusing on code similarity. The diagram displayed in figure 1 appeared. The diagram shows some codes as clustered together and other as further apart. According to this, the code *programming* and the other codes regarding AC do not seem to have similarities. The diagram suggests that *programming* is not so connected to the other codes. This intrigued us to further investigate how the different coded sections appeared as part of each other or close to each other (or not) in the documents. For example, if the codes environment and programming appear in the same section of the document then they are closely connected. We found that programming was not specifically connected to AC in the policy documents. The code *make decisions* does not often appear close to the other codes. Consequently, we infer that the development of the capacity to make decisions is not specifically connected to society, problem solving, environment and programming. In other words, since the criteria decision making is significant for AC but disconnected from what the decision making is about in AC, AC appears to be made insignificant in the syllabuses.

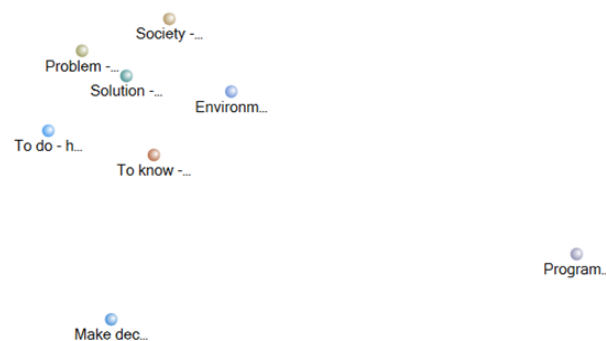


Figure 1: NVivo Cluster analysis.

A result from the NVivo analysis is the comparison chart in figure 2. This figure shows the frequency of each code in the Colombian and Swedish syllabuses. One of the most frequent and therefore most significant code in both countries was *to know*. Consequently, we construe “knowledge” or to use the words of Biesta (2015) qualification, as significant in the mathematics, science, and technology syllabuses in both countries. The NVivo analysis shows low frequencies of the codes *to do* and *make decision* in both contexts. Thus, the development of students decision-making abilities is made insignificant in the documents. Finally, the code *programming* has the lowest number of occurrences in both syllabuses. However, the mere fact that programming as a content appears in both countries’ syllabuses when considering what could be made significant or not by in/or exclusion in the syllabuses we recognize that all of what is mentioned is significant to some extent.

	A : Colombia ▾	B : Sweden ▾
1 : To know ▾	114	145
2 : To do ▾	36	27
3 : Solution ▾	78	46
4 : Society ▾	59	38
5 : Problem ▾	71	25
6 : Make decision ▾	20	40
7 : Environment ▾	65	57
8 : Programming ▾	3	10

Figure 2: NVivo Query results of code frequency

The construed Discourses after the process were: (1) *Qualification is what counts*, (2) *Programming has little to do with environmental sustainability*, and (3) *Students are not decision makers*.

Qualification is what counts. This is the dominant discourse in the data material of the study. Syllabuses in Colombia and Sweden emphasize the qualification of students and the accumulation of knowledge. For example, the Swedish mathematics syllabus says: “The teaching should contribute to the students

developing knowledge to be able to formulate and solve problems as well as reflect on and evaluate selected strategies, models, and results. The students must also be given the conditions to develop knowledge to be able to interpret every day and mathematical situations and to describe and formulate these using the expressions of mathematics” (Skolverket, 2022, p. 54). The Colombian syllabus states: “In their (the learners) experiences within the pedagogical practices, knowledge arise in learners as the more efficient tool to solve related problems in the practices”. (MEN, 2006, p. 72). Both syllabuses emphasize the development of knowledge to be able to interpret, describe, formulate and to solve problems within arranged educational situations. Thus, the development of knowledge is linked with the capacity to enhance problem-solving. Of course, knowledge is central to education and knowledge could motivate action. However, knowledge as such does not assure the decision-making capacity.

Programming has little to do with environmental education. As shown above, there are less similarities between the code programming and other codes. This suggests that programming is not so closely connected to the other codes. However, we could find some sentences that open the possibility to connect CP and EE in both syllabuses. The Swedish Technology syllabus says: “Students must be given opportunities to develop an understanding that technology is important to and affects people, society, and the environment. In this way, students can develop a technical awareness and an ability to relate technical solutions and their own use of technology to issues related to sustainable development”. (Skolverket, 2022, p. 257). Colombian Technology syllabus states: “I identify some environmental and health consequences due to the use of technological products” (MEN, 2008, p. 17) . We can see here that there is an awareness regarding how technological developments can affect the environment in a positive or negative way. However, programming is not explicitly mentioned as part of ‘technology’.

Students are not decision makers. There are few connections between the codes to-know and make decisions. Apparently, the qualification discourse is not connected to the capacity to make decisions. We can see from the Swedish math syllabus: “The student mainly chooses and uses working mathematical methods to make simple calculations with natural numbers and solve simple routine tools with satisfactory certainty”. (Skolverket, 2022, p. 60). The quote implies that decision-making is strictly regulated within mathematics itself, rather than real-life situations. Colombian syllabus states: “The design of mathematical situations that allow students to make decisions is stressed” (MEN, 2006, p. 73). In this sense, the intention is that students have opportunities to practice decision-making. Figure 2 shows the lack of coded text associated with make-decisions, which suggests that decision making is made insignificant in both countries’ syllabuses. Hence, the ability to make decisions, which is a pivotal part of AC, is made insignificant in the syllabuses.

Discussion

This study investigates how AC, CP and EE may or may not converge in discourses in national syllabuses in Colombia and Sweden. Through Gee (2010) discourse analysis, we identified the following discourses: (1) *Qualification is what counts*, (2) *Programming has little to do with environmental sustainability*, and (3) *Students are not decision makers*. *Qualification is what counts* resonates with Biesta (2015) words with respect to the aim of education and what education should produce. According to Biesta (2015) the three domains of educational purpose: qualification, socialization and subjectification need to be balanced in pedagogical practices and curricula. The Discourse *Programming has little to do with environmental sustainability* indicates that CP and EE have been included to some extent in syllabuses in Colombia and Sweden but there are not related to each other. The Discourse *Students are not decision makers* shows that the cultivation of AC is not one of the intentions of syllabi. (Jensen & Schnack, 1997). Then, despite that there are some components of AC in the syllabuses, there is a lack of text in the curriculum that captures the AC ideas which includes its several components. The Discourse *Qualification is what counts* seems to be the base of the two others. This means that since qualification is the dominant discourse within both curricula, it appears to be an imbalance between the three domains of educational purpose. Despite Colombia is a country of the Global South and Sweden is a country of the Global North, it seems that both educational systems have focused on the academic

achievement and need to prove that learners are skilled, especially for the national and international tests. However, there are considerable differences in PISA scores between both countries. The second discourse makes evident that CP and EE are in the curriculum, but with different paths or with aims that are not connected. One reason could be that the traditional organization of content in subject-matter do not allow the unification of efforts to build overall solutions to educational issues. CME (Barwell & Hauge, 2021) could provide opportunities to policymakers, principals, and teachers to consider environmental issues such as climate change from a more integrated perspective. Thus, we can think of, for instance, how mathematics made possible the development of CP and reflect about how mathematics and CP have contributed to climate change and how paradoxically could contribute with solutions. CME could offer a critical approach to Environmental issues that matter to students; therefore, this critical approach could foster AC.

It is important to mention that this study is limited to Colombia and Sweden; one country in the global north and one country in the global south. Despite the societal and economical differences, the syllabuses show similarities regarding the exploration of AC notion and the connections between CP and EE in syllabuses. One reason could be that most of the countries in the global south adapt curriculums and syllabuses from the global north to broad upper secondary education possibilities for their citizens. The Discourses that we found in the study are relevant in relation to the aims of education in this evolving, changing, and accelerated world. Nowadays we could build a better education for all focused in our planet and the possibilities that we have with critical and affirmative understandings about science, mathematics, and technology developments.

References

- Barwell, R., & Hauge, K. H. (2021). Chapter 8 A Critical Mathematics Education for Climate Change: A Post-Normal Approach. In (pp. 166-184). Brill.
https://doi.org/https://doi.org/10.1163/9789004465800_008
- Biesta, G. (2015). What is Education For? On Good Education, Teacher Judgement, and Educational Professionalism. *European Journal of Education*, 50(1), 75-87. <https://www.jstor.org/stable/26609254>
- Braidotti, R. (2019). *Posthuman Knowledge*. Wiley.
<https://books.google.se/books?id=nOAlvgEACAAJ>
- Branchetti, L., Cutler, M., Laherto, A., Olivia, L., Palmgren, E., Tasquier, G., & Wilson, C. (2018). The I SEE project: An approach to futurize STEM education. 9. <https://doi.org/10.13135/2384-8677/2770>
- Gee, J. P. (2010). *How to do Discourse Analysis : A Toolkit*. Taylor & Francis Group.
<http://ebookcentral.proquest.com/lib/malmo/detail.action?docID=574558>
- Hillbur, P., Ideland, M., & Malmberg, C. (2016). Response and responsibility: fabrication of the eco-certified citizen in Swedish curricula 1962–2011. *Journal of Curriculum Studies*, 48(3), 409-426.
<https://doi.org/10.1080/00220272.2015.1126358>
- Hueso, O. H., & Arce, L. S. (2019). La educación ambiental en Colombia, utopía o realidad. *Revista Conrado*, 15(67), 213-219.
- Husamah, H., Suwono, H., Nur, H., & Dharmawan, A. (2022). Action competencies for sustainability and its implications to environmental education for prospective science teachers: A systematic literature review. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 18(8).
<https://doi.org/10.29333/ejmste/12235>

IPCC. (2022). Climate change 2022: Impacts, adaptation and vulnerability. *Contribution of Working Group II to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. <https://www.ipcc.ch/report/ar6/wg2/>

Isaksson Persson, H. (2022). Has Computational Thinking a Place in the Curriculum? PATT39: Pupils' Attitudes Towards Technology,

Jackson, K., & Bazeley, P. (2019). *Qualitative data analysis with NVivo*. Sage.

Jensen, B. B., & Schnack, K. (1997). The Action Competence Approach in Environmental Education. *Environmental Education Research*, 3(2), 163-178. <https://doi.org/10.1080/1350462970030205>

Mejía-Cáceres, M. A., Huérfano, A., Reid, A., & Freire, L. M. (2021). Colombia's national policy of environmental education: a critical discourse analysis. *Environmental Education Research*, 27(4), 571-594.

Mellin-Olsen, S. (1987). *The politics of mathematics education* (Vol. 4). Springer Science & Business Media.

MEN. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Ministerio de Educación Nacional. https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf

MEN. (2008). *Guía N 30. Orientaciones generales para la educación en tecnología. Ser competente en tecnología, una necesidad para el desarrollo*. Ministerio de Educación Nacional. https://www.mineduacion.gov.co/1780/articles-160915_archivo_pdf.pdf

Mogensen, F., & Schnack, K. (2010). The action competence approach and the 'new' discourses of education for sustainable development, competence and quality criteria. *Environmental Education Research*, 16(1), 59-74. <https://doi.org/10.1080/13504620903504032>

OECD. (2019). *PISA 2018 Results (Volume I)*. <https://doi.org/doi:https://doi.org/10.1787/5f07c754-en>

Parra, A. (2021). Mathematics education, researchers and local communities: A critical encounter in times of pandemic, pareidolia and post-factualism. *Exploring new ways to connect: Proceedings of the Eleventh International Mathematics Education and Society Conference 1-3*, 65-80. <https://doi.org/10.5281/zenodo.5457124>

Pérez-Vásquez, N. D. S., Cadavid-Velásquez, E. D. J., & Flórez-Nisperuza, E. P. (2021). La educación ambiental: una tarea inconclusa desde los proyectos ambientales escolares. *Revista Boletín Redipe*, 10(7), 84-96.

Rieckmann, M. (2017). *Education for sustainable development goals: Learning objectives*. UNESCO publishing.

Roehrig, G. H., Dare, E. A., Ring-Whalen, E., & Wieselmann, J. R. (2021). Understanding coherence and integration in integrated STEM curriculum. *International Journal of STEM Education*, 8(1). <https://doi.org/10.1186/s40594-020-00259-8>

Ryan, U., & Steffensen, L. (2021). From the Present Towards Hope for the Future. In *Applying Critical Mathematics Education* (pp. 231–239). https://doi.org/10.1163/9789004465800_011

Skolverket. (2022). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet*. Swedish National Agency of Education. <https://www.skolverket.se/undervisning/grundskolan/laroplan-och-kursplaner-for-grundskolan/kursplaner-for-grundskolan>

Skovsmose, O. (2007). Mathematical Literacy and Globalisation. In B. Atweh, A. C. Barton, M. C. Borba, N. Gough, C. Keitel, C. Vistro-Yu, & R. Vithal (Eds.), *Internationalisation and Globalisation in Mathematics and Science Education* (pp. 3-18). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-1-4020-5908-7_1

Tissenbaum, M., Sheldon, J., & Abelson, H. (2019). From computational thinking to computational action. *Communications of the ACM*, 62(3), 34-36.

Vinnervik, P. (2020). Implementing programming in school mathematics and technology: teachers' intrinsic and extrinsic challenges. *International journal of technology and design education*, 1-30.

Waite, J., & Sentance, S. (2021). *Teaching programming in schools: A review of approaches and strategies*. <https://www.raspberrypi.org/app/uploads/2021/11/Teaching-programming-in-schools-pedagogy-review-Raspberry-Pi-Foundation.pdf>.

EL PROFESOR DE MATEMÁTICAS DESEADO PARTICIPE DE UNA FÁBRICA

O PROFESSOR DE MATEMÁTICA DESEJADO PARTICIPA DE UMA FÁBRICA

THE DESIRED MATH TEACHER PARTICIPATES IN A FACTORY

Alberto López-López

(Universidad de Tarapacá, México)

cherkey.ipn@gmail.com

Recibido: 12/07/2023

Aprobado: 12/07/2023

RESUMO

Este artigo discute como a imagem idealizada do "professor de matemática desejado" é construída por meio de discursos e relações de poder. O professor é visto como tendo um papel ativo no funcionamento da escola e é responsável por produzir indivíduos matematicamente competentes e produtivos que possam ter sucesso na sociedade. Além disso, analisa-se como o professor deve se adaptar constantemente às exigências da sociedade de controle, que está em constante mudança e exige novas habilidades e conhecimentos. O artigo se baseia nos conceitos de Foucault e Deleuze para analisar a construção do professor de matemática almejado e como ele é regulado por demandas e instituições sociais. Apesar de questionar se o professor pode resistir a essa regulação e criar algo diferente, o artigo conclui que o professor é consumido pelo mesmo sistema. Portanto, destaca-se a importância de ser crítico e promover um ambiente socialmente eficaz no qual o professor possa participar ativamente de seu desenvolvimento profissional. Em outras palavras, explora-se a construção da imagem idealizada do professor de matemática desejado, como o professor deve se adaptar constantemente às demandas mutáveis da sociedade de controle e a importância de ser crítico e promover um ambiente socialmente eficaz no qual o professor possa participar ativamente do seu desenvolvimento profissional.

Palavras-chave: professor de matemática. fabricação. poder. desejo.

ABSTRACT

This article discusses how the idealized image of the "desired mathematics teacher" is constructed through discourses and power relations. The teacher is seen as an active component in the functioning of the school, responsible for producing mathematically competent and productive individuals who can succeed in society. Additionally, it analyzes how the teacher must constantly adapt to the demands of the control society, which is constantly changing and requires new skills and knowledge. The article is based on the concepts of Foucault and Deleuze to analyze the construction of the desired mathematics teacher and how it is regulated by social demands and institutions. Despite questioning whether the teacher can resist this regulation and create something different, the article concludes that the teacher is consumed by the same system. Therefore, the importance of being critical and promoting a socially effective environment in which the teacher can actively participate in their professional development is emphasized. In other words, the

construction of the idealized image of the desired mathematics teacher is explored, how the teacher must constantly adapt to the changing demands of the control society, and the importance of being critical and promoting a socially effective environment in which the teacher can actively participate in their professional development is highlighted.

Keywords: mathematic teacher. manufacturing. power. desire.

RESUMEN

En este artículo se discute cómo se construye la imagen idealizada del "profesor de matemáticas deseado" a través de discursos y relaciones de poder. Se considera que el profesor tiene un papel activo en el funcionamiento de la escuela y es responsable de producir individuos matemáticamente competentes y productivos que puedan tener éxito en la sociedad. Además, se analiza cómo el profesor debe adaptarse constantemente a las demandas de la sociedad de control, que está en constante cambio y exige nuevas habilidades y conocimientos. El artículo se basa en los conceptos de Foucault y Deleuze para analizar la construcción del profesor de matemáticas deseado y cómo está regulado por las demandas y las instituciones sociales. A pesar de cuestionar si el profesor puede resistir esta regulación y crear algo diferente, el artículo concluye que el profesor es consumido por el mismo sistema. Por lo tanto, se destaca la importancia de ser crítico y promover un ambiente socialmente efectivo en el que el profesor pueda participar activamente en su desarrollo profesional. En otras palabras, se explora la construcción de la imagen idealizada del profesor de matemáticas deseado, cómo el profesor debe adaptarse constantemente a las demandas cambiantes de la sociedad de control y la importancia de ser crítico y promover un ambiente socialmente efectivo en el que el profesor pueda participar activamente en su desarrollo profesional

Palabras clave: profesor de matemáticas. fabricación. poder. deseo

Introducción

La preocupación constante que ha existido sobre el profesor de matemáticas, en específico sobre su deber y hacer, ha convertido al profesor de matemáticas en un campo de interés en los últimos años (Sfard, 2005). Por ejemplo, dentro de la investigación en educación matemática se ha afirmado que el profesor debe tener diferentes tipos de conocimiento, tales como conocimiento matemático, conocimiento pedagógico y conocimiento psicológico (ver Carrillo, et al., 2013; Climent, 2002 Muñoz-Catalan, et al., 2015; Gómez-Chacón, et al., 2016; Blanco-Álvarez, et al., 2017; Opazo y Cordero, 2021;) sin embargo, a pesar de los diferentes tipos de conocimiento, el foco está en su expertise de dicho conocimiento. Poner el foco en el conocimiento del profesor de matemáticas —así como en otras características, competencias, habilidades, etc. del profesor— han dado paso a la circulación de discursos que dan luces de un profesor de matemáticas deseado —ideal—, un ser competente y efectivo que cumpla con todos los aspectos que se le demanda y requiere. Todo esto ha llevado a convertirlo en un ser no real si no en un ser discursivo al cual es imposible acceder (Montecino y Valero, 2015), donde pareciera ser un agente que tiene la capacidad de decidir —agencia— pero es controlada por aspectos que se salen de su alcance.

Este discurso crea una figura idealizada, "El Profesor de Matemáticas Deseado", hacia el cual los profesores dirigen sus prácticas de acceso, convirtiéndolo en un componente fundamental de una fábrica llamada escuela, como un engranaje activo en su funcionamiento, que compite constantemente con sus pares para acceder al profesor de matemáticas deseado. Foucault (1982) denominó a este proceso de construcción de sujetos como subjetivación, que involucra tanto la constitución del sujeto como de las relaciones de poder que lo rodean. En este sentido, la escuela funciona como una fábrica que transforma a los seres humanos en sujetos visibles y controlables (Rodríguez, 1995, p. 171).

El profesor de matemáticas como engranaje de una fábrica

Al ser el profesor de matemáticas un engranaje de la fábrica llamada escuela, cumple dos tareas fundamentales, fabricar a otros matemáticamente y fabricarse continuamente a sí mismo. La fabricación según Popkewitz, Díaz y Kirchgasler (2017) tiene un atributo dual: primero las ficciones, que nos orientan sobre cómo pensar a los tipos de personas en relación con las circunstancias que son cambiantes históricamente; y segundo, la fabricación, que va a determinar quiénes son y qué hacen las personas por medio de narrativas, historias y teorías.

Para poder entender al profesor deseado de matemáticas, como el engranaje de una fábrica, se hablará sobre sus dos tareas mencionadas anteriormente. La primera tarea, fabricar a otro matemáticamente, lo cual no solo implica convertir a los estudiantes en matemáticos, a menos que ese sea su objetivo de estudio, sino en fomentar el desarrollo de habilidades cognitivas y el pensamiento crítico, para que los estudiantes puedan ser seres racionales y productivos en la sociedad, donde las matemáticas les brindan las herramientas necesarias para interpretar el mundo a través de sus recursos matemáticos, lo cual les permite convertirse en individuos altamente valorados por la sociedad y en la clase de personas que se necesitan para prosperar en la vida, es decir —ser el niño deseado para la sociedad—. Por ejemplo, cuando el niño aprende geometría esta “tiene efectos de poder en las subjetividades de los estudiantes, no solo en términos de opresión y sujeción, sino también en la fabricación de formas productivas de estar en el mundo a través de prácticas del yo” (Andrade-Molina y Valero, 2017, p. 266). De acuerdo con Gutstein (2003), leer el mundo usando las matemáticas consiste en identificar y comprender relaciones de poder, desigualdades sociales, racismo, así como hacer conexiones de su vida inmediata y el mundo social al poner en uso las matemáticas. En términos de Skovsmose (2008) es desarrollar un alfabetismo funcional y crítico el cual va a depender de la realidad de la persona. El encargado de alfabetizar matemáticamente a estudiantes para que puedan incorporarse a las necesidades sociales y laborales que son exigidas por su sociedad es el profesor de matemáticas, es decir, aquel engranaje que fábrica¹ a sujetos altamente calificados que determinen su ser y hacer en la sociedad. Esta postura es evidente en discursos de instituciones internacionales como la OCDE con la evaluación PISA, la cual mide la capacidad de cada estudiante para incorporarse a las necesidades sociales que existen en la actualidad (OCDE, 2014). De esta manera, la educación matemática juega un rol importante en la sociedad, tal como señala Valero, et al. (2015) “desde perspectivas histórico-culturales, cómo las prácticas educativas de las matemáticas contribuyen a la formación de los sujetos racionales de nuestro tiempo e insertan a las personas en formas de conocer y racionalidades matemáticas socialmente valoradas” (p. 287) esta formación matemática que señalan los autores, como se ha mencionado, es tarea del profesor de matemáticas, que como engranaje de la fábrica debe tener los elementos requeridos para desarrollar su labor, esto nos lleva a pensar a su segunda tarea que es fabricarse continuamente a sí mismo.

Para entender la fabricación del profesor de matemáticas en sí mismo, se utilizarán los términos dispositivo (Deleuze, 1992b; Foucault, 1980), régimen de verdades (Foucault, 1980), discursos (Deleuze, 1986; Foucault, 1971, 1980), el deseo (Deleuze y Guattari, 1977) y las sociedades de control (Deleuze, 1992a). Estos términos, al momento de colocar al profesor de matemáticas como engranaje de una fábrica, nos permitirán entender cómo el profesor de matemáticas deseado se convierte en un ser discursivo y al mismo tiempo en un dispositivo dispuesto a cumplir las exigencias determinadas por la sociedad de control. El control “se ejerce fluidamente en espacios abiertos, en forma desterritorializada, mediante los psico-fármacos, el consumo televisivo, el marketing, el endeudamiento privado, el consumo, entre otras modalidades.” (Deleuze, 2006, p1), y actualmente se podrían anexar redes sociales

El profesor de matemáticas deseado es producto del gobierno, este debe responder a necesidades y demandas sociales, y a su vez en un agente que favorece intereses que enmarcan su deber ser y hacer,

¹ Entendemos fabricación en términos de los enfoques foucaultianos (Foucault 1995) de la gubernamentalidad, y del trabajo de Sitomaniemi-San (2015) donde la fabricación se refiere a la formación del profesor por medio de prácticas culturales discursivas, formas en que el profesor (y el sujeto) se teje discursivamente en su rol social y al elemento ficticio de tal fabricación, donde por un lado denota la producción, fabricación de un producto en una fábrica, y por otro la fabulación donde se crea un ideal al que uno aspira pero no es alcanzable que Sitomaniemi-San nombra —la composición de un cuento de hadas—

que, al momento de prestar sus servicios para cumplir su primera tarea, lo encaminan a prácticas discursivas y a su vez a fabricar subjetividades (Montecino, y Valero, 2015). Vislumbremos al profesor de matemáticas como un teléfono² celular (producto) que presta sus servicios para enseñar matemáticas (agente), este teléfono celular está dentro de un mercado donde compite con otros celulares que ofrecen el mismo servicio, ya sea de la misma forma o distinta, esto lleva a cada teléfono celular a realizar determinadas actualizaciones para mejorar sus servicio (formación continua que desarrolla el profesor) y permanecer en el mercado a lo que se cree le brindará mejores oportunidades, lo que Deleuze y Guattari (1977) llaman deseo. El deseo se construye desde lo social y debido a que la sociedad es constantemente cambiante, el deseo se reconstruye y modifica demasiado rápido, tanto es así que cuando alguien lo alcanza lo deseado ya cambio, mientras un teléfono celular tiene una nueva actualización para brindar su servicio hay una nueva necesidad que debe atender que no está contemplada dentro de su nueva actualización, lo que fuerza a tener una nueva actualización en un constante devenir. Así, el profesor de matemáticas está en ese constante devenir, donde “lo real no es lo que somos, si no lo que nos convertimos, lo que estamos en proceso de convertirnos, es decir, el otro, nuestro devenir en otro” (Deleuze y Guattari, 1994, p. 42). El devenir del profesor de matemáticas comienza desde que decide ser profesor de matemáticas, el cuál va siendo construido por su entorno social con tal de ir llegando a ese profesor deseado que compite para permanecer y sobrevivir en el sistema (Montecino, 2018b), tal como sucede con el teléfono celular que se encuentra en un mercado de competencia y busca sobrevivir en él.

El profesor de matemáticas que busca sobrevivir en el sistema, es decir, siga siendo ese engranaje funcional de la fábrica, se puede mirar desde una perspectiva cuasi-darwinista, que de acuerdo con Montecino (2017), consiste en la supervivencia del más apto, que le exige convertirse en el profesor deseado, el cual es productivo, exitoso y eficaz. En esta supervivencia constantemente es evaluado, ya sea directamente a él³ o por las evaluaciones que efectúan sus estudiantes (ejemplo SIMSE en Chile o PLANEA en México). Dentro de su supervivencia debe rendir cuentas que lo llevan a ser mejor cada vez, no por un gusto propio, sino porque la misma fábrica lo lleva a ser competitivo como un sentido de supervivencia dentro de la fábrica.

En el deseo de abrir nuevas oportunidades, la evaluación se convierte en un intercambio de saberes o rendimiento de cuentas, observa el nivel de conocimientos que ha adquirido el sujeto que está siendo evaluado, dando lugar al “ejercicio del poder con un cierto tipo de formación del saber” (Rodríguez, 1995, p. 170), y de cierto modo, mide el nivel de rendimiento, que en este caso tiene el profesor de matemáticas, para saber si aún es eficiente, llevándolo a caer a la lógica de la obsolescencia programada, regulando el consumismo, convirtiéndose en un “becoming” de ilusión, para responder a momentos sociales y políticos dominantes en ese momento dentro de la sociedad de control. Pero, ¿quién determina estos requerimientos sociales?, si bien están insertos en un espacio tiempo donde las ideas navegan estas se hacen visibles por instituciones reguladoras⁴, las cuales son entendidas como aquellos establecimientos más particulares que brindan sus servicios y depende de otro por arriba de él, en los que se determina que hacer y decir. En términos de Foucault (2012) es un ejercicio de poder que en la mayoría de las ocasiones no permiten cuestionar lo que sucede, Foucault al respecto señala:

Lo que hace que el poder se mantenga bien, lo que lo hace aceptado, es simplemente el hecho de que no solo pesa sobre nosotros como una fuerza que dice que no, sino que atraviesa y produce cosas. Debe considerarse como una red productiva que atraviesa todo el cuerpo social, mucho más que como una instancia negativa cuya función es la represión. (1980, p. 119)

² Aunque el teléfono celular en sí mismo no tiene agencia, ya que no tiene la capacidad de actuar y transformar su entorno, su uso está regulado por estructuras de poder y conocimiento que sí tienen agencia, según la definición de Foucault. Foucault señala que la agencia implica la capacidad de los individuos y grupos para producir y reproducir el poder mediante sus acciones y discursos. Esto puede incluir tanto la resistencia y subversión de las estructuras de poder existentes como la creación de nuevas formas de poder y la transformación de las relaciones sociales (Foucault, 1982).

³ En México por ejemplo se efectúa la evaluación por el servicio profesional docente cada cuatro años, que de acuerdo con sus resultados se le incentiva o sanciona.

⁴ Un ejemplo es la OCDE, NCTM, currículos nacionales e internacionales, que en su mayoría son creadas por los gobiernos, o revistas prestigiosas de nuestra área que nos señalan que se puede publicar y que no en ellas.

El que este ejercicio de poder sea cuestionado, aunque sea muy poco común, permite mirar al profesor de matemáticas desde fuera, es decir, no quedarse exclusivamente con lo que pasa dentro del aula, sino que exista una red de prácticas (Valero, 2009), donde el profesor debería ser pensado desde una red interconectada, como esta red de prácticas, en que la creación del profesor deseado está en constante comunicación con una imagen ideal emergida de estas interconexiones.

Dentro de esta imagen ideal del profesor de matemáticas, Montecino (2018b), identifica verdades que contribuyen a la conformación del profesor de matemáticas deseado por medio de una lectura intensiva de artículos publicados en “Journal of Mathematics Teacher Education”. Los discursos dominantes encontrados, llevan a la idea de deseo sobre lo que debe ser y hacer el profesor de matemáticas, entendiendo el ser como algo ideal a lo que debe llegar, y el hacer, como lo que de desarrollar u obtener para llegar a ese ser deseado. Por ejemplo: debe ser un erudito; tener un buen conocimiento matemático; tener una cantidad amplia de técnicas pedagógicas y didácticas que le permitan navegar adecuadamente en su práctica; conocer elementos de sus estudiantes como aspectos sociales, económicos e individuales y con ellos ajustar sus prácticas; etc. Cada uno de los puntos, detectados por Montecino, parecen ser los focos de atención en las investigaciones sobre el profesor de matemáticas, pero siempre es detectado como un profesor deficiente que le exige un cambio constante, enfrentándose al ideal, a sí mismo y a sus pares (Montecino y Valero, 2015). El enfrentarse al ideal, a sí mismo y a sus pares lo lleva a lo que se ha mencionado fabricarse a sí mismo convirtiéndose en un emprendedor de sí mismo que se va fabricando constantemente (Montecino, 2019).

Que el profesor de matemáticas sea un emprendedor de sí mismo, hace pensar que “tiene el control sobre su vida y sobre su desarrollo profesional, sin embargo, los intereses sociales, las demandas y los cambios configuran el devenir del docente, conduciendo su conducta y constituyendo formas de pensar y comprenderlo” (Montecino, 2019, p. 150). Aunque tiene libertad para elegir y consumir lo que necesite para su crecimiento profesional, esto puede llevarlo a caer en la trampa de la obsolescencia programada, similar a lo que ocurre con los teléfonos celulares que requieren actualizaciones constantes para competir en el mercado del consumismo.

En suma, tal parece que construir al profesor de matemáticas deseado es una tarea ardua que solo tiende a ser: -discursiva-, ya que funciona como una tarea reguladora de control que pone en juego el poder y deseo; -temporal-, porque es constantemente cambiante, mientras se llega a algo ya surgió algo nuevo; y -específica-, sobre lo que debe desarrollar en particular. En ellas todos saben cómo debería ser ese profesor deseado, pero nunca es alcanzado, y siempre está en carencia, lo que lo obliga a estar en una actualización constante con “la idea de que todos los docentes de matemáticas tienen oportunidades y posibilidades de mejora” (Montecino, 2018a, p. 161), si se enfrentan a ella. Así el profesor de matemáticas aspira constantemente a convertirse en ese profesor de matemáticas deseado regulado por una serie de competencias, las cuales buscan determinar cuáles son las aspiraciones que debe tener el profesor de matemáticas. Estas ideas llevan a pensar otras como si ¿podría el profesor de matemáticas salir de la racionalidad donde está siendo fabricado?, es decir ser rebelde a todo ello, a lo que Foucault llama resistir al poder y crear algo diferente (2012). Pareciera que lo puede hacer e impactar de diferente forma, pero al final sería consumido por el mismo sistema ya que “las tecnologías actuales de conducción de la conducta de los individuos y las sociedades nos llevan a todos, a veces sutilmente y a veces con fuerza, a un mundo de valor, consumo y comercialización” (Montecino, 2018a, p. 164) y dentro de ellas se encuentra presente el profesor de matemáticas.

En conclusión, el profesor de matemáticas deseado se espera sea fabricado como un dispositivo autorregulado y evolucionado (Montecino, 2017) pero al cuál es imposible acceder por los constantes cambios que existen como surgimiento de nuevos regímenes de verdad, que le exigen una inversión constante en su formación para poder sobrevivir y distinguirse de los demás en una evolución cuasi-darwiniana. Esta evolución le exige una responsabilidad ante dos tareas esenciales como engranaje de la fábrica llamada escuela, primero fabricar a otros matemáticamente y segundo, fabricarse continuamente a sí mismo lo que llama obsolescencia programada que está en un contante —becoming—. La búsqueda del profesor de matemáticas deseado está en un espacio tiempo autorregulado y determinado

por una sociedad que le exige ser crítico, es decir, que contenga herramientas promovedoras de un ambiente social eficaz en el que participe activamente en su devenir de supervivencia.

Referências bibliográficas

- Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. L. (2017). Formación de Profesores de Matemáticas desde la Etnomatemática: Estado de desarrollo. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31(58), 564-589. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n58a02>
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C., & Muñoz-Catalán, M. C. (2013). Determining Specialized Knowledge for Mathematics Education. En B. Ubuz, Ç. Haser, & M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eight Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2985-2994). Middle East Technical University and ERME.
- Climent, N. (2002). *El desarrollo profesional del maestro de Primaria respecto de la enseñanza de la matemática. Un estudio de caso* [Tesis de Doctorado no publicada]. Universidad de Huelva-España.
- Deleuze, G. (1986). *Foucault* (S. Hand, Trans. 2006 ed). The Athlone Press.
- Deleuze, G. (1992a). Postscript on the Societies of Control. *October*, 59, 3-7. <https://doi.org/10.2307/778828>
- Deleuze, G. (1992b). What is a dispositif? En *Michel Foucault: Philosopher* (pp. 156-168). Routledge.
- Deleuze, G. (2006). Post-scriptum sobre las sociedades de control. *POLIS, Revista Latinoamericana*, 5(13).
- Deleuze, G., & Guattari, F. (1977). *Anti-oedipus: Capitalism and schizophrenia* (R. Hurley, M. Seem, y H. R. Lane, Trans.). Viking Press.
- Deleuze, G., & Guattari, F. (1994). *What is philosophy?* Columbia University Press.
- Foucault, M. (1971). Orders of discourse. *Social science information*, 10(2), 7-30.
- Foucault, M. (1980). *Power/Knowledge: Selected interviews and other writings 1972-1977*. Pantheon Books.
- Foucault, M. (1982). The Subject and Power. In H. L. Dreyfus & P. Rabinow (Eds.), *Michel Foucault: Beyond Structuralism and Hermeneutics* (2nd ed., pp. 208-226). University of Chicago Press.
- Foucault, M. (1995). *DISCIPLINE AND PUNISH The Birth of the Prison*. Vintage Books.
- Foucault, M. (2012). *El poder, una bestia magnífica: Sobre el poder, la prisión y la vida* (1era ed.). Siglo Veintiuno Editores.
- Gómez-Chacón, I. M., Kuzniak, A., & Vivier, L. (2016). El rol del profesor desde la perspectiva de los Espacios de Trabajo Matemático. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 30(54), 1-22. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n54a01>
- Gutstein, E. (2003). Teaching and learning mathematics for social justice in an urban, Latino school. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(1), 37-73. <https://doi.org/10.2307/30034699>
- Montecino, A. (2017). The mathematics teacher's quasi-Darwinism: Problematizing mathematics education research. En T. Dooley & G. Gueudet (Eds.), *Proceedings of the 10th Congress of the*

European Society for Research in Mathematics Education (pp. 1521-1528). DCU Institute of Education and ERME.

Montecino, A. (2018a). Outcome of the Market: The Outdated Mathematics Teacher. En M. Jurdak & R. Vithal (Eds.), *Sociopolitical Dimensions of Mathematics Education* (pp. 151-168). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-72610-6_9

Montecino, A. (2018b). *The fabrication of the mathematics teacher as neoliberal subject* (Ph.d.-serien for Det Ingeniør- og Naturvidenskabelige Fakultet) [Data set]. Aalborg University Press. <https://doi.org/10.5278/VBN.PHD.ENG.00059>

Montecino, A. (2019). The professional mathematics teacher: Fabricating and governing the becoming of the teacher. *Educação Unisinos*, 1, 14.

Montecino, A., & Valero, P. (2015). Product and Agent: Two Faces of the Mathematics Teacher. En S. Mukhopadhyay & B. Greer (Eds.), *Proceedings of the Eighth International Mathematics Education and Society Conference* (Vol. 3, pp. 794-806). United States.

Muñoz-Catalán, M. C., Contreras, L. C., Carrillo, J., Rojas, N., Montes, M. Á., & Climent, N. (2015). Conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): Un modelo analítico para el estudio del conocimiento del profesor de matemáticas. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 18(3), 1801-1817.

OCDE. (2014). *PISA 2012 results: What students know and can do. Student performance in mathematics, reading and science*. OECD.

Opazo Arellano, C. E., & Cordero Osorio, F. (2021). Estudiante de docencia en matemáticas y la construcción de la identidad disciplinar. *Estudios pedagógicos (Valdivia)*, 47(1), 109-131. <https://doi.org/10.4067/S0718-07052021000100109>

Popkewitz, T. S., Diaz, J., & Kirchgasler, C. (2017). The Reason of Schooling and Educational Research: Culture and Political Sociology. En T. S. Popkewitz, J. Diaz, & C. Kirchgasler (Eds.), *A Political Sociology of Educational Knowledge: Studies of Exclusions and Difference* (pp. 3-22). Routledge.

Rodríguez, T. (1995). Poder y saber (La Micropolítica Foucaultiana y la Práctica Escolar). *Teoría de la educación*, 7, 163-181.

Sfard, A. (2005). What Could be More Practical than Good Research? *Educational Studies in Mathematics*, 58(3), 393-413. <https://doi.org/10.1007/s10649-005-4818-5>

Sitomaniemi-San, J. (2015). *Fabricating the teacher as researcher. A genealogy of academic teacher education in Finland*. (Ph.D. Thesis), University of Oulu, Oulu.

Skovsmose, O. (2008). Mathematical literacy and globalization. En A. C. Barton, M. C. Borba, B. Atweh, N. Gough, C. Keitel, & C. Vistro-Yu (Eds.), *Internationalisation and globalisation in mathematics and science education* (pp. 3-18). Springer.

Valero, P. (2009). Mathematics education as a network of social practices. En V. Durand-Guerrier (Ed.), *Proceedings of the VI CERME* (pp. 65-80). Université de Lyon-ERME.

Valero, P., Andrade-Molina, M., & Montecino, A. (2015). Lo político en la educación matemática: De la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(3), 287-300. <https://doi.org/10.12802/relime.13.1830s>

EQUITABLE AND INCLUSIVE MATHEMATICS CLASSROOMS?

BUILDING AWARENESS TOWARD GLOCAL HOPES AND FEARS ABOUT THE FUTURE

¿AULAS DE MATEMÁTICAS EQUITATIVAS E INCLUSIVAS?

Creando conciencia sobre las esperanzas y temores glociales sobre el futuro

SALAS DE AULA DE MATEMÁTICA EQUITATIVAS E INCLUSIVAS?

Conscientizando esperanças e medos glociais sobre o futuro

Melissa Andrade-Molina

(Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile)

melissa.andrade@pucv.cl

Recibido: 12/07/2023

Aprobado: 12/07/2023

ABSTRACT

This paper explores how the promises of equity and inclusion vanish into discourses about effectiveness, competitiveness, and meritocracy. Intentions of correcting onto-epistemic violence mutate into paradoxes of good intentions in the search for securing social order and economic prosperity. The hopes and fears about the future embody legacies of capitalist aspirations that position mathematics teachers as agents of change. Hence, mathematics teachers are granted full responsibility for correcting the wrongs generated by historical practices that shape modern society. The paper argues that Deleuze and Guattari's schizoanalysis becomes an analytical tool to map the flows of desire for equitable and inclusive education within capitalist aspirations. The desire flows are explored through global (transnational) and local (Chile) rhizomatic assemblage. Oedipus is used to reflect on the effects of power and desiring-production that positions education as a priority to safeguard the glocal future.

Keywords: equity. inclusion. ontoepistemic violence. schizoanalysis. mathematics education.

RESUMEN

Este artículo explora cómo las promesas de equidad e inclusión se desvanecen en discursos sobre eficacia, competitividad y meritocracia. Las intenciones de corregir formas de violencia onto-epistémica mutan en paradojas de buenas intenciones en la búsqueda de asegurar el orden social y la prosperidad económica. Las esperanzas y temores sobre el futuro encarnan legados de aspiraciones capitalistas que posicionan a los profesores de matemáticas como agentes de cambio. Por lo tanto, se otorga a los profesores de matemáticas la plena responsabilidad de corregir los errores generados por las prácticas históricas que dan forma a la sociedad moderna. Se posiciona al esquizoanálisis de Deleuze y Guattari como una herramienta analítica para mapear los flujos del deseo de una educación equitativa e inclusiva dentro de las aspiraciones capitalistas. Los flujos de deseo son explorados a través del ensamblaje rizomático global (transnacional) y local (Chile). Edipo se utiliza para

reflexionar sobre los efectos del poder y la producción deseante que posiciona la educación como una prioridad para salvaguardar el futuro glocal

Palabras clave: equidad. inclusión. violencia ontoepistémica. esquizoanálisis. educación matemática.

RESUMO

Este artigo explora como as promessas de equidade e inclusão desaparecem nos discursos sobre eficácia, competitividade e meritocracia. As intenções de corrigir formas de violência ontoepistêmica se transformam em paradoxos de boas intenções na busca de garantir a ordem social e a prosperidade econômica. Esperanças e medos sobre o futuro incorporam legados de aspirações capitalistas que posicionam os professores de matemática como agentes. Portanto, os professores de matemática têm total responsabilidade para corrigir os erros gerados pelas práticas históricas que moldam a sociedade moderna. A esquizoanálise de Deleuze e Guattari é posicionado como uma ferramenta analítica para mapear os fluxos de desejo por uma educação equitativa e inclusiva dentro das aspirações capitalistas. Os fluxos do desejo são explorados através do rizoma global (transnacional) e local (Chile). Édipo é usado para refletir sobre os efeitos da produção de poder e desejo que posiciona a educação como prioridade para salvaguardar o futuro glocal.

Palavras-chave: equidade. inclusão. violência ontoepistêmica. esquizoanálise. educação matemática.

Introduction

Achieving inclusive practices in mathematics education has been an unsolved puzzle in mathematics education research. How to attend diverse student groups and achieve more inclusive mathematical practices has been explored from various angles in mathematics education. For example, (1) research addressing how practices of dehumanization and epistemic violence of communities that have been highly segregated from school mathematics (i.e., the impact that mathematics teachers' racist stereotypes and educational policies have on students' performance) exclude these communities from the promised success through school mathematics (Valoyes-Chávez, 2019; Darragh & Valoyes-Chávez, 2019; Martin, 2019), and (2) research that proposes agendas to identify opportunities to promote more inclusive, democratic, and socially just mathematics classrooms (Bishop, Tan & Barktsas, 2015; Figueiras, Healy & Skovsmose, 2016; Kolloosche, Marcone, Knigge, Penteado & Skovsmose, 2019; Santos-Trigo, 2020; Radford, 2021; Davoli & Planas, 2022).

Research from the sociopolitical perspective in mathematics education (Atweh, Graven, Secada, & Valero, 2011; Straehler-Pohl, Bohlmann, & Pais, 2017; Valero, 2017; Roos, 2019) invites to rethink how diversity is configured from hegemonic discourses that define and perpetuate the conditions to identify particular groups as minority—or subaltern—and therefore belonging to the diverse, while recognizing a majority group as universal, and therefore, within of the norm. UNESCO (2020) also recognizes this phenomenon by pointing out that "society and culture determine the norms, define normality and treat difference as an anomaly" (p. 13). From here, there is a need to look for decolonizing tools in mathematics education (Schubring, 2017; Gutiérrez, 2017). These tools allow exploring possibilities of inclusion by identifying and challenging the causes that generate exclusion, marginalization, and segregation in the mathematics classroom. In this line, for example, Martin (2019) problematizes how equity-oriented discourses are positioned in two trajectories: "inclusion accompanied by marginalization and assimilation into existing cultures in mathematics education" (p. 460). However, both end up limiting school mathematics practices and restricting the possibilities of inclusion by keeping mathematical knowledge intact. Staurov and Miller (2017) point out that a decolonizing and anti-oppressive education implies much more than recognizing cultural diversity and other forms of

mathematical knowledge – i.e., Mapuche knowledge in Chile (see Andrade-Molina, 2021). To achieve an education based on equity and inclusion, as Staurov and Miller 2017 contends, "the initial causes that generate oppression must be identified and challenged, how inequality is produced in the classroom, and find strategies to counteract educational discourses" (p. 99) that have established who is taken as "normal" and who is "abnormal". Then, the bet is not to make students "eligible" through school mathematics for future opportunities—accommodate students to the norm—but to empower them through mathematical knowledge (Gutiérrez, 2017; Martin, 2019; Stinson, 2017; Stinson & Bullock, 2012; Valero & Meaney, 2014; Wolfmeyer, 2017).

Various questions can be raised that, particularly in the field of mathematics education, continue problematizing and challenging the guidelines and agendas for inclusion, namely, is it possible to structure a mathematics education that is potentially "for all" and not only for those recognized as "normal"? Is it possible for mathematics teachers to empower students, through mathematics, by recognizing "the[ir] particular characteristics" (MINEDUC, 2020, p. 76) in the mathematics classroom? Is it possible to set "learning objectives that are relevant, of quality for everyone, regardless of their sociocultural, ethnic, racial and gender origins" (UNESCO, 2018, p. 14)? Achieving inclusion in the mathematics classroom is not straightforward. Exploring more inclusive practices in the mathematics classroom that allow students to be empowered by mathematics and embrace diversity requires challenging the current school system configuration and structure. It also requires examining the impact of socially constructed prejudices on groups labeled as "minority." As Aguirre, et al. (2017) assert,

Together we need to find ways to solve this problem with all its facets and employ a more clearly antioppressive and humane course for mathematics education: a mathematics education that does not result in the negative experiences, fears, anxieties, and disaffected mathematical identities that we continue to encounter in schools and society. Research is needed for this to happen. (p. 215)

Global desire flows: toward equity and inclusion

Achieving equity and quality of education has been an increasing concern in the field of mathematics education. Even more after the release of the United Nation's 2030 Sustainable Development Goals, in 2015. These Goals aim at ending poverty, fighting climate change and diverse forms of injustice and discrimination, among others. The UN's current commitment is securing the inclusion of "all" by embracing diversity and assuring equal opportunities with the banner "leaving no one behind".

According to the UN, the 2030 agenda offers possibilities to effectively respond and recover from the pandemic while building a more inclusive and resilient future for "all". For this, they emphasize their promise of transforming the present towards a more just, equitable, tolerant, open, and socially inclusive world in which the needs of the most vulnerable people are taken into account (UN, 2015). Sustainable Development Goal 4 (SDG 4) focuses on "ensur[ing] inclusive and equitable quality education and promote lifelong learning opportunities for all" (UN, 2015, p. 16). A transformative educational agenda—a new vision for education—is built under the assumption that inclusion and equity are achieved in and through education (UNESCO, 2016). Then, education becomes a priority to safeguard the *glocal* future—*glocal* to denote that the global and the local are intertwined. The promise is to "addressing **all forms of** exclusion and marginalization, disparities and inequalities in access, participation and learning outcomes. No education target should be considered met **unless met by all**" (United Nations, 2016, p. 7, emphasis added).

To tackle "*ALL FORMS OF*", UNESCO (2020) acknowledges a collective responsibility to reverse all hurdles threatening the fantasized future. Building a more inclusive and democratic society is envisioned by honoring differences of opinion in the search for social cohesion and celebrating diversity, "dropping any stigmatizing labels assigned to children" (p. v). To reverse social hurdles, UNESCO (2020) proposes taking a step back and questioning the current state of things, such as being mindful of the dilemmas and tensions created by the critical design of educational systems. UNESCO, then, draw awareness on how the good intentions of Modern schooling might contribute to "slide into pressure to conform, wear down

group identities, and drive out languages. Recognizing and helping an excluded group in the name of inclusion could serve to marginalize them at the same time” (p. v). This phenomenon recognized by UNESCO has already been documented by Thomas Popkewitz as a process of *abjection* of educational policies (Popkewitz, 2008). From which poses an involuntary segregation in the effort to include, then certain groups are excluded in the impulse of including all in the practices of schooling. UNESCO (2020) has become conscious of the process of abjection produced by well-intended actions, by contending, for example, that:

Categorizing students is important to shine a light on specific groups and help make them visible to policymakers [...] Certain groups of children may be excluded not only by omitting them from textbooks, placing them at the back of the class or never calling on them, but also by lack of explicit recognition in data collection. Lack of data both results from and contributes to their invisibility [...] Outcomes can be monitored at the population level; service delivery can be monitored at the student level through administrative systems that identify needs. Understanding the purposes and types of inclusion-related data can therefore ease dilemmas of identification: **Identifying groups for statistical or policy purposes need not create a false dichotomy between ‘normal’ and ‘special’ groups that distorts efforts at inclusion.** (p. 67, emphasis added)

An example from Chile of these concerns is the rhetoric that circulates from large-scale studies. Damm et al. (2009) reported that the recurrent expressions about inclusion from people were more aligned toward emphasizing students’ differences and deficiencies rather than considering diversity as a learning opportunity. Some of the notions of inclusion voiced by the study’s participants were: “an inclusive school is well-equipped to receive all children having a problem”, “attending all types of need without discrimination” (p. 35). From these notions, an inclusive school is the one equipped to admit the ones in need of salvation. The solution, as contended by UNESCO, is to create monitoring mechanisms that escape from sorting out students into groups of “normal” and groups of incomplete students: “deficient”, “problematic”, “with special needs”.

Despite these good intentions, segregation and exclusion have been an important part of the school life of students from historically marginalized groups. Socio-economic disparities are taken as a persistent challenge in countries participating in PISA (UNESCO 2020), as an example.

More than two-thirds of immigrant students attended schools where at least half the students were immigrants (OECD, 2015). Another analysis using PISA data showed that half the students in Chile and Mexico but less than one-third in Scandinavian countries would have to be reassigned schools to achieve a uniform socio-economic mixture. (p. 80)

UNESCO (2018) has revealed that despite the success of policies in securing access to education, meaning that most children have a place/seat in a classroom, it has not been possible to guarantee access to knowledge and development of competencies and skills for all. This generates teaching and learning needs that are complex to attend, such as the need for teaching tools and abilities to build inclusive classrooms. For example, UNESCO (2020) has report that “One in three teachers in 43 mostly upper-middle- and high-income countries in 2018 reported that they did not adjust their teaching to students’ cultural diversity” (p. ,1). And that “25% of teachers in 48 education systems report a high need for professional development on teaching students with special needs (p. 1)

Local desire flows: toward inclusion

In Chile, education has begun to be framed as a more humane development toward securing access and inclusion to quality education as part of the local agenda (Castillo Peña, 2017). Despite enacting inclusion policies, students’ future possibilities are still conditioned by marginalizing practices (González, 2017). As aforementioned, UNESCO (2020) states that safeguarding inclusion in the classroom requires various measurements and actions tailored to embrace diversity, contributing to the awareness of everyone’s value and potential. In the same light, the Chilean Ministry of Education (MINEDUC, 2020b) states that educational inclusion turns into a model that “identifies and responds to the diversity of needs and characteristics of children, youth, and adults, considering educational

institutions as equitable spaces, without inequality or discrimination to guarantee learning” (p. 173). Then, inclusion is understood as a process that seeks to eliminate the barriers that hinder students’ learning experiences and full participation in the classroom: “[T]hrough changes and modifications in content, approaches, structures or strategies, so that each student has a place in the educational process tailored to their characteristics, interests, capacities and needs” (Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas [CPEIP], 2021a, p. 69).

In 2020, the Chilean government released the 2020-2028 agenda: *Primera estrategia nacional de educación pública 2020-2028* (First National Public Education Strategy). This agenda becomes the first approach to secure a “free, laic, pluralistic, quality education, capable of promoting social and cultural inclusion, equity, tolerance, respect for diversity and freedom, aware of regional and local particularities and guaranteeing the right to education” (MINEDUC, 2020a, p. 17). Like the UN’s 2030 agenda, the Chilean 2020-2028 agenda focused on promoting inclusive educational policies that address national concerns, such as embracing gender, ethnic, racial, linguistic, mobility, and neuro diversity, particularly in early childhood. To achieve this promise, MINEDUC aims at five targets: learning, quality, equity, participation, and inclusion. MINEDUC, similarly to UNESCO, emphasizes the importance of inclusive teachers’ practices and the need for teaching education to develop tools and abilities to build inclusive classrooms. For example, CPEIP (2021a) acknowledges the importance of the role played by teachers while attending diversity in their teaching practices to provide feedback to students or to strengthen their own practice and competencies to ensure inclusive education:

Students’ diversity and the expectation of teaching under the principle of inclusion (...) demand from teachers a planning of differentiated adjustments according to their students’ educational needs and cultural belonging (e.g., Decree No. 170 of 2009 and Decree No. 83 of 2017, Inclusion Law No. 20,845, First National Human Rights Plan 2021. (CPEIP, 2021a, p. 12)

MINEDUC (2020) proposes a plan to secure inclusion in Chilean classrooms that should reshape schools and the curriculum. The plan includes measurements such as: To improve the learning levels of “all” students through the implementation of a quality “inclusive, equitable curricular management” able to “reduce gender gaps” and, also, “improving equity and quality, with a seal on the fundamental competencies for the 21st century, citizen training and socio-emotional aspects, following the national curriculum” (p. 64). Alongside improving management, MINEDUC advocates for improving practices and strengthening human and technical capacities, abilities, and competencies of key actors (teachers, educators, principals, educational assistants) by accompanying teachers and principals’ work “to improve the quality of their practices in order to achieve more and better learning opportunities in Public Education as well as promoting innovative practices in the classroom, such as innovative teaching methods, evaluation, and use of technology in order to improve students’ learning experience (MINEDUC, 2020).

Mathematics teachers and capitalist desires

Historically, teachers have been considered agents of change in promoting and enacting educational policies (Luschei y Chudgar, 2015; OECD, 2016). It has been said that teachers are able to increase and improve students' opportunities in life (UNESCO, 2007) in building a fairer society (OECD, 2014a) and in guaranteeing equitable and inclusive education that leaves no one behind (UNESCO, 2016). Particularly in mathematics, teachers have been granted a Promethean task given that mathematics is considered valuable knowledge that not only permits the development of core abilities and skills for productive and active citizenship but also impacts students' futures. OCDE (2014), for example, contends that “basic math skills have a huge impact on people's life chances (...) poor math skills severely limit people's access to better paying and more rewarding jobs” (p. 6). Therefore, school mathematics is more than valuable knowledge to develop skills needed for daily life but, at the same time, becomes a gatekeeper for students' social mobility and well-being. Mathematics teachers' practices seem to be taken as decisive for inclusion. The European Commission (2011) states that teaching mathematics to face social challenges requires more than effective teaching related to content knowledge and pedagogical

tools (knowing how to teach mathematics) but knowing how each student learns. Then, "equity in the mathematics classroom becomes another primary challenge along with the inclusion and cohesion of students, considering cognitive, ethnic, and socioeconomic diversity" (CPEIP, 2021b, 73). Even more challenging when students' achievement levels are so unequal. Ramírez and Viteri (UNESCO-ORELAC, Ramirez, & Viteri, 2016) reported that, in 15 surveyed countries, differences in student performance in the same classroom are significant: "48% of students are in Level I, 24% in Level II, 20% in Level III, and 8% in Level IV" (p. 28). These disparities present a great challenge for mathematics teachers, "who must simultaneously teach students in levels I, II, III and IV, that is, students that have extremely dissimilar mathematical competences. who must simultaneously teach students who are in levels I, II, III, and IV, and who therefore have very different mathematical competencies" (p. 29).

Then, the role of mathematics teachers is far beyond teaching mathematics through innovative methods and technology. Mathematics teachers are responsible for their student's future success (success translated into, for example, well-paying jobs, social mobility, and active citizenship). Avoiding the process of abjections in the quest for equitable and inclusive mathematics classrooms does not require a new, improved, better-tuned method for monitoring individual, national, and international progress that takes into account students' diversity of a wide range of incommensurable variables that make them who they are. Instead, it requires being mindful of social and historical factors that enable to pathologized individuals. How people conceive and express themselves is conditioned by the structures with which Oedipus is the figure of power. Schizoanalysis helps in exploring the forces of continuity and change within the assemblage along a deterritorialisation/reterritorialisation that permit to contend that, contrary to *Glocal* beliefs, mathematics teachers are inserted, subjected to the very dominant narratives that make the exclusion of historically marginalized groups possible. Their practices and tools are subjugated into the added value rhetoric of mathematics as a gatekeeper that secures social order and economic stability. This rhetoric obscures the mathematics practices in the classroom, which perpetuates forms of onto-epistemic violence toward marginalized, pathologized children.

Glocal concerns about the exacerbated inequalities produced when trying to promote inclusive practices demand mathematics teachers to develop a mindfulness state. Mathematics teachers are expected to solve, in practice, every gap that precludes students from achieving the promises of success and well-being. However, mathematics teacher practices occur within a Super Massive Black Hole (its density and intensities within education policies, guidelines, reforms, and national and international reports, create enough matter to collapse in an infinitely dense region to conform a SMBH) embodying legacies of capitalist aspirations (Andrade-Molina, forthcoming). Hence, the effective teacher—as an ideal amalgamated by salvation themes, dominant narratives, hopes and fears—is thought as able to develop hyperawareness and metaphysical competencies for correcting the wrongs generated by historical practices that give shape to modern society and conform the “backstage” of teacher education and practice. The intentions of correcting onto-epistemic violence mutate into paradoxes of good intentions in the search for securing social order and maintaining the commodities of modern life; the promises of equity and inclusion vanish into discourses about effectiveness, competitiveness, and meritocracy.

Drawing awareness into Oedipus

[C]apitalism, through its process of production, produces an awesome schizophrenic accumulation of energy or charge, against which it brings all its vast powers of repression to bear, but which nonetheless continues to act as capitalism's limit. For capitalism constantly counteracts, constantly inhibits this inherent tendency while at the same time allowing it free rein; it continually seeks to avoid reaching its limit while simultaneously tending toward that limit. Capitalism institutes or restores all sorts of residual and artificial, imaginary, or symbolic territorialities, thereby attempting, as best it can, to recede, to rechannel persons who have been defined in terms of abstract quantities. Everything returns or recurs: States, nations, families. That is what makes the ideology of capitalism "a motley painting of everything that has ever been believed." The real is not impossible; it is simply more and more artificial. (Deleuze & Guattari, 1983, p. 34).

Glocal concerns have voiced particular hopes and fears about the future. These are not solely enunciated in terms of individual gains such as social mobility and well-being but are framed under national

aspirations and transnational anxieties about social progress and economic growth. These anxieties enable the dismantling of individuals into a *body without organs* (see Deleuze & Guattari 2004; Deleuze, 2004) conceived as potential GDP gains when outcomes on international standardized tests rise. Then, inclusive anthems like the *leaving no one behind* phantasies turn into a utopian desire for the desiring-machine. Desire becomes a schizophrenic flow and multiplicity that masks psycho-political modes of control. As Deleuze and Guattari (1983) contend, “[s]chizophrenia is desiring-production as the limit of social production. Desiring-production, and its difference in regime as compared to social production, are thus end points, not points of departure. [...] an ongoing process of becoming that is the becoming of reality” (p.35).

The *sociopolitical turn* in mathematics education opened the path to explore the tensions in how students—as discursively produced—position themselves in the mathematics classroom. Hence, post-structural methods, such as post-structural psychoanalysis (Walkerdine et al., 2001), help exploring how the subject negotiates discursive positionings (Frosch et al., 2003). Butler’s (2004) elaborations of the psychical costs of subjectification via discourse and language, specifically on how discursive subjectification helps explore possibilities of change through discursive re-signification from social re-signification, have allowed problematizing the symbolic and discursive order in mathematics classroom interactions. Deleuze and Guattari’s schizoanalysis permits to identify the assemblages of discursive materiality as flows of desire. Assemblages are always in a process of becoming; these are not fixed entities. As Feely (2020) illustrates, “a disability service assemblage might encompass components including buildings, bodies, emotions, discourses that create subject positions, and service rules and policies. These components work together and affect each other in a complex, multidirectional [...] fashion to produce the disability service” (p. 6)

Schizoanalysis renders an image of the contradictory conditions surrounding individuals inserted on a system of reason from late capitalist modernity (see Braidotti, 2006). Schizoanalysis presents an opportunity to draw awareness into power relations in school mathematics practices that intensify students’ disparities, pathologizing differences. Particularly on how capitalists’ desires move in the social sphere, conceiving bodies as “desiring machines”, with which schizoanalysis is used to map how desire flows and power operates in the relationship between school and assemblages and bodies (Deleuze & Guattari, 1983). The mapping of this complexity of chaotic multiplicities is built under the idea that “a body’s function or potential or “meaning” becomes entirely dependent on which other bodies or machines it forms an assemblage with” (Malins, 2004, p. 85). Schizoanalysis provides a toolbox to underpin assemblages and to identify and arrange its components within a material/semiotic continuum (Deleuze & Guattari, 2004). Heterogeneous components or forces form a material and discursive assemblage to explore how things come together and fall apart to produce something. As Seem (1983) emphasizes “Oedipus is belief injected into the unconscious, it is what gives us faith as it robs us of power, it is what teaches us to desire our own repression. Everybody has been oedipalized and neuroticized at home, at school, at work” (p. xx). Then, to achieve equitable and inclusive mathematics classrooms we should take a radical position to fight against Oedipus and its effects of power.

References

- Aguirre, J., Herbel-Eisenmann, B., Celedon-Pattichis, S., Civil, M., Wilkerson, T., Stephan, M., Pape, S., & Clements, D. H. (2017). Equity within mathematics education research as a political act: Moving from choice to intentional collective professional responsibility. *Journal for Research in Mathematics Education*, 48(2), 124-147.
- Andrade-Molina, M. (Forthcoming). Mindfulness: The making of teacher’s hyperawareness and metaphysical competencies to correct onto-epistemic violence.
- Andrade-Molina, M. (2021). Activism in mathematics education research: Stopping epistemicide by confronting and resisting modern forms of epistemic violence. En D, Kolloche (Ed.) *Exploring new ways to connect, Vol. 1*. (pp. 87-91). Tredition.

-
- Atweh, B., Graven, M., Secada, W., & Valero, P. (Eds.). (2011). *Mapping equity and quality in mathematics education*. Springer.
- Bishop, A., Tan, H., & Barkatsas, T. N. (Eds.). (2015). *Diversity in mathematics education: Towards inclusive practices*. Springer Publishing.
- Braidotti, R. (2006) Affirming the Affirmative: On nomadic affectivity, *Rhizomes*, 11.
- Butler, J. (2004). *Undoing Gender*. Routledge.
- Castillo Peña, J. (2017). El proceso de politización como contexto de la ley de inclusión escolar. En MINEDUC (Ed.), *El Primer gran debate de la reforma educacional. Ley de Inclusión escolar* (pp. 26-47). Ministerio de Educación.
- CPEIP. (2021a). *Estándares de la profesión docente. Marco para la buena enseñanza*. CPEIP-MINEDUC.
- CPEIP. (2021b). *Estándares de la profesión docente. Carreras de pedagogía en matemática educación media*. CPEIP-MINEDUC.
- Damm, X., Barria, C., Morales, D., Riquelme, P. (2009). *Educación inclusiva, ¿mito o realidad?*. Informe Final FONIDE. Ministerio de Educación.
- Darragh, L., & Valoyes-Chávez, L. (2019). Blurred lines: producing the mathematics student through discourses of special educational needs in the context of reform mathematics in Chile. *Educational Studies in Mathematics*, 101(3), 1-15.
- Davoli, M., & Planas, N. (2022). *Culture, Gender, and Financial Literacy (No. 15054)*. Institute of Labor Economics (IZA).
- Deleuze, G. (2004). *Logic of sense*. Bloomsbury Publishing.
- Deleuze, G. & Guattari, F. (2004). *A Thousand Plateaus: Capitalism and schizophrenia*. Continuum.
- Deleuze, G., & Guattari, F. (1983). *Anti-Oedipus*. University of Minnesota Press.
- European Commission. (2011). *Mathematics in Education in Europe: Common Challenges and National Policies*. EACEA P9 Eurydice.
- Feely, M. (2020). Assemblage analysis: An experimental new-materialist method for analysing narrative data. *Qualitative Research*, 20(2), 174-193.
- Figueiras, L., Healy, L., & Skovsmose, O. (2016). Difference, inclusion, and mathematics education: Launching a research agenda. *IJSME—International Journal for Studies in Mathematics Education*, 9(3), 15-35.
- Frankenstein, M. (1990). Incorporating race, gender, and class issues into a critical Mathematics literacy curriculum. *The Journal of Negro Education*, 59(3), 336-347.
- Frosh, S., Phoenix, A. & Pattman, R. (2003) Taking a Stand: Using psychoanalysis to explore the positioning of subjects in discourse. *British Journal of Social Psychology*, 42, 39–53.
- Gutiérrez, R. (2017). Why mathematics (education) was late to the backlash party: The need for a revolution. *Journal of Urban Mathematics Education*, 10(2), 8-24.

-
- Gutiérrez, R. (2012). Context matters: How should we conceptualize equity in mathematics education? In *Equity in discourse for mathematics education* (pp. 17-33). Springer.
- González, R. (2017). Segregación educativa en el sistema chileno desde una perspectiva comprada. En MINEDUC (Ed.), *El Primer gran debate de la reforma educacional. Ley de Inclusión escolar* (pp. 48-91). Ministerio de Educación.
- Kollosche, D., Marcone, R., Knigge, M., Penteado, M. G., & Skovsmose, O. (Eds.). (2019). *Inclusive mathematics education: state-of-the-art research from Brazil and Germany*. Springer.
- Luschei, T., & Chudgar, A. (2015). *Evolution of policies on teacher deployment to disadvantaged areas: Education for All, Global Monitoring Report*.
- Malins, P. (2004) Machinic Assemblages: Deleuze, Guattari and an ethico-aesthetics of drug use, *Janus Head*, 7(1), 84–104.
- Martin, D. B. (2019). Equity, inclusion, and antiblackness in mathematics education. *Race Ethnicity and Education*, 22(4), 459-478.
- MINEDUC. (2020). *Estrategia Nacional 2020 2028*. MINEDUC.
- MINEDUC. (2020a). *Primera estrategia nacional de educación pública 2020-2028*. MINEDUC.
- MINEDUC. (2020b). *Anexo. Primera estrategia nacional de educación pública 2020-2028*. MINEDUC.
- UN [United Nations]. (2015). *Education 2030: Incheon Declaration and Framework for Action for the implementation of Sustainable Development Goal 4: Ensure inclusive and equitable quality education and promote lifelong learning opportunities for all*. UNESCO Publishing.
- OCDE. (2016). *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic and Financial Literacy*. OECD Publishing.
- OCDE. (2014a). *Education at a glance 2014: OECD indicators*. OECD Publishing.
- OCDE. (2014b). *PISA 2012 results in focus. What 15-year-olds know and what they can do with what they know*. OECD Publishing.
- Popkewitz, T. (2008). *Cosmopolitanism and the age of school reform: Science, education, and making society by making the child*. Routledge.
- Radford, L. (2021). Mathematics teaching and learning as an ethical event. *La matematica e la sua didattica*, 29(2), 1-12.
- Roos, H. (2019). Inclusion in mathematics education: an ideology, a way of teaching, or both? *Educational Studies in Mathematics*, 100(1), 25-41.
- Santos-Trigo M. (2020) Problem-Solving in Mathematics Education. In: Lerman S. (eds), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 686-693). Springer.
- Schubring, G. (2017). Mathematics teaching in the process of decolonization. In: Bjarnadóttir, K., Furinghetti, F., Menghini, M., Prytz, J., & Schubring, G. (Eds.), *Dig where you stand 4: Proceedings of the fourth international conference on the History of Mathematics Education* (pp. 349-367). University of Turin.

-
- Seem, M. (1983). Introduction. In G. Deleuze, & F. Guattari, *Anti-Oedipus*. University of Minnesota Press.
- Stavrou, S. G., & Miller, D. (2017). Miscalculations: Decolonizing and anti-oppressive discourses in Indigenous mathematics education. *Canadian Journal of Education/Revue canadienne de l'éducation*, 40(3), 92-122.
- Stinson, D. W. 2017. Researching Race Without Researching White Supremacy In Mathematics Education Research: A Strategic Discursive Practice. In A. Chronaki (Eds.) *Proceedings of the 9th International Mathematics Education and Society Conference* (901–912).
- Stinson, D. W., & Bullock, E. C. (2012). Critical postmodern theory in mathematics education research: A praxis of uncertainty. *Educational Studies in Mathematics*, 80, 41-55.
- Straehler-Pohl, H., Bohlmann, N., & Pais, A. (Eds.). (2016). *The Disorder of Mathematics Education: Challenging the sociopolitical dimensions of research*. Springer.
- UNESCO. (2020). *Inclusion and education. All meas all*. UNESCO.
- UNESCO. (2018). *Formación Inicial Docente en Competencias para el Siglo. XXI y Pedagogías para la Inclusión en América Latina. Estrategia regional sobre docentes OREALC-UNESCO Santiago*. UNESCO.
- UNESCO. (2016). Leaving no one behind: How far on the way to universal primary and secondary education? (Policy Paper 27/Fact Sheet 37). UNESCO
- UNESCO. (2007). *Education for All by 2015-will we make it?* UNESCO Publishing and Oxford University Press.
- UNESCO-OREALC, Ramírez, M.J. & Viteri, A. (2016). *Third and sixth grade teachers in Latin American and the Caribbean: Characteristics, perceptions and relationship with student learning achievement*. UNESCO Regional Bureau for Education in Latin America and the Caribbean (OREALC/UNESCO Santiago).
- Valero, P. (2017). The Desire for Access and Equity in Mathematics Education. *Revista Colombiana de Educación*, 73, 99-128.
- Valero, P. y Meaney, T. (2014). Trends in researching the socioeconomic influences on mathematical achievement. *ZDM*, 1-10. doi:10.1007/s11858-014-0638-3.
- Valoyes-Chávez. L. (2019). Stereotypes and the Education of In-Service Mathematics Teachers in Urban Schools. In Felmer P., Liljedahl P., Koichu B. (eds), *Problem Solving in Mathematics Instruction and Teacher Professional Development* (pp. 379-399). Springer.
- Walkerdine, V., Lucey, H., & Melody, J. (2001). *Growing Up Girl: Psychosocial explorations of gender and class*. Palgrave.
- Wolfmeyer, M. 2017. *Mathematics Education: A Critical Introduction*. Routledge.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA COMO UM DIREITO HUMANO

O CARÁTER POLÍTICO DA AÇÃO PEDAGÓGICA

CRITICAL MATHEMATICS EDUCATION AS A HUMAN RIGHT

The political character of pedagogical action

LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA COMO DERECHO HUMANO

El carácter político de la acción pedagógica

Paula Andrea Grawieski Civiero

(Instituto Federal Catarinense, Brasil)

paula.civiero@ifc.edu.br

Ricardo Scopel Velho

(Instituto Federal Catarinense, Brasil)

ricardo.velho@ifc.edu.br

Recibido: 12/07/2023

Aprobado: 12/07/2023

RESUMO

Dialogar sobre a relação entre os Direitos Humanos e a educação matemática crítica é uma necessidade atual. Tal exigência se deve ao avanço de imperativos da realidade sobre a oferta educacional disponível aos cidadãos. Este ensaio teórico de cunho propositivo pretende apresentar as origens da reivindicação por educação na era moderna e o papel da educação matemática crítica no seu bojo. Ao mesmo tempo, tentaremos demonstrar que os limites atuais, tanto da efetivação dos princípios da dignidade humana, como do acesso à educação, são determinados e limitados pelas decisões políticas tomadas nos mais altos escalões dos Estados nacionais e das corporações empresariais. Para esta discussão trazemos a formulação da equação civilizatória, como uma ferramenta de análise do real e defendemos a imbricação desta com as preocupações da educação matemática crítica de modo a assumir a maximização dos direitos humanos como meta para a transformação social.

Palavras-chave: direitos humanos. educação matemática crítica. equação civilizatória.

ABSTRACT

Dialogue about the relationship between Human Rights and critical mathematics education is a current need. This requirement is due to the advancement of imperatives of reality on the educational offer available to citizens. This theoretical essay of a propositionous nature intends to present the origins of the claim for education in the modern era and the role of critical mathematical education in its bulge. At the same time, we will try to demonstrate that the current limits, both of the implementation of the principles of human dignity and of access to education, are determined and limited by the political decisions taken at the highest levels of national states and corporate corporations. For this discussion we bring the formulation of the civilizing equation, as a tool for analyzing the real, through contemporary

variables. We defend the imbrication of the civilizing equation with the concerns of critical mathematical education in order to assume the maximization of human rights as a goal for social transformation.

Keywords: human rights. critical mathematics education. civilizing equation.

RESUMEN

El diálogo sobre la relación entre los Derechos Humanos y la educación matemática crítica es una necesidad actual. Este requisito se debe al avance de los imperativos de la realidad sobre la oferta educativa disponible para los ciudadanos. Este ensayo teórico de carácter proposicional pretende presentar los orígenes de la reivindicación de la educación en la era moderna y el papel de la educación matemática crítica en su abultamiento. Al mismo tiempo, trataremos de demostrar que los límites actuales tanto de la realización de los principios de la dignidad humana como del acceso a la educación están determinados y limitados por las decisiones políticas tomadas en los niveles más altos de los estados nacionales y las corporaciones comerciales. Para esta discusión traemos la formulación de la ecuación civilizadora, como herramienta de análisis de lo real y defendemos la imbricación de esta con las inquietudes de la educación matemática crítica con el fin de asumir la maximización de los derechos humanos como meta para la transformación social.

Palabras clave: derechos humanos. educación matemática crítica. ecuación civilizadora.

Introdução

Vivenciamos um processo civilizatório desigual e repleto de injustiças sociais, onde os Direitos Humanos (DH) são sobrepujados no elã do neoliberalismo. Enquanto educadores precisamos nos mover para entender os problemas contemporâneos aos quais a educação faz parte e deve fazer frente. Por isso, nos movemos a problematizar a sociedade contemporânea que se apresenta, cada vez mais, convulsionada e acelerada pelos avanços tecno-científicos, mas também, aviltada no que tange à justiça social.

No mesmo sentido, a problematização sobre o uso das linguagens matemáticas nesse mundo convulsionado é uma urgência. Isso se deve pelo uso intensivo da matemática pelas novas formas de explicar o mundo (O'Neil, 2020). Quando essa chave explicativa se dá pelo viés mercadológico, individualista e explorador, a educação matemática assume um papel ideológico de ocultamento dos interesses e, por isso, impede uma compreensão das reais injustiças do mundo contemporâneo. Por esse motivo, nosso artigo busca relacionar a educação matemática tradicional aos modos de manutenção da ordem vigente e, por outro lado, demonstrar a necessidade de uma educação matemática crítica enredada numa compreensão de luta por direitos humanos efetivos, pois dessa forma poderemos dar significado civilizatório aos inúmeros conteúdos apresentados pelos docentes de matemática.

Para desenvolver essa argumentação, por meio de um ensaio teórico propositivo, trazemos ao debate a compreensão crítica dos direitos humanos pois só ela se adequa, devido a coerência entre suas fundamentações epistêmicas, a uma visão crítica da educação matemática. Sabe-se que a perspectiva hegemônica tanto no direito como na educação fundamenta-se na epistemologia kantiana (Silveira, 2002), na qual as ideias abstratas devem se materializar no empirismo do real. No entanto, essa visão se afasta da materialidade dos sujeitos que sofrem dessa mesma realidade capitalista no século XX e XXI, onde os direitos insculpidos nas constituições não são efetivados na prática social dos povos explorados. Os bens jurídicos da educação, do meio ambiente, da moradia, da saúde e muito mais, são algo distante da maior parte da humanidade, embora tenham o “direito humano” escrito na lei ele não se torna palpável para esses sujeitos. Entendemos que a categoria de equação civilizatória traz à tona a transição dos processos de mudança social do período moderno, das revoluções liberais, para o período

contemporâneo, no qual as implicações sociais da tecnologia devem ser mediadas por novos padrões de decisão política sobre a efetivação da dignidade humana. Tratemos, pois, dos temas.

Sobre os Direitos Humanos

Quando os atuais Estados nacionais nasceram, os direitos humanos começaram a ser construídos. Isso se deve ao período feudal em que a nobreza e o clero tinham a discricionariedade em promulgar a legalidade institucionalizada. Como o advento da contemporaneidade por meio das revoluções burguesas, marcadas pelos levantes populares em diversos lugares do mundo, veio à tona a necessidade de se positivar as regras democráticas e liberais nascidas daquele contexto. Sob a égide do tripé liberdade, igualdade e fraternidade, os novos regimes políticos iniciaram uma normatividade que pressupunha a participação ampla da sociedade, ao menos em termos de promessas históricas. No entanto, mesmo com esses novos ares soprando, os conflitos entre interesses de agrupamentos sociais do antigo regime (império russo, império alemão, império japonês e império austro-húngaro) se chocavam violentamente contra os novos sujeitos internacionais portadores de valores civilizatórios vinculados às revoluções liberais (França, Inglaterra e Estados Unidos).

A violência desses confrontos se fez cristalino na I e II Guerras Mundiais (GM), com milhões de mortos e com episódios animalescos, como o uso de armas químicas, a criação de campos de concentração, as torturas, as movimentações em massa de gentes de seus territórios originários etc. Entre a I e a II GM, nasceu a Liga das nações, a tentativa de acordo mínimos sobre comportamentos em períodos de guerras, sobre o tratamento de prisioneiros e sobre direitos os quais os cidadãos deveriam ter acesso. A selvageria da II GM, perpetrada pelos nazistas alemães, pelos fascistas italianos e franquistas espanhóis terminaram com sua derrota pelas forças aliadas e, em ato contínuo, em 1948, com a assinatura da Declaração Universal dos Direitos Humanos (DUDH). Nela constam a síntese de inúmeros diálogos e medos entre os participantes representantes de governos de todo o planeta. É um momento importante da história humana na qual a soma de todos os medos e ânsia por consolidar certos patamares civilizatórios mínimos se fez presente. Tomamos a DUDH nessa perspectiva, um programa mínimo do qual não se deveria recuar, em nenhuma hipótese, em direção ao passado. Em seu preâmbulo a DUDH afirma:

Considerando que **o reconhecimento da dignidade inerente a todos os membros da família humana** e dos seus direitos iguais e inalienáveis constitui o fundamento da liberdade, da justiça e da paz no mundo; Considerando que o desconhecimento e o desprezo dos direitos do Homem conduziram a atos de barbárie que revoltam a consciência da Humanidade e que o advento de um mundo em que os seres humanos sejam livres de falar e de crer, libertos do terror e da miséria, foi proclamado como a mais alta inspiração do Homem. (OHCHR, 2017, p. 5 – Tradução e grifos nossos).

De forma resumida, o direito a vida; a liberdade; proibição da escravidão e da tortura; direito a igualdade e a julgamento justo; direito à liberdade e a propriedade; o direito à liberdade de opinião e expressão; direito a escolher seus governos por sufrágio universal; o direito ao trabalho; salário igual por trabalho igual. Daremos ênfase ao 26º artigo da DUDH onde consta o seguinte:

Toda a pessoa tem direito à educação. A educação deve ser gratuita, pelo menos a correspondente ao ensino elementar fundamental. O ensino elementar é obrigatório. O ensino técnico e profissional dever ser generalizado; o acesso aos estudos superiores deve estar aberto a todos em plena igualdade, em função do seu mérito. A educação deve visar à plena expansão da personalidade humana e ao reforço dos direitos do Homem e das liberdades fundamentais e deve favorecer a compreensão, a tolerância e a amizade entre todas as nações e todos os grupos raciais ou religiosos, bem como o desenvolvimento das atividades das Nações Unidas para a manutenção da paz. (OHCHR, 2017, p. 13 – Tradução nossa).

Por fim, o nobre jurista brasileiro nos diz que na “ideia de dignidade humana está o conceito de mínimo existencial”, isto é, “o direito básico às provisões necessárias para que se viva dignamente” (Barroso, 2021, p. 84). Isso exige o acesso a algumas prestações essenciais – como a educação básica. Não se trata de um mero privilégio, a depender do processo político. Por isso, é bastante controversa em alguns países. Ainda, o mesmo autor, ao examinar o uso da dignidade humana por tribunais nacionais e internacionais, insita que ao longo das últimas décadas, a dignidade humana tornou-se uma ideia

onipresente no direito contemporâneo, mas que já passou do tempo de a considerar como um conceito mais substantivo no discurso jurídico, deixando de servir meramente como um ornamento retórico. (Barroso, 2012).

Em relação aos limites da abstração Mascaro (2017) afirma:

[...] o passo histórico da dignidade humana é muito maior que a manutenção da forma jurídica que corresponde à exploração capitalista. Não se pode considerar que a divisão do mundo entre os detentores do capital e os trabalhadores assalariados se resolva, em termos de plena dignidade, apenas com a concessão de aumentos salariais. É preciso que os horizontes teórico-práticos da luta revolucionária se expandam. **É porque a dignidade humana não se perfaz em termos da reprodução da forma-jurídica e da forma-mercadoria que se luta pela ruptura com os padrões estabelecidos no capitalismo.** A plena revolução, assim, mais do que aumentar os direitos humanos, opera a sua superação (Mascaro, 2017, p. 136, grifos nossos).

No mesmo sentido, o pensador mexicano Herrera Flores reflete sobre a relação entre os direitos humanos e a necessidade de efetivá-los para além da norma escrita. Diz ele:

Tener derechos y posibilidades para su realización concreta supone aunar lo universal (los derechos humanos) y lo particular (las condiciones de su plasmación en el contexto que sea). La máxima violación a los derechos humanos es la que iría contra ese contenido esencial al quitar la posibilidad de gozar de derechos o de los medios necesarios para su satisfacción (Herrera Flores, 1986, p. 44).

Assim, para além da conquista retórica dos direitos humanos, seja ele a dignidade humana seja o direito a educação, precisa se plasmar em realização dos objetos do direito, ou seja, conquistar concretamente mais dignidade e mais educação para os povos excluídos dos avanços civilizatórios atuais.

A equação civilizatória e as variáveis contemporâneas

Os estudos promovidos pelo Núcleo de Estudos e Pesquisas em Educação Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina - Brasil (NEPET/UFSC) auxiliam a nos aproximar das discussões inerentes à sociedade tecnológica, em direção as questões humanas. Nesse meio, na tentativa de compreender as variáveis desta sociedade Bazzo (2019) idealiza uma equação civilizatória a qual é moldada pela era tecnocientífica. Para o autor, a equação civilizatória é uma metáfora, cujo objetivo é chamar atenção para a nossa realidade cada vez mais convulsionada e produtora de crueldades. A equação busca problematizar as variáveis contemporâneas, bem como a relação entre o desenvolvimento tecnocientífico e o desenvolvimento das questões humanas. A equação civilizatória se manifesta como uma expansão das discussões abarcadas pelos estudos da relação Ciência, Tecnologia e Sociedade (CTS). Ao se propor o enunciado metafórico, utiliza de uma força transgressora com sentido humanístico. Entretanto, ao ampliar os estudos, Civiero e Bazzo (2022) anunciam que a equação civilizatória pode ser um instrumento para se reconhecer as variáveis que determinam a realidade objetiva e concreta, ou seja, uma categoria para análise do real.

Deste modo, a compreensão das variáveis contemporâneas que constituem a eminente equação pode auxiliar a entender o processo civilizatório tão complexo dos dias atuais. Para tanto, é preciso tensionar em direção a uma mudança no processo civilizatório em que os DH não perpassem apenas os trâmites legais, mas, que a dignidade humana seja a meta.

Para desenvolver a equação, há que se identificar as variáveis contemporâneas. São variáveis dessa equação, por exemplo, as questões ambientais expressas pelas mudanças climáticas como: os temporais, as enchurradas, o gelo, a seca, as extinções de flora e de fauna irreversíveis; as mudanças subalternas à revolução digital, que alteram nossos comportamentos, como o acesso as redes sociais, Big Data e inteligência artificial. Essas variáveis modeladas por algoritmos matemáticos estruturam os novos comportamentos sociais e podem contribuir com a desigualdade social. Um exemplo disso foi a tentativa de uso de inteligência artificial (IA) para dar respostas e interagir em redes sociais. Em pouco dias essa IA começou a funcionar de maneira racista, homofóbica e xenofóbica, reproduzindo as narrativas

predominantes em alguns fóruns da internet. Isto é, comportam um conjunto de maravilhas ou ameaças existenciais globais que nenhuma nação é capaz de resolver sozinha. Outros exemplos contundentes são explícitos em O’Neil (2020).

Por conseguinte, observamos tais variáveis subordinadas ao sistema político e econômico, pois as decisões sobre legislações que democratizem o acesso à educação e a informação se confrontam com os interesses das Big Tech (Morozov, 2019), o que nos leva a compreender que o capitalismo é o principal propulsor destas grandes ameaças. Portanto, se faz imprescindível conjugar tais preocupações com os DH. Pois, “A dignidade humana está atrelada ao homem, porém tão intrinsecamente que (...) sua própria vontade é ineficaz quando sua dignidade está em jogo” (Vauchez, 2007, p. 206).

Desejamos uma equação civilizatória que considere o desenvolvimento tecnocientífico para resolver os problemas da humanidade, que priorize, como resultado da equação, a maximização da dignidade humana. Portanto, defendemos que todas as pessoas tenham, para além do direito, o acesso a comida, a moradia, a vestimenta, bem como o acesso à educação e à saúde. São esses elementos basilares da vida humana e, sem eles, não há como pensar em um processo em que predomine a justiça social.

Todavia, esses direitos não têm sido garantidos para grande parte da população. A exemplo desta contradição, a edição de 2022 do relatório *The State of Food Security and Nutrition in the World* (Sofi) apontam que os números globais da fome subiram para cerca de 828 milhões em 2021. Os dados mostram que o mundo está retrocedendo nos esforços para eliminar a fome e a desnutrição. No Brasil esses dados foram alavancados nos últimos anos. Em 2014 o país tinha saído da linha da fome, mas desde então, o número cresceu chegando a 33,1 milhões em 2022. No século XXI, as teorias de Malthus a qual previa a escassez de alimentos em função do aumento da população foram contrariadas, dado o avanço tecnológico incorporado à produção agrícola. Hoje, os dados mostram que essa realidade se inverteu, se produz mais que o necessário para alimentar toda a humanidade, entretanto, os famintos permanecem como vítimas do sistema econômico e político vigente.

Na educação não é diferente. No campo da educação brasileira, por exemplo, vivenciamos mudanças nas diretrizes educacionais como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) movidos pelos interesses políticos e econômicos, conforme apresentado por Michetti (2020). Esse movimento se mantém em um campo de constante disputa, que é política, direcionando as mudanças educacionais aos interesses dos detentores do capital simbólico. Portanto, os limites atuais, tanto da efetivação dos princípios da dignidade humana, como do acesso à educação são determinados e limitados pelas decisões políticas tomadas nos mais altos escalões dos Estados nacionais e das corporações empresariais. Esses elementos ilustram a exigência de uma mudança de rota no processo civilizatório. Segundo Civiero (2016, p. 262):

Há muitos e complexos interesses, até mesmo antagônicos, que perpassam o processo civilizatório. Olhar para a equação civilizatória significa, também, interpretar esses dados; significa compreender que a dimensão política da ciência e da tecnologia precisa ser explorada, de modo a apresentar exemplos das contradições implicadas nessa privatização do conhecimento científico e tecnológico. Para tanto, será necessário enfrentar e superar uma leitura estreita do devir civilizatório e enfrentar as desigualdades sociais do mundo.

Caso não entendermos como esses sistemas complexos se interconectam e interagem, o potencial que eles têm é aprisionado de maneira ainda mais fácil pelas elites egoístas e por corporações desumanas. Sobressaindo, dessa maneira, na equação o ter em relação ao ser, o técnico em relação ao humano. Outrossim, se faz necessário discutir sobre o que é basilar nessa espiral metabólica do capital. O que é preciso fazer para que se tenha justiça social? E, ainda, qual seria a meta educacional para se atingir tal propósito?

Educação matemática crítica e o caráter político da ação pedagógica

A matemática é invenção humana de alto grau de desenvolvimento. Não está pronta, repleta de certezas, mas sim é construída a partir dos problemas da realidade. Portanto, o conhecimento matemático faz parte

do alicerce dessa sociedade, surgindo a necessidade de questionar seu posicionamento nessa laboriosa equação civilizatória.

No campo da educação matemática (EM) a abordagem que se aproxima dessa demanda é a EMC. Dela destacamos a essência em manter uma crítica a EM para que esta não corra o risco de se tornar acrítica. Skovsmose (2014) chama atenção ao papel da EM enquanto mantenedora do sistema, preparando os estudantes com competências técnicas e funcionais ao sistema, servindo as estruturas de poder dominantes.

Nessa linha de pensamentos, “Estudiosos dentro da comunidade MES têm defendido a perspectiva de que a matemática é uma prática cultural e política e que a educação matemática é governada por interesses neoliberais e imperialistas” (Gutiérrez, 2013; Pais & Valero, 2012 – Tradução nossa). Por isso, é imperativo compreender a matemática enquanto um instrumento de intervenção social e, aliada a equação civilizatória pode se tornar um potencial contra hegemônico.

Nessa ótica, com o pressuposto de que o conhecimento da realidade é a primeira ferramenta para o posterior agir e transformar, almejamos provocar reflexões sobre a participação da EM na sociedade contemporânea e suas implicações no modo de vida das pessoas. Sendo assim, para além da introdução técnica matemática, almejamos ter subsídios que proporcionem a compreensão da realidade e, por consequência, nos aproximamos das preocupações da EMC corroboradas nas discussões de Gutstein ao apresentar uma matemática voltada para a justiça social. Ambas discussões estão fundamentadas em uma pedagogia crítica, de modo a instigar os/as estudantes a pensar e agir no mundo, por meio do domínio do conhecimento matemático, pois ele também é importante para a participação na vida em sociedade (Gutstein, 2006).

A matemática é uma importante ferramenta para que todos possam exercer os plenos direitos dentro de um regime democrático (Skovsmose, 2013). Para Gutstein (2006), uma EM voltada para a justiça social está preocupada em preparar os estudantes para investigar e criticar injustiças, e desafiar, por meio de palavras e ações, estruturas e atos opressivos, isto é, “ler e escrever o mundo” com matemática. Todavia, “para considerarmos a educação para justiça social mais do que um lema, as escolas precisam oferecer oportunidades socialmente relevantes para seus alunos” (Penteado & Skovsmose, 2014, p. 34 – Tradução nossa). Ao nosso ver, essas formulações evidenciam o caráter político da ação pedagógica.

Skovsmose (2022) corrobora essa dimensão, por exemplo, ao tratar da erosão da democracia, de modo a ilustrar a possibilidade de desenvolver uma crítica política. O autor, denota a presença de uma diversidade de perspectivas que podem instigar muitas questões, por exemplo, nas palavras do autor: “Até que ponto a pobreza sistêmica é uma obstrução para o funcionamento da democracia? Até que ponto os diferentes grupos de pessoas são tratados diferentes no que diz respeito aos procedimentos legais?” (Skovsmose, 2022, p. 193-194). Entendemos que tais questões são acerca das variáveis contemporâneas, que alimentam a equação civilizatória. Logo, nos cabe problematizar, o papel da EMC frente aos desafios contemporâneos e defender que ter acesso a uma educação crítica é um direito humano.

Na perspectiva da EMC defendemos a democracia e a cidadania crítica, entretanto, para serem “livres, iguais e capazes de exercer uma cidadania responsável, os indivíduos precisam estar além de limiares mínimos de bem-estar, sob pena de a autonomia se tornar uma mera ficção, e a verdadeira dignidade humana não existir” (Barroso, 2021, p. 85).

Assim, o conhecimento matemático deixa de ser apenas utilitário e passa a encarar um desafio humanitário. Essa compreensão quando levada para a formação de professores de matemática pode preparar os sujeitos para agir e transformar a realidade, assumindo o alto grau de conhecimento matemático como instrumento de intervenção social. Portanto, uma ação pedagógica política.

Considerações

Com o exposto até aqui, enquanto educadores matemáticos, reconhecemos a imbricação das preocupações da EMC com o alerta da equação civilizatória. Para potencializar as reflexões identificamos a EM como um campo que deve fazer frente às reflexões e assumir como desafios na sociedade do algoritmo, no mínimo, a compreensão das variáveis contemporâneas e suas implicações. Desse modo, promulgamos a necessidade de convergir com os estudos sobre a equação civilizatória, a qual intensifica o alerta de que é preciso nesse mundo convulsionado, acelerado e cada vez mais mercantilizado, uma estratégia de cooperação consciente para que a educação não seja reprodutora de elementos de desigualdade social. Ao considerar a epistemologia apresentada pela EMC imbricada com a identificação e a compreensão das variáveis contemporâneas que constituem a equação civilizatória será possível contextualizar os currículos com construtos interdisciplinares explícitos que fomentem o pensamento crítico, o aprender e a ler o mundo, de modo a discernir as variáveis contemporâneas criticamente.

Tendo em vista o breve histórico dos DH e os princípios da equação civilizatória, vemos que a humanidade tem avançado de formas contraditórias em direção ao futuro. Não existe uma linha reta entre o passado bárbaro e o futuro emancipado, muito pelo contrário, ocorrem inúmeros retrocessos na atualidade. Assim, compreender os patamares inscritos nos DH e na EMC são apenas o início de um longo caminho a ser percorrido pelos sujeitos preocupados com a efetivação da dignidade humana, e não apenas sua anunciação. As formas abstratas de afirmar direitos também contribuem para manter a situação injusta, como dizia Florestan Fernandes (1981): sob o capitalismo, alguns são mais iguais do que outros.

Dessa maneira, concebemos a EMC como parte dos direitos humanos conquistados em meio as cruentas lutas nos últimos 200 anos da era moderna. No entanto, esses direitos humanos educacionais, são apenas parte de um patamar civilizatório mínimo, o qual resultou de uma infinidade de conflitos de interesses entre os grupos sociais inscritos no fazer da história. Para ir além dessa normatividade, apenas inscrita nas constituições, leis, normas e planos de ensino, temos que fazer com que efetivamente esses princípios e diretrizes se materializem no cotidiano social, seja nas escolas, nas casas, nos locais de trabalho e nos estudos dos sujeitos da transformação profunda da atual forma de produzir a vida. Para tanto, a formação de professores na perspectiva da EMC e dos DH é fundamental para o início dessa longa construção.

Sendo uma variável da equação civilizatória inscrita na forma determinante do mercado, até os dias atuais, a educação pode ser um potencial elemento de mudança social progressiva. Desta maneira, há uma relação direta entre a constituição de uma educação crítica e a alteração da realidade desigual e injusta na qual vivemos. Para tal, não basta a afirmação normatizada em leis e regulamentos, é preciso que os sujeitos que vivem a educação no cotidiano se apropriem das categorias necessárias à interpretação do real e das categorias/ação que produzam uma nova realidade, portanto, que alterem as variáveis da equação civilizatória. Pensamos que a busca pela dignidade humana é uma meta fundamental nesse caminho e, por conseguinte, que a EMC pode cumprir um papel político chave na transformação social.

Assim, a luta por DH e pela EMC não pode se inscrever apenas na manutenção da ordem mercadológica, mas sim, na profunda crítica ao sistema e as suas mazelas, buscando a transformação completa da maneira que os humanos produzem sua existência. Nesse diapasão, só faz sentido discutir processos emancipatórios e libertários sob uma nova ótica teórica e política, a qual se constrói junto aos de baixo, junto aos explorados, as mulheres, aos negros, aos indígenas, a todos os excluídos e expropriados do sistema. Só assim, uma educação matemática crítica pode ser uma ferramenta da transformação social realmente necessária para esses setores da sociedade.

Referências

Bazzo, W. A. (2019). *De técnico e de humano: questões contemporâneas*. 3. ed. atual., ampl. – Florianópolis: Ed. da UFSC.

-
- Barroso, L. R. (2012). Here, there, and everywhere: human dignity in contemporary law and in the transnational discourse. *Boston College International and Comparative Law Review*. 35(2), 331-393.
- Barroso, L. R. (2021). *A dignidade da pessoa humana no direito constitucional contemporâneo: a construção de um conceito jurídico à luz da jurisprudência mundial*. Belo Horizonte: Fórum, 6. ed.
- Civiero, P. A. G. (2016). *Educação matemática crítica e as implicações sociais da ciência e da tecnologia no processo civilizatório contemporâneo: embates para formação de professores de matemática*. [Tese de doutorado] Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- Civiero, P. A. G.; Bazzo, W. A. (2022). Equação Civilizatória: gênese e estrutura. *Revista Dynamis*. Blumenau: FURB, 28(2), 97-114.
- Florestan, F. (1981). *O que é revolução?* São Paulo: Brasiliense.
- Gutiérrez, R., (2013). The sociopolitical turn in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(1), 37-68. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.44.1.0037>.
- Gutstein, E. (2006). *Reading and writing the world with mathematics: toward a pedagogy for social justice*. Routledge, New York.
- Herrera Flores, J. (1986). *La fundamentación de los derechos humanos: la teoría de las necesidades y de los valores en la escuela de Budapest*. Disertación (Doctorado en Derechos Humanos y Desarrollo) Universidad Pablo de Olavide de Sevilla.
- Mascaro, A. L. (2017). *Direitos humanos: uma crítica marxista*. São Paulo: Lua Nova, 101, 109-137.
- Michetti, M. (2020). *Entre a legitimação e a crítica: As disputas acerca da Base Nacional Comum Curricular*. RBCS, 35(102).
- Morozov, E. *Big Tech: a ascensão dos dados e a morte da política*. São Paulo: Ubu, 2018.
- OHCHR. (1948). *Universal Declaration of Human Rights*. United Nations: New York. <https://www.un.org/en/about-us/universal-declaration-of-human-rights>.
- Pais, A. & Valero, P. (2012). Researching research: Mathematics education in the political. *Educational Studies in Mathematics*, 80(1), 9-24.
- Penteado, M. G. & Skovsmose, O. (2014). How drag with a worn-out mouse? Searching for Social Justice through Collaboration. In Skovsmose, O. (2014). *Critique as uncertainty*. Charlotte, North Carolina, USA: Information Age Publishing. 21-36.
- Silveira, Fernando Lang da. *A teoria do conhecimento de Kant: o idealismo transcendental*. UFRGS. Cad. Cat. Ens. Fís., v. 19, número especial: p. 28-51, mar. 2002.
- Skovsmose, O. (2014). *Critique as uncertainty*. Charlotte, North Carolina, USA: Information Age Publishing.
- Skovsmose, O. (2022). Entering Landscapes of Investigation. In Penteado, M. G. & Skovsmose, O. (Eds.), *Landscapes of investigation: contributions to critical mathematics education* (pp. 1 – 20). Open Book Publishers. <https://doi.org/10.11647/OBP.0316>
- Sofi. (2022). The State of Food Security and Nutrition in the World. <https://www.fao.org/publications/sofi>.

Vachez, S. H. (2007). When Ambivalent Principles Prevail: Leads for Explaining Western Legal Orders' Infatuation with the Human Dignity Principle, Legal Ethics. 10(2), 193-206.
<https://doi.org/10.1080/1460728X.2007.11423892>

ETHICS AS PART OF MATHEMATICAL REASONING IN SHARING

A ÉTICA COMO PARTE DO RACIOCÍNIO MATEMÁTICO NO COMPARTILHAMENTO

LA ÉTICA COMO PARTE DEL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO EN EL COMPARTIR

Lovisa Sumpter

(Stockholm University, Sweden)

lovisa.sumpter@su.se, lovisa.sumpter@ils.uio.no

David Sumpter

(University of Oslo, Uppsala University, Sweden)

david.sumpter@it.uu.se

Recibido: 12/07/2023

Aprobado: 12/07/2023

RESUMO

Há uma maior necessidade na sociedade de hoje, para entender e discutir criticamente como os recursos limitados do nosso planeta são alocados. Frequentemente, modelos matemáticos são usados em relação a problemas de alocação de recursos, e uma visão comum é que a matemática em si é neutra. Neste artigo, desafiamos essa visão da matemática como uma prática neutra por meio de uma análise de possíveis soluções para uma tarefa de compartilhamento. As tarefas vêm de um projeto de pesquisa com o objetivo de estudar como a matemática pode apoiar o raciocínio ético e os argumentos éticos podem apoiar diferentes soluções matemáticas ao compartilhar um recurso. No raciocínio ético, três componentes são abordados: Informação, Coerência e Engajamento. Mostramos que o raciocínio ético faz parte do raciocínio matemático em todas as soluções da tarefa, independentemente de o dividendo ser tratado como indivisível ou divisível.

Palavras-chave: ética. raciocínio matemático. compartilhamento.

ABSTRACT

There is a greater need in today's society, to understand and critically discuss how the limited resources of our planet are allocated. Often, mathematical models are used in connection with resource allocation problems, and a common view is that mathematics in itself is neutral. In this article, we challenge this view of mathematics as a neutral practice through an analysis of possible solutions to a sharing task. The tasks come from a research project aiming to study how mathematics can support ethical reasoning and ethical arguments can support different mathematical solutions when sharing a resource. In ethical reasoning, three components are addressed: Information, Coherence, and Engagement. We show that ethical reasoning is part of mathematical reasoning in all the solutions to the task, independent of whether the dividend is treated as indivisible or divisible.

Keywords: ethics. mathematical reasoning. sharing.

Existe una mayor necesidad en la sociedad actual de comprender y discutir críticamente cómo se asignan los recursos limitados de nuestro planeta. A menudo, los modelos matemáticos se utilizan en relación con los problemas de asignación de recursos y una opinión común es que las matemáticas en sí mismas son neutrales. En este artículo, desafiamos esta visión de las matemáticas como una práctica neutral a través de un análisis de posibles soluciones a una tarea compartida. Las tareas provienen de un proyecto de investigación que tiene como objetivo estudiar cómo las matemáticas pueden respaldar el razonamiento ético y los argumentos éticos pueden respaldar diferentes soluciones matemáticas al compartir un recurso. En el razonamiento ético se abordan tres componentes: Información, Coherencia y Compromiso. Mostramos que el razonamiento ético es parte del razonamiento matemático en todas las soluciones a la tarea, independientemente de si el dividendo se trata como indivisible o divisible.

Palabras clave: ética. razonamiento matemático. compartir.

Introduction

On this planet there are limited resources: the Earth Overshoot Day – the day that marks when humanity has exhausted nature’s budget for the whole year – in year 2021 was July 29th and most countries surpass their own limits already in the first six months of the year (Lin et al., 2021). Not only are resources sparse and that some countries use more resources than others, if you add that resources should be allocated in a way so that agents’ preferences are taking into account for, then you have, according to Suksompong (2021), one of the fundamental problems in society. In her groundbreaking book, Nicholas (2021) shows how if we want humans to take action for climate change, where every fraction of degree matters for this planet, information – facts and science results – is not enough. Researchers focusing on sustainability commitment agree, and points out the importance of affective aspects such as values, emotions, and motivation as part of decision making (e.g., Öhman & Sund, 2021). Such reasoning is a social process, where negotiation and critical thinking often are part of it (Vare & Scott, 2007). The process is also referred to as moral reasoning (Samuelsson & Lindström, 2020) or ethical reasoning (Sternberg, 2012; Sumpter & Hedefalk, 2023). The aim of such reasoning is to answer the question “How can we humans live well in the world?”, a question with no easy answers (Griffiths & Murray, 2017). Nicholas (2021) calls it a game of Jenga that we cannot afford to lose. In these complex situations, where there is not easy to know what is the right or wrong decision, mathematics is often used as a tool (Birhane & Sumpter, 2022; Ernest, 2020). One example is how one life is valued and through mathematical reasoning and modelling is given a monetary value (Skovsmose, 2020). At the same time, mathematics is often taught and viewed as neutral and free of values (Ernest, 2020), meaning that ethics is seen as something that is disjoint from mathematics. Here, we would like to challenge this view, by analysing possible solutions to a mathematical task. We align with Buell and Piercy (2022) when they conclude that “one must go beyond the implications or applications, and focus on an “ethical consciousness” (Buell & Piercy, 2022, p.4). Hence, we need to illuminate ethics in mathematical solutions. Buell and Piercy (2022) also refer to Anna Alexandrova’s statement from 2018 that no research – no matter how pure one might think it is – is free from social responsibility.

Previous researchers have discussed ethics and mathematics, for instance Skovsmose (2020) and Ernest (2020). They offer a discussion on a macro-level. Here, the aim is to contribute to the “ethical consciousness” (e.g., Buell & Piercy, 2022) by study how ethics can be part of mathematical reasoning on a micro-level. The research question is: How and in what ways can different mathematical reasoning be dependent on ethical arguments in a sharing task?

Background

Starting with ethical reasoning, there are several frameworks and models to describe ethical reasoning (e.g. Samuelsson & Lindström, 2020). Some studies have a starting point that the individuals need to know about certain ethics before one can engage in ethical reasoning. One example of such study is Tväråna (2018) who recommends three types of ethics when discussing sharing with young children. This means that the children/ students first learn about ethics, then apply it on different situations. The other point of view is represented by researchers saying that instead of starting with different theory of ethics, one starts with the problem at hand and sees what type of ethical reasoning that emerges (e.g. Samuelsson, 2020). Such approach is more in line with the idea of the need for critical thinking as part of decision making (Vare & Scott, 2007). It means that in the different reasoning, different ethics can be used such as ethics of care, consequentialism, virtue ethics and so forth. (Sumpter & Hedefalk, 2023). One framework that allows such flexibility is Samuelsson (2020) that uses three components: information (I), coherence (C), and vividness ('livaktighet', L). In a series of empirical studies, we tested this framework on young children (e.g., Eriksson et al., accepted; Hedefalk et al., 2022). In these studies, we struggled to see how and in what way an argument could fulfil the last component, vividness given it is defined that one needs to be as vivid as possible to present one's argument so that other people can understand your standpoint and you understand theirs (e.g., Samuelsson, 2020). Thus, it required rather elaborated arguments. This could be the result of that the children in our study were young whereas Samuelsson's (2020) framework was developed using data from older students. It is plausible to think that ethical reasoning can differ with age. However, given that young children also should be able to develop their critical thinking and ethical reasoning, the theoretical framing should still be able to capture their reasoning even though it might not be as advanced as older students. After some further reading, an adjusted version was developed. In the adjusted version, presented in Hedefalk and Sumpter (forthcoming), we suggest that instead of looking at the vividness of the argument, the third component should be Engagement (E). The decision stems from how other researchers stress the need to understand affect in ethical reasoning and how affect is entangled with the social context (e.g., Öhman & Sund, 2021; Nicholas, 2021). Therefore, Engagement covers social aspects such as making decisions with others or the context in mind, cognitive aspects such as an understanding that decisions can have consequences, and affective aspects such as expressing a feeling that it is important to act. An example of a sharing situation where values are expressed with respect to the context is Stemn (2017). Students in Liberia were asked to share \$45 between three children of different ages:

One student said that they decided the oldest child would receive \$20, the middle child would receive \$15, and the youngest would receive \$10. This method of sharing money and other items is not uncommon in many African cultures (Stemn, 2017, p. 391)

The students in Stemn's (2017) study had good argument to why one should share the money in such a way, and the study describes how values and ethics are embedded in a culture. It also exemplifies how these values, including ethics, have an impact on what is considered a reasonable mathematical solution, as in the quote above. The solution {20,15,10} is both Informed, Coherent, and the students had arguments that indicated Engagement. In our research, we want to use the framework on young children that might not be as verbal as older students, and therefore the decision is to view an argument as a sign of Engagement if it fulfils one aspect or more, but not necessarily all three aspects (Hedefalk & Sumpter, forthcoming). In the arguments, different types of ethics can be used, although we align us with Samuelsson (2020) and state that no specific ethics need to be introduced in beforehand (Sumpter & Hedefalk, 2023).

Continuing with mathematical reasoning, it is here seen as a social process (e.g., Sumpter & Hedefalk, 2015; Sumpter, 2016). Although this is a theoretical paper, we will use the same theoretical framing as in the empirical papers since, we argue, that the focus is on the content of the arguments, not the process of creating them. The theoretical framing builds on research in mathematical reasoning (e.g. Eriksson & Sumpter, 2021; Lithner, 2008; Sumpter, 2016). In Sumpter (2016), the relationship between mathematical reasoning and argumentation is briefly discussed using Toulmin's (2003) work on order to talk about the role of different argument. It is seen as the process of convincing someone for a specific step in the reasoning. Mathematical reasoning is then the process from meeting a (sub-)task to possibly reaching some conclusions. The reasoning structure uses four steps (Lithner, 2008): (1) Task situation

(TS); (2) Strategy Choice (SC); (3) Strategy Implementation (SI); and, (4) Conclusion (C). It is important to note that this is theoretical structure and human activity does not follow such a linear description. For each step, different arguments can be expressed: Identifying, Predictive, Verifying, and Evaluative (Lithner, 2008; Eriksson & Sumpter, 2021). The arguments can be anchored in different components that have mathematical properties. These properties are objects, transformations, and concepts (Lithner, 2008). Depending of the task, the mathematical properties might be more or less relevant to the Task Situation. Here, the focus is on sharing and division, two concepts that have overlapping mathematical properties. The main difference is that sharing can accept unequal shares whereas division means equal partitioning (Correra et al., 1998). However, both transformations mean that one needs to know the amount that should be shared (dividend) and some attention to the recipients (divisor), where another word for recipients is agent (Aziz et al., 2022). From a mathematical perspective, we also need to define if the dividend is divisible or not. The first situation allows results that include rational numbers whereas the latter, indivisible, means that solutions are using natural numbers (including zero).

Methods

The task comes from a research project aiming to study young children's (age 3-8 years old) mathematical and ethical reasoning, where six cases were designed (Sumpter & Hedefalk, 2023). The six cases describe sharing scenarios where biscuits should be allocated to soft toys within different contexts, all spanning from no information at all (neutral) to situations where different needs are expressed. The selected task is that four biscuits, of the same size, should be shared amongst three soft toys, with no further information about the soft toys. Sharing is a good topic since it covers both mathematical properties and ethical dimensions, and the concept 'fair share' does not have one unique definition (Hedefalk et al., 2022). As stated earlier, if the solutions are to weigh agents' preferences, the complexity increases (Suksompong, 2021). Here, we do not include dimensions such as the child being one of the agents or that the items can be viewed positive, neutral, or negative (e.g., Aziz et al., 2022). As stated earlier, the project is framed within a theoretical framework where the focus is on the content of different arguments, see Figure 1 (Hedefalk & Sumpter, forthcoming):

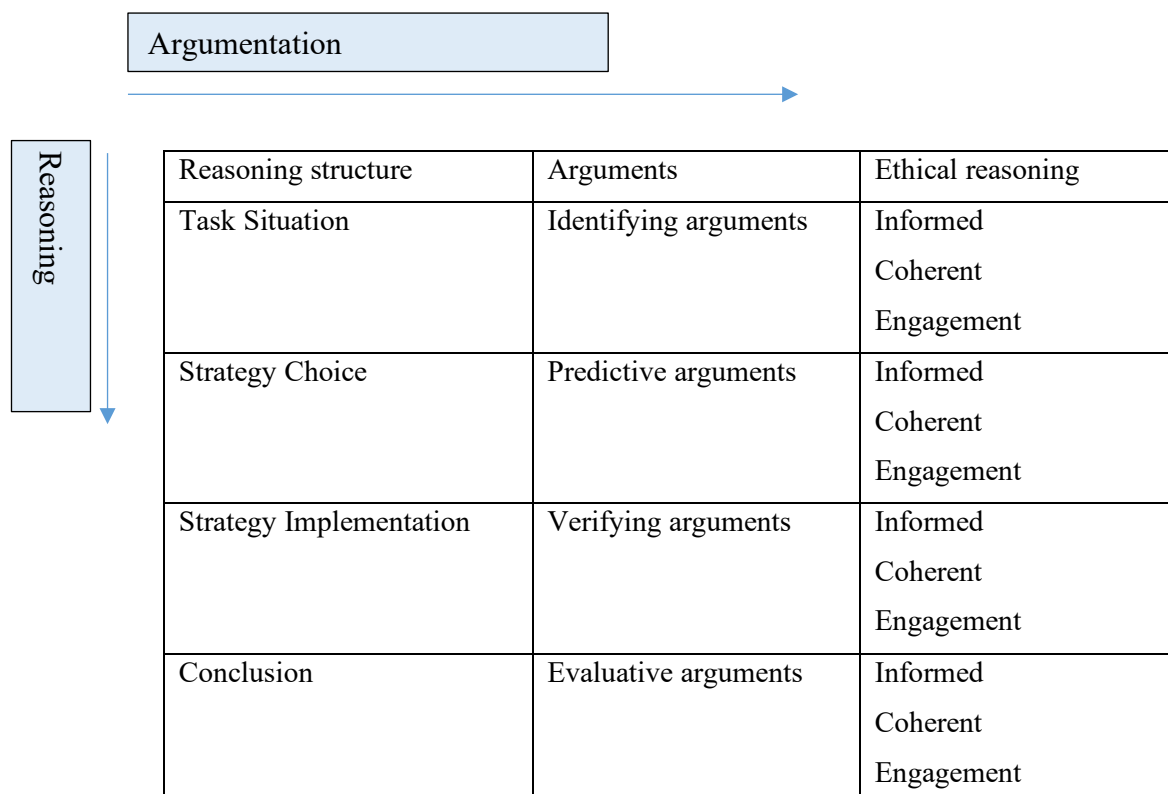


Figure 1: Overview of steps in reasoning and different arguments.

The starting point is that no specific ethics is needed in beforehand, and the tasks were also designed with this in mind (Sumpter & Hedefalk, 2023). The data comes from first solving the task in different ways where both authors separately aimed to provide as many different solutions as possible. Each solution was then compared to previous ones to ensure that the mathematical reasoning differ from each solution. As a second step, the solutions were structured using the four steps of reasoning. Possible arguments, mathematical and ethical, were identified and analysed where the component of the argument was in focus. The mathematical analysis focused on the different concepts, objects, and transformation of the reasoning (e.g., Lithner, 2008; Sumpter, 2016). The ethical analysis looked at if any Information might be needed in order to do the mathematical reasoning, or where it might be a gap in the Coherence, or possible Engagement in the reasoning (e.g., Hedefalk & Sumpter, forthcoming). The aim here is not to say which ethics that must be part of an argument, but instead to show how different ethical argument can fill possible gaps in the mathematical solutions.

Results

The solutions are divided into three clusters. The first cluster is if one allows the items to be indivisible, the second one is solutions treating the items as divisible, and the third one is more philosophical.

Indivisible

Here, the items are indivisible meaning that we operate with natural numbers. The task is as followed:

For natural number $s \in \mathbb{N}$, in Case 2 $[s] = \{0,1,2,3,4\}$, where the set of indivisible items O are the same as s , and the numbers of agents (recipients) $[N]$ are fixed to 3.

The first possible solution could be $\{1,1,1\}$ with $r = 1$. However, in the instruction it states that all biscuits should be shared. Hence, a remainder is not allowed. Three possible solutions are then $\{2,1,1\}$, $\{1,2,1\}$, and $\{1,1,2\}$ which from a mathematical point of view are the same solutions since the order is just shifted. However, looking at it from an applied mathematical point of view, they are different since the position of the numbers signal which agent who got what. Independent of the order, the Conclusion is that one agent have one more item which raises questions about Strategy Choice and Strategy Implementation (see Figure 1).

The dilemma who will get the extra biscuit can be solved in different ways. The first way is an informed reasoning, where some explicit need or virtue is taken to account and argued for as a fair share. Hence, the solutions ask for sort of normative ethics to be used when interpreting the Task Situation (identifying arguments) and providing argument for the Strategy Choice (predictive arguments). This could be applied for any distribution of the four items. There are three ways of ordering $\{4,0,0\}$, three ways of ordering $\{2,2,0\}$, three ways of ordering $\{2,1,1\}$ and six ways of ordering $\{0,3,1\}$ to give a total of 15 different solutions. Going back to $\{2,1,1\}$, $\{1,2,1\}$, and $\{1,1,2\}$, another option is that the surplus item is allocated using randomness. If a method is found (e.g. die rolling) whereby all agents have the same probability, $p = \frac{1}{3}$, then the expected outcome could be seen as 'fair', given that it is $\frac{4}{3}$ albeit indivisible items. Nevertheless, the use of randomness needs to be accepted by the agents meaning that identifying arguments and predictive arguments have to be provided so the Strategy Choice of using randomness is seen as an opportunity.

Randomness can be applied to any distribution of the items. For example, one of the 15 solutions can be chosen uniformly at random. The expected outcome is, just as with randomness, $\frac{4}{3}$, but the result can be of much greater inequality. As an extreme, one agent can receive 4 items and the other two will then have nothing. One can compare the reasoning to rolling a die where the expected outcome to get a six is $\frac{1}{6}$, $P(X = 6) = \frac{1}{6}$, but since you only have one roll, the actual outcome can differ. In a similar manner, when sharing four biscuits to three agents, the Conclusion will always be different compared to the

expected outcome since the items are indivisible. Independent of which Strategy Choice one chooses and argues for, or how it is implemented, the mathematical reasoning will depend on an ethical reasoning aiming to claim that one Strategy Choice is ‘more fair’ than another. From the receiving agents’ point of view, they need to accept the Strategy Choice and the different consequences they entail. Such acceptance is part of Engagement.

Divisible

There are several solutions if one expands to rational numbers. Then the task is interpreted to,

For rational number $s \in \mathbb{Q}$, in Case 2, $0 \leq [s] \leq 4$, where the set of divisible items are $[O] = \{0,1,2,3,4\}$, and the numbers of agents $[N]$ are fixed to 3.

The first solution is using the transformation division as the Strategy Choice, which means that each agent gets $\frac{4}{3}$ of the items (Conclusion). The ethics involved is that fair share then automatically means that each agent get the same amount independent of different need or virtue. The consequence is that the only possible Strategy Choice is to divide the items into equal sized area/ volume. The transformation ‘to measure’ is then needed in the Strategy Implementation in order to make sure that each agent get the same amount (volume/area).

Another variant of this is if the biscuits are allocated first one by one, and the remaining is divided into four quarters. Each of the quarters are allocated, one by one, and the remaining bit is the divided into four quarters. This procedure repeats until there is no physical object that can be divided and shared out. Each agent then receives,

$$\begin{aligned}
 & 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{256} + \dots \\
 = & \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^i \\
 = & \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} \\
 = & \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

The solution, an infinite series that is a geometric series, has the same Conclusion as above, but different Strategy Choices and Strategy Implementation. It also requires some sort of measurement, however not as complex as when dividing with three since dividing with four can be operationalised as ‘half of a half’. It also has some practical issues since it is only in theory one can divide infinite times. The question of when to stop entails that ethics has to be used, since although it is just a tiny crumb left of the biscuit, the task says that all biscuits should be shared. It raises the question “What to do with the final crumb that practically cannot be divided?”. Similar reasoning is then needed just as with indivisible items.

Philosophical

The last solution is a more philosophical solution, building on indivisible items. Let us say it is possible to build a quantum computer device that picks the last biscuit and places it in three black boxes, such that whether or not the biscuit is in any particular box is determined by a series of unobserved subatomic events. Using quantum mechanics, we can show that it is impossible to tell whether a biscuit is in a box until one of the boxes is opened. If one of the agents opens their box and finds a biscuit, it is now

guaranteed that there is not a biscuit in the other boxes. If the first agent finds no biscuit, the second and third agents still do not know who has the biscuit. This design can be supported with a solution of Schrödinger's equation which proves that the machine works.

Looking at the ethical reasoning, there are a few issues that needs to be agreed upon. Not only is the assignment of biscuits random, but it also allows the agents to have a biscuit and not having a biscuit at the same time, which presents a challenge if you are in a particular need or if there is a situation where ethics of care is explicit. The agents would need to be able to understand and trust Schrödinger's equation in order to have a complete treatment of the problem. Although possible, one might wonder what challenge such strategy choice would entail? It would be a challenge to claim that the reasoning is Informed and has Coherence, even if all agents involved would express positive Engagement. It raises questions such as "What other, unknown solutions might be suggested?", "What else do we need to know to understand how resources should be shared?", and "Can we only have quantum physicists as arbitrators of sharing problems?".

Discussion

The present paper aims to study how ethics can be part of mathematical reasoning, and the research question is "How and in what ways can different mathematical reasoning be dependent on ethical arguments in a sharing task?". The results showed that looking at sharing, here four biscuits shared by three agents, had several solutions that all entailed different types of ethics. Mathematics is not ethics-free (e.g., Ernest, 2020) and the different reasoning highlighted where one might need to be conscious about ethics (e.g., Buell & Piercy, 2022). Looking at the solutions, independent if treating the items as indivisible or divisible, there are several possibilities. Many of the solutions presented here are similar to what the reasoning children have used in our empirical studies as their first solution attempt (e.g., Eriksson et al., accepted; Hedefalk et al., 2022; Sumpter & Hedefalk, 2023). In most cases, it was only when the teacher explicitly said, "you can cut them", providing a pair of scissors, the items transformed from indivisible items to divisible items. One possible interpretation is that the process of moving between rational numbers and positive integers is not smooth (e.g., Eriksson & Sumpter, 2021). Here, we would like to instead put forward, that working with indivisible items, as presented by Aziz and colleagues (2022), is as important since it presents ethical dilemmas to reason about. Also, it might be easier, when working with indivisible items (i.e., integers), to make ethical reasoning more explicit given that remainders cannot be divided (e.g., Hedefalk & Sumpter, forthcoming). The activity then becomes an opportunity to allow members of the society to explore their mathematical-ethical consciousness.

The main question to address, when you have to allocate items, is "Who should have biscuits?", especially when resources are limited. One way of discussing this from a mathematical modelling point of view it to use the factor of envy-freeness (Aziz et al., 2022). The factor means that one weighs, mathematically, how much one item means for an agent: that the agents perceive the allocation as fair. It is very much a human process. Such weighing can have different strengths, a decision one as developer of mathematical models need to argue for. Here, we use the concepts Information, Coherence, and Engagement to stress different ethical dilemmas in such reasoning (Hedefalk & Sumpter, forthcoming). It can therefore be more 'fair' that one agent gets four biscuits and the other agents get none, if Information is used in a Coherent way, and the agents accept different aspects that could be related to Engagement, for instance seeing it as a envy-free process (e.g., Aziz, et al., 2022). A solution where a dog gets all the biscuits because it is sad it therefore not only a plausible solution, but also both an ethical one as well as a mathematical one (e.g., Hedefalk et al., forthcoming). The challenge then it to help, support, and encourage children and students to express relevant arguments (e.g., Lithner, 2008) that function as a claim (e.g. Toulmin, 2003) for the solutions. This is independent if one defines mathematical reasoning as a collective or individual process (e.g. Eriksson & Sumpter, 2021; Lithner, 2008; Sumpter, 2016; Sumpter & Hedefalk, 2015).

Even in the philosophical solution, the understanding of quantum physics challenge aspects of ethical reasoning. It is, given the design of the quantum computer, difficult to know if you have Information

and if it is Coherent. The solution is complex indeed, and one might argue that complex models might be ‘more’ ethics free. Researchers, in machine learning (ML), among others, has challenged this idea, and in many of the open models, human values are central to the process (Birhane & Sumpter, 2022). The solutions presented here confirm such conclusion: ethics is part of mathematics also at a micro level, not just at a macro-level (e.g., Ernest, 2020; Skovsmose, 2020). The didactical question is how to create spaces for children to work with such ethical reasoning as part of mathematical reasoning (e.g., Hedefalk & Sumpter, forthcoming; Sumpter & Hedefalk, 2023), just as they already do in science education (Griffiths et al., 2017; Öhman & Sund, 2021; Samuelsson 2020; Samuelsson & Lindström, 2020). A didactical implication would then be that, we as researchers and teachers in mathematics and mathematics education, might underestimate the importance of working with ‘4 shared with 3’ as sharing, and not just as division.

References

- Aziz, H., Caragiannis, I., Igarashi, A., & Walsh, T. (2022). Fair allocation of indivisible goods and chores. *Autonomous Agents and Multi-Agent Systems*, 36(1), 1-21.
- Birhane, A., & Sumpter, D. (2022). The games we play: critical complexity improves machine learning. *Computers and Society*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2205.08922>
- Buell, C., & Piercey, V. (2022). -Ethics in Mathematics: Foreword. *Journal of Humanistic Mathematics*, 12(2), 3-6.
- Correa, J., Nunes, T., & Bryant, P. (1998). Young children's understanding of division: The relationship between division terms in a noncomputational task. *Journal of Educational Psychology*, 90(2), 321-329. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.90.2.321>
- Eriksson, H., Hedefalk, M., & Sumpter, L. (accepted). The tension between division and fair share. In H. Palmér, C. Björklund, E. Reikerås & J. Elofsson (Eds.), *Teaching Mathematics as to be Meaningful – Foregrounding Play and Children’s Perspectives: Results from the POEM5 Conference, 2022*. Gothenburg.
- Eriksson, H. & Sumpter, L. (2021). Algebraic and fractional thinking in collective mathematical reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 108, 473-491. doi.org/10.1007/s10649-021-10044-1
- Ernest, P. (2020). Mathematics, ethics and purism: an application of MacIntyre’s virtue theory. *Synthese (Dordrecht)*, 199(1-2), 3137-3167. <https://doi.org/10.1007/s11229-020-02928-1>.
- Griffiths, M., & Murray, R. (2017). Love and social justice in learning for sustainability. *Ethics and Education*, 12(1), 39-50, <https://doi.org/10.1080/17449642.2016.1272177>
- Hedefalk, M. & Sumpter, L. (forthcoming). Young children’s ethical reasoning about sharing: an analytical tool to address different types of arguments. (submitted, under review).
- Hedefalk, M., Eriksson, H., Markkanen, P., & Sumpter, L. (2022). 5 year olds in between of sharing and division. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, 39.
- Lin, D., Wambersie, L., & Wackernagel, M. (2021). Estimating the Date of Earth Overshoot Day 2021. *Nowcasting the World’s Footprint & Biocapacity for*.
- Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 255-276. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9104-2>
- Öhman, J., & Sund, L. (2021). A Didactic Model of Sustainability Commitment. *Sustainability* 13(6), 3083. <https://doi.org/10.3390/su13063083>

Samuelsson, L. (2020). Etik i utbildning för hållbar utveckling—Att undervisa den etiska dimensionen av en kontroversiell fråga. [Ethics in education for sustainability – To teach the ethical dimension of a controversial question]. *Acta Didactica Norden*, 14(4), 1-22.

Samuelsson, L., & Lindström, N. (2020) On the Practical Goal of Ethics Education: Ethical Competence as the Ability to Master Methods for Moral Reasoning, *Teaching Philosophy*, 1-22.

Skovsmose (2020). Mathematics and ethics. *Revista Pesquisa Qualitativa*, 8 (18), 478-502.

Stemn, B. S. (2017). Rethinking mathematics teaching in Liberia: Realistic mathematics education. *Childhood Education*, 93(5), 388-393. <https://doi.org/10.1080/00094056.2017.1367230>

Sternberg, R.J. (2012). A model for ethical reasoning. *Review of General Psychology*, 16 (4), 319-328.

Suksompong, W. (2021). Constraints in fair division. *ACM SIGecom Exchanges*, 19(2), 46-61.

Sumpter, L. & Hedefalk, M. (2023). När dela lika är olika [When fair share is unequal]. *Nordisk Barnehageforskning*, 20(2), 110–129. <https://doi.org/10.23865/nbf.v20.256>

Sumpter, L. & Hedefalk, M. (2015). Preschool children's collective mathematical reasoning during free outdoor play. *The Journal of Mathematical Behavior*, 39, 1-10. doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.03.006

Sumpter, L. (2016). Two frameworks for mathematical reasoning at preschool level. In T. Meaney, O. Helenius, M.L. Johansson, T. Lange & A. Wernberg (Eds.) *Mathematics Education in the Early Years: Results from the POEM2 Conference, 2014*, (pp. 157-169). Springer.

Toulmin. S. (2003). *The uses of argument*. (updated edition). Cambridge: Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511840005a>

Tväråna, M. (2018). Theories of justice among eight-year-olds: Exploring teaching for an emerging ability to critically analyse justice issues in social science, *Nordidactica 2018:4*, ISSN 2000-9879

Vare, P., & Scott, W. (2007). Learning for a change: exploring the relationship between education and sustainable development, *Journal of Education for Sustainable Development*, 1(2), 191-198.

ASPECTOS DA CULTURA KYIKATÊJÊ EM UMA EXPERIÊNCIA DE ENSINO DE MATEMÁTICA

ASPECTOS DE LA CULTURA KYIKATÊJÊ EN UNA EXPERIENCIA DE ENSEÑANZA DE MATEMÁTICAS

ASPECTS OF KYIKATÊJÊ CULTURE IN A MATHEMATICS TEACHING EXPERIENCE

Jefferson Tassio Fonseca Santos

(Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, Brasil)

tassyomaraba@unifesspa.edu.br

João Pedro Antunes de Paulo

(Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, Brasil)

paulojpa@unifesspa.edu.br

Recibido: 12/07/2023

Aprobado: 12/07/2023

RESUMO

Neste trabalho apresentamos uma experiência de estágio realizada em uma escola indígena Kyikatêjê, na região norte do Brasil e analisamos aspectos dessa experiência a partir dos conceitos de autoridade e espaço comunicativo transcultural. Para tanto, descrevemos de modo breve o contexto no qual a pesquisa de estágio ocorreu, destacando os objetivos do estágio, o período de realização e os professores envolvidos. Nesse relato, situamos o ponto de interesse que motivou a escrita do presente trabalho. Indicado nosso objeto de estudos, apresentamos duas seções teóricas que caracterizam a perspectiva com a qual trabalhamos. Na primeira, expomos o conceito de autoridade, entendida a partir do Modelo dos Campos Semânticos. Apresentamos como esse conceito está relacionado à justificação utilizada na produção de conhecimento. Ao fazer isso, afirmamos que nosso interesse se dirige aos aspectos epistemológicos da experiência realizada. Na sessão seguinte, apresentamos o conceito de espaço comunicativo transcultural, como sendo aquelas situações de interação onde duas ou mais culturas se encontram e que a alteridade do espaço constituído nesse encontro, possibilita o compartilhamento de legitimidades entre elas. Após apresentar os conceitos teóricos é apresentada a experiência de estágio de modo a colocar em evidência a relação entre o estagiário, os professores e os alunos e não os conteúdos trabalhos. Na última seção essa experiência de estágio é analisada à luz dos conceitos apresentados. Apontamos na conclusão que o comportamento dos alunos advém de legitimidades constituídas na cultura da qual fazem parte, mas esse comportamento não indica necessariamente uma abertura para o processo de aprendizagem. Apontamos, também, que a criação de um espaço comunicativo que mobiliza as legitimidades da cultura Kyikatêjê na aula de Matemática, privilegiando os modos de produzir conhecimento dessa cultura, oportunizou uma mudança no processo de produção de conhecimento dos alunos.

Palavras-chave: modelo dos campos semânticos. escola indígena. estágio. Kyikatêjê.

ABSTRACT

In this essay, we present an internship experience carried out in a Kyikatêjê indigenous school, in the north of Brazil, and we analyze aspects of this experience based on the concepts of authority and transcultural communicative space. Therefore, we briefly describe the context in which the internship research took place, highlighting the objectives of the internship, the period of implementation and the teachers involved. In this characterization, we locate the point of interest that motivated the writing of the present work. Indicating our object of study, we present two theoretical sections that characterize the perspective with which we work. In the first, we expose the concept of authority, understood from the Model of Semantic Fields. We present how this concept is related to the justification used in the production of knowledge. In doing so, we claim that our interest is directed to the epistemological aspects of the internship experience. In the following session, we present the concept of transcultural communicative space, as those situations of interaction where two or more cultures meet and that the otherness of the space constituted in this encounter, enables the sharing of legitimacy among them. After presenting the theoretical concepts, the internship experience is presented in order to highlight the relationship between the intern, the teachers and the students and not the mathematical contents of the classes. In the last section, this internship experience is analyzed in the light of the presented concepts. We point out in the conclusion that the students' behavior comes from legitimacies constituted in the culture of which they are part, but this behavior does not necessarily indicate an openness to the learning process. We also point out that the creation of a communicative space that mobilizes the legitimacy of the Kyikatêjê culture in the mathematics class, favoring the ways of producing knowledge of this culture, provided a change in the students' knowledge production process.

Keywords: model of semantic fields. indigenous school. internship. Kyikatêjê.

RESUMEN

En este ensayo, presentamos una experiencia de pasantía realizada en una escuela indígena Kyikatêjê, en el norte de Brasil, y analizamos aspectos de esa experiencia a partir de los conceptos de autoridad y espacio comunicativo transcultural. Por lo tanto, describimos brevemente el contexto en el que se desarrolló la investigación de la pasantía, destacando los objetivos de la pasantía, el período de implementación y los profesores involucrados. En esta caracterización ubicamos el punto de interés que motivó la redacción del presente trabajo. Indicando nuestro objeto de estudio, presentamos dos apartados teóricos que caracterizan la perspectiva con la que trabajamos. En el primero, exponemos el concepto de autoridad, entendido desde el Modelo de Campos Semánticos. Presentamos cómo este concepto se relaciona con la justificación utilizada en la producción de conocimiento. Al hacerlo, afirmamos que nuestro interés se dirige a los aspectos epistemológicos de la experiencia de pasantía. En la siguiente sesión, presentamos el concepto de espacio comunicativo transcultural, como aquellas situaciones de interacción donde dos o más culturas se encuentran y que la alteridad del espacio constituido en este encuentro, posibilita la legitimidad compartida entre ellas. Luego de presentar los conceptos teóricos, se presenta la experiencia de pasantía con el fin de resaltar la relación entre el pasante, los docentes y los estudiantes y no los contenidos matemáticos de las clases. En la última sección, se analiza esta experiencia de pasantía a la luz de los conceptos presentados. Señalamos en la conclusión que el comportamiento de los estudiantes proviene de legitimidades constituidas en la cultura de la que forman parte, pero este comportamiento no necesariamente indica una apertura al proceso de aprendizaje. También señalamos que la creación de un espacio comunicativo que movilice la legitimidad de la cultura Kyikatêjê en la clase de Matemática, favoreciendo los modos de producción de conocimiento de esa cultura, proporcionó un cambio en el proceso de producción de conocimiento de los estudiantes.

Introdução

O trabalho que apresentamos é derivado de uma pesquisa realizada na disciplina de Pesquisa Socioeducacional VII do 7º período do curso de Licenciatura em Educação do Campo, da Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará (Unifesspa). A disciplina contempla também a realização do estágio de regência no Ensino Médio. Tanto a pesquisa quanto o estágio foram realizados no segundo semestre do ano de 2022, na Escola Estadual Indígena de Ensino Fundamental e Médio Tatakti Kyikatêjê, localizada no território indígena Mãe Maria, no município de Bom Jesus do Tocantins, no estado do Pará, região norte do Brasil. O povo Gavião Kyikatêjê, um dos povos que têm o Mãe Maria como seu território, fazem parte do grupo timbira e do tronco linguístico Macro-Jê.

O projeto de pesquisa apresentado na disciplina mencionada foi proposto por considerarmos a escola como um espaço de integração e interação social, onde práticas sociais de linguagem acontecem e se circunstanciam, assumindo características bastante específicas em função de sua finalidade, o ensino. O projeto foi trabalhado em uma intervenção interdisciplinar, onde os alunos assumiram o papel de sujeitos compreendendo o uso da Matemática nas práticas tradicionais de Arco e Flecha, através de situações enunciativas, ou seja, o uso adequado dos métodos matemáticos como forma de comunicação.

Para realização das aulas, foi articulada uma equipe de professores da escola composta por Renato Sisdaz e Leidiane Silva, professores de Matemática, e os professores bilíngues José Ajanã, Amjikroré e Laize Xerente. O professor Ajanã foi responsável por apresentar aspectos culturais relativos às práticas de arco e flecha, bem como a preparação dos jovens para essa prática. Além do desenvolvimento de aulas teóricas, por meio de rodas de conversa com Ajanã e aula expositiva sobre o conteúdo curricular de Matemática ministradas pelo estagiário, primeiro autor deste trabalho, foram realizadas atividades práticas que levaram os alunos ao campo de futebol para simulação do treinamento que era realizado pela equipe de futebol Gavião Kyikatêjê.

A relação com o futebol foi explorada como tema transversal nas aulas expositivas de Matemática, bem como na atividade prática, como mencionado. A escolha por esse tema decorreu do fato de o primeiro time indígena de futebol profissional brasileiro ter sido criado nessa comunidade com grande envolvimento de personalidades que ainda vivem lá. E, também, pelo fato de tal temática ser de interesse dos jovens alunos. A discussão sobre essa relação não será abordada neste texto. Aqui focamos a relação entre estagiários e alunos, de uma perspectiva epistemológica.

A socialização do estágio se deu no mês de janeiro de 2023, nela expomos nossa conclusão da experiência realizada afirmando que, partindo do problema investigado, pudemos concluir que a falta de integração, em sala de aula, dos conhecimentos indígenas e não indígenas, foi identificada mesmo na escola indígena. Para lidar com tal falta de integração, atividades foram propostas e pudemos compreender a importância de os conhecimentos tradicionais serem trabalhados em sala de aula, focando nos saberes do povo Kyikatêjê. A experiência de ensino teve contribuição também para desenvolvimento de aspectos sociais dos alunos ao abrir a possibilidade de conceitos não matemáticos serem apresentados na sala de aula.

Pensamos que alguns pontos mencionados no relatório da pesquisa merecem uma discussão mais detalhada, dentre elas destacamos: a importância de se abordar em sala de aula, inclusive na de Matemática, os temas da cultura para além de uma metáfora para exercícios do conteúdo curricular. A experiência com a roda de conversa mostrou que olhar para aspectos da cultura dentro do espaço institucionalizado da escola abre a possibilidade de rompimento com a dicotomia entre conhecimentos tradicionais e o currículo. Outra reflexão importante diz respeito ao papel do professor bilíngue e professor indígena ocupando a regência da sala de aula. Esse aspecto foi observado principalmente na relação estabelecida entre os alunos e o estagiário.

É na direção desta relação que propomos a reflexão realizada neste trabalho. Vamos dirigir nossa atenção para duas questões, que do modo como compreendemos neste momento, são centrais: a autoridade e a sala de aula como um espaço comunicativo transcultural. Ambas questões vistas de uma perspectiva teórica centrada no Modelo dos Campos Semânticos (MCS).

Para endereçar essa questão apresentamos a questão da autoridade assumindo a discussão apresentada por Paulo (2016) e Marques, Dantas, Ferreira e Paulo (2022). A partir dessa concepção produzimos uma leitura da relação estabelecida pelo estagiário com os alunos da turma. Em seguida, direcionamos nossa atenção para o programa etnomatemática e articulamos a discussão proposta por Severino Filho e Silva (2021) à experiência vivenciada durante a realização do estágio.

A noção de autoridade na sala de aula de Matemática

Existem trabalhos no âmbito da Educação Matemática que conceituam a noção de autoridade e que tratam dela no âmbito do ensino de Matemática. Por exemplo, Cooney (1993) trata da autoridade como um grau de liberdade dado pelo professor para os alunos executarem problemas matemáticos abertos ou fechados. Nas discussões dele, uma autoridade é exercida de modo mais enfático para se lidar com a disciplina em sala de aula. Em direção similar, Fasheh (1997) discute o papel da autoridade no ensino de Matemática, olhando para como diferentes culturas constituem autoridades e como essas autoridades lidam com pensamentos que seguem linhas diferentes daquelas usuais nessas culturas.

O nosso interesse neste artigo diverge dos trabalhos mencionados e de abordagens que tomam a autoridade apenas como sinônimo de um poder legitimador já estabelecido. Nosso argumento caminha na direção de colocar em evidência que, da perspectiva teórica que assumimos, existe uma diferença entre ser reconhecido socialmente como tendo legitimidade para atuar, ser autorizado por uma instituição social a desempenhar um certo papel naquela sociedade, e ser tomado como autoridade por alguém, um sujeito cognitivo, e receber deste alguém autorização para lhe ensinar algo.

Nossa discussão, apesar de lidar com um objeto diferente, está mais próxima das compreensões elaboradas por Andersson e Wagner (2019). Ao discutir as identidades, os autores focam na autoridade e na tomada de posição de alunos em situações de resolução de problemas em grupo, eles se interrogam, então, sobre as relações estabelecidas entre discurso e identidades que se constituem nessas interações. Os autores afirmam que é necessário entender os atos enunciativos dos alunos, vistos em contraste com o repertório que esses alunos são capazes de mobilizar, para se compreender a identidade matemática deles. O modo como compreendemos autoridade, que buscaremos explicitar ao longo do trabalho, está intimamente relacionado com o repertório que os alunos mobilizam em suas enunciações.

Esse modo de compreender autoridade toma por fundamentação teórica o Modelo dos Campos Semânticos (MCS) (LINS, 2012), que estabelece que a justificação que faz existir um conhecimento é interna ao conhecimento e advém do contexto social no qual e para o qual um conhecimento é produzido. Assim, ao se integrar aos outros dois elementos que constituem um conhecimento, crença e afirmação, a justificação estabelece uma legitimidade para um conhecimento enunciado e delimita um contexto no qual este um conhecimento, possivelmente, será tomado como legítimo.

Essa caracterização de conhecimento instaura que todo conhecimento é produzido em referência a um contexto social e é desse contexto que o sujeito de um conhecimento toma emprestadas as justificações para produzir conhecimento. Nesse processo, ao mesmo tempo em que faz existir um conhecimento, as justificações se caracterizam como autoridades que emprestam legitimidade para um processo de produção de conhecimento.

É em direção a este processo que produzimos uma noção de autoridade, desde esta perspectiva teórica. Uma autoridade é estabelecida socialmente, nos usos de certos modos de produzir conhecimento. É estabelecida também pelo valor social que estes modos de produzir conhecimento assumem, sendo tomados como verdades em um determinado contexto, bem como, emprestam legitimidade para alguém

ser tomado como membro dessa determinada cultura. Por exemplo, existem certos modos de produzir conhecimento que são tomados como legítimos no âmbito da Matemática, é legítimo na cultura dos matemáticos justificar a verdade da afirmação $2 + 3 = 3 + 2$ com base na propriedade associativa da operação de adição no conjunto dos números naturais. Assim como alguém que é capaz de enunciar essa propriedade e demonstrar sua validade, possivelmente, será tomado como um membro legítimo da comunidade de matemáticos e terá, socialmente, uma autoridade para falar sobre ela.

O ponto que chama a nossa atenção e que se relaciona à pesquisa que desenvolvemos no estágio supervisionado, é o fato de esta autoridade dada pela sociedade, não coincidir, na maioria dos casos, como argumenta Paulo (2016), com a autoridade para ensinar dada por um aluno em sala de aula. A proposta de Paulo (2016) é colocar em evidência a diferença entre a autoridade socialmente estabelecida para ser um professor e a autoridade para ensinar alguém. A segunda, será dada sempre pelo sujeito cognitivo na interação que ocorre na relação de ensino e aprendizagem. Isso é, mesmo que pertença a uma cultura na qual professor é um cargo socialmente estabelecido e que nessa cultura o professor seja uma autoridade no processo de ensino, um aluno pode não tomar como legítimas as ações didáticas dessa autoridade em sala de aula. A proposta de Paulo (2016) é que nestes casos, existe uma assincronia entre a autoridade socialmente estabelecida e a autoridade dada na interação.

Da perspectiva teórica defendida pelo autor e corroborando a discussão proposta por Ferreira (2016), ensinar é entendido como compartilhar legitimidades para que alguém venha a produzir conhecimento de modo que ele não era capaz de produzir antes. Ou seja, é um processo de ampliação do repertório de modos de produzir conhecimento que se sustenta pela constituição de novas legitimidades a partir de um processo de interação.

A proposta de Paulo (2016) é discutida por Marques et al. (2022) no processo de investigar as relações entre professores e alunos de um curso online. Marques et al. (2022) colocam em evidência que uma autoridade é dada aos formadores do curso, mesmo que estes não exerçam essa uma autoridade sobre os cursistas. Ao fazer tal afirmação, os autores chamam atenção para o fato de as autoridades constituídas socialmente se presentificarem em relações sociais diferentes daquelas em que foram constituídas.

Um aspecto muito importante da noção de autoridade da perspectiva teórica assumida por Paulo (2016) e Marques et al. (2022), e que também assumimos neste trabalho, é que uma “autoridade não ‘explica’ nada, ela apenas autoriza, empresta legitimidade” (LINS, 2012, p. 21). A noção de autoridade que mobilizamos nas análises deste trabalho não caminha na direção do papel socialmente estabelecido, mas na direção do papel epistemológico das legitimidades que são mobilizadas no processo de interação.

A sala de aula como espaço comunicativo transcultural

Assumindo a concepção de conhecimento apresentada anteriormente e buscando produzir novas legitimidades para a sala de aula onde diferentes culturas se encontram, Severino Filho e Silva (2021) discutem a dinâmica que acontece em cursos de formação de educadores indígena nos quais, apesar dos avanços em direção à uma prática mais dialógica intercultural, a cultura do professor não-indígena ainda é hegemônica.

Nesse processo de produzir novos significados para os objetos problematizados, ao pensarem a sala de aula, os autores caracterizam esta como um espaço constituído não apenas pelas propriedades físicas, mas também pelo professor e pelos alunos.

[...] Esse espaço é um sistema em que, cada aluno representa um ente cultural, constituído historicamente em diferentes fases e processos de aprendizagens, propiciadas pelo estilo de vida e espaços habitados por sua família, em relacionamento com outras famílias (SEVERINO FILHO; SILVA, 2021, p. 189).

Desde esta perspectiva, a sala de aula tradicional é vista como uma importação da cultura europeia, que sofre pequenas adaptações em contextos variados, mas que estabelece condições para que “a cultura do professor subjugu as diferentes culturas dos alunos e silencie seus conhecimentos anteriores

acreditando-se que, por fim, possa substituí-los pelo conhecimento escolar padrão” (SEVERINO FILHO; SILVA, 2021, p. 190).

A alternativa, reconhecer a sala de aula desde a perspectiva dos autores, assume que a sala de aula é um espaço de encontro de culturas que, lida desde a perspectiva do MCS, pode ser dita como encontro de diferentes legitimidades, reconhecendo que as diferenças entre culturas se estabelecem na medida em que uma toma como legítimos certos modos de produzir conhecimento que não são tomados como legítimos em outra. A partir desta compreensão é necessário reconhecer que ao entrar na sala de aula um aluno não deixa de pertencer ao seu mundo anterior, ele habita diferentes espaços aprendendo e colocando em prática modos de produzir conhecimento tomados como legítimos em cada um destes espaços (SEVERINO FILHO; SILVA, 2021).

Ao produzir uma enunciação em uma ação dialógica com o professor, o aluno mobiliza legitimidades internalizadas nos mais diversos contextos em que ele vive, para produzir, naquela interação com o professor, algo que ele acredita pertencer àquele espaço constituído no encontro com o professor e os demais alunos.

Esse novo conhecimento necessita e produz um, também novo, contexto, que não é especificamente o do aluno ou o do professor, mas, o contexto da conversa. A sala de aula, enquanto um “espaço comunicativo compartilhado” (LINS, 1999, p. 86), é o espaço onde o contexto da conversa deve existir em sua plenitude. (SEVERINO FILHO; SILVA, 2021, p. 196).

Nesse sentido, um espaço comunicativo transcultural configura-se como um espaço da alteridade, onde, efetivamente, diferentes culturas se encontram e produzem novas legitimidade em uma ação mútua, que implica a criação de um terceiro lugar.

Assim, olhando para a nossa experiência de estágio, vemos que o espaço constituído pelos alunos Kyikatêjê, os professores bilíngues, professores de matemática e estagiário (também Kyikatêjê), permitiu a produção e mobilização de legitimidades que não são aquelas estabelecidas pelo currículo da Matemática eurocêntrica. Tampouco, pode-se afirmar que sejam práticas tomadas como legítimas na cultura Kyikatêjê.

O encontro entre professores, estagiário e alunos, constituiu um espaço comunicativo transcultural que mobilizou legitimidades da cultura escolar e da cultura Kyikatêjê tornando legítima uma prática que associou modos de produzir conhecimentos tomados como legítimos na cultura Kyikatêjê e lidou com objetos próprios da cultura matemática.

Uma experimentação com cultura na aula de Matemática

As atividades desenvolvidas durante o projeto de intervenção aconteceram da seguinte maneira: em um primeiro momento o estagiário, primeiro autor deste texto, os professores em regência Renato Sisdaz, Leidiane Silva, juntamente com os professores bilíngue José Ajanã e Laize Xerente, se reuniram com os alunos e realizaram uma roda de conversa, conduzida pelo professor Ajanã. Nessa conversação, o professor apresentou a importância da modalidade arco e flecha na cultura Kyikatêjê e sua relevância para o fortalecimento dos laços culturais.

Durante essa socialização o professor Ajanã realizou uma pequena descrição do que é preciso para ser um bom arqueiro. Segundo ele, um bom arqueiro já tem sua escolha pré-estabelecida, ele recebe essa habilidade como um dom. Em todas as modalidades do arco e flecha as habilidades vão sendo aperfeiçoadas durante o processo de vida do arqueiro, seguindo as orientações dos pais e mais velhos.

Segundo Ajanã, o arqueiro sempre deixa sua flecha e seu arco reservado, pois quando ele ganha uma modalidade, ele dá a flecha para alguém. Essa flecha já está escolhida antes da disputa, pois o arqueiro sabe qual a melhor flecha para usar. Na produção da flecha, tanto a taboca quanto a ponta da flecha, que é feita de osso do braço do macaco, tem um preparo especial. Há também a preparação do corpo; o

arqueiro quando vai jogar no outro dia, ele não pode pegar em qualquer coisa, principalmente nas partes íntimas da mulher, isso é uma ciência natural dos mais velhos, que não deixa em nenhum momento as mulheres passarem por cima do arco e da flecha, pois isso o deixa fraco e prejudica sua pontaria levando o arqueiro a cometer muitos erros durante o jogo. Em sua preparação, o arqueiro deve sempre estar se corrigindo.

Também quando o arqueiro mata sua primeira caça, as regras da cultura indígena falam que ele não pode comer. Quem vai comer essa caça são as outras pessoas da comunidade. É dessa maneira que é preparado um bom arqueiro. Os mais velhos dizem que o bom arqueiro é aquele que sempre se resguarda, não deixando seu arco e flecha em qualquer lugar, não se sentando na cadeira do mais velho. Ninguém pode pegar no arco de um arqueiro, seguindo assim a orientação dos mais velhos. Da mesma forma são as mulheres, se elas estão no período menstrual, elas não podem jogar flecha, pois corre o risco da flecha ou o arco quebrarem, então elas evitam ir ao acampamento durante esse processo.

Esse breve relato é uma síntese do que foi ensinado aos alunos na roda de conversa. Eles ouviram atentamente e tomaram notas em seus cadernos. Após a roda de conversa foi finalizado o primeiro momento do projeto de intervenção.

No segundo momento, foi realizada uma aula pelo estagiário, acompanhado pelo professor de Matemática Renato Xerente. A aula iniciou com a história do time de futebol Gavião Kyikatêjê, primeiro time indígena profissional do futebol brasileiro. Em seguida, foi apresentado o conteúdo de áreas de figuras retangulares, buscando estabelecer uma relação entre aspectos geométricos que poderiam ser discutidos no âmbito da temática do futebol. Em seguida, foi apresentada a relação da figura retangular com o campo de futebol, tendo em vista que, para entender a metragem do campo e marcar as posições tanto das medidas externas (comprimento e largura) quanto das medidas internas (pequena área, grande área) do campo, é importante saber a expressão de cálculo da área de quadriláteros.

Dando continuidade ao projeto, o próximo passo foi levar os alunos até o campo de futebol que fica localizado atrás da Escola Tatakti Kyikatêjê, juntamente com o professor bilíngue Amjikroré e os demais professores de Matemática. Nesse momento, propomos atividades para aplicarem na prática os cálculos matemáticos discutidos na parte anterior. Assim, foi realizada uma pequena explicação de como seria realizada a aula prática envolvendo a modalidade arco e flecha e, posteriormente, como essa atividade seria aplicada nos cálculos matemáticos.

O professor Amjikroré demonstrou como a modalidade do arco e flecha acontece na prática, quais as habilidades envolvidas nela e como essa modalidade pode ajudar os atletas do time a ganhar mais resistência e velocidade. Assim, os professores de Matemática foram testando na prática esses conhecimentos, antes de realizarem com os alunos.

Considerando que, os alunos moram na aldeia e a Escola está integrada à comunidade, os alunos participaram de forma ativa tanto das aulas teóricas quanto práticas, uma vez que, os alunos conseguiram aprender a relação do ensino das expressões matemáticas de base e altura do retângulo observando o Campo de Futebol e com a participação do jogo e flecha. Uma das sugestões feitas, de acordo com a avaliação das atividades realizadas, foi que o professor precisa estar sempre atento à ensinar seu aluno com essa relação entre teoria conhecimentos indígenas e não-indígenas para promover mudanças na aprendizagem dos alunos, tendo em vista, que a maioria dos alunos são indígenas e todos já participam da cultura desde cedo e a mesma estar fortalecida até hoje.

Essa relação entre ensino de Matemática e a cultura na qual os alunos estão inseridos é discutida de diferentes formas, mas não se pode negar a sua importância. Temos por exemplo as discussões sobre Etnomatemática, também sobre abordagens dos estudos culturais e a perspectiva da pedagogia histórico-crítica que afirmam a importância dessa aproximação entre os conhecimentos matemáticos e a cultura na qual os alunos se constituem.

No término do projeto de intervenção, foi possível concluir que essa atividade veio a somar com a aprendizagem da Matemática, reforçando que os conhecimentos culturais juntamente com os conhecimentos não-indígenas, em algum momento da vida se entrelaçaram e continuam se entrelaçando. Afirmamos isso por compreender que os conhecimentos estão vivos criando novos horizontes, novas perspectivas de ensino focando em caminhos interculturais e interdisciplinaridade.

Considerações

Na introdução, indicamos 2 temas como foco deste trabalho: a relação estabelecida entre estagiário e alunos da turma vista a partir da noção de autoridade fundamentada no MCS; e a experiência do estágio como uma vivência em sala de aula como espaço comunicativo transcultural. Neste tópico apresentamos algumas considerações sobre esses dois pontos.

Para refletir sobre a questão da autoridade é importante mencionar que o estagiário e primeiro autor deste trabalho é morador da comunidade onde o estágio foi realizado e também um membro da cultura Kyikatêjê, residindo na aldeia há 15 anos. Também desempenhou papel importante na consolidação do time de futebol, sendo jogador profissional do time Gavião Kyikatêjê e de outros clubes brasileiros. Há alguns anos trabalha na secretaria da escola, no setor de documentação dos estudantes, e tem contato direto com os alunos nas questões administrativas da escola e nos jogos e brincadeiras da cultura.

Apesar desse contato prévio com os alunos e de não haver, fora da sala de aula, nenhuma dificuldade de comunicação com eles, ao se apresentar como estagiário e iniciar a observação e intervenção na sala de aula os alunos mudaram seu comportamento para com o estagiário. Como argumentado por Marques et al. (2022), existe uma autoridade externa à relação entre estagiário e alunos estabelecida pela cultura não-indígena, que institui o papel social do professor. Este papel traz consigo certas legitimidades, na direção do que pode ou não ser dito, e também na direção de como alguém deve se comportar na presença de um professor.

Esse papel instituído socialmente também na cultura indígena, devido aos processos de interação com as culturas não-indígena, empresta uma autoridade para o estagiário agir de certos modos, ao mesmo tempo que delimita os modos de agir que os alunos tomaram como legítimos na interação. É por isso que, mesmo possuindo intimidade com o estagiário fora da escola, ao encontrá-lo dentro do espaço sala de aula os alunos mudam seus modos de agir.

É importante ressaltar, como indicado por Paulo (2016), que existe uma diferença entre “autoridade para” e “autoridade sobre”. Isso é importante porque o fato de os alunos mudarem seus comportamentos ao darem ao estagiário a “autoridade sobre” eles, em uma relação hierárquica entre professor e aluno, tomada como legítima da cultura, esses mesmos alunos não estão, necessariamente, dando ao estagiário a “autoridade para” lhes ensinar algo. É nessa direção que Paulo (2016) argumenta sobre cargos flutuantes ao se referir a professores; o ato de ensinar se ampara em uma autoridade dada por quem aprende a alguém que assume o papel de professor, segundo Paulo (2016), esse papel é sempre provisório, sempre delimitado pela atividade, não é estável nem permanente.

Em nossa experiência de estágio, compreendemos que a mudança de comportamento não implica em uma aceitação do papel de professor, no sentido de Paulo (2016), mas apenas na mobilização de legitimidades tomadas da cultura na qual os alunos se constituíram. Pensar a sala de aula como um espaço comunicativo transcultural, do modo como compreendemos hoje, é abrir a possibilidade para que também essas legitimidades sejam colocadas em evidência e problematizadas.

O segundo tema que destacamos diz de nossa vivência na sala de aula. O trabalho interdisciplinar que envolveu os professores bilíngues e professores de Matemática da escola, permitiu a produção de uma sala de aula, no sentido de Severino Filho e Silva (2021), onde legitimidades da Matemática compartilharam espaço com legitimidades da cultura Kyikatêjê. A participação desses professores em uma aula de Matemática permitiu que outras justificações fossem mobilizadas no processo de produção

de conhecimento. Justificações que possivelmente não seriam mobilizadas em uma aula de Matemática que não abordasse as temáticas de modo interdisciplinar, por não serem tomadas como legítimas pelos alunos na interação com o professor.

A mobilização de legitimidades da cultura Kyikatêjê possibilitada pelas discussões envolvendo o arco e flecha e a preparação física do time de futebol, permitiu uma mudança no espaço comunicativo da sala de aula que, do modo como compreendemos, deixou de mobilizar unicamente as categorias não-indígenas no processo de produção de conhecimento. Mesmo que os resultados matemáticos apresentados e discutidos em sala de aula sejam os mesmos tomados como legítimos na cultura não indígena, o modo de falar sobre eles, as categorias que levaram à sua construção na sala de aula constituída por estagiário, alunos e professores, são categorias próprias do cotidiano indígena.

Este é o ponto central em nossas considerações. Assumir a sala de aula como espaço comunicativo transcultural e buscar ações didáticas que caminhem nesta direção, é uma estratégia para que os modos indígenas de produzir conhecimento e não apenas os conhecimentos indígenas produzidos sejam problematizados na educação escolar indígena. Assim, vemos o nosso esforço com essa experiência pontual como um passo na direção do que Severino Filho e Silva (2021) anunciam como teorias indígenas do conhecimento.

Reconhecemos este texto como um passo, por compreender que a partir dele e das discussões realizadas no evento um processo de teorização será necessário. Um processo que se desenvolva na direção de colocar em evidência modos de produzir conhecimento e coloque em evidências as categorias próprias do pensamento Kyikatêjê.

Referências

- Andersson, A., & Wagner, D. (2019). Identities available in intertwined discourses: mathematics student interaction. *ZDM Mathematics Education*. 51, 529–540. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01036-w>
- Cooney, T. (1993). On the notion of authority applied to teacher education. In Becker, J. R. & Pence, B. J. (Eds.) *Plenary Sessions and Research Papers: Vol 1. Proceedings of Psychology of Mathematics Education* (1-40)
- Fasheh, M. (1997). Mathematics, Culture and Authority. In Powell, A. B. & Frankenstein, M. (Eds.) *Ethnomathematics: Challenging Eurocentrism in Mathematics Education*. (pp. 273-290). State University of New York Press
- Ferreira, G. F. (2016). Brincando de gangorra: uma discussão sobre formação de professores e uso de tecnologias [Master Dissertation]. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, Brasil.
- Lins, R. C. (1999). Por que discutir teoria do conhecimento é importante para a Educação Matemática. In Bicudo, M. A. V. *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. (pp. 75-94). Editora Unesp.
- Lins, R. C. (2012). O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. In Ângelo, C. L. et al. (Eds.) *Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história*. (pp. 11-30). Midiograf.
- Marques, I. M. W., Dantas, S. C., Ferreira, G. F., & Paulo, J. P. A. (2022). A Noção de Autoridade na Formação e Prática Profissional de Professores de um Curso de Geogebra. *Perspectivas da Educação Matemática*, 15 (39), 1-15.
- Paulo, J. P. A. (2016). *Contando uma história: ficcionando uma relação entre professor e aluno* [Master Dissertation]. Universidade Estadual de São Paulo, Rio Claro, Brasil.

Severino Filho, J., & Silva, A. A. (2021). Por teorias indígenas do conhecimento: a sala de aula como espaço comunicativo transcultural. In Mattos, S. M. N. et al. (Eds.) *Interfaces educativas*

RESEARCHING FOR A MATHEMATICS RHIZOCURRERE FOR CULTURALLY RESPONSIVE TEACHING

LEARNING OPPORTUNITIES FOR STUDENTS OF PRIMARY SCHOOL

PESQUISANDO PARA UMA MATEMÁTICA RIZOMÁTICA PARA O ENSINO CULTURALMENTE RESPONSIVO

Oportunidades de aprendizagem para alunos do primário

INVESTIGANDO UNA MATEMÁTICA RIZOMÁTICA PARA LA ENSEÑANZA CULTURALMENTE RESPONSIVA

Oportunidades de aprendizaje para estudiantes de escuela primaria

Georgios Kyriakopoulos

(University of Thessaly, Greece)

gvk_6@yahoo.gr

Charoula Stathopoulou

(University of Thessaly, Greece)

hastath@uth.gr

Recibido: 12/07/2023

Aprobado: 12/07/2023

RESUMO

Este artigo centra-se na reconceitualização do currículo de matemática com alunos ciganos, apresentando uma exploração nômada do ensino da matemática. É proposto um modelo alternativo, metodologicamente privilegiado, que identifica a oportunidade para um currículo alternativo de dentro, em vez de à distância. O principal objetivo da pesquisa é indicar como a pesquisa para uma reconceitualização curricular pode ser iluminada por pensar rizomaticamente onde espaços comuns de entres são construídos por uma conversa confabulativa entre estudantes ciganos e o pesquisador que assume uma posição nômada. Os alunos ciganos, o dever educativo e as subjetividades ao nível dos indivíduos e das situações envolvidas interagem como elementos de um rizoma em evolução imprevisível que consiste em descontinuidade, ruptura e multiplicidades em constante emergência.

Palavras-chave: rizomática. rizoma. estudantes ciganos. matemática.

ABSTRACT

This paper focuses on the reconceptualization of the mathematics curriculum with Roma students presenting a nomadic exploration of the mathematics teaching. An alternative, methodologically privileged, model is proposed which identifies the opportunity for an alternative curriculum from within rather than from a distance. The main aim of the research is to indicate how researching for a curriculum reconceptualization might be enlightened by thinking rhizomatically where common spaces of in-between are constructed by a confabulative conversation between Roma students and

the researcher who takes up a nomadic position. Roma students, educational becoming and subjectivities at the level of individuals and situations involved both interact as elements of an unpredictably evolving rhizome which consists of discontinuity, rupture and constantly emerging multiplicities.

Keywords: rhizocurrere. rhizome. roma students. mathematics.

RESUMEN

Este artículo se centra en la reconceptualización del currículo de matemáticas con estudiantes gitanos presentando una exploración nómada de la enseñanza de las matemáticas. Se propone un modelo alternativo, metodológicamente privilegiado, que identifica la oportunidad de un currículo alternativo desde dentro y no desde la distancia. El objetivo principal de la investigación es indicar cómo la investigación para la reconceptualización del currículo puede iluminarse mediante el pensamiento rizomático donde los espacios comunes intermedios se construyen mediante una conversación confabuladora entre los estudiantes gitanos y el investigador que adopta una posición nómada. Los estudiantes gitanos, el devenir educativo y las subjetividades a nivel de los individuos y las situaciones involucradas interactúan como elementos de un rizoma en evolución impredecible que consiste en discontinuidad, ruptura y multiplicidades en constante emergencia.

Palabras clave: rizomática. rizoma. estudiantes gitanos. matemáticas.

Introduction

Current pandemic experiences can be treated as a critical point in the trajectory of mathematics education. The relationship between mathematics education and students' feelings of hopelessness when trying to adjust to returning to school normalcy after many months of quarantine is an opportunity to find a tangent path with critical ethnomathematics education. As students return to school they are faced with severely restrictive measures which affect their sociability and their need for interpersonal contact which is insurmountable for this particular population and cultural group.

As a result, returning to school is characterized by a large outflow of students, intensity during their stay at school. The educational process ended up degenerating into an attempt to keep students safe at school. It is often the case that students choose to stay at home and in distance education in relation to school reality. These specific incidents acquire a special meaning in the case of the socio-cultural group of the Roma since its interpretation assumes almost from the beginning racist characteristics that maintain and reinforce the social stereotypes for the Roma. In particular, teachers and educators, seeing the empty schools and students wandering around the area around the school, interpret this behaviour as a constant need of the Roma for freedom, inability to comply with school rules, indifference to the educational process. This behaviour of students is interpreted as their desire to remain in "community confinement" marginalizing thus, the school and the educational becoming.

This research mentions the need for socially-distanced and remote education as a "teachable moment" that can leap beyond the crisis and become an educational opportunity (Ulmer et al., 2020). This paper proposes that the actual situation of crisis and failure needs to be embraced; embracing dystopia makes it possible to incorporate the best aspects of critical ethnomathematics, the one subfield of mathematics education that has already tread this path, by embracing the complexities and paradoxes of colonialism and its legacies (Appelbaum et al., 2021). Bringing critical ethnomathematics from the margins to the center while decentring mathematics curriculum for culturally responsive teaching, is proposed. A key concern for mathematics education is that of Roma students coming from a marginalised group; these learners were left outside the educational process, enlarging the gaps in opportunities and outcomes between privileged and less-privileged students.

Theoretical framework

A rhizome is a non-linear and non-hierarchical network which develops and evolves in contrast to the humanitarian tree and its influence in the field of mathematics education. Rhizomatic thought (Deleuze & Guattari, 1987) and creating a rhizocurrere orients the research to the study of social interaction in educational contexts to the deconstruction of mathematics curricula models that seeks to provide the student with a mathematical education which encompasses a body of knowledge, skills and procedures that is developmentally appropriate (Schoenfeld, 2016). Rhizomatic thought aims neither to provide a better research model nor to reject the conventional humanistic research. Instead, it leads to a commitment to forms of knowledge that are not linear by creating multiple entry points (Colebrook, 2021) and a multitude of pathways of the lived experience of the mathematics curriculum. Research examines the educational process and becoming at both the level of individuals and the situations involved. These processes and becomings interact as elements of a labyrinthine and incalculable (Lather, 2016) rhizome characterized by discontinuity, rupture and constantly emerging multiplicities. Such a standpoint requires a radical reconsideration of the methodological approach to the reconceptualization of the ethnomathematics curriculum, because conventional research efforts end up imposing codifications similar to those of linear models in research environments.

An alternative methodologically privileged model was proposed, identifying the particular from within rather than from a distance (St. Pierre, 2018). According to Deleuze and Guattari (1987, p. 387) the researcher may act as a nomad without history, territory, or goals as he travels between points without ever stopping. The main aim is to indicate how researching for an ethnomathematically oriented curriculum reconceptualization might be enlightened by rhizomatic research where common spaces of in-between are constructed by a confabulative conversation (Johansson et al., 2021) between Roma students and the researcher who takes up a nomadic position. Deleuze and Guattari (1987) use another concept of subjectivity to trouble the concept and the field. They suggest that a nomad “operates in an open space through which things-flows are distributed rather than plotting out a closed space for linear and solid things” (p. 361). In fact, St. Pierre (1997) affirms that “nomads deterritorialize space that has been territorialized, charted, ordered, and then shut down. Nomads search for mobile arrangements of space where thought can settle for a time and then multiply and recombine, always displacing the sedentary and unified”. A researcher who practices nomadic inquiry, an “itinerant” (Deleuze & Guattari, 1987, p. 373) science, can never be sure of the field and thus has trouble locating it because “deterritorialization constitutes and extends the territory itself” (Deleuze & Guattari, 1987, p. 372). The field grows; it erupts in some strange, new place; it refuses to be coded; and it advantageously invents itself outside interiority (St. Pierre, 1997).

This is hard to understand if knowledge is thought of as a binary concept such as right/wrong, is/is not, or proven/unproven. To the Roma students, mathematical knowledge is not a static component to be obtained, but rather a flexible changing element to be alchemically interacted with, and the only goal of which is further pursuit. Roma students experience freedom by being unconstrained and through constant movement.

Nomadic wandering in the discursive fields of education is “not as ‘losing one’s way’ but as losing the way – as losing any sense that just one ‘way’ could ever be prefixed and privileged by the definite article. Like rhizomes, nomads have no desire to follow one path” (Gough, 2005, p.13). “The space of [nomad] thought is qualitatively different from State space. Nomad space is “smooth,” or open-ended. One can rise up at any point and move to any other. Its mode of distribution is the nomos: arraying oneself in an open space (hold the street), as opposed to the logos of entrenching oneself in a closed space (hold the fort)” (Deleuze and Guattari, 1987; p. xiii).

Research methodology

This research took place in the region of Acharnes which is a suburb of Athens, in Greece. A primary school where 3rd grade Roma students attend and the local community become the research setting.

Roma students return to school after the pandemic quarantine and this is the motive for a series of activities that obtain mathematical substance and become an occasion for interaction with real-life mathematical situations. The set of activities originates from the students who, being dissatisfied with the provision of the positions imposed by the legislation in order to observe the social distances, examine and explore possible provisions which will comply with the conditions set by the law and will be accepted by all the students. This occasion offers the possibility for interaction between mathematics knowledge and examination of the issue of discrimination of Roma students as it arises while the research evolves.

The activities which will be presented in this paper are part of a mathematics rhizocurrere. This rhizocurrere is structured by a series of activities that touch students' funds of knowledge, explore issues of social inequality and are transformed into mathematical activities through everyday life. These activities could not have been structured and organized in advance as they arise unexpectedly and spontaneously during the research process. However, they are organized in a rhizocurrere and acquire meaning and substance for the life of the students as well as for the promotion of mathematical knowledge and mathematical skills.

Drawing on the work of Deleuze and Guattari (1987), everything contributing to a research process exists on a plane of immanence without hierarchies or predetermined orders. Ulmer (2017) mentions that “thinking differently about methodology is an ethical, political, and intellectual imperative (p.12)” so the education of mathematics is seen as a political action which may be able to transform the lives of the persons involved. Contrary to what might be assumed, postqualitative inquiry such as rhizomatic analysis is not a qualitative methodology with a twist (St. Pierre, 2021). Rather than offering a new kind of method, it instead expects the researcher to step outside of the safe methodological steps into the exploration of the post-human societal condition, focusing on matter and its contributing role in the production of our worlds (Spyrou, 2019; p.316). In its own rhizomatic direction, this article creates or maps new possibilities for educational growth and inspiration—new possibilities for knowing and being both as a learner and a teacher (Ontong & Le Grange, 2018).

Educational reality requires mathematics teachers identify the learning objectives in advance and the teaching strategy they will adapt to achieve them. Moreover teachers are asked to evaluate this teaching process in terms of whether or not they have achieved the goals and objectives. Mathematics curriculum tends to degenerate into a failed representation of the desperate efforts of educational stakeholders to capture topics and turn them into useful and validated knowledge. The researcher, in this perspective, has dominant knowledge of the student's world and seeks to impose a change on that world. Post-qualitative inquiry and rhizomatic thought suggests such a mathematics curriculum should be deconstructed. This deconstruction can be achieved when the curriculum is treated as a tentative possible proposal, a reality that emerges in a way beyond our control without frames, but in the mix of various tracings on a map of possibilities (Deleuze & Guattari, 1987). Reconceptualized mathematics curriculum is written neither on a “butchers’ paper that reminds us of the pedagogies of the slaughterhouse (Pederson, 2019), nor on an immigrant paper that has come on a ship from London as packing material, yellowed by window sun” (McKnight, 2017, p. 11).

Deconstruction does not reject what it deconstructs but rather overturns and displaces a lived curriculum experience in order to create space for something different else. Deconstruction is accomplished when “something in the world forces us to think” (Deleuze, 1994, p. 139), when the given, the dogmatic image of thought, no longer suffices (St. Pierre, 2018). Deconstruction as an approach seeks to highlight important deconstructive moments by looking for sources of tension and disruption (Derrida, 1967/1997).

The present research was carried out in an area located on the outskirts of Athens, Greece, a short distance from the city center where Roma communities live. Conducting the research involved seven different Roma students of 3rd grade as well as important family and community members. Participants agree to participate in this research; they know the subject and the substance as well as the collection of

relevant material by the researcher. Consent was obtained both formally through a relevant consent form and substantially as community members allowed the researcher and students to access their space and action during their daily activities. Students and community members were on track to acquire a culture of locating mathematics within everyday life activities and to cultivate thinking in a mathematical way. Opening a space for agency and linking mathematics to students' foregrounds becomes the basis for a more meaningful mathematical experience (Andersson & Valero, 2009).

This paper's post-qualitative turn in mathematics education focuses on the differences, the contradictions and the setting in which students' funds of knowledge are explored, instead of looking for truths. Roma students do not have stable and unchanging experiences that can be studied in advance and approached with predetermined steps. Learning situations and opportunities arise in response to the students' lived experience. Deconstruction identifies and highlights (non) data which lead to the reshaping of the mathematics curriculum, incorporating, with critical stance, political, cultural and historical elements that will in turn reveal how these students experience mathematics through their lived experience. Mathematics curriculum develops as an impressive rhizome of activities, where any node can be connected to any other to give meaning to the learning process, and in this manner enriching student's mathematical experiences (Januario et al., 2020).

Research (non) data

Due to the school's reopening after the restrictive measures for Covid19 pandemic, the students recalled their existing knowledge by trying to implement the restrictive measures in practice. According to the directives of the disease prevention center, the distances between the students within the school classroom should be 1.5 meters.

The way the desks were placed initially caused the students discomfort, as they were located one behind the other. As a result, the children did not have eye contact with each other and came in direct contact exclusively with the teacher and the blackboard (placement of desks for traditional frontal teaching). Thus, the students were asked to place their classroom chairs in an appropriate manner in order to apply the necessary precautionary measures for the virus' spread.

Initially, the students counted the number of desks in each classroom and began to think about different placements so that each student has a distance of 1.5 meters from his/her classmates. Students were deliberately asked to separate the chairs in two classrooms. This happened because the first classroom consisted of eight chairs and the second consisted of eleven chairs. So, while the students tried to separate the eight students they were expected to form two groups of four chairs. Thus, they placed the chairs into a square formation as they easily recognized that the square has equal sides. They use a measuring tape in an auxiliary way, with which they were now familiar, after their previous contact with this measuring instrument during the activity of measuring length and using the map.



Picture 1: Placing the chairs at equal distances

In our attempt to reveal the reason why the students immediately thought of placing the chairs on a square's tops, Valantis explains, "I thought of the television. If you put them like the TV set, one side is closer, the other is farther, so you cannot do it. Then you think of the triangle, like a little piece of cheese pie. This can be done but eight chairs do not fit in a triangle because some are left over". At the same time, Stavros said in order to comment on the triangle formation "the little piece of cheese pie does not always do, it can be pointed – meaning triangular – without every piece being equal. It only fits sometimes. My mother has some towels hanging that fit equal distances".

Thus, we understand that students use objects of their daily life such as television or handmade embroidery to guide their thinking to the appropriate mathematical arrangement.

At this point, we must analyze the fact that students informally recognize perfect and imperfect division. The perfect division, for example, has to do with the placement of the eight chairs in two squares, while the imperfect division has to do with "the eight chairs which do not fit in a triangle because some are left over". Children make this distinction even though they have not been taught division at all at school. At the same time, students recognize the innate qualities of triangles as far as their sides are concerned since they realize that a pointed formation can sometimes fit and sometimes not fit, that is, sometimes an equilateral triangle can be formed and sometimes a scalene triangle.



Picture 2: Creating a triangle with chairs



Picture 3: Examining equilateral triangle properties

The students' attempt to form an equilateral triangle is particularly interesting since the goal is to place the three chairs one and a half meters apart from each other. At the beginning, they easily place the two chairs and form one side of the triangle. However, they find it difficult to put the third vertex in such a way that it is equidistant from the other two.

They do several tests and talk to each other for a long time until they realize that "in order for the third chair to be two away from the other two we have to find 75". When the researcher asks them how the number 75 comes about they say "I have one and a half. Half of one is 50 while half of 50 is 25. So 75. There, the other chair should step on 75". Thus, they use the measuring tape to measure 75 cm. That is

the middle of one of the straight sections, which happens to be right on the tile's joint.

This joint forms a straight line that runs through the tiles and becomes the reference point. As soon as the students realize that the middle is on the tile's joint, they are very happy while George says "Come on, it is nothing. Now it is easy that it has fallen right up here. Take it all straight. The chair should be put in this line here."

In fact, the students place one foot of the chair on this straight line, that is, on the perpendicular bisector of the line segment of the equilateral triangle's base. Then measurements begin on both sides of the triangle to create the equal distance by moving the chair properly. However, after a short time of testing, they find it difficult to mark accurately the distances as they find that, although their measurements are based on the line of the perpendicular bisector, the two sides of the triangle continue to be unequal.



Picture 4: Calculating half of a distance

Then, Valantis, who until then observes, tells them “the chair is not like the lines you draw with the pencil that do not catch centimeters, the chair catches centimeters. Half of the chair must step on half of the line. We cannot do it by putting the foot that is at the chair’s end”. Indeed, the other students accept his point of view and measure the chair’s length. Then, they place its middle on the line of the perpendicular bisector, as it is marked by the tiles’ joint. That is, the student at this point realizes that the reason why the triangle does not become equilateral is the chair itself that has dimensions. Therefore, he suggests placing the middle and not the end of the chair in the perpendicular bisector in order to achieve the desired result.



Picture 5: Finding the perpendicular bisector

At this point, we observe that students have an understanding of the dimensionless character

of a triangle’s point and vertex as well as its different innate quality in relation to an object that has dimensions such as the chair in this case. They finish this assignment by measuring exactly the equal distances on the equilateral triangle’s sides. Finally, when asked how to place the eleven children into formation, they easily state they will form two squares and a triangle, thus making an Euclidean division using geometric terms.



Picture 6: Understanding the difference between a point and an object

Discussion

During this research we began to reexamine the mathematics curriculum in order to provide Roma students with an understanding of mathematics as a living and growing field which has the potential to bring about real-life changes in responding to power issues. Research quickly discovered that this kind of reconceptualization of the mathematics curriculum cannot be accomplished through conventional humanistic research or qualitative research methodologies. The research then pursued, and which is reported in this paper, is grounded in post-qualitative inquiry. The goals of post-qualitative research are not directed at representing something that exists in the real world, but instead to reorient thought toward experimentation, and toward the creation of new forms of thought and life. Rhizomatic analysis offered the opportunity to co-create an emerging, alternative, mathematics rhizocurrere together with Roma students in order to respond to their refusal to adapt to the new conditions at the school.

Similar to qualitative approaches, the rhizocurrere is based on real-life experiences; the difference is in the outcomes, which are not an ideal curriculum, or set of concrete pedagogical recommendations, but instead a prototype story of new relationships with teaching, learning, and research that can be shared by other teachers and students co-creating their own rhizocurrere in their own unique settings.

Rhizomatic analysis entailed the mapping of relations and differences as they emerged, during performance-in-motion. This mapping generated potential pathways and directions, plateaus or planes of immanence among theories, mathematical ideas, moments of interaction, pieces of qualitative data, etc., pathways or directions of connection or difference that could be followed and extended as potentialities. Through this mapping process emerged a vibrant, evolving and dynamically adapted mathematics rhizocurrere that has such a dynamic for Roma students that, on the one hand, helps them to acquire substantial and comprehensive mathematical knowledge related to real life, and on the other hand, becomes a vehicle both for emancipation and for changes in their daily life.

Re-examination of the students' reality and the breaking down of existing stereotypes created potential plateaus with the ultimate goal of restoring social justice. During the research process, there was a reduction in school dropout rates, an increase in student participation in mathematics activities, a spontaneous implementation of interventions that contribute to the improvement of everyday situations

that make life difficult for Roma students, and extension of the school curriculum to include interaction with the outside community within mathematics lessons. Research created the opportunity to reconsider relationships and interactions constituting students' experiences in relation to socialization processes within the Roma community, and to a softening of power relations between school and Roma culture.

Finally, the rhizocurrere cultivated a spirit of searching for mathematics involved in the simple events of everyday life, so that Roma students demonstrated evidence of acquiring an active mathematical identity, of learning to think mathematically, and of respect for people with whom they interacted, as they tried to change their daily lives for the better.

The research reported in this paper intends to lead to further innovation, to participate in a new way of thinking in a mathematical way of seeing the reality of Roma students through mathematics. It focuses on specific 'actualities' which shape the sociocultural reality of the Roma community and draws on them as a response to the neoliberalization of mathematics education (Heimans & Singh, 2016). This research seeks to produce ideas and to make conclusions that counter quicker, easier practices that categorize schools, students and teachers.

Change to students' life described how the research gave them the confidence to encourage them to think mathematically and change their lives trying out new ideas. They experienced a wave of interest in the research, with ideas adopted by students in the research context being transported, discussed and fermented in the community. There was enthusiasm amongst students for collating the ideas in a resource that could be shared with the Roma community who wished to develop their practice in a similar direction.

During the course of the research, Roma students recognised that their engagement in research had led to a greater understanding of mathematical knowledge while solving real-life problems. Their experiences of the research were in stark contrast to their previous limited or complete lack of engagement with mathematical tasks. The apparent willingness of students to engage in this research project challenges the notion that Roma students are naturally resistant to change and are indifferent to the educational process. Instead, it suggests that Roma students' lack of engagement with mathematical education can be attributed to the constraints they face in the classroom, which can be overcome through the adoption of collaborative and participatory research on methodologies of rhizomatic thinking. Through rhizomatic thinking the problem situation—that is, the one requiring mathematical learning—is by nature a real experience of Roma students that forms “an intrinsic genesis, not an extrinsic conditioning” (Deleuze, 1994, p.154).

In order to facilitate Roma students to learn mathematics teacher researcher encouraged them to take a 'do with me' approach, and be able to show them how to modify and reproduce what they do in different and diverse situations, rather than only allow us to copy them (Deleuze, 1994; p. 23). In rhizomatic learning, knowledge can only be negotiated in an experience that is collaborative and contextual. The metaphor of the rhizome represents a reframing of knowledge in order to deal with the unavailability of canonical knowledge and disciplines on the bleeding-edge, where knowledge does not exist and needs to be discovered (Cormier, 2008). “Rhizomes grow and propagate in a nomadic fashion, the only restrictions to growth being those that exist in the surrounding habitat. Seen as a model for the construction of mathematical knowledge, rhizomatic processes hint at the interconnectedness of mathematical ideas as well as boundless exploration across many fronts from many different starting points” (Sharples et al., 2012; p.33)

Teacher researcher becomes a nomad researcher through working collaboratively in a group with Roma students, sharing ideas and experiences with the Roma community, jointly planning, and interacting through mathematical activities and circumstances. This process has a significant impact on their thinking and classroom practice, apart from being a thoroughly enjoyable experience. Participants were encouraged to take risks, overcome constraints, and experience the mathematical rhizocurrere, the vivid experience of the mathematics curriculum. There was general acknowledgement that the role the researcher played in the Roma group was crucial in promoting collaboration and facilitating the sharing

of ideas, and that drawing on fieldwork is a form of inquiry that requires the researcher to be personally immersed in the ongoing social activities of an individual or group helped the development of the rhizomatic thinking in order to challenge previous views and assumptions about teaching mathematics (Stathopoulou & Kalabasis, 2017).

The mutual support and the sense of common purpose developed with Roma students is essential for the establishment of a 'community of inquiry' in which the cultivation of critical understanding, and meta-cognitive awareness of the Roma students, serves to challenge, rather than perpetuate, the status quo. Teacher researcher described how the initial conceptualization of teaching mathematics for social justice and the discussions with the Roma community which preceded the research, helped participants and important others to develop their thinking and to broaden their perspectives (Xenofontos et al., 2021). The initial interaction with the Roma community is seen as essential for encouraging participants to critically appraise their own practice in relation to the theories, in order to bring about effective change.

The curricula are based on the fundamental question of what values, attitudes, skills, strategies, and knowledge must be acquired by modern students in order to be able to live creatively in the world of the future? Based on this specific question, the theoretical framework for curriculum development may be related to the effort to identify mathematics in the real world which may become critical factors that will make a student an active and equal citizen of social life while experiencing a positive learning experience. The rhizomatic theory of Deleuze and Guattari helped the teacher-researcher to facilitate the students' thinking in a way that goes beyond disconnected mathematical tasks. The approach creates deep foundations and opens up new horizons for meaningful learning. The choices for meaningful knowledge seek to guarantee the validity of the general acceptance of the decisions of the dominant ideological-political group of society. Through a postcolonial approach to competency-based curriculum (re)design, we propose a framework that centers the knowledge and voices of Roma students as a way to dismantle oppressive systems in higher education (Parson & Weise, 2020). In such an approach, the theory of Deleuze and Guattari helps the researcher to develop the existing position as a teacher able to transform daily experience into mathematical knowledge by applying these ideas in the classroom. Culturally sensitive mathematics-ethnomathematics- becomes in this way a useful framework for classroom philosophy of education.

References

- Andersson, A., & Valero, P. (2009). Mathematics education giving meaning to social science students: a case from Sweden. In *El II Congreso Internacional de Investigación, Educación y Formación Docente y el VII Seminario Nacional de Investigación en Educación y Pedagogía, Medellín, Colombia (2009)*. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OEI).
- Appelbaum, P., & Stathopoulou, C. (2021). FUTURE PASTS & PRESENT FUTURES. *APEduC Revista-Investigação e Práticas em Educação em Ciências, Matemática e Tecnologia*, 2(2), 27-39.
- Colebrook, C., (2021). Rhizome. In *Oxford Research Encyclopedia of Literature*.
- Cormier, D., (2008). Rhizomatic Education: Community as Curriculum. *Innovate: Journal of Online Education*. 4.
- Deleuze, G. (1994). *Difference and repetition*. Columbia University Press.
- Deleuze, G., & Felix G., (1987). *A Thousand Plateaus: Capitalism and Schizophrenia*. trans. Brian Massumi.
- Derrida, J., (1967). La structure, le signe et le jeu dans le discours des sciences humaines. *L'écriture et la différence*, 409-428.

-
- Gough, N., (2005). Geophilosophy and methodology: Science education research in a rhizomatic space. *Methodologies for researching mathematics, science and technological education in societies in transition*.
- Heimans, S., & Singh, P., (2016). Re-presenting, performing critical/post-critical research realities. *Research in Education*, 96(1), 93-109.
- Januario, G., Lima, K., & Perovano, A. P. (2021). From linearity to rhizomatic network: content organisation in curriculum development in Mathematics. *Acta Scientiae*, 23(8), 3-23.
- Johansson, L., Moe, M., & Nissen, K., (2022). Researching research affects: in-between different research positions. *Qualitative Research*, 22(3), 436-451.
- Lather, P., (2016). Top Ten+ List: (Re) Thinking Ontology in (Post) Qualitative Research. *Cultural Studies? Critical Methodologies*, 16(2), 125-131.
- McKnight, A., (2017). Singing up country in Academia: Teacher education academics and preservice teachers' experience with Yuin Country.
- Ontong, K., & le Grange, L. (2018). Towards an integrated school geography curriculum: the role of place-based education. *Alternation Journal*, (21), 12-36.
- Parson, L., & Weise, J., (2020). Postcolonial approach to curriculum design. In *Teaching and Learning for Social Justice and Equity in Higher Education* (pp. 93-116). Palgrave Macmillan, Cham.
- Pederson, R., (2019). A theoretical analysis of how critical literacy may support the progressive goals of the Korean national curriculum. *English Teaching*, 74(4), 51-74.
- Pinar, W. F. (Ed.), (2013). *International handbook of curriculum research*. Routledge.
- Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics (Reprint). *Journal of education*, 196(2), 1-38.
- Schoenfeld, A. H., (2016). 100 Years of curriculum history, theory, and research. *Educational Researcher*, 45(2), 105-111.
- Sharples, Mike & Mcandrew, Patrick & Weller, Martin & Ferguson, Rebecca & FitzGerald, Elizabeth & Hirst, Tony & Mor, Yishay & Gaved, Mark & Whitelock, Denise. (2012). *Innovating Pedagogy 2012: Open University Innovation Report 1*.
- Spyrou, S., (2019). An ontological turn for childhood studies?. *Children & Society*, 33(4), 316-323.
- St. Pierre, (2018). Elizabeth Adams. "Writing post qualitative inquiry." *Qualitative inquiry* 24.9 (2018): 603-608.
- St. Pierre, E. A., (1997). Methodology in the fold and the irruption of transgressive data. *International journal of qualitative studies in education*, 10(2), 175-189.
- St. Pierre, E. A., (2021). Post qualitative inquiry, the refusal of method, and the risk of the new. *Qualitative Inquiry*, 27(1), 3-9.
- Stathopoulou, C.; Kalabasis, (2017). F. Language and culture in Mathematics Education: Reflections on Observing a Romany Class in a Greek School. *Educ. Stud. Math.* 2007, 64, 231–238. [CrossRef]

Ulmer, J. B., Kuby, C. R., & Christ, R. C. (2020). What do pedagogies produce? Thinking/teaching qualitative inquiry. *Qualitative Inquiry*, 26(1), 3-12.

Ulmer, J., (2017). Posthumanism as research methodology: inquiry in the Anthropocene, *International Journal of Qualitative Studies in Education*, 30:9, 832-848, DOI:10.1080/09518398.2017.1336806.

Xenofontos, C., Fraser, S., Priestley, A., & Priestley, M. (2021). Mathematics teachers and social justice: A systematic review of empirical studies. *Oxford Review of Education*, 47(2), 135-151.

BEING INCLUSIVE OR REINFORCING OF SOCIAL STEREOTYPES

THE CASE OF KERALA STATE BOARD MATHEMATICS TEXTBOOKS

SER INCLUSIVO OU REFORÇAR OS ESTEREÓTIPOS SOCIAIS

O caso dos livros de matemática do Conselho Estadual de Kerala

SER INCLUSIVO O REFORZAR LOS ESTEREOTIPOS SOCIALES

El caso de los libros de textos de matemática de la Junta Estatal de Kerala

Jayasree Subramanian

(Department of Mathematics, SRM University AP, India)
jayasree.s@srmap.edu.in

Anagha, S

(Department of Mathematics, SRM University AP, India)
anagha_s@srmap.edu.in

Recibido: 12/07/2022

Aprobado: 12/07/2022

ABSTRACT

Textbooks function as an important resource for teaching and learning of mathematics at the school level across the world. At least at the primary grades the contents of textbooks are situated in the larger society around the learners, in order that the learners can relate to what is taught to them. This opens the possibility for textbooks to uncritically reinforce the prevailing stereotypes or use the opportunity textbook provide to creatively break the stereotypes. Mathematics education research has engaged with the question of gender stereotypes in mathematics textbooks which has had an impact how gender figures in textbooks. However, gender is neither a binary nor monolithic. In the Indian context, gender is not the only social hierarchy that operates. The National Curriculum Framework 2005(hence forth referred to as NCF 2005) addresses the question of prevailing stereotypes about children from social margins and says care must be taken to ensure that the curriculum, textbooks and classroom interaction do not reinforce the stereotypes. Moreover, in the last two decades transgender people have been able to demand recognition and acceptance at least in the higher educational spaces as transgender people. Given these, it would be important to understand how textbooks reflect the changes and demands. This paper analyses the content of the mathematics textbooks developed by the State Council of Education Research and Training (SCERT) of one Indian state, namely Kerala, to understand how they represent gender, caste, class and religious differences and to investigate if the textbooks are inclusive of the disabled learners. Based on the content analysis of the textbooks the paper argues that even as the textbooks try to ensure representation of both girls and boys in the pictures and word problems and make an attempt to be inclusive of different religions and marginalised cultures (for example by incorporating the picture of Theyyam, which uses an art form of the marginalised people in Kerala) in a textbook, they end up strengthening the existing gender, class, religious stereotypes. It also draws attention to the complete absence of disabled children in the textbooks.

RESUMO

Os livros didáticos funcionam como um recurso importante para o ensino e aprendizagem da matemática em nível escolar em todo o mundo. Pelo menos nas séries primárias, os conteúdos dos livros didáticos estão situados na sociedade mais ampla em torno dos alunos, para que os alunos possam se relacionar com o que lhes é ensinado. Isso abre a possibilidade de os livros didáticos reforçarem acriticamente os estereótipos predominantes ou usarem a oportunidade que os livros didáticos fornecem para quebrar criativamente os estereótipos. A pesquisa em educação matemática envolveu-se com a questão dos estereótipos de gênero nos livros didáticos de matemática, o que teve um impacto sobre como o gênero aparece nos livros didáticos. No entanto, gênero não é binário nem monolítico. No contexto indiano, o gênero não é a única hierarquia social que opera. O National Curriculum Framework 2005 (doravante referido como NCF 2005) aborda a questão dos estereótipos predominantes sobre as crianças das margens sociais e diz que deve-se tomar cuidado para garantir que o currículo, os livros didáticos e a interação em sala de aula não reforcem os estereótipos. Além disso, nas últimas duas décadas, as pessoas transexuais conseguiram exigir reconhecimento e aceitação pelo menos nos espaços educacionais superiores como pessoas transexuais. Diante disso, seria importante entender como os livros didáticos refletem as mudanças e demandas. Este artigo analisa o conteúdo dos livros didáticos de matemática desenvolvidos pelo Conselho Estadual de Pesquisa e Treinamento em Educação (SCERT) de um estado indiano, a saber, Kerala, para entender como eles representam diferenças de gênero, casta, classe e religião e para investigar se os livros didáticos são incluindo os alunos com deficiência. Com base na análise de conteúdo dos livros didáticos, o artigo argumenta que, mesmo quando os livros didáticos tentam garantir a representação de meninas e meninos nas imagens e nos problemas de palavras e fazem uma tentativa de incluir diferentes religiões e culturas marginalizadas (por exemplo, incorporando o imagem de Theyyam, que usa uma forma de arte das pessoas marginalizadas em Kerala) em um livro didático, eles acabam fortalecendo os estereótipos religiosos, de classe e de gênero existentes. Chama a atenção também a completa ausência de crianças com deficiência nos livros didáticos.

Palavras-chave: livro didático. educação matemática. estereótipos de gênero. contexto indiano.

RESUMEN

Los libros de texto funcionan como un recurso importante para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a nivel escolar en todo el mundo. Al menos en los grados primarios, los contenidos de los libros de texto se sitúan en la sociedad más amplia que rodea a los alumnos, para que los alumnos puedan relacionarse con lo que se les enseña. Esto abre la posibilidad de que los libros de texto refuercen acriticamente los estereotipos predominantes o utilicen la oportunidad que brindan los libros de texto para romper creativamente los estereotipos. La investigación en educación matemática se ha ocupado de la cuestión de los estereotipos de género en los libros de texto de matemáticas, lo que ha tenido un impacto en la forma en que el género figura en los libros de texto. Sin embargo, el género no es binario ni monolítico. En el contexto indio, el género no es la única jerarquía social que opera. El Marco Curricular Nacional 2005 (en lo sucesivo denominado NCF 2005) aborda la cuestión de los estereotipos predominantes sobre los niños de los márgenes sociales y dice que se debe tener cuidado para asegurar que el currículo, los libros de texto y la interacción en el aula no refuercen los estereotipos. Además, en las últimas dos décadas las personas transgénero han logrado exigir reconocimiento y aceptación al menos en los espacios educativos superiores como personas transgénero. Dados estos, sería importante entender cómo los libros de texto reflejan los cambios y demandas. Este artículo analiza el contenido de los libros de texto de matemáticas

desarrollados por el Consejo Estatal de Educación, Investigación y Capacitación (SCERT) de un estado indio, a saber, Kerala, para comprender cómo representan las diferencias de género, casta, clase y religión e investigar si los libros de texto son inclusivos de los estudiantes discapacitados. Con base en el análisis de contenido de los libros de texto, el documento argumenta que incluso cuando los libros de texto intentan garantizar la representación de niñas y niños en las imágenes y los problemas verbales y hacen un intento de incluir a las diferentes religiones y culturas marginadas (por ejemplo, incorporando la imagen de Theyyam, que utiliza una forma de arte de las personas marginadas en Kerala) en un libro de texto, terminan fortaleciendo los estereotipos religiosos, de clase y de género existentes. También llama la atención sobre la total ausencia de niños discapacitados en los libros de texto.

Palabras clave: libro de texto. educación matemática. estereotipos de género. contexto indio.

Introduction

In the context of school education, textbooks play a significant role. They constitute a standard source of information and an instrument for teaching and learning. Textbooks give a framework and guidance for teachers to shape the teaching and learning experience along the lines of a prescribed curriculum. In the Indian context the curriculum and the syllabus are set by the National Council of Education Research and Training (NCERT) and by State Council of Education Research and Training (SCERT) of each state. They also bring out the textbooks which are used by public funded schools and made available for children free of cost. Private schools may use either the textbooks brought out by the state or use textbooks brought out by private publishers following the syllabus and norms set by either NCERT or a SCERT. Krishna Kumar discusses how textbooks dominate the curriculum in the Indian education system tracing its history back to the objectives of colonial education during the British rule in India (Kumar, 1986). It must also be emphasized that for a large number of children in India, textbooks are perhaps the only books they get to see as source of knowledge, as there may be no libraries available in the neighbourhood and there may be no family including ones own where books are available.

Primary grade textbooks use a lot of colourful pictures and illustrations to provide a context for the content children are supposed to learn. Highlighting the value of illustrations in the first-grade textbooks Pesikan and Marinkovic say

Illustrations are the most striking means for attracting the readers' attention, arousing interest for a book, taking them to particular contents, "emphasizing important components of the content and, finally, for reporting information that could only partly be reported by verbal means" (Pešikan, A., & Marinković, S, 2006, pp-386)

In the case of mathematics, in the primary grades, textbooks use stories and colourful pictures as contexts to introduce counting, adding and subtracting, measuring and so on. To the extent that the contents of the textbooks are situated in the larger social context they cannot be considered as neutral because they reflect some of the values and beliefs of society. Therefore, the question of 'to what extent a mathematics textbook reinforces prevailing stereotypes' becomes important to investigate. In this paper we analyse the mathematics textbooks brought out by the Kerala State Council Board of Education Research and Training for grades 3 and 4 to understand if they reproduce stereotypes.

Kerala is a coastal state in the southwest end of India. According to the reports from National Statistical Office (NSO) Kerala has literacy rate of 96.2% (NSO 2019, p-68). Being on the west coast, Kerala has had trading links with west Asian and European countries for several centuries and as a result Christianity and Islam came to the state much before they came to rest of India. Kerala is a religiously diverse state with roughly 54% of the state population following Hinduism, 26% Islam and 18% Christianity. It had social reform movements which challenged caste-based discrimination and has people's science movements such as Kerala Sasthra Sahitya Parishad (KSSP). Kerala is also one of the

first states to have a policy upholding the constitutional rights and promoting the education, employment and welfare of transgender people in India. In fact, certain sections of the state would consider Kerala to be a model state that others should follow, though some scholars contest such claims (Devika, 2010, Pillai, 2014). Given this background it would be important to see to what extent the mathematics textbooks brought out by the state reflect a commitment to challenging gender and social stereotypes.

A brief review of literature

There is more than four decades of research that study gender-stereotype in mathematics textbooks with one of the earliest works comparing gender stereotypes in the mathematics textbooks of the 1940-50's with the books of the 70's (Iwata, 1976). Owing to the limitation of space, and the extensive literature available on the topic, we will not present an exhaustive review of literature but only refer to a couple of them. Recently Incikab & Ulusoy (2019) analyse contents in the mathematics textbooks from Australia, Singapore, and Turkey and examine gender bias and stereotypes. The authors observe that gender stereotypical roles are assigned to people: domestic works are "ascribed" to females; works that need intellectual and technical labour are associated with males. Yasin et al. (2012) through analysing contents in mathematics textbooks in Qatar primary schools (Grades 1-6) conclude that there is a tendency to show linguistic sexism and gender stereotyping in the textbooks. One of the most recent publications studies the implicit gender inequality present in the Chinese mathematics textbooks and relates it to Confucianism (Ling, 2023). Another recent publication by Guichot-Reina and Torre-Sierra (2023) looks at the Spanish mathematics textbooks for elementary education analyses 1353 pages from six mathematics textbooks and gives a detailed account of how gender stereotyping figures in the cultural references where women are portrayed as either in literature or in sports while men are portrayed in great variety of roles; in the social roles women are portrayed as taking care of homes while men are portrayed as care giver only when it was in a remunerative role as a nurse or something similar; men and women are portrayed as using mathematics in shopping but gender stereotype figures in what they buy. There are only very few research publications available on stereotypes in mathematics textbooks the Indian context. Nag Chowdari (2022) analyses the voice, structure, and context from primary mathematics textbooks associated with the Indian national curriculum framework and observes that "they use a radically unique voice to introduce school mathematics while also attempting to use authentic and socially relevant contexts within their tasks." As the states were expected to revise their curriculum along the lines of NCF2005, Kerala state came up with a curriculum framework in 2007.

Theoretical framework and methodology

This paper draws on queer theory as its broad theoretical framework. Queer theory challenges the notion of identities and categories as fixed (Dubbs, 2016). For example, rather than seeing one's gender identity as fixed and finite (male, female, transgender) it allows for gender identity to be fluid and flexible. Queer theory questions not only the neat categorization of gender but it also challenges the prevailing binaries of all kinds. Queer theory has been used to interrogate curriculum and pedagogy in mathematics education. Reviewing the work of Sykes, Heather Mendick (2014) one of the first mathematics educators to use queer theory in mathematics education says, the term 'queer bodies' does not once again introduce another binary of bodies that are queer and those that are not. Rather it refers to the experience of their body as non-normative because of the racialized gender, sex, sexuality, physical dis/ability, body shape and size (Mendick 2014, pp 334). In the context of pictorial representation in textbooks that seek to be inclusive, queer theory allows us to critically examine what normative notions are employed how they contribute to fixing rather than breaking stereotypes. The paper adopts the method of textbook content analysis to systematically analyze the pictorial and textual content of grade 3 and 4 mathematics textbooks for stereotypes. Pictures and text were studied carefully to understand what codes were used by the textbooks to convey the gender, class and religious background of the learner.

Observations and Key Findings

The grade 3 and 4 mathematics textbooks use pictures and texts to invoke contexts familiar to the learners to communicate mathematical concepts. Homes, schools, playgrounds, cultural events, workplace, shops and such become the contexts with people playing various roles. These context offer an opportunity to challenge or reinforce prevailing stereotypes. In the following we will show instances of how textbooks reinforce rather than challenge stereotypes.

Reinforcement of Gender stereotypes

The compulsive need for assigning sex (male or female) to a person can be found in textbooks, through the use of pronouns (he/she), and gender specific dress code. For portraying girls and women, the pictorial codes used are one or more of the following: dress (skirt and top, frocks, saree, salwar- kurtas with dupatta, hijab), long hair, and ornaments (bangles, anklets, and earrings). Boys are shown as wearing shorts or pants and shirts and their hair style show a typical boy-cut. Men are shown as wearing either the traditional mundu or a pair of trousers and shirt or vests. Hats and belts are used to denote males. Figure 1: (a) shows a girl (made clear by use of the pronoun ‘her’) and her father in a School Bazar. In figure 1: (b) the public speaker is a male made clear by his attire and by use of the pronoun ‘he’.

Summer vacation is almost over. Reena and her father are at the school bazar.

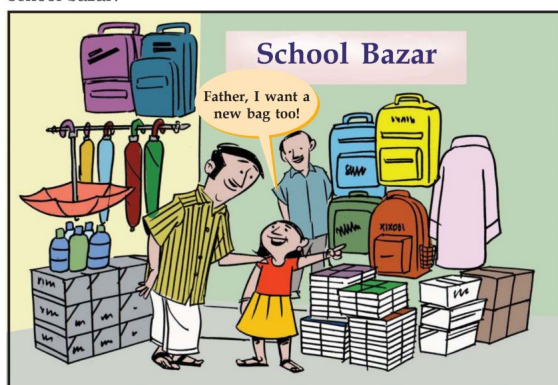


Figure 1: (a) SCERT. (2016a), p-7 (b) SCERT. (2016), p-85

How many seeds?

The Farm Club got bitter-gourd seeds from the Krishi Bhavan. Sana and Latha looked at the packets they got.

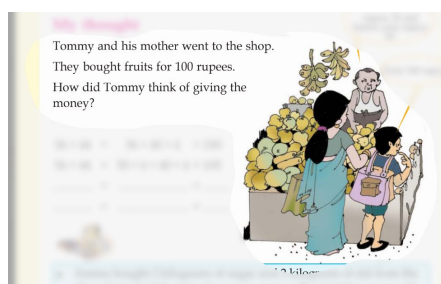
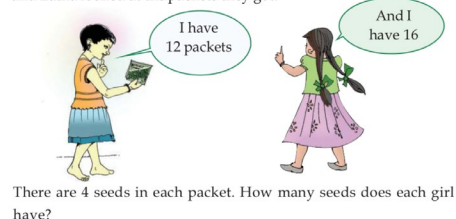


Figure 2:(a) SCERT (2015), p-18

(b) SCERT(2016), p-22

In figure 2 (a) the text says, ‘each girl’ and the picture makes it clear through the use of skirt, top, bangles, and earrings. Similarly, Tommy in figure 2 (b) is a boy, and is portrayed as having short hair, wearing a shirt, and shorts while his mother is portrayed as wearing a saree, long hair, bangles, and earrings.

One can also observe an obsession with assigning gender in the word problems. In the following, the problems leave no scope to ignore the cyclist’s gender or for students to wear gender neutral clothes.

“Raju, the circus cyclist starts his act at 6:15 am and ends it at 9:30 pm. For how many hours does he ride?”
(SCERT. (2016a), p-34)

“Arya's class has 22 boys and 18 girls. Each boy needs 1 meter and 20 centimeters for shirt, and 90 centimeters for shorts; each girl needs 1 meter and 10 centimeters for shirt, and 1 meter and 90 centimeters for skirt. How much of each kind of cloth should be bought?” (SCERT. (2015), p-28)

Further observation using these codes shows us that the activities assigned for each gender, also reinforce gender stereotypes. Passive observers in these pictures happen to be girls while boys are shown as engaged in activities. Just as Guichot-Reina and Torre-Sierra (2023) argue in the case of Spanish mathematics textbooks, in the case of Kerala mathematics textbooks too, women are portrayed in stereotypical roles, mainly as teachers or doing household jobs while men are portrayed in a variety of jobs such as conductor, shopkeeper, etc., and boys/men lifting heavy things while girls/women do not.

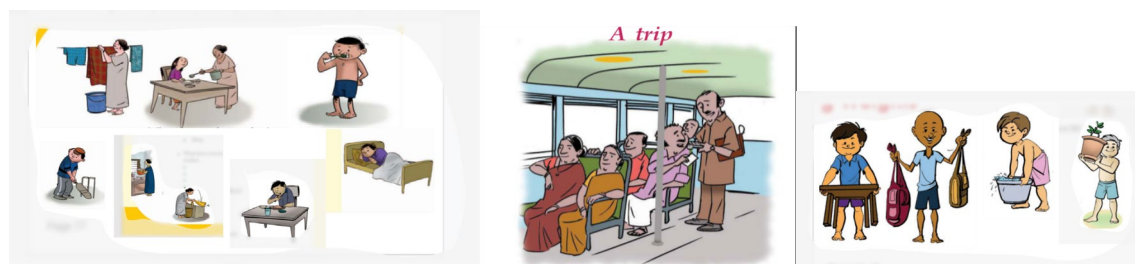


Figure 3: (a) SCERT (2016), p77 (b) SCERT(2016a), p61(c) SCERT(2015), pp45

Reinforcement of notions about social class and skin-color

The article by Sheth et al. (2021) reveals the beliefs about skin color and gender embedded in the Indian Cinema. It discloses the history of color differences in the power structure of India.

“The powerful image of lighter skinned peoples called Aryans invading India and setting fire to the settlements of darker-skinned people, and of the presentation of fair-skinned women as gifts to dark-skinned fortunetellers, is documented in the ancient Hindu text Rigveda composed in Sanskrit around 1500 BCE. Around 1000 CE, as Islamic armies from Central Asia took over the northern parts of the subcontinent, a preference for lighter skin was also discernable, although historical evidence is unclear how far these political elites subjugated populations solely based on race.” (Sheth et al 2021, pp 496- 497)

While analyzing gendered colorism in Malayalam film industry Geetha argues,

“Moreover, the same discriminatory representations are reflected in other regional industry with colour-coding of roles, wherein, dark-skinned actors are solely cast in roles which has lower caste, class or villainous connotations. (Geetha, 2021 pp 25)”

Vijaya & Bhullar conducted a study to examine the prevalence of colorism in India and investigate whether it can be linked to discrimination in hiring dark-skinned people. Even though the authors did not find consistent evidence for light skin bias in hiring, they do observe from the survey that “white skin is at least the aspirational preference for individuals themselves” (Vijaya & Bhullar, 2022. Pp 622).

One could also observe this deep-rooted colorism in the textbooks. The textbooks depict working-class people with dark skin. Figure 4: (a) shows a mason as dark-skinned, while the observer is light skinned. Similarly Figure 4: (b) shows a milkman, who is also dark-skinned.

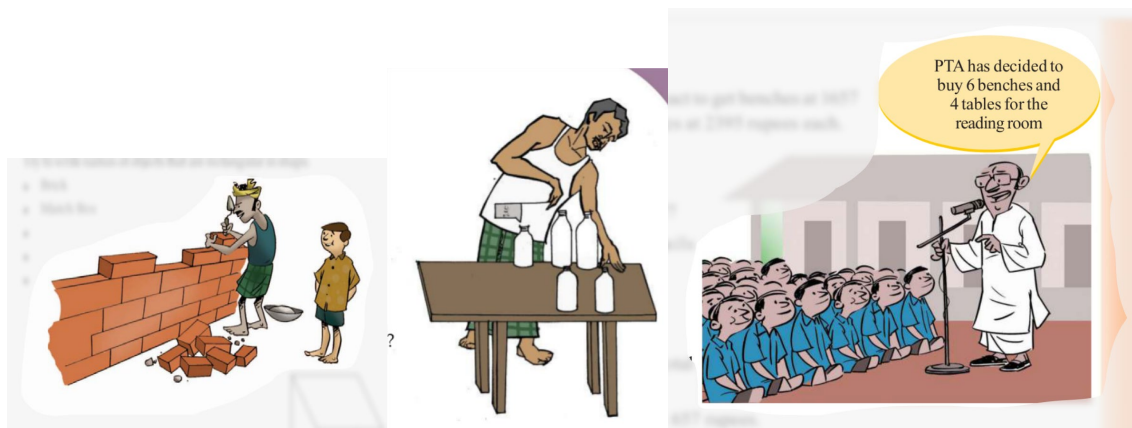


Figure 4: (a) SCERT (2016), p61 (b) SCERT (2015), p29 (c) SCERT(2015a), p14

Moreover, the working-class men are shown as wearing a colored lungi and a vest. In contrast the Figure 4: (c) portrays a man in a relatively more socially respectable position, wearing a white mundu and shirt. By means of these depictions, the textbooks reinforce the stereotypes about working-class people's skin-color and attire. It should be noted that in reality working-class people also could be found wearing shirts and mundu at workplace as can be seen in the following photographs (Figure 5:(a) and (b)) taken at a milk booth in Kerala, while the Figure 5: (c) is a from class 4 textbook.

Reinforcement of religious stereotypes

Textbooks make an effort to be inclusive of people from the three dominant religious background. Textbooks use names that can be easily associated with specific religions to be inclusive of Hindus, Muslims and Christians. In addition, Muslim women are stereotyped as wearing hijab and Christian women as wearing a mundu



Figure 5: (a), (b) People give milk in the booth (c) SCERT (2016a), p-60

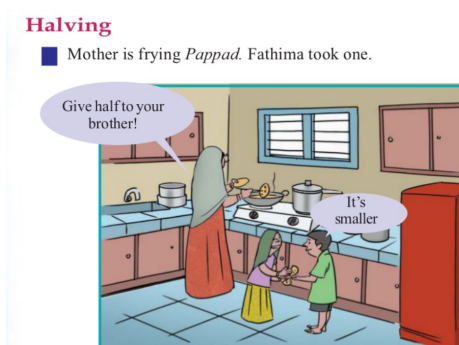


Figure 6: SCERT (2015a), p-39

and blouse. In Figure 6, Fathima's mother is seen as wearing a hijab in her own kitchen!

Absence of caste names

It is interesting to note that even though caste names such as Namboodiri, Nair, Menon, Pillai are commonly used in the state and children enrolled in school are likely to have their caste names mentioned as part of their names, textbooks do not use any caste name. Caste is so pervasive in India that the practice of caste endogamous marriages extends to even Christianity and Islam. There are even separate churches for dominant caste and marginalized caste Christians in some parts (for more details see Deshpande, 2017). The absence of caste names in the textbooks clearly indicate a policy decision to do so.

Discussion

The textbooks we analyzed are the ones currently in use and follow the recommendation of Kerala Curriculum Framework 2007 evolved along the lines of NCF2005. The textbooks make an attempt to be inclusive of the categories that are usually absent or have token representation. The reader can clearly see girls and women, Christians and Muslims, and also a diverse range of contexts. However, in its very attempt to be inclusive, the textbooks exclude certain categories and stereotype others. In their attempt to be inclusive of females, the textbooks reinforce the dominant but erroneous notion that gender is a binary, while the state itself is making special efforts to make education accessible to the transgender learners. Also, to be explicitly inclusive of the two genders the textbooks stereotype them and, in the process, imply that every young person should carry markers that help one neatly categorize the person as a boy or girl. Those who do not fit this stereotype are therefore othered. Similarly, by attempting to be explicitly inclusive of dominant religions the textbooks stereotype the Christians and Muslims as carrying religious markers. This is not only factually incorrect because a typical Christian or a Muslim may not carry religious markers but also the textbooks seem to imply that anyone with a Christian or Muslim name is necessarily a believer. Finally, by using skin color and clothing to differentiate between the working-class and upper-class people, the textbooks reinforce the discriminatory notion that fair skinned people are superior. Moreover, at a time when youth from the marginalized caste and class are challenging the unstated dress code imposed on them by choosing to wear shorts and trousers to work, the textbooks by depicting the working class in lungi and vests undermine their struggle for dignity. Despite its attempt to be inclusive, the textbooks make no reference to the disabled learners while the state mandates that disabled learners should be integrated in regular school. Seen through the lens of queer theory, the glaring limitations of the attempts to be inclusive and the eventual stereotyping becomes inevitable. The politics of inclusion assumes that it is possible to fragment the population into finite number of mutually exclusive totally exhaustive subsets of identical beings. However queer theory points to the impossibility of such fragmentation. Textbooks, by fragmenting the population as male and female, or as Hindus, Muslims and Christians or as members of certain economic class are constrained to create typical members by appealing to prevailing stereotypes and in the process exclude all those who do not confirm to the stereotypes.

Conclusion

In this study we have analyzed 3rd and 4th standard textbooks and our study reveals that in their attempt to be inclusive the textbooks use stereotypical representation of different social categories such as gender, class, religion and so on. As a result, the textbooks end up reinforcing the stereotypes and exclude all those who do not confirm to the stereotypes. Gender stereotypes lead to the exclusion of transgender people from the textbooks even though Kerala is the first Indian state that passed transgender policy (PTI,2015). The textbooks also run the risk of promoting discriminatory notions such as working-class people are dark skinned and Muslim women wear the hijab. While the inclusion of an image of Theyyam - which is an art form of marginalized people in northern Kerala - in the textbooks is a progressive move, the textbooks cannot hope to be inclusive of different social categories, by adding a few in an uncritical way. Such an attempt results in reinforcing stereotypes. There is a need to critically engage with the question of inclusion to design mathematics textbooks that provide meaningful contexts

that appeal to diverse groups of learners. One way to achieve this could be to adopt the same approach the textbooks adopt towards caste, namely dropping the caste names completely. In other words, textbooks could use names that are gender neutral and are not specific to any religious group. Pictures could depict young people in gender neutral clothes. These are just a few suggestions. Without concerted efforts to evolve imaginative solutions to the question of meaningful context for teaching mathematics, the textbooks will reinforce some dominant stereotypes or the other.

References

- Brünig, B., & Fleischmann, F. (2015). Understanding the veiling of Muslim women in the Netherlands. *Journal for the Scientific Study of Religion*, 54(1), 20-37.
- Dasgupta, N., & Asgari, S. (2004). Seeing is believing: Exposure to counter stereotypic women leaders and its effect on the malleability of automatic gender stereotyping. *Journal of experimental social psychology*, 40(5), 642-658.
- Dawar, T., & Anand, S. (2017). Gender bias in textbooks across the world. *International Journal of Applied Home Science*, 4, 224-235.
- Deshpande, S. (2008). Dalits in the Muslim and Christian Communities: A Status Report on Current Social Scientific Knowledge. <https://theasiadialogue.com/wp-content/uploads/2017/10/report20dalit2020reservation.pdf>
- Devika, J. (2010). Egalitarian Developmentalism, Communist Mobilization, and the Question of Caste in Kerala State, India. *The Journal of Asian Studies* Vol. 69, No. 3. pp 799-820.
- Dubbs, C. (2016). *A queer turn in mathematics education research: centering the Experience of marginalized queer students*. In Wood, M. B., Turner, E. E., Civil, M., & Eli, J. A. (Eds.) Proceedings of the 38th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Tucson, AZ: The University of Arizona.
- Gak, D. M. (2011). Textbook-An important element in the teaching process. *Hatchaba Journal*, 19(2), 78-82.
- Geetha,U. (2021). *Tinction Of Brown Bodies: An Exploration Of Gendered Colourism And Representation Of Dark-Skinned Women In Malayalam Movies* [Dissertation, Universidad de Oviedo, Centro de Investigaciones Feministas (CIFEM) Oviedo, Spain]
- Guichot-Reina & Torre-Sierra (2023). The Representation of Gender Stereotypes in Spanish Mathematics Textbooks for Elementary Education. *Sexuality & Culture*. 27:1481–1503 <https://doi.org/10.1007/s12119-023-10075-1>
- Incikabi, L., & Ulusoy, F. (2019). Gender bias and stereotypes in Australian, Singaporean and Turkish mathematics textbooks. *Turkish Journal of Education*, 8(4), 298-317.
- Iwata, M. (1976). Depictions of the gender roles in elementary language arts And Mathematics textbooks in 1940's - 1950's and the present. *Working Papers of the Linguistics Circle*, 1997 - journals.uvic.ca
- Kumar, K. (1986). Textbooks and educational culture. *Economic and Political weekly*, 1309-1311.
- Li, X. (2016). Holding up half the sky? The continuity and change of visual gender representation in elementary language textbooks in post-Mao China. *Asian Journal of Women's Studies*, 22(4), 477-496.
- Ling. Y. (2023). *Implicit Gender Inequality in Secondary School Textbooks Under a Confucianism Educational Idea Value*. In L. F. Ying et al. (Eds.): ICELA 2022, ASSEHR 730, pp. 475–485, 2023. https://doi.org/10.2991/978-2-38476-004-6_59
- Moser, F., & Hannover, B. (2014). How gender fair are German schoolbooks in the twenty-first century? An analysis of language and illustrations in schoolbooks for mathematics and German. *European journal of psychology of education*, 29, 387-407.

- Mendick, H. (2014) Queer conversations in education: bodies that matter in curriculum and pedagogy, *Pedagogy, Culture & Society*, 22:2, 329-335, DOI:10.1080/14681366.2013.850912
- Nag Chowdhuri, M. (2022). Exploring modes of engagement within reform-oriented primary mathematics textbooks in India. *Educational Studies in Mathematics*, 110(2), 331-351.
- NCERT (2005). National Curriculum Framework 2005. <https://ncert.nic.in/pdf/nc-framework/nf2005-english.pdf>
- NSO, Government of India. (2019). *Key Indicators of Household Social Consumption on Education in India (NSS 75th Round (JULY 2017 – JUNE 2018))*. Retrived from https://www.mospi.gov.in/documents/213904/301563//KI_Education_75th_Final1602590967945.pdf/4d0dc4c4-a8f0-0795-df06-be25f2b3a6f7
- O’Keeffe, L., & O’Donoghue, J. (2011). Mathematics textbook analysis: The significance of textbook features to student learning. In *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Rzeszów, Poland: University of Rzeszów.
- Okeeffe, L. (2013). A framework for textbook analysis, *International Review of Contemporary Learning Research*, 2(1), 1-13.
- Pešikan, A., & Marinković, S. (2006). A comparative analysis of the image of man and woman in illustrations of textbooks for first grade children. *Psihologija*, 39(4), 383-406.
- Pillai, M (2014). Disciplining the Intimate: The Kerala Model. *Economic and Political Weekly*, Vol. 49, No. 46 pp. 10-13
- PTI. (2015, November 12). Kerala becomes first state to unveil transgender policy. *The Indian Express*. <https://indianexpress.com/article/india/india-news-india/kerala-becomes-first-state-to-unveil-transgender-policy/>
- Reporter, S. (2021, December 14). Now, gender neutral uniforms for Plus One students of Balussery school. *The Hindu*. <https://www.thehindu.com/news/cities/kozhikode/now-gender-neutral-uniforms-for-plus-one-students-of-balussery-school/article37954516.ece>
- SCERT. (2015) *Mathematics Standard III Part 2*. Retrieved from <https://samagra.kite.kerala.gov.in/#/textbook/page>.
- SCERT. (2015a) *Standard VI Mathematics Part 2*. Retrieved from <https://samagra.kite.kerala.gov.in/#/textbook/page>.
- SCERT. (2016). *Mathematics Standard III Part 1*. Retrieved from <https://samagra.kite.kerala.gov.in/#/textbook/page>.
- SCERT. (2016a) *Standard VI Mathematics Part 1*. Retrieved from <https://samagra.kite.kerala.gov.in/#/textbook/page>.
- Sheth, S., Jones, G., & Spencer, M. (2021). Emboldening and Contesting Gender and Skin Color Stereotypes in the Film Industry in India, 1947–1991. *Business History Review*, 95(3), 483-515.
- Ullah, H., & Skelton, C. (2013). Gender representation in the public sector schools textbooks of Pakistan. *Educational Studies*, 39(2), 183-194.
- Vijaya, R. M., & Bhullar, N. (2022). Colorism and employment bias in India: an experimental study in stratification economics. *Review of Evolutionary Political Economy*, 3(3), 599-628.
- Yasin, M. S. M., Hamid, B. A., Keong, Y. C., Othman, Z., & Jaludin, A. (2012). Linguistic Sexism In Qatari Primary Mathematics Textbooks. *GEMA Online Journal of Language Studies*, 12(2), 53-68.

TRABALHO COMO UNIDADE ESTRUTURANTE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE ALUNOS DO CAMPO

*WORK AS A STRUCTURING UNIT OF MATHEMATICS EDUCATION FOR STUDENTS IN
THE COUNTRYSIDE*

*EL TRABAJO COMO UNIDAD ESTRUCTURADORA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA
PARA ESTUDIANTES DEL CAMPO*

Simone Ferreira da Silva

(E.M.E.F. Professora Maria das Neves e Silva, Brasil)

simone.olive0.93@gmail.com

João Pedro Antunes de Paulo

(Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, Brasil)

paulojpa@unifesspa.edu.br

Recibido: 12/07/2023

Aprobado: 12/07/2023

RESUMO

Neste trabalho apresentamos os resultados de uma pesquisa desenvolvida por uma aluna de graduação durante a realização de seu estágio docência. O objetivo da pesquisa foi investigar a relação entre trabalho e ensino de matemática em uma escola do campo na região sudeste do estado do Pará, na região norte do Brasil. A metodologia utilizada foi de inspiração etnográfica e os dados foram registrados no caderno de campo da pesquisadora. Também constitui material de análise as produções dos alunos e as observações realizadas em sala de aula. Ao longo do texto apresentamos o contexto de realização da pesquisa, listando, de maneira breve, as principais características do curso de graduação no qual a pesquisadora está matriculada, bem como o contexto geográfico da comunidade onde está localizada a escola no qual a pesquisa foi realizada. Em seguida apresentamos nossa compreensão de duas noções centrais para nossa análise: conhecimento e trabalho. A primeira é tomada de um referencial teórico produzido no interior da Educação Matemática brasileira, conhecido como Modelo dos Campos Semânticos e a segunda é assumida em consonância com um referencial teórico marxista. Após o referencial teórico apresentamos a metodologia da pesquisa, destacando de modo geral as atividades que foram realizadas no estágio docência que se configurou como locus da produção dos dados da pesquisa. Nas análises, apresentamos as compreensões elaboradas pela pesquisadora a partir da articulação do referencial teórico com as atividades desenvolvidas durante o estágio. Colocamos em evidência que a compreensão de trabalho apresentada pelos alunos da escola investigada leva em consideração apenas o aspecto financeiro de algumas atividades realizadas por eles em seu dia a dia. Essa compreensão é colocada em contraste com a definição de trabalho apresentada pelos referenciais teóricos adotados. Por fim, tecemos algumas considerações sobre o uso de categorias tomadas da vida cotidiana nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática. Apontamos que essa perspectiva teórica abre a possibilidade de uma ação didática que coloca em evidência a não centralidade da Matemática nos processos de

produção de conhecimento, bem como viabiliza a utilização de outras categorias no processo de produção de conhecimento de modo não hierárquico em relação à ciência ocidental.

Palavras-chave: trabalho. ensino de matemática. educação do campo. modelo dos campos semânticos.

ABSTRACT

In this paper, we present the results of a research carried out with an undergraduate student during her teaching internship. The objective of the research was to investigate the relationship between labor and mathematics teaching in a rural school in the southeastern region of the state of Pará, in the northern region of Brazil. The methodology used was ethnographically inspired and the data were recorded in the researcher's field notebook. Students' productions and observations made in the classroom are also material for analysis. Throughout the text, we present the context in which the research was carried out, briefly listing the main characteristics of the undergraduate course in which the researcher is enrolled, as well as the geographic context of the community where the school in which the research was carried out is located. We present our understanding of two central notions to our analysis: knowledge and labor. The first is taken from a theoretical framework produced within Brazilian Mathematics Education, known as the Model of Semantic Fields, and the second is assumed in line with a Marxist theoretical framework. After the theoretical framework, we present the research methodology, highlighting in general the activities that were carried out in the teaching internship, which was configured as the locus of production of research data. In the analyses, we present the understandings developed by the researcher from the articulation of the theoretical framework with the activities developed during the internship. We put in evidence that the understanding of work presented by the students of the investigated school takes into account only the financial aspect of some activities carried out by them in their daily lives. This understanding is placed in contrast with the definition of labor presented by the adopted theoretical references. Finally, we make some considerations about the use of categories taken from everyday life in the Mathematics teaching and learning processes. We point out that this theoretical perspective opens up the possibility of a didactic action that highlights the non-centrality of Mathematics in the knowledge production processes, as well as enabling the use of other categories in the knowledge production process in a non-hierarchical way in relation to western science.

Keywords: work. mathematics teaching. field education. model of semantic fields.

RESUMEN

En este artículo presentamos los resultados de una investigación realizada con una estudiante de pregrado durante su pasantía docente. El objetivo de la investigación fue investigar la relación entre el trabajo y la enseñanza de las matemáticas en una escuela rural en la región sureste del estado de Pará, en la región norte de Brasil. La metodología utilizada fue de inspiración etnográfica y los datos fueron registrados en el cuaderno de campo del investigador. Las producciones de los estudiantes y las observaciones realizadas en el aula también son material de análisis. A lo largo del texto, presentamos el contexto en el que se realizó la investigación, enumerando brevemente las principales características de la carrera de grado en la que está inscrito el investigador, así como el contexto geográfico de la comunidad donde se encuentra la escuela en la que se realizó la investigación. fuera se encuentra. Presentamos nuestra comprensión de dos nociones centrales para nuestro análisis: conocimiento y trabajo. El primero está tomado de un marco teórico producido dentro de la Educación Matemática Brasileña, conocido como Modelo de Campos Semánticos, y el segundo es asumido en línea con un marco teórico marxista. Luego del marco teórico, se presenta la metodología de la investigación, destacando en general las actividades que se

realizaron en el internado docente, el cual se configuró como el locus de producción de datos de investigación. En los análisis, presentamos los entendimientos desarrollados por el investigador a partir de la articulación del marco teórico con las actividades desarrolladas durante la pasantía. Pusimos en evidencia que la comprensión del trabajo presentada por los alumnos de la escuela investigada tiene en cuenta sólo el aspecto financiero de algunas actividades realizadas por ellos en su cotidiano. Esta comprensión se contrasta con la definición de trabajo presentada por los referentes teóricos adoptados. Finalmente, hacemos algunas consideraciones sobre el uso de categorías tomadas de la vida cotidiana en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Señalamos que esta perspectiva teórica abre la posibilidad de una acción didáctica que destaca la no centralidad de las Matemáticas en los procesos de producción de conocimiento, además de posibilitar el uso de otras categorías en el proceso de producción de conocimiento de forma no jerárquica en relación con la ciencia occidental.

Palabras clave: trabajar. enseñanza de las matemáticas. educación de campo. modelo de campos semánticos.

Introdução

A pesquisa que apresentamos neste trabalho é resultado do estágio docência obrigatório realizado no último período do curso de licenciatura em Educação do Campo, do qual a primeira autora é egressa. O estágio foi realizado no segundo semestre do ano de 2022, em uma escola localizada na comunidade Vila Santa Fé, distrito do município de Marabá, no estado do Pará, região norte do Brasil.

A pesquisa foi intitulada “Trabalho no campo e educação matemática” a partir do tema da Pesquisa Socioeducacional VII e Estágio Docência IV, “Trabalho e Juventude” cujo objetivo é “realizar pesquisa-ação educativa interdisciplinar no ensino médio ou espaços de formação não formais, tendo o trabalho como princípio educativo e como contexto de formação, bem como buscar colocar como problema de pesquisa a relação entre educação, trabalho e juventude e como a educação do campo pode valorizar e fortalecer essa relação” (FECAMPO, 2014, p. 46). Além deste, a legislação do estágio supervisionado visa buscar respostas para perguntas como: qual a relação dos jovens com o trabalho, com a escola, família e relações sociais? Como a escola vem trabalhando a formação dos jovens na perspectiva da relação com o mundo do trabalho no contexto das necessidades das comunidades? Os conteúdos disciplinares e interdisciplinares vêm sendo trabalhados nessa perspectiva? (FECAMPO, 2014, p. 47).

Tendo em vista o objetivo da Pesquisa Socioeducacional VII, e a importância da legislação do estágio, a pesquisa buscou analisar as contribuições do trabalho presente no cotidiano dos(as) estudantes que residem no campo para o ensino e a aprendizagem da Matemática. O relatório de estágio buscou, através da pesquisa, analisar, identificar, acompanhar, refletir, valorizar e levar para dentro da sala de aula os trabalhos realizados pelos(as) alunos(as) do campo, com intuito de que os mesmos fossem utilizados como fonte de informação para os planejamentos e atividades matemáticas escolares.

Durante a coleta de dados, no período de investigação, notamos a grande carência, nas atividades de Matemática, do uso de conhecimentos voltados para o cotidiano do(a) aluno(a) do campo. Isso nos mostra que a forma de ensinar do(a) professor(a), sua metodologia de ensino, possui grande influência nas relações entre trabalho, escola, família e as relações sociais em que o(a) aluno(a) está inserido(a).

Neste texto, apresentamos uma reflexão a partir do relatório produzido nas disciplinas de pesquisa e estágio, apresentando, nos tópicos a seguir, o contexto da pesquisa, nossa fundamentação teórica, análises da experiência a partir dessa fundamentação e possíveis agendas de pesquisa visando a inserção da primeira autora na realidade de trabalho educacional da região e a ampliação dos debates na Educação Matemática enquanto região de inquérito.

O contexto da pesquisa

O curso de licenciatura em Educação do Campo da Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará (Unifesspa) é resultado da mobilização dos movimentos sociais da região e dos programas de implementação e valorização da educação do campo, promovidos pelo Governo Federal brasileiro a partir do ano de 2003. As diretrizes legais e os seminários temáticos fomentaram diferentes ações no território nacional visando o fortalecimento da educação do campo no Brasil. Segundo o PPC do curso, as ações do governo e a organização dos movimentos sociais “[...] partem de uma problemática inter-relacionada, qual seja, a de se ampliar a inclusão da população do campo na rede pública de ensino é preciso uma organização curricular e metodológica adequada à realidade do campo” (FECAMPO, 2014, p. 5). Na Unifesspa, foi fundada a primeira Faculdade de Educação do Campo do país, e desde então o curso tem sido oferecido com turmas regulares de ingresso anual, que atendem discentes vindos não apenas da região sudeste do estado, mas também dos estados vizinhos, Tocantins e Maranhão.

A estrutura curricular do curso toma por base o princípio da alternância pedagógica, no qual a permanência da universidade é intercalada com períodos de estudos dirigidos nos espaços/localidades onde os estudantes residem. Assim, nos meses de janeiro e fevereiro os discentes permanecem em atividades nas dependências da universidade onde é priorizada a formação teórico-reflexiva a partir de categorias tomadas do pensamento científico e nos meses de março à junho, os discentes voltam para suas localidades onde desenvolvem pesquisas a partir de roteiros encaminhados durante o tempo universidade. Na parte final do curso, essas pesquisas envolvem o desenvolvimento do estágio supervisionado obrigatório, que pode ser realizado em espaços formais de educação (escolas) ou informais (organizações e movimentos sociais) (FECAMPO, 2014). O curso se organiza em 2 ciclos anuais, sendo os meses de janeiro, fevereiro, julho e agosto destinados ao tempo universidade e março a junho e setembro a dezembro destinados ao tempo comunidade.

Este trabalho foi produzido a partir de uma pesquisa realizada nos meses de setembro a dezembro de 2022 na comunidade onde a primeira autora reside. Segundo dados e registros adquiridos nas elaborações dos projeto e pesquisas do 2º, 3º e 4º tempo-espço localidade realizada na comunidade Vila Santa Fé, município de Marabá, a cronologia da comunidade se deu da seguinte forma: nos anos 60, atraídos pelo extrativismo dos recursos naturais como a Castanha do Pará, madeira de lei, caça e pesca, chegaram os primeiros moradores de Vila Santa Fé, que no início chamava-se Vila Santa Cruz. Na época, não haviam estradas de acesso, os primeiros moradores da localidade, quando precisavam se deslocar até Marabá, centro urbano mais próximo, faziam a viagem de 74 quilômetros a pé ou utilizando veículos de tração animal.

Com o passar dos anos, a realidade local mudou, com a estrada, a chegada de pequenas vendas e a expansão de áreas de produção agropecuária, na forma de pequenas e grandes propriedades. Na década de 90, chegaram serrarias e com elas uma mudança na dinâmica social: aumento da população, melhorias nas estradas, construção de escolas, supermercados, transporte rodoviário, energia elétrica, posto de saúde, meios de comunicação etc. Porém, junto com o “progresso”, vieram os malefícios causados por ele como, por exemplo, a degradação ambiental, as mudanças climáticas, a poluição e o aumento da violência. Recentemente, com a extinção dos recursos naturais, as serrarias migraram para outras localidades, deixando como herança o desemprego, a evasão escolar, o aumento da pobreza e consequências graves para a comunidade no setor econômico. Atualmente, a base da economia local é a agropecuária, a agricultura familiar e o setor de pequenos comércios.

A Vila possui um ponto negativo com relação às oportunidades de trabalhos para os jovens, por possuir vagas de empregos somente em comércios, escolas e outros pontos que exigem concurso e escolaridade e pelo fato de muitas dessas oportunidades já estarem com as vagas preenchidas, os jovens ficam sem opção para trabalharem dentro do núcleo urbano da Vila Santa Fé. Esses jovens, muitas vezes, acabam desistindo dos estudos por optarem trabalhar em fazendas como vaqueiros e/ou “juquiereiros” em busca de uma perspectivas de vida melhor. Um dos fatores que fazem a pecuária ser uma das culturas que oferecem uma grande oportunidade de trabalho na região.

Em relação ao sistema educacional, a Vila é atendida por 2 unidades escolares que oferecem da educação infantil ao 9º ano do Ensino Fundamental de forma regular, atendendo crianças de 6 anos a 14 anos de idade. As turmas de Ensino Médio, destinadas para jovens entre 15 e 18 anos, são ofertadas por meio do Sistema de Organização Modular de Ensino (SOME), modalidade implementada em todo o estado do Pará, na qual os professores são contratados para trabalhar em diferentes escolas ao longo do ano e oferecem as disciplinas de modo concentrado em cada uma das escolas. Por exemplo, o professor de Matemática oferece todas as aulas deste componente, prevista para o ano letivo, nos dois primeiros meses do ano na escola e depois se dirige à uma escola diferente, outro professor assume seu lugar e oferta as aulas de um segundo componente curricular e assim segue até que o calendário letivo seja completado ao final do ano.

Essa modalidade de ensino acarreta uma precária relação entre o professor e a comunidade local, pois em pouquíssimos casos o professor chega a conhecer a localidade e promover alguma atividade de ensino que permita aos alunos relacionarem os conteúdos curriculares com suas vivências diárias. Essa situação tem sido relatada e analisada em diferentes relatórios de estágio desenvolvidos no âmbito da Faculdade de Educação do Campo e foi um dos motivadores da pesquisa que propomos.

Metodologia da pesquisa

A pesquisa a partir da qual este trabalho foi desenvolvido, foi realizada em concomitância com o Estágio Docência obrigatório. A pesquisa é de cunho qualitativo e foi realizada segundo uma inspiração etnográfica. Foram utilizados como instrumentos de produção de dados o caderno de campo da pesquisadora, roteiro de entrevistas semiestruturadas e observação participante. Os dados produzidos são analisados em um processo interpretativo apoiado nos referenciais teóricos apresentados a seguir.

Após a escolha da instituição para o desenvolvimento do estágio, Escola Municipal de Ensino Fundamental Professora Maria das Neves e Silva, localizada na comunidade de Vila Santa Fé, foi construído o cronograma das atividades que seriam desenvolvidas no projeto e registradas no diário de campo. A proposta foi apresentada a direção da escola e foram realizadas as devidas mudanças conforme a opinião da direção. A turma selecionada para o desenvolvimento do estágio e consequentemente a produção dos dados, foi a mesma onde a pesquisadora havia realizado estágio anterior, que se tratava de estágio de observação das aulas de outro docente.

A turma escolhida cursava o 9º ano do Ensino Fundamental, no período matutino, com uma quantidade de 32 alunos, todos usuários do transporte escolar. Os alunos são trazidos para a escola a partir de 5 localidades diferentes (Igarapé Vermelho, Rancho Rico, São João, São Domingos, Imbaúba e Morajubá). O cronograma proposto previa o uso de carga horária na disciplina de Matemática e incluía atividades como: produção de questionários para os discentes sobre o tema abordado para análise de conhecimentos; curiosidade sobre os discentes e análise do perfil socioeconômico; debate em sala de aula problematizando as diversas formas em que a Matemática pode ser relacionada com atividades do nosso dia a dia, fazendo com que os alunos façam comparações e reflexões com a Matemática presente nos trabalhos realizados e a Matemática presentes nos livros didáticos. Foram realizadas também orientações para desenvolvimento dos trabalhos que foram desenvolvidos pelos alunos como: a produção de cartazes, para socialização das produções deles, escolha de datas para seminário de socialização, decoração do espaço para o dia de socialização e acolhimento dos produtos finais.

Todas essas atividades foram registradas no caderno de campo da pesquisadora, bem como foram realizados registros fotográficos das produções dos alunos e das atividades desenvolvidas em sala de aula. Esses dados subsidiaram a produção do relatório de estágio supervisionado apresentado em sua versão parcial no final de novembro de 2022 na disciplina de Pesquisa Socioeducacional VII, na Faculdade de Educação do Campo. A versão final do relatório foi apresentada na disciplina de Socialização do Tempo-Espaço Localidade VII, ofertada na mesma Faculdade no mês de janeiro de 2023. Esse relatório e os registros no caderno de campo subsidiaram a produção do presente trabalho.

Para a produção deste foram analisadas as falas dos(as) alunos(as) e o relatório produzido pela pesquisadora. A análise se deu em acordo com o referencial teórico adotado, o Modelo dos Campos Semânticos, e consiste em produzir uma Leitura Plausível (LINS, 2012) dos dados registrados. Segundo Paulo e Bicudo (2020) uma leitura plausível trata de produzir enunciações que sejam coerentes com os dados analisados, isto é, os significados produzidos pela autora, são produzidos em uma direção que seria aceita pelos sujeitos investigados, mobilizando legitimidades que eles adorariam para si. Esse processo de análise toma por base a noção de conhecimento que será apresentada no tópico a seguir.

Lins (2012, p. 23) afirma que Leitura Plausível “indica um processo no qual o todo do que eu acredito que foi dito faz sentido. Outra maneira de dizer que faz sentido em seu todo, é dizer que o todo é coerente”. É uma postura de análise que não se preocupa em categorizar, ou comparar, os significados produzidos a partir das leituras realizadas. O foco, segundo Lins (2012), está na busca por compreender o lugar no qual o que o sujeito de pesquisa diz pode ser dito e é tomado como legítimo. Uma análise que *a priori* não se preocupa em produzir julgamentos de certo ou errado, ou comparações entre as compreensões produzidas e as legitimidades da pesquisa científica.

Fundamentação teórica

Dois elementos são centrais para a análise que desenvolvemos neste trabalho: uma concepção de conhecimento e a implicação para o processo educacional dessa concepção; uma caracterização da noção de “Trabalho” que adotamos nesta pesquisa.

A noção de conhecimento que assumimos nesta pesquisa corrobora a proposição de Lins (2012) e as discussões apresentadas por Paulo e Bicudo (2020). Para esses pesquisadores, um conhecimento é constituído por três elementos: crença-afirmação e justificação. Como em outras epistemologias, a crença e a afirmação indicam que quem produz um conhecimento o faz acreditando em algo e afirmando essa crença por meio de uma enunciação. A diferença desta perspectiva, apresentada pelos autores, é que a justificação é elemento constituinte do conhecimento:

Assim, nesta postura teórica, destaca-se que conhecimento é sempre de um alguém porque é sempre produzido a partir de uma crença e a justificação lhe é constituinte. Isso nos permite diferenciar, por exemplo, afirmações que parecem ser a mesma. Uma pessoa que justifica a afirmação $2 + 2 = 4$ justificando com autoridade emprestada do professor de Matemática, produz um conhecimento diferente de um outro alguém que justifica a afirmação $2 + 2 = 4$ justificando com base nos axiomas de Peano. Essa distinção é possível por compreender que a justificação é constituinte do conhecimento. Ela não é um modo de dizer se um conhecimento é verdadeiro ou não. Ela faz parte do conhecimento enunciado. Assim sendo, ao se tomar diferentes justificações um sujeito pode produzir diferentes conhecimentos. (PAULO; BICUDO, 2020, p. 54).

No processo educacional, a adoção dessa concepção de conhecimento implica uma preocupação com a explicitação das justificações tomadas como legítimas no processo de produção de conhecimento. Ao mesmo tempo em que é possível compreender que diferentes conhecimentos estão sendo produzidos na sala de aula, mesmo que a “mesma” afirmação esteja sendo realizada.

Do modo como compreendemos, isso é importante pois permite colocar em evidência a diferença entre os conhecimentos produzidos que mobilizam justificações tomadas da vida cotidiana dos alunos e aqueles produzidos mobilizando justificações tomadas da Matemática, enquanto ciência ocidental. Desta perspectiva teórica, essa diferenciação não estabelece uma relação hierárquica entre esses dois modos de produzir conhecimento, ao contrário, ao colocar a Matemática como mais um modo de produzir conhecimento se torna possível argumentar contra a ideia de que ela é a única racionalidade na constituição das ciências.

Tomar essa noção de conhecimento e assumir a Matemática como mais um modo de produzir conhecimento tem levado alguns pesquisadores a propor ações didáticas que lidam com essa diferença visando processos de ensino e de aprendizagem das Matemáticas que coloquem em destaque o processo

de produção de conhecimento e não apenas os conteúdos matemáticos. Essas propostas podem ser vistas, por exemplo, em trabalhos como Paulo e Bicudo (2020) e Viola dos Santos, Barbosa e Linardi (2018).

Uma segunda noção que assumimos neste texto é a definição de trabalho apresentada por Caldart (2016). A autora, ao discutir as implicações da Agroecologia para a educação do campo, apresenta uma concepção de trabalho se apoiando na perspectiva materialista dialética. Para a autora:

Temos discutido nos processos de transformação do conteúdo e da forma escolar, que a relação entre *escola, trabalho e produção* é pilar essencial ao nosso projeto educativo. Entendemos que a agroecologia, tomada como objeto de estudo e de atividade produtiva, permite desenvolver esta relação com uma potencialidade formativa superior. Isto porque: 1º) Há desde a lógica da produção de base agroecológica uma possibilidade real de participação das crianças e dos jovens (adequada às condições de cada idade) em atividades da agricultura, na forma de um *trabalho socialmente produtivo* [...]. (CALDART, 2016, p. 6, destaques do original).

Se apoiando na obra de Karl Marx, a autora define o trabalho socialmente produtivo como trabalho humano que gera formas materiais e imateriais que atendem às necessidades humanas incluindo as intelectuais. Essas formas materiais e imateriais são marcadas por seus valores de uso e não por seus valores de mercado. Assim, trabalho não é apenas o conjunto de atividades que geram valores econômicos. Buscamos analisar e incluir nos processos educacionais o trabalho em seu sentido mais amplo, como atividade constituinte da condição humana.

Foi nesta direção que as atividades desenvolvidas no âmbito do estágio docência foram realizadas e é nesta direção que encaminhamos nossas atividades de pesquisa. Seja na apresentação do presente texto, seja nas agendas futuras. Assumimos a concepção de trabalho corroborando o apresentado na citação acima, não apenas por compreender este como constituinte da condição humana, como defendido pela autora, mas também por vislumbrar, na proposta educacional feita por Caldart (2020), uma possibilidade de diálogo com a proposição dos usos de categorias do cotidiano segundo a perspectiva teórica que propomos em nossa análise.

Reconhecemos que ambas as caracterizações, conhecimento e trabalho, são categorias bastante abrangentes e que merecem, para além da definição, um estabelecimento com pesquisas correlatas e enquadramento histórico. No entanto, compreendemos que no âmbito deste trabalho, explicitar o modo pelo qual compreendemos tais noções, apoiados nos referenciais teóricos apresentados neste tópico, é suficiente para caracterizar a pesquisa desenvolvida.

Resultados e discussões

A atividade desenvolvida com os alunos em sala de aula, foi a realização de uma pesquisa através de registros em diário de bordo e entrevistas com pessoas que trabalham em 6 categorias: atividades domésticas; serviços gerais nas fazendas e/ou sítios; trabalho em lavagem de carros; criação de gado de corte; manejo de gado leiteiro; e serviços domésticos com foco na lavagem de roupas. Essas categorias emergiram de um diálogo com os alunos que buscou listar as atividades diárias desenvolvidas por eles fora do contexto escolar. A pesquisa realizada pelos alunos buscou proporcionar a eles uma aprendizagem que mobilizasse categorias distintas daquelas do conhecimento curricular, desenvolvendo então, o conhecimento sobre relações possíveis entre Matemática, a cultura e o cotidiano de cada aluno do campo. Os materiais utilizados foram computadores, questionários contendo cinco questões a respeito do tema abordado, relatórios, banners, diário de bordo e cartazes. A turma foi dividida em 6 grupos e cada grupo ficou com um tema de acordo com a função de trabalho que cada aluno exercia.

O uso dos trabalhos desempenhados pelos estudantes no campo no ensino de Matemática deve ser compreendido não apenas como um simples instrumento facilitador da aprendizagem, mas como um instrumento que contribui para o desenvolvimento do raciocínio, conhecimento e preparação deles para o trabalho e inserção na sociedade. Além disso, tal uso colabora com uma mudança de postura que possa ser apresentada pelos estudantes em relação aos conteúdos matemáticos escolares. A inserção das

atividades laborais nos planejamentos e atividades matemáticas presentes dentro da sala de aula, possuem o objetivo de fazer com que os alunos vejam seus trabalhos e atividades no campo de forma importante e valorizáveis “fazendo com que os mesmos venham ter conhecimentos melhores do que já possuem e participar de algum modo da produção de saberes ainda não existentes” (FREIRE, 1997, p. 111).

Na direção do que propõe Viola dos Santos, Barbosa e Linardi (2018) o trabalho dos(as) alunos(as) mobilizado na sala de aula, poderia ser entendido como uma categoria do cotidiano que dispara processos de ensino. Ao listarem essas atividades e refletir sobre elas, os(as) alunos(as) estão voltando sua atenção para os modos de organizar e produzir conhecimentos que são mobilizados em seu dia a dia. Com essa abertura, pudemos perceber em sala de aula que os(as) alunos(as) se engajaram na atividade e sentiam-se à vontade para falar sobre esse objeto do dia a dia - os trabalhos realizados - mais do que aparentavam sentir quando falavam do conteúdo matemático.

Vale ressaltar, também, que, segundo as autoras Velho e Lara (2011, p. 7), “o papel da educação é adaptar e preparar o indivíduo para a vida em sociedade, aprendendo como os conhecimentos se transformam, e provocar um resgate da cultura popular, a partir da cultura e do meio em que vive o educando”. Nesta direção, percebemos que mobilizar as categorias envolvidas no trabalho desempenhado pelos alunos nos espaços não escolares cria necessidades de registros e sistematização de informações que podem ser produzidas a partir de conteúdos matemáticos. Chamar atenção dos alunos para esse fato, abre a possibilidade para que eles compreendam a Matemática como mais um modo de falar sobre suas ações diárias, bem como simular cenários hipotéticos ou não, mobilizando categorias próprias da Matemática.

Com base nos dados produzidos através do questionário aplicado em sala de aula para 32 alunos(as), fica evidente a compreensão dos alunos com relação ao trabalho. Eles compreendem o mesmo como “algo importante, que nos traz dignidade e promovem realizações financeiras e satisfação”, segundo a aluna Joana. Com relação à questão sobre a compreensão dos estudantes com relação às contribuições dos trabalhos para o ensino de Matemática, 25 alunos(as) responderam que já pensaram nas contribuições de seus trabalhos para o ensino de Matemática dentro da sala de aula. Número esse que mostra que os mesmos possuem conhecimentos que podem contribuir para um ensino a partir da realidade deles dentro da sala de aula, além de ser uma fonte de informação para um ensino que estabeleça relação com a localidade dos alunos. Os outros 7 alunos(as) não haviam pensado nas contribuições.

A partir da pesquisa compreendemos também que a concepção dos(as) alunos(as) sobre o tema trabalho, leva em consideração, principalmente, a produção de condições financeiras de existência e ocupação do tempo com uma atividade que aparte o sujeito de seu fazer diário. Uma compreensão que, do modo como analisamos, difere do proposto por Caldart (2020) em relação ao trabalho como uma atividade socialmente produtiva. Para esses alunos, as atividades desempenhadas no dia a dia que não resultem em um pagamento monetário, não são identificadas como trabalho em um primeiro momento. Ressaltamos o primeiro momento, por esse elemento ter sido discutido em sala com os alunos durante as aulas de regência desenvolvidas no estágio.

Essa discussão mostra um aspecto importante da educação matemática que não se dirige por conteúdos, mas sim por uma formação através da matemática. O através aqui indica a possibilidade de uma formação ampla que é disparada pelos conteúdos e modos de produzir conhecimento próprios da Matemática, enquanto uma ciência ocidental. Nosso ponto é indicar a possibilidade de uma educação matemática em que os conteúdos não são centrais, uma educação em que categorias tomadas da vida cotidiana ganham espaço a fim de que o processo de produção de conhecimento sejam o central e que a interação entre diferentes legitimidades, tomadas da vida cotidiana ou da matemática, possam ser problematizadas em sala de aula, visando uma ampliação do repertório de modos de ler o mundo que os alunos constituem ao longo de suas vidas.

Conclusão

Através da realização do projeto em sala de aula, pudemos perceber a confiança e o prazer que alguns discentes tinham em falar de suas realidades de vida e das lutas que enfrentam em seu dia a dia. Através dos relatos percebemos também o interesse que esses estudantes tinham em contribuir na construção deste relatório o que, em nossa compreensão, é rastro da motivação em participar de processos educacionais em que eles se veem como participantes ativos. Esse envolvimento corrobora o exposto por Viola dos Santos, Barbosa e Linardi (2018) que apontam as categorias da vida cotidiana como elementos disparadores do processo de aprendizagem.

Na direção deste envolvimento dos discentes no processo educacional, afirmamos que ações didáticas que tomam categorias diferentes daquelas estabelecidas pela Matemática, enquanto ciência ocidental, ao serem implementadas no contexto da educação do campo, fomenta uma formação dos jovens que caminha na direção dos princípios dessa modalidade de educação, como apresentado em Caldart (2016). Ao problematizar os modos de organização desses trabalhos em sala de aula, esses(as) alunos(as) criam a oportunidade de produzir novos significados para essas atividades.

Destacamos, no início, o papel desempenhado pelos movimentos sociais na criação e consolidação do curso superior de formação de professores que atuam no contexto do campo. Desde sua criação esse movimento educacional tem sido enriquecido com intensas discussões que não separam o papel político dos processos de ensino e aprendizagem dos processos didáticos pedagógicos, não por menos que Paulo Freire sempre foi um importante teórico neste contexto. Nossa intenção com este trabalho é trazer para o âmbito da Educação Matemática, particularmente para a perspectiva teórica que pensa a formação de professores a partir do Modelo dos Campos Semânticos, a preocupação com o caráter político dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática.

Nessa direção, indicamos o trabalho com as categorias tomadas da vida cotidiana como o nosso ponto de partida e destacamos que o trabalho com esta perspectiva, como discutido em Viola dos Santos, Barbosa e Linardi (2018), precisa dedicar sua atenção para o aspecto político e social que a caracterização de conhecimento proposta implica para uma educação matemática. Neste sentido, vemos a oportunidade de discussão deste trabalho no evento ao qual ele foi proposto, como o elemento disparador de diálogos construtivos de legitimidades para essa questão.

Referente à pesquisa realizada e pensando nas questões postas pela proposta curricular da Fecampo (2014), afirmamos que o processo educacional que ocorre na escola onde o estágio foi realizado não toma o cotidiano dos alunos como elemento motivador de discussões e que o currículo de Matemática segue apartado do contexto social dos alunos da comunidade Vila Santa Fé. Tal dicotomia implica em uma compreensão rasa da noção de trabalho apresentada pelos alunos da turma investigada, que assumiam, quando do início da investigação, apenas o aspecto monetário com definido de uma atividade para que ela possa ser chamada de trabalho.

Referências

- Caldart, R. S. (2016). *Escolas do Campo e Agroecologia: uma agenda de trabalho com a vida e pela vida!*. (texto não publicado).
- Fecampo. (2014). *Projeto Pedagógico do curso. Licenciamento em Educação do Campo*. Marabá-PA: (UNIFESSPA) Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará.
- Freire, P. (1996). *Pedagogia da autonomia. Saberes Necessários à Prática Educativa*. Paz e terra.
- Lins, R. C. (2012). O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. In Angelo, C. L. et al. (Org.). *Modelo dos campos semânticos e educação matemática: 20 anos de história* (pp. 11-30). Midiograf.

Paulo, J. P. A. & Bicudo, M. A. V. (2020). Understanding teacher education within the scope of the Model of Semantic Fields. *Acta Scientiae*. 22(4), 51-70.

Velho, E. H. & Lara, I. C. M. (2011). O saber matemático na Vida Cotidiana: um enfoque etnomatemático. *Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 4 (2), 3-30.

Viola dos Santos, J. R., Barbosa, E. P. & Linardi, P. R. (2018). Formações de professores de Matemática e atividades baseadas em Categorias do Cotidiano. *Vidya*. 38(1), 39-57.

TWENTY YEARS OF LAW 10.639

HOW IS THIS LAW EFFECTIVE IN A COLLECTION OF MATHEMATICS TEXTBOOKS?

VINTE ANOS DA LEI 10.639

Como essa lei se efetiva nas coleções de livros didáticos de matemática?

VEINTE AÑOS DE LA LEY 10.639

¿Cómo es efectiva esta ley en una colección de libros de texto de matemáticas?

Lucas Gabriel de Souza Cruz

(Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Brasil)
lg.cruz@unesp.br

Jamaal Adetoro Ince

(Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Brasil)
j.ince@unesp.br

Recibido: 12/07/2023

Aprobado: 12/07/2023

ABSTRACT

This text presents an analysis of a collection of Mathematics textbooks, carried out for the discipline “Analysis of Mathematics Books and Teaching Materials”, taught in the Graduate Program in Mathematics Education at the Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Inspired by the methodology of vertical and horizontal analysis of textbooks, this work aims to understand in what ways the law 10.639/2003 is effective in textbooks that satisfy the demands of the New High School and the BNCC – Base Nacional Comum Curricular. Presenting the historical movements of black populations, mainly the Brazilian one, the text is inspired by the two decades of that law to conduct the analysis criteria and seek to understand in what ways the analyzed collection acts in the constitution of the mathematical identity of black students. At the end of the analysis, it is observed that the law is barely complied with, speaking through erasures and without delving into important points about racial discussions. It is concluded that changes are necessary for compliance with the law to produce positive effects on the constitution of mathematical identities of black subjects.

Keywords: ethnic-racial relations. mathematics textbooks. law 10.639/2003.

RESUMO

O presente texto apresenta uma análise de uma coleção de livros didáticos de Matemática, realizada para a disciplina “Análise de Livros e Materiais Didáticos de Matemática”, ministrada no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Inspirada pela metodologia de análise vertical e horizontal de livros didáticos, este trabalho tem o objetivo de perceber de que formas a lei 10.639/2003 se efetiva em livros didáticos que satisfaçam as demandas do Novo Ensino

Médio e da BNCC – Base Nacional Comum Curricular. Apresentando os movimentos históricos das populações negras, principalmente a brasileira, o texto se inspira nas duas décadas da referida lei para conduzir os critérios de análise e buscar perceber de que forma a coleção analisada atua na constituição da identidade matemática de estudantes negros. Ao fim da análise, se observa que a lei é cumprida de forma escassa, discursando através de apagamentos e sem se aprofundar em pontos importantes sobre discussões raciais. Conclui-se que mudanças são necessárias para que o cumprimento da lei produza efeitos positivos na constituição de identidades matemáticas dos sujeitos negros.

Palavras-chave: relações étnico-raciais. livros didáticos de matemática. lei 10.639/2003.

RESUMEN

El texto actual presenta el análisis de una colección de libros didácticos de Matemáticas, realizado en el curso “Análisis de Libros e Materiais Didáticos de Matemáticas”, que es ofrecido en el Programa de Posgrado en Educación Matemáticas de la Universidad Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Inspirado en la metodología de análisis vertical y horizontal de libros didácticos, este trabajo tiene el objetivo de investigar de qué manera la ley 10.639/2003 es contemplada en libros didácticos de modo tal que satisfagan las demandas de la Nueva Educación Média y de la BNCC – Base Nacional Común Curricular. Presentando los movimientos históricos de las poblaciones negras, especialmente la brasileira, el texto se inspira en las dos décadas de la referida ley para conducir los criterios de análisis y buscar percibir de qué maneras la colección analizada actúa en la constitución de la identidad matemática de estudiantes negros. Al fin del análisis, se observa que la ley es cumplida de forma escasa, una vez que asume superficialmente las discusiones raciales. Se concluye que es necesario realizar cambios para que el cumplimiento de la ley produzca efectos positivos en la constitución de identidades matemáticas de los sujetos negros.

Palabras clave: relaciones étnico-raciales. libros didácticos de matemáticas. ley 10.639/2003.

Introducción

Januário Garcia, Brazilian photographer, black and anti-racist activist, once stated that “there is a history of blacks without Brazil, what does not exist is a history of Brazil without blacks” (Garcia & Neres, 2021). This message synthesizes the struggles of a people subjected to successive invisibilizations, casts new perspectives, and promotes new tensions to the constitution of history itself, both in Brazil and in other countries that were founded on the bases of slavery that still cause explicit and structural effects today.

Manoel and Coradetti (2019) work with Stuart Hall to present the concept of “black popular culture” as a way of representing the identities of the black population. The posture assumed by the authors on black popular culture configures it as a multiplicity, that is, unique as a set of experiences particular to the black population, but at the same time diverse in itself.

By adopting such a perspective on black identity itself, as uniqueness and difference, the struggles of black movements and their quests for valuing the equally diverse Afro-Brazilian roots are highlighted. As a result, in 2003, 20 years ago, one of the greatest achievements for Brazilian black peoples in the area of Education was achieved: Law 10.639/2003, which includes in the official curriculum of the Teaching Network the obligatoriness of the theme “History and Afro-Brazilian Culture” (Lei 10.639, 2003). L10.639 (as we will call it from now on) establishes the obligation to study the History of Africa and Africans, the struggle of blacks in Brazil, Brazilian black culture and blacks in the formation of

national society, in addition to pointing out the contributions of these people in the social, economic and political areas of the history of Brazil (Lei 10.639, 2003).

It is the recognition of the importance of this law that motivates the analysis of this article. Recognizing the Mathematics textbooks as possibilities to realize L10.639 in schools, an analysis of the collection of textbooks in Mathematics for High School called “Matemática em contextos” (Dante & Viana, 2020), approved by the National Book and Didactic Material Program (PNLD) 2021, is carried out. This analysis aims to understand in what ways the L10.639 is effective in textbooks that satisfy the demands of the New High School (Lei 13.415, 2017) and of the BNCC — Base Nacional Comum Curricular, the Brazilian curricular standards (Ministério da Educação, 2018). It also points out the importance of analyzing Mathematics textbooks from an area that is mistakenly understood as neutral. In this movement of acknowledging Mathematics as a racialized discipline and trying to understand how this field of knowledge constitutes identities, we begin by presenting some theoretical operants.

Whitening and mathematical identity

It is noteworthy, at this first moment, that the project of invisibilization of black people is articulated with the progressive weakening of knowledge. Thus, the alleged idea of a white hegemony is constituted not only in the constitution of a nation, but also in the very field of Mathematics knowledge.

We assume Mathematics as a white racialized discipline, since it is regarded as an area of knowledge, that is constituted with the aim of meeting the interests of domination of this race and that disqualifies other races in favor of maintaining a status of power. Simultaneously, Pinto et al. (2021, p. 8) alert to the discourse that affirms Mathematics as an epistemic field not linked to the physical body, but only one’s mental capacity. They also point out that “Mathematics disqualifies the criterion of race as an agent of its production, even if it establishes a condition of existence and necessity to the knowledge of a certain cultural group, the white European, establishing its place in this criterion”. In this double movement, Mathematics is operated with a view to the subalternization of other ways of being (including the form as a black subject), while it presents itself as exempt, allegedly neutral and unrelated to the constitution of racialized identities.

In this way, how to think about the ways in which Mathematics is appropriated by black subjects? To do so, we work with Martin (2006) to try to understand the ways in which the work approaches in this discipline what the author calls mathematical identity. According to Martin

Mathematics identity refers to the dispositions and deeply held beliefs that individuals develop, within their overall self-concept, about their ability to participate and perform effectively in mathematical contexts and to use mathematics to change the conditions of their lives. A mathematics identity encompasses a person’s self-understanding of himself or herself in the context of doing mathematics [...]. It also encompasses how others “construct” us in relation to mathematics. (p. 206)

As stated by the author, mathematical identity refers to how students can come to see themselves as agents in Mathematics and perceptions of their ability to participate in actions involving this knowledge. Throughout history, Afro-descendants have been seen as less than human and having their image constructed as opposed to mathematically literate (van Belle, 2011), or as mathematicians. Martin (2006) analyzes the North American context to indicate that, currently, there is numerous data that point to the narrative that black people perform worse than white and Asian students, to whom the image of the “mathematician” is often associated. This is a factor that continues the notion that black people are awkward with math and whose knowledge is viewed as inferior to whites. Another factor is analyzed by van Belle (2011, p.132), who states that mathematical literacy deficiencies have consequences for students beyond K-12 and affect access to higher education. According to van Belle:

There exist racist discourses related to print based literacy [...] these texts present mathematical literacy as a form of school-based capital that is accrued by Whites and used to reproduce White, middle-class privilege. (p. 133)

Consequently, black students have the possibility to develop mathematically with less confidence and disbelief in their abilities. This lack of assurance, associated with low performance data and esoteric style of communicating mathematics, result in lower participation both in classes that demand and develop more advanced knowledge of Mathematics, and in Higher Education itself, since Mathematics is part of assessment and selection processes to access these possibilities.

Thus, the international scenario presents even more indications that justify the need to support affirmative action policies, since it is still common for black students to demand more time in complementary studies, such as Brazilian pre-university or pre-Enem courses, or students who need to repeat remedial courses in community college in the United States. This need for additional efforts, a constant alternative for low-performing students, such as Afro-descendants, discourages them from seeking to participate or even from believing that it is possible to achieve through Mathematics.

Added to this point, there is little to no representation of black people in books or areas of Mathematics (Silva, 2020), as well as the absence of activities that align with the more common lifestyle of such people. There was, in the USA, the period of desegregation of schools, in which the presence of Afro-descendants was recent, not only among students in segregated schools, but also among teachers and staff. The faculty of these schools were predominantly, if not completely, white. Their concerns were not the improvement of education for black students, but the preservation of the quality of learning for white students, while educational success was only a by-product of the case that students understood.

Textbooks in Brazil

The Brazilian educational system is organized in three stages. The first, called Early Childhood Education, serves children from 0 to 5 years old. Then comes Elementary School (EF), subdivided into EF 1, from 1st to 5th grade, and EF 2, from 6th to 9th grade. The last stage is called High School and lasts for three years. Throughout the entire school period, the school must follow the curriculum set out by the BNCC.

In 2017, law 13.415/2017 (Lei 13.415, 2017), known as the High School Reform, was enacted, which changed the general structure of this educational stage. With the so-called New High School, the BNCC gained more strength, the workload was expanded and even the textbooks were affected, since the organization of the curriculum became freer and, therefore, the books could not be sequential. Therefore, each book in a collection must be self-contained, that is, it must not depend on skills and abilities presented in another book in the collection.

In Brazil, textbooks are frequent allies of teachers, being one of the main pedagogical tools used by them. For this reason, over the years, various policies have dealt with these materials, seeking to expand access, develop quality or standardize contents and principles. Today, the PNLD is in force, which conducts the process of selection and distribution of books and other didactic materials for the public schools. It is worth mentioning that in the process of evaluating candidate collections for participation in the PNLD, the BNCC appears as one of the main drivers and its non-compliance may result in the elimination of a collection in the program. Likewise, the PNLD public notice points out that non-compliance with legislation related to Education (L10.639 is included in this) is also an eliminatory criterion. Once approved in the PNLD selection process, a collection of textbooks is available for purchase by all public schools that attend the grades for which such collection is intended.

Methods

The analysis methodology adopted here is inspired by Charalambous et al. (2010). For that, a horizontal analysis was initially carried out in order to understand the organization of the book and the resources made available by it in the presentation of the contents. At this stage, we looked at the formats of the sections, the different texts, such as subtitles, content texts, presentation topics, exercise statements and even the images.

The part of the “Teacher's Manual” was also explored, a section destined to present to the teacher what is intended with the work. This section is divided into two parts: general guidelines and specific guidelines. In general guidelines, the manual seeks to expose the precepts that guide the work with the collection as a whole, presenting theoretical-methodological approaches, norms that regulate the textbook (such as the BNCC and the New High School), skills and competences that are expected to be developed, in addition to other guidelines. As it is a section that talks about the collection as a whole, this section is the same in all books. In the specific guidelines, it is pointed out in detail what is expected with the didactic resources available in each book. To this end, this section makes suggestions on how certain texts, exercises and subjects can be developed and worked on in the classroom.

On the other hand, vertical analysis is understood here as the study of the ways in which a subject is treated in the textbook. For our analysis, this subject is ethnic-racial relations and African and Afro-Brazilian history and culture. Therefore, criteria were defined to conduct the analysis. As previously presented, the L10.639 was the main trigger for the movement proposed here. Therefore, in this analysis, criteria that depart directly from the law are adopted and, inspired by works such as Silva (2020), criteria for representation (whether written citation or imagery) of black people were added, a criterion called “Representation of black people”, and objects and places that refer to Africa or Afro-Brazilian and African peoples, a criterion called “Representation of black cultures without human body presence”. This choice was based on the understanding that these representations play an active role in identifying black subjects who may use these books, that is, these representations point to how black students can identify themselves in that book. From this point of view, these representations add to the objective of L10.639 to positively compose the Brazilian black identity.

In addition to the representation criteria, mentions were made throughout the analysis of contributions that were not rigidly framed in the social, economic and political areas. Thus, the subject “Contributions of black peoples in other areas not mentioned above” was added. The subject frame looks like this:

Code	Subject Matter
A1	History of Africa and Africans
A2	The struggles of blacks in Brazil
A3	Brazilian black culture
A4	The black in formation of the national society
B1	Representation of black people

B2	Representation of black cultures without human body presence
C1	Contributions of black people in the social area
C2	Contributions of black people in the economic area
C3	Contributions of black people in the political area
C4	Contributions of black people in other areas not mentioned above

Table 1: Final criteria inspired by L10.639

The “Matemática em contextos” collection, by Luiz Roberto Dante and Fernando Viana, comprises six books. As guided by the PNLD 2021 notice (Ministério da Educação, 2020), each textbook in a collection must be self-contained, that is, all concepts and content necessary for learning must be presented in the book itself, without making references to other volumes. In this way, six volumes make up this collection, they are: “Exponential, logarithmic function and sequences”; “Trigonometry and linear systems”; “Affine function of quadratic functions”; “Statistics and financial mathematics”; “Combinatorial analysis, probability and computation” and; “Plane geometry and spatial geometry”. Once this collection was approved by the analysis of the PNLD, it is understood that it satisfies the demands of content and organization imposed by the BNCC and by the New High School.

All volumes in the collection have a part that is the student's book and another part that is the Teacher's Manual, the latter, as previously mentioned, being divided into general guidelines and specific guidelines. Through the full reading of each of the volumes, both the student's book and the teacher's manual, incidences were identified that satisfied the analysis criteria presented. Throughout this exploration phase, a table was filled in in order to organize the occurrences and specific comments were also produced for each occurrence. The aforementioned table appears below:

Volume	A1	A2	A3	A4	B1	B2	C1	C2	C3	C4
Exponential, logarithmic and sequence functions	2	0	0	0	7	1	0	0	0	1
Trigonometry and linear systems	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0

Affine function and quadratic function	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0
Financial statistics and mathematics	0	0	0	1	7	0	0	0	0	0
Combinatorial analysis, probability and computation	0	0	1	0	13	0	0	0	0	1
Plane geometry and spatial geometry	1	0	0	0	3	4	0	0	0	0
Total	3	0	1	1	35	5	0	0	0	2

Table 2: Afro-Brazilian representations perceived in the collection.

Through the analysis of the numbers in Table 2 and the comments produced, some general trends present in this collection were perceived and which will be presented in more depth below: “How are the stories of black people told?”; “Is the presence of the black person enough?” and; “What are the contributions of African and Afro-descendant peoples?”.

How are the stories of black people told?

In the content of the analyzed books, the history of black people is scarcely presented, and it can be said that it is basically non-existent, which is inconsistent with L10.639 itself. The representations that appear in the texts maintain the ideology that blacks are the underclass in society, or that their cultures and practices do not align with mathematical concepts.

In the book “Statistics and Financial Mathematics”, the only presentation of the position of blacks in society is that they constitute the majority of subjects living below the poverty line.

A4 = An infographic presents the percentages of people with per capita monthly household income below the poverty line, differentiating by race between whites and blacks. It can be seen that most of the population living on less than \$1.90 is black, as is the share of the population living on less than \$5.50. Those data are about 2018. The text accompanying this data does not delve into the subject, using it only to represent what "pictograms" are, without proposing further discussion. (Comment taken from the authors' notes)

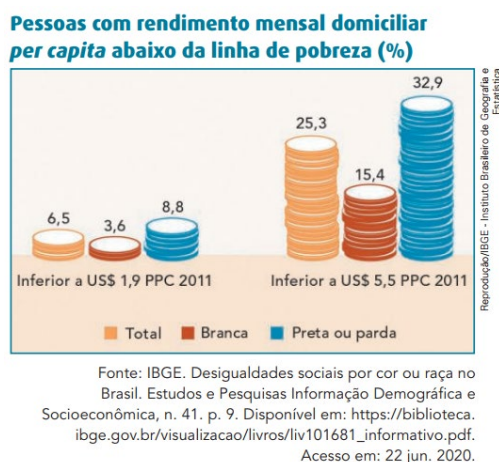


Figure 1: Pictogram presented in one of the textbooks.

It may be important to ask what motivated the choice to present these data in this way, determining differences in poverty by race. This may serve as an under-representation of black people living in the most varied locations in Brazil and who may have higher incomes. That is, it presents a single portrait of the black population in Brazil, that of the poor person.

The combination of marginalization and the lack of representation of black people in Mathematics can influence how a subject thinks about their abilities and their performance in this field of knowledge. This continues a racial imagination and a society at large that blacks are poor and removed from mathematical production, maintaining the dominant view of whites as mathematicians and prioritizing European styles of education.

Is the presence of the black person enough?

Those who analyze the data presented in Table 2 may have indications that, through image representations and textual citations, black people are more present in the collection. In fact, it is common to see black people appearing in the most diverse situations, such as in the use of technology, in the daily interaction between young people and even in the position of teacher. However, two main points focus on necessary tensions: in general, black people are a minority in representations; and there are few representations of personalities relevant to a context greater than the representation itself.

Silva (2020) already points out in her thesis that there are, in the textbooks analyzed by her, asymmetries in the imagery representations between whites and blacks. This finding is repeated in the analysis of this collection, since the comments produced during data collection indicate that, in the images where black people appear, there is a predominance of white people. It is common to see one black person among two, three, four or more white people, or two black people among four white people. In the book “Exponential Function, Logarithmic Function and Sequences”, was perceived that

B1 = In a illustration, there is several people in a town. None of them that clearly appear is black, however, it is possible to identify 3 of 4 people with darker skin than the others 14 or 13 ones. (Comment taken from the authors' notes)



Tiago Donizete Leme/Arquivo da editora

Figure 2: Illustration showing noise pollution's effects.

The Brazilian black population represented, in 2018, about 56% of the total Brazilian population (IBGE, 2019), so it is necessary to question such disparities in the sense of the majority becoming a minority. Erasure is articulated by compliance with the law, accompanied by omissions, by unexplored tensions and by the imposition of a narrative that diminishes a strength of the black population, the strength of the great mass.

At the same time, among the black people who appear visually or who are quoted textually, few are relevant to the flow of the book. By that, we mean that most of the images are committed to a representation that has an end in itself, that is, they are images that do not converse with the supporting text or with the content worked on at that moment in the book, but only show an existence.

Added to this, it is also worth mentioning that some black personalities from the international scene are represented. Few are directly related to mathematics. However, the presence of white personalities that appear throughout the collection is considerably higher, especially in the moments that articulate Mathematics and the history of Mathematics. This finding reinforces the findings of Manoel and Coradetti (2019, p. 275), who point out that most Mathematics textbooks analyzed by them are based on historical characters belonging to Western civilization. This strategy reinforces what we have already pointed out as a movement to "whiten Mathematics", since a kind of mathematician phenotype is constructed: the white man.

It is even worth mentioning that non-human representations of African cultures and black peoples in general are mostly associated with Egypt, without any mention of the African continent. This movement fulfills the role of detaching Egypt, a place recognized as a producer of knowledge, from the rest of the continent and corroborating the idea that there is no mathematics.

Finally, this topic ends by raising the question: the high recurrence of data in this category means which representation of black people?

What are the contributions of African and Afro-descendant peoples?

It is possible to observe in Table 2 that the contributions of African and Afro-descendant people in Mathematics are almost nil. At least, this is the discourse that the book tells through the silencing of black movements.

In the analyzed collection, both identified contributions relate to the development of science. One of them concerns Fibonacci's experience in Egypt, where he developed his studies in a more advanced way than would be possible only by the knowledge that circulated in Europe at the time. The proposal to carry out historical research on this character appears in the Teacher's Manual, in the Specific Orientations section, and opens up the possibility of envisioning Egypt as a knowledge-producing region and of explaining the way in which an African civilization influenced European studies in math. However, such possibilities are not explicitly indicated by the book, leaving room for countless other possibilities to work on the history of this mathematician, including those in which the European subject

is placed at the center of the discourse on the development of Mathematics, Egypt is seen as a supporting actor and the African continent itself is relegated to invisibility due to disconnection.

The other identified contribution is about the story of the American Katherine Johnson, Dorothy Vaughan and Mary Jackson, as well as the team of “human computers” who worked at NASA (National Aeronautics and Space Administration) during the space race period. In the “Reading and understanding” section of this book, stories and situations are told that, in some way, are related to the mathematical content worked on, and discussions are proposed that go beyond the content itself. Telling the story of these three black women, the text deepens in discussions about the aforementioned racial segregation that happened in the United States, it also indicates discussions about racial prejudices today and how such racist practices may have influenced the pace of technological development in the world.

Unfortunately, such a rich discussion is lost in the solitude of uniqueness. The authors could bring more discussions in order to emphasize substantial contributions of black people in mathematics and in science in general. Although the Teacher's Manual – Specific Guidelines points out how various skills, competences and topics requested by the BNCC are satisfied by this contribution, the non-repetition of sections, texts or activities that present the aforementioned contributions summarizes the participation of black people in mathematics and science to few exceptions. With this, the narrative of a supporting people in their own history is told and again leads to the formation of a mathematical identity: the identity of the supporting black subject in the performance with Mathematics.

Conclusion

Although the law requires that texts, including Mathematics, include Afro-Brazilian history and culture, there is little or no evidence, in the analyzed textbooks, that this obligation is being fulfilled. In general, the African and Afro-Brazilian population is underrepresented or misrepresented. The perpetuation of black people as minorities and as poor and non-contributors to science and mathematics are communicated to students through the lack of knowledge produced by black people and the exclusion of their histories, current implications and the importance of being.

Greater actions and initiatives need to be taken to influence more active changes in the materials used in Mathematics Education. There should be greater inclusion of different aspects of black culture and practices. Black students should not only depend on their imaginations to see themselves in textbooks and, consequently, in the Mathematics curriculum itself. They should have opportunities to participate and have positive reinforcements and representations to assist them in their learning.

Finally, the alert is made that, even though the analysis was made of a single collection, such discussions should not be particularized to this work. Our analysis serves as an indication that larger discussions are needed to ensure the construction of a positive black mathematical identity, going beyond simply fulfilling requirements stated by normative documents.

References

Lei n. 10.639, de 9 de janeiro de 2003. (2003). Inclui no currículo oficial da Rede de Ensino a obrigatoriedade da temática "História e Cultura Afro-Brasileira". Brasília, DF.

Lei n. 13.415, de 16 de fevereiro de 2017. (2017). Dispõe sobre a reforma do Ensino Médio. Brasília, DF. Ministério da Educação. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF.

Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. (2020). *Edital de convocação nº 03/2019. [Convocação para o processo de inscrição e avaliação de obras didáticas, literárias e recursos digitais para o programa nacional do livro e do material didático — PNLD 2021]*. Brasília.

Charalambous, C. Y.; Delaney, S.; Hsu, H. Y. & Mesa, V. (2010). A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries. *Mathematical Thinking and Learning*, 12(2), 117-151. doi.org/10.1080/10986060903460070.

Dante, L. R. & Viana, F. (2020). *Matemática em contextos, 1. Ática*.

Garcia, J. & Neres, V. (2021) Januário Garcia: um olhar com 50 anos de fotoescrivências. *ZUM - revista de fotografia*. <https://revistazum.com.br/radar/januario-garcia/>. Acesso em 04 nov. 2022.

IBGE. (2019). Desigualdades sociais por Cor ou Raça no Brasil. In: IBGE. *Estudos e pesquisas: Informações Demográficas e Sociodemográficas*, 41. IBGE. https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101681_informativo.pdf.

Manoel, A. P. & Coradetti, C. A. L. M. (2018). Um olhar sobre as questões étnicas-raciais nas enunciações da história da Matemática apresentadas pelos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio aprovados pelo PNLD 2018. *Educação Matemática Debate*, 3(9), 267-281. doi.org/10.24116/emd.v3n9a04.

Martin, D. B. (2006). Mathematics Learning and Participation as Racialized Forms of Experience: African American Parents Speak on the Struggle for Mathematics Literacy. *Mathematical Thinking and Learning*, 8(3), 197-229.

Pinto, E. C.; Reis, W. S.; Fernandes, F. S.; Giraldo, V. (2022). Desacorrentando Andrômeda: insubordinações em giros decoloniais e apontamentos para uma Educação Matemática antirracista. In: Lopes, C. E. & Grando, R. C. (Orgs.). *Subversão responsável e formação de professores*. (pp. 183-206). Campinas: Mercado de Letras.

Silva, M. F. (2020). *O Romper do Silêncio Discriminatório: o manuseio do livro didático de Matemática na perspectiva da educação para as relações étnico-raciais*. [Doctoral Thesis, Universidade Federal do Paraná]. <https://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/69750>.

Van Belle, L. A. (2011). “Gentle doses of racism”: Racist discourses in the construction of scientific literacy, mathematical literacy, and print-based literacies in children’s basal readers (Vol. 71, Issue 11). ProQuest Dissertations Publishing.

MATHEMATICS AS A TOOL OF OPPRESSION IN THE UNITED STATES

LAS MATEMATICAS COMO FERRAMENTA DE OPRESSÃO NOS ESTADOS UNIDOS

A MATEMÁTICA COMO HERRAMIENTA DE OPRESION EN LOS ESTADOS UNIDOS

Jered O. Ratliff

(U Salem-Keizer Public Schools, United States)

jered.ratliff@gmail.com

Recibido: 12/07/2022

Aprobado: 12/07/2022

RESUMO

A recente politização da matemática tem levado a questões sobre sua pedagogia nas escolas dos Estados Unidos, mas essas questões falham em reconhecer a matemática como uma ferramenta potencialmente opressiva. Neste ensaio, demonstro que há forças muito maiores à mão que melhoram a maneira como as pessoas pensam sobre a matemática e como as pessoas a consideram em suas vidas é muito mais valioso. Aqui, exploro brevemente três eras distintas de desenvolvimento matemático que produziram três respostas culturais distintas. O primeiro é Fibonacci, cujo trabalho foi geralmente aceito e evitou críticas. O próximo é Galileu, um matemático que enfrentou um retrocesso significativo e cuja pesquisa e progresso foram interrompidos e banidos. Em seguida, examino os Estados Unidos e destaco a capacidade de um governo de obter o controle das estruturas matemáticas sem a capacidade de sufocar completamente a publicação e a pesquisa. Vou traçar um arco através dessas três eras distintas para concluir a maneira mais eficaz de dismantlar estruturas de poder baseadas na matemática: um esforço mútuo para nivelar hierarquias que envolvem igualmente aqueles que estão no poder e aqueles que estão à mercê da própria estrutura.

Palavras-chave: Galileu. Fibonacci. poder. opressão.

ABSTRACT

Recent politicization of mathematics has driven questions about its pedagogy in U.S. schools, but these questions fail to recognize mathematics as a potentially oppressive tool. In this essay, I demonstrate that there are much larger forces at play and that improving the way people think about mathematics and how people regard it in their lives are much more valuable. Here, I briefly explore three distinct eras of mathematical development that yielded three distinct cultural responses. First is Fibonacci, whose work was generally accepted and steered clear of criticism. Next is Galileo, a mathematician who faced significant pushback and whose research and progress were halted and banned. I then examine the United States and highlight a government's ability to wrest control of mathematics structures absent the ability to completely stifle publication and research. I will draw an arc through these three distinct eras to conclude the most effective way to dismantle mathematically-based power structures: a mutual effort to flatten hierarchies that equally involve those in power and those at the mercy of the structure itself.

Keywords: Galileu. Fibonacci. power. oppression.

La reciente politización de las matemáticas ha generado cuestionamientos sobre su pedagogía en las escuelas estadounidenses, pero estos problemas no reconocen a las matemáticas como una herramienta potencialmente opresiva. En este ensayo, demuestro que hay fuerzas mucho más grandes disponibles que mejoran la forma en que las personas piensan sobre las matemáticas y cómo las personas las consideran en sus vidas es mucho más valiosa. Aquí, exploro brevemente tres eras distintas de desarrollo matemático que produjeron tres respuestas culturales distintas. El primero es Fibonacci, cuyo trabajo fue generalmente aceptado y evitó las críticas. El siguiente es Galileo, un matemático que enfrentó un importante retroceso y cuya investigación y progreso fueron detenidos y prohibidos. Luego miro a los Estados Unidos y destaco la capacidad de un gobierno para obtener el control de las estructuras matemáticas sin la capacidad de sofocar por completo la publicación y la investigación. Trazaré un arco a través de estas tres eras distintas para concluir la forma más efectiva de dismantlar las estructuras de poder basadas en las matemáticas: un esfuerzo mutuo para nivelar las jerarquías que involucran por igual a quienes están en el poder y a quienes están a merced de la estructura misma.

Palabras clave: Galileu. Fibonacci. poder. opresión.

Introduction

Mathematics innovation in Western Europe and eventually the United States has undergone significant shifts over the last 800 years. Innovation, uninhibited at times, is more often subject to government or religious authorities who see innovation as a threat and treat it accordingly. The United States was once at the forefront of promoting innovation for the common good, but perhaps only before it had jurisdiction to control or stifle its development. By examining power structures in three distinct eras, distinctions can be made to show how math has more often been used to seize control. This is not the fault of mathematics, but rather the power structures. For ruling authorities, power is the aim and not progress. This suffocates discovery and oppresses humanity. The U.S. was not always a global power. As its strength rose during arguably the most rapid and intense century of learning and discovery in our planet's history, factors that either contribute to mathematics being used for good or to oppress can be highlighted.

Phase 1 - Minimal resistance to innovation (pre-15th century): Fibonacci

Leonardo Bonacci (*filius Bonacci* or Fibonacci) developed a model to predict rabbit population growth over generations: the *Fibonacci Sequence*. In the early 13th century he also introduced fractions to Italy (Goetzman, 2004), although they look quite different from how they are used today. His contributions to mathematics may belie their significance, but they far exceed coincidental connections to discoveries before and since. The Golden Ratio can be traced back 4500 years to Giza (Markowsky, 1992), including Greek architecture in the 5th century BCE. Leonardo da Vinci's 1490s *Vitruvian Man* leaned on these concepts (Iosa, 2018).

Fibonacci's understanding of partial numbers may have been limited to a previously little-used or unfamiliar concept of ratios, but today one can quickly derive the sequence $\{0, 1, 1, 2, 3, \dots\}$ that models the Golden Ratio¹. The larger the n , the more accurate the estimate. For example, for $n = 6$, the estimate is only 3% errant. For $n = 12$, it is 0.009% and by $n = 24$ its accuracy is within $8.81 \times 10^{-8}\%$!² Discoveries

¹ For any n th number in the sequence, the Golden Ratio can be estimated by $f(n) \div f(n-1)$

² These calculations assume the sequence begins at 0, more widely accepted than it starting at 1.

of the ratio and the sequence are separated by nearly two millennia, yet an entire curriculum could be built around its countless connections to nature, construction, and perceived human beauty.

Fibonacci studied extensively with Arab scholars in Northern Africa and largely based *Liber Abaci* (*The Book of Calculation*) on this international study (Devlin, 2011). The Hindu-Arabic number system then spread to other European countries (Danna, 2021). Fibonacci's work and contributions to mathematics and science are critical. Without undermining his genius, he shares important connections to mathematicians centuries before and since. Despite substantial mathematical and scientific contributions, though, he appears to have steered clear of trouble. His discoveries were terrestrially and not celestially based, though, which is an issue other eras would have to contend with to avert controversy.

Phase 2 - Significant resistance to innovation (~1436 to ~1650): Simon Stevin vis-à-vis Brahmagupta; the Galileis (Galileo and his father)

Before the invention of the printing press (c. 1436), it was much easier to keep mathematical discoveries in the dark. Over a span of roughly 200 years, seismic cultural shifts had dramatic effects on how people related to church, government, and other power structures.³

Nearly a millennium earlier and 6,500 km away, Brahmagupta was representing partial numbers with what we today refer to as decimals and fractions (Swain, 2012). He described the quantity of zero, using and discovering notations integral to his quadratic formula solution. Despite the time gap, Simon Stevin (1548-1620) was among the first to push fractions and decimals into common use in the Western World with his 1585 booklet *The Art of Tenths* (Castel-Branco, 2020).

Mathematical and scientific contributions can also be *falsely attributed*. Leibniz's contributions to calculus were underappreciated for many decades (Chandler, 1960) and Nikola Tesla never saw his contributions fully implemented (Brittain, 2005). Stevin's notoriety for assembling and presenting fractions may have been more an issue of *the right place at the right time*. Others presented similar ideas, even in Western Europe but Stevin was able to consolidate others' learning around the quadratic formula, decimals, and fractions (Won, 2009).⁴ Stevin's success publicizing a 1,000-year-old idea was a function of *privilege*. Many works misattribute Stevin as "discovering" mathematical principles he simply repackaged.

Stevin was largely inspired by Vincenzo Galilei (1520 - 1591), an accomplished lutenist, composer, and music theorist (Palisca, 1983). Stevin would inspire Vincenzo's son, the more well-known *polymath* Galileo Galilei (1564-1642). Stevin split the generational difference between father and son (Castel-Branco, 2020) and the work of all three is intellectually inextricable.

Stevin introduced, popularized, and discovered waterway management and nomenclature for geometry, physics, trigonometry, music theory, and bookkeeping (Geijsbeek et al., 1914). Most of these concepts had nearly no portable vocabulary. Stevin created the language of these fields, so is perhaps responsible for more important neologisms than anyone else in the Western world. Without vocabulary, his contributions would not have found the same traction.

Galileo Galilei: Inadvertent blasphemy

Where Stevin consolidated, named, and implemented principles, Galileo was inspired by Archimedes and Euclid and was drawn to astronomy and physics (de Santillana, 1955). This allowed Galileo to

³ These events included but are not limited to Columbus' explorations, European settlement of the Americas, the Protestant Reformation, and the Galilean Revolution (c. 1642).

⁴ Brahmagupta's contributions to mathematics are indispensable; however, here I focus on examining Western Europe's eventual influence on the Americas. No discredit or misappropriation toward Brahmagupta is intended by this limited focus.

extend discoveries with refracting telescopes (Atreya, 2010). Soon he trod into sacrosanct Roman Catholic territory, though. Galileo believed he was merely extending Stevin's work.

To the Roman Catholic Church, however, two of his topics were far from benign; they were portals to hell (Seife, 2000). He (1) insisted on the existence of the number zero and (2) claimed Earth was not the center of the universe.

Galileo believed the *sun* was the center of the universe. We now know that is false, but the shift from geocentrism alerted the Roman Inquisition. Church leaders deemed Galileo was reinterpreting the Bible and therefore in violation of the Council of Trent (de Santillana, 1955).⁵ bjk

Catholic leaders accused Galileo of *Protestantism*. This was tantamount to excommunication just 100 years after Martin Luther's 95 *Theses*. Galileo denied his findings were religious in nature and is generally seen to have been blindsided by the Church's response (de Santillana, 1955). The Church ubiquitously managed the academic work of its citizens, among whom Galileo was counted. He was subsequently found guilty of heresy and forbidden from publishing, as well as other consequences (de Santillana, 1955). One of the finest mathematical minds to ever live was prohibited from further contribution.

It's worth noting the lasting obstinance; the Church's stance on Galileo softened in the century after his death, but papal condemnation of the Church's response did not occur until 1992 (Finocchiaro, 2005). In 2008 Pope Benedict XVI suspended plans to erect a statue in The Vatican, with no apparent plans to resume construction (CBS News, 2008).

Comparing mathematical prowess to the punitive treatment some have received suggests that when a religious or political faction sees mathematics as a threat, that controlling faction seeks one of two options:

1. stifle its discovery and publication through punitive, legal, and corporal means. If this is not practical or possible;
2. seize control and/or ownership of key tenets of its discovery.

Religious positions throughout the centuries have held rigid views on the spherical nature of our planet, evolution, and natural selection, and - as it has been seen - mathematical concepts. Contemporaneous to Stevin and Galileo, the first American colony was established in 1607 (Turner, 2016). Those seeking relief from religious persecution often fled to the New World. European settlement was not unique to North America, though this focus will be on the effects of religious and educational influence on dynamics in what became the United States.

Phase 3 - Punishing discovery instead of controlling innovation (~1650 - today), the United States

The use of partial numbers in the 17th century was novel, even among the elite. With hindsight, we can note how religious and/or political dogmas can stifle scientific discovery. This steers my argument to Colonial America. By the mid-17th century, settlements and colonies were actively populating the eventual United States, primarily by those fleeing Britain. Soon, though, over a period of fewer than 200 years, the United States transitioned from an experiment in a liberal democracy to an innovator of mathematics and science discovery and global power.

During this rapid change of identity (or perhaps *as a result of it*), the United States was heavily involved in chattel slavery, a clear indication they were not invested in prosperity for all. Shifting from an upstart

⁵ While acknowledging some still hold a geocentric view, modern astronomical discoveries do not support this as a tenable position (Britannica, 2009).

colony to hegemonic power aligns with a willingness to adopt subjugating systems, even of its own citizens.

In the late 18th century, decimals and fractions were practically untested. The Mint Act of 1792 made the U.S. just the second country to subdivide its currency into base-10 (Allen, 2009). The general population was scarcely aware of fractions in concept, much less in their calculation, making this a bold, yet positive, step.

Despite the novelty of fractions in money and politics, it is inexcusable that just 5 years before the Mint Act, constitutional framers saw fit to consider subdividing *human beings*. Fractions had barely advanced beyond understanding and the use of numerators other than 1, yet U.S. leaders believed they had a firm-enough grasp to create a ‘compromise’ to fractionally count humans.

Even with the perceived barbarity of dividing a human for political purposes, the Northern States (the eventual Union) appear to have pivoted this by agreeing to consider enslaved peoples 60% to benefit their *long game* of eradicating slavery (Harvard, 2020). They used their savvy and power for good. It is uncommon to see governments use superior mathematical knowledge to benefit humanity.

As the United States grew, though, it cared less about promoting the common good. It was one of 17 nations supporting the globalization of the metric system in the 1870s, but never made the switch (House, 1879). Outside medicine and science, no major push for adoption has taken hold since the late 1980s (Fehr, 1992). By virtue of its power, the U.S. government demonstrates its privilege to subjugate its population with an inferior mathematical system.

In less than 125 years the United States went from a mathematical trailblazer to resisting the adoption of a global measurement standard. The government’s priorities speak more loudly through this contradiction than any resolutions or laws. It is the latter that drove much of the 20th-century infrastructure boom.

Roadways, telecommunications, and the mail system

In 1914, the United States created a state highway association that secured matching funds to partner with states (Woolbright, 1949). Interstate highways were proposed in 1924. A joint board was established and within 3 years a numbering system was in place (McNichol, 2006). For 25 years there was little change to a numbering hierarchy that allowed for nationwide consistency. Following World War II, establishing a world-class freeway system was deemed a critical priority. The original system (US Highways) intended to connect existing towns; Interstates permitted quicker travel. President Dwight Eisenhower stressed national defense to push through a freeway system that ripped apart communities and neighborhoods.

The Federal Aid Highway Act was a significant overhaul, adopting numbering similar to the US Highways (National Highway Program, 1956). While organized numerically, it sacrificed community vitality. The story not often enough told is of communities permanently dismantled in the name of “progress.” When freeways came, Americans quickly changed the way they traveled and what they looked for once there. Pixar’s 2006 movie *Cars* told this story as historical fiction (The Psychosocial Implications, 2019). Lower-income and minority communities and neighborhoods were far more likely the populations cleared for these freeways (Pritchett, 2000). Salient examples include Route 710 near Los Angeles, CA (Avila, 2014), U.S. Highway 75 in Omaha, NE (Greenberg et al., 2020), and dozens of expansions in and near Houston, TX (Lin, 1995). In each case, thriving residential and commercial centers in minority neighborhoods were demolished.

In the 1950s and 1960s, *eminent domain* pushed freeways through developed areas in full view, displacing and unhoming millions more. Politicians and workers depended on the construction and maintenance of this new infrastructure, a numerically-based system became more valuable than its people’s livelihoods.

In 1947, what are now known as *area codes* were born. Atlantic Telephone & Telegraph (AT&T) published a plan with 86 regions (Goodman, 2019). Priority was given to higher population centers (FCC, 2001). These were some of the same cities the nation was also dismantling for its transportation network. They were largely census-driven, but a 1995 overhaul released numeric restrictions and increased available phone numbers by a factor of 4+ (Proffitt, 1994), providing a unique insight into how a rapid rollout illustrated the system's priorities. By and large, affluent communities received disproportionate benefits (Wikle, 2001).

In 1958 the North American Numbering Plan Administrator (NANPA) assigned 809 to Bermuda and other Caribbean Islands without giving them telephonic autonomy (Petrie, 1963), leading to a disconnect known as the *809 scam*. Calls from 809 are prone to fraud as they are not subject to regulatory oversight. There was no coordination of the rollout with Britain (Bermuda is Britain's territory) or other nations whose Caribbean territories were impacted (Netherlands, France, Venezuela, Colombia). This arrogance has since proved deleterious. In 1963, NANPA was either unaware or unconvinced of its overstep when it assigned codes to Mexico, again offering little autonomy. These area codes stayed in place for nearly thirty years (Los Angeles Times, 1991). Once again, a mathematical system drove decisions, disregarding humans' best interests.

For 75 years the United States has managed to avoid adding extra digits to its phone numbers. A local phone number has always been 10 digits: an area code (3 digits) + an exchange (3) + a suffix (4). This appears to be a singular recent exception of an arithmetic structure with proper oversight and rollout.

The system directing the U.S. Postal Service (USPS) was created in the same post-war infrastructure frenzy with the 1963 introduction of the Zone Improvement Plan (ZIP). Everyone was assigned a ZIP code based on where they lived. Seemingly unsatisfied with 5 digits, the USPS introduced "ZIP+4" in 1983, giving every street in the country a unique ZIP+4. This addition has permitted marketing companies billions of data points to further profile based on residency (Hull & Srihari, 1986). The 9-digit identifiers are demographic stereotypes. The United States has 1 billion potential ZIP+4s, roughly triple its residents.

Initially, the USPS downplayed concerns, claiming ZIP+4 was only required for bulk (500+/day) mailing (Hull & Srihari, 1986), but this mail is sent to us. Enough aggregated data exists after 40 years to pigeonhole every U.S. household and silently control what it does, sees, and how it spends time and money. By 1986, ZIP+4-based direct-mail marketing was a US\$367BN⁶ industry (Hull & Srihari, 1986). Inflation and continued marketing growth have had indelible effects on how companies target people. Once again the maintenance of a mathematically-driven system is valued more than its citizens.

Conclusion

The decennial U.S. Census is the most critical process for allocating local, state, and federal resources, but is also used to ramrod solutions through an otherwise sluggish bureaucracy. Whether this is the fault of the Census or other entities using its data is an argument for another time.

Education is a significant tool for liberation (Freire, 1970). As outlined above, the United States was once at or near the forefront of innovations but has shifted from innovator to subverting and stymying progress. This portends the re-oppression of its people. Most in the United States are likely unaware of the relevance or helpfulness of Freire's work for America's educational system. Most are also unaware of the depth to which structures and decisions rely on the Census.

There are myriad ways mathematical structures have been used and misused to control humans, including redlining (Meier, 2021), the GI Bill and Veterans Administration loan availability in the wake of World War II (St. John, 2013), and congressional districts (United States Census, 2022). Few - if any

⁶ \$133 billion in 1986 dollars converted using www.usinflationcalculator.com

- other countries' citizens are as heavily marketed. Most of the structures that allow capitalism to have its way derive information from the Census and reports/results are derived secondarily from this process. The U.S. Census, once used to devalue its residents into partial people, now heavily involves itself in systems that assign resources for telecommunications, mail, transportation, and other critical structures.

Mathematics — including the Census — should be open-source. As long as it is proprietary, systems can work more efficiently to oppress than to support growth and advancement. Behemoth publishers and state governments are gatekeepers to mathematics education, progress, and innovation. Autonomization is common because it is easier, but this will undermine the social character and nature of school and education as a whole (Ani, 2021). Releasing control is not about letting people do whatever they want in the name of freedom and liberation (Seda & Brown, 2021). It must be paired with high expectations and responsibility, but this responsibility cannot be honed until people are first entrusted with it.

The need for mathematics education and innovation can be compared to wooden structures. In the United States, a vast majority of homes are built with wood (Prestemon, 2022). When the wood rots (termites, weather, etc.) the building often needs to be torn down and reconstructed. Mathematics education in the United States has a lot of solid components but keeps adding pieces to a system that has never undergone a significant overhaul. Our mathematics education system was not designed to inspire innovation, nor was it designed to educate *everybody*. This dissonance could be explained away as centuries-old wisdom guiding a dynamic and ever-changing field. If the foundation is rotted, though, the entire structure needs to be rebuilt, just like a wooden home.

The hierarchy needs to be flattened. To do so will require the following path:

1. Identify a structure or system with mathematics as its basis,
2. Identify those in positions of power in this structure,
3. Identify those traditionally at the mercy of this structure, and
4. Bringing these bookends together will flatten and dismantle the hierarchy

Os Advocacy is strengthened by those at (2) and more powerfully delivered by those who have first come from (3). For instance, Drs. Nicole Joseph⁷, Toya Jones Frank⁸, and Nicol Howard⁹ are part of a growing chorus advocating for the equity and access critical to bridge these points. They give voice to how we arrived where we are, punctuated by deep knowledge of Critical Historical Framework.

Freire (1970) summarized it best: liberation is not a gift. Liberation is not self-achievement or self-actualization. It is a mutual process.

References

Ani, K. (2021). *Dear Citizen Math: How math class can inspire a more rational and respectful society*. Damascus Rodeo.

Allen, L. (2009). *The Encyclopedia of Money*. United States: ABC-CLIO.

Atreya, S.K. (2010). Atmospheric moons Galileo would have loved: International Astronomical Union 2010. doi: 10.1017/S1743921310007349

⁷ peabody.vanderbilt.edu/bio/nicole-joseph

⁸ gmu.academia.edu/ToyaJonesFrank/CurriculumVitae

⁹ redlands.edu/study/schools-and-centers/school-of-education/meet-our-faculty/nicol-howard

- Avila, E. (2014). *The folklore of the freeway: Race and revolt in the modernist city*. U of Minnesota Press.
- Brittain, J.E. (2005). Electrical Engineering Hall of Fame: Nikola Tesla. *Proceedings of the IEEE*, vol. 93, no.5, pp.1057-1059, May 2005, doi: 10.1109/JPROC.2005.846330.
- Castel-Branco, N. (2020). Beyond Stevin and Galileo: Seventeenth Century Hydrostatics in the Jesuit Class of the Sphere. *Trends in the History of Science*. doi:: 10.1007/978-3-030-34061-2_16
- Chandler, T. (1960). Duplicate Inventions? *American Anthropologist*, 62(3), 495–498. <http://www.jstor.org/stable/667307>
- Danna, R. (2021). Figuring Out, *Nuncius*, 36(1), 5-48. doi: 10.1163/18253911-bja10004
- de Santillana, G. (1955). *The Crime of Galileo*. Time Inc.
- Devlin, K. (2011). The Man of Numbers: Fibonacci's Arithmetic Revolution. United Kingdom: Bloomsbury Publishing. The Man of Numbers: Fibonacci's Arithmetic Revolution, pp 13, 49
- FCC Record. (2001).
- Fehr, S. (1992). Warning: Metric Road Signs Ahead: The Washington Post, 25 Aug 1992, <https://wapo.st/3BJJPfI>
- Finocchiaro, M. A. (2005). *Retrying Galileo, 1633-1992*. Berkeley: University of California Press.
- Fowler, D. H. (1982). A generalisation of the Golden Section. Mathematics Institute, University of Warwick.
- Freire, P. (1970). *Pedagogy of the Oppressed*. Penguin.
- Geijsbeek, J. B. (John Bart)., Dafforne, R., Stevin, S., Christoffels, J. Ympyn., Mainardi, M., Pietra, A., Manzoni, D., Pacioli, L. (1914). Ancient double-entry bookkeeping: Lucas Pacioli's treatise (A. D. 1494-the earliest known writer on bookkeeping) reproduced and translated with reproductions, notes and abstracts from Manzoni, Pietra, Mainardi, Ympyn, Stevin and Dafforne. Denver, Col.: J. B. Geijsbeek.
- Goetzman, W. (2004). Fibonacci and the Financial Revolution: National Bureau of Economic Research, paper 10352, March 2004. doi: 10.3386/w10352
- Goodman, E. (2019). A Tale of Two Networks: The Bell Telephone System and the Meaning of "Information," 1947–1968. *Information and Culture*, vol. 54, issue 3 doi:10.7560/IC54302
- Greenberg, P., Fischer, G., & Counsel, J. G. (2020). Understanding Evictions in Omaha.
- House documents. (1879).
- Hull, J. J. & Srihari, S. N. (1986). Use of External Information in ZIP Code Recognition. Department of Computer Science, State University of New York at Buffalo. URL: http://jonathanjhull.com/plain_html_site/pubs/hull_usps86.pdf
- Iosa, M., Morone, G., & Paolucci, S. (2018). Phi in physiology, psychology and biomechanics: The golden ratio between myth and science. *Biosystems*, vol. 165, pp 31-39. doi: 10.1016/j.biosystems.2018.01.001
- Lin, J. (1995). Ethnic places, postmodernism, and urban change in Houston. *Sociological Quarterly*, 36(4), 629-647.

-
- Los Angeles Times (1991). Phone System Changes Kill 2 of Mexico's Area Codes. URL: latimes.com/archives/la-xpm-1991-01-31-me-23-story.html
- Markowsky, G. (1992). Misconceptions about the Golden Ratio: *The College Mathematics Journal*, vol. 23, issue 1. doi: 10.1080/07468342.1992.11973428
- McCartan, C., Kenny, C.T., Simko, T., Garcia, G., Wang, K., Wu, M., Kuriwaki, S., and Imai, K. (2022). Simulated redistricting plans for the analysis and evaluation of redistricting in the United States. doi: 10.48550/arxiv.2206.10763
- McNichol, D. (2006). *The Roads that Built America: The Incredible Story of the U.S. Interstate System*. United States: Sterling Publishing Company, Incorporated.
- Meier, H.C.S. (2021). Historic Redlining Scores for 2010 and 2020 US Census Tracts, ver. 2: University of Michigan, Institute for Social Research. OPENICPSR. bit.ly/3IpP8HP
- National Highway Program, Federal Aid Highway Act of 1956: Hearings Before the United States House Committee on Public Works, Subcommittee on Roads, Eighty-Fourth Congress, Second Session, on Feb. 7, 8, 21, 29, Mar. 1, 2, 5, 1956. (1956). United States: U.S. Government Printing Office.
- Palisca, C. V. (1984). Introductory Notes on the Historiography of the Greek Modes. *The Journal of Musicology*, 3(3), 221–228. <https://doi.org/10.2307/763812>
- Petrie, J. N. (1963) Compatibility-A Major Requisite in the Telephone Industry, *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 11, no. 2, pp. 135-141,
- Prestemon JP, Nepal P, Sahoo K (2022) Housing starts and the associated wood products carbon storage by county by Shared Socioeconomic Pathway in the United States. *PLoS ONE* 17(8): e0270025. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0270025>
- Pritchett, W. (2002). From Tenements to the Taylor Homes: In Search of Urban Housing Policy in Twentieth Century America.
- Proffitt, J.D. (1994). Network Connection & Traffic Interchange Agreements-A Wireless Personal Communications Opportunity. In: Rappaport, T.S., Woerner, B.D., Reed, J.H. (eds) *Wireless Personal Communications*. The Springer International Series in Engineering and Computer Science, vol 262. Springer, Boston, MA. https://doi.org/10.1007/978-1-4615-2758-9_22
- Seda, P., & Brown, K. (2021). *Choosing to See: A framework for equity in the math classroom*. Dave Burgess Consulting.
- Seife, C. (2000). *Zero: The biography of a dangerous idea*. Penguin.
- St. John, E. P. (2013). The Legacy of the GI Bill: Equal Opportunity in U.S. Higher Education after WWII, *Fairness in Access to Higher Education in a Global Perspective*, pp 57-76
- Swain, M. (2012). India's Greatest Mathematician Brahmagupta: *Science Horizon*, pp 37-40
- The Britannica Guide to Theories and Ideas That Changed the Modern World. (2009). United States: Rosen Publishing Group.
- The Psychosocial Implications of Disney Movies. (2019). Switzerland: MDPI.
- The Three-Fifths Compromise (2020). The Three-Fifths Compromise: Perspectives of Change. President and Fellows of Harvard College. perspectivesofchange.hms.harvard.edu/node/87

Turner, C. (2016). Jamestown 1607-1624: A Chronological History & Genealogical Reference of America's First Successful Colony. United States: CreateSpace Independent Publishing Platform.

Vatican Gives Galileo an Image Makeover (2008). URL: <https://cbsn.ws/45eq68m>

Wikle, T. A. (2001). America's cellular telephone obsession: New geographies of personal communication. *Journal of American & Comparative Cultures*, 24(1-2), 123-128.

Won, J. (2009). Stevin's Decimal Fraction System: An Effort for Unification of Geometry & Arithmetic. *Journal for History of Mathematics*, vol. 22, issue 1, pp. 41-52, 2009

Woolbright, C.F. (1949). The Federal-Aid Road Policy: 1916-1930 (Master's thesis, Oklahoma Agricultural & Mechanical College). May 6, 1949. URL: <https://shareok.org/bitstream/handle/11244/43382/Thesis-1949-W913f.pdf>

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA E PROJETOS DE TRABALHO

UMA REVISÃO SISTEMÁTICA DE ARTIGOS PUBLICADOS NOS ÚLTIMOS 22 ANOS

CRITICAL MATHEMATICS EDUCATION AND WORK PROJECTS

A systematic review of papers published in the last 22 years

EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA Y PROYECTOS DE TRABAJO

Una revisión sistemática de artículos publicados en los últimos 22 años

Breno César da Costa

(Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais, Brasil)
bcezar718@gmail.com

Bruno Damien da Costa Paes Jürgensen

(Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais, Brasil)
bruno.jurgensen@ifsudestemg.edu.br

Jefferson Oliveira Lima

(Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais, Brasil)
jeffertiix@gmail.com

Maria Luiza Ferreira Magalhães

(Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais, Brasil)
marialuizafereira88@gmail.com

Recibido: 12/07/2023

Aprobado: 12/07/2023

RESUMO

Este trabalho constitui um recorte de um projeto de Iniciação Científica do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sudeste de Minas Gerais, Campus Santos Dumont (IF Sudeste MG-Santos Dumont), realizado por alunos do curso de graduação em Licenciatura em Matemática. Por meio do levantamento bibliográfico, buscou-se responder à pergunta: quais os caminhos percorridos pelas pesquisas em educação matemática crítica no Brasil nos últimos 22 anos? Para tal, consideramos exclusivamente artigos, publicados em periódicos da área de Educação Matemática de circulação nacional e internacional, complementando a busca com o acesso ao Portal de Periódicos CAPES. Com isso, realizamos a revisão sistemática da literatura, classificando os trabalhos em categorias temáticas que, além de organizá-los, serve de base para a síntese crítica dos trabalhos. Além disso, apontam como resultados não só as tendências em certos temas de pesquisa, mas também lacunas.

Palavras-chave: educação matemática crítica. projetos. pesquisa.

ABSTRACT

This work constitutes an outline of a Scientific Initiation project of the Federal Institute of Education, Science and Technology of the Southeast of Minas Gerais, Campus Santos Dumont (IF Southeast MG-Santos Dumont), carried out by undergraduate students in Literature in Mathematics. Through the bibliographic survey, we sought to answer the question: what are the paths taken by research in critical mathematics education in Brazil in the last 22 years? To this end, we exclusively consider articles, published in journals in the area of Mathematics Education of national and international circulation, complementing the search with access to the CAPES Journal Portal. With this, we conducted a systematic review of the literature, classifying the works into thematic categories that, in addition to organizing them, serves as the basis for the critical synthesis of the works. In addition, they point out as results not only trends in certain research themes, but also gaps.

Keywords: critical mathematics education. projects. research.

RESUMEN

Este trabajo constituye un extracto de un proyecto de Iniciación Científica del Instituto Federal de Educación, Ciencia y Tecnología del Sudeste de Minas Gerais, Campus Santos Dumont (IF Sudeste MG-Santos Dumont), realizado por alumnos del curso de pregrado en Matemáticas. A través del levantamiento bibliográfico, buscamos responder a la pregunta: ¿Qué caminos ha tomado la investigación en educación matemática crítica en Brasil en los últimos 22 años? Para ello, se consideraron exclusivamente artículos publicados en periódicos del área de Educación Matemática de circulación nacional e internacional, complementando la búsqueda con acceso al Portal de Periódicos CAPES. Con ello, realizamos una revisión sistemática de la literatura, clasificando los trabajos en categorías temáticas que, además de organizarlos, sirven de base para la síntesis crítica de los trabajos. Además, se señalan como resultados no solo las tendencias en determinados temas de investigación, sino también lagunas.

Palabras clave: educación matemática crítica. proyectos. investigación.

Introdução

Para estar à altura dos desafios da sociedade contemporânea, a educação e a educação matemática necessitam dispor de recursos que possibilitem uma formação abrangente e humana aos estudantes da educação básica. Essa formação, longe de apenas fornecer as bases para a adaptação e reprodução das condições sociais vigentes, deve contemplar a construção de uma sociedade justa, democrática, contribuindo com a emancipação das pessoas (Skovsmose, 2014). Como a matemática está presente em um lugar de destaque no currículo nacional, convém o desenvolvimento de habilidades que não se restrinjam à dimensão técnica dessa disciplina, mas que englobam outras como a dimensão sociopolítica, associada ao conceito de matemacia (Skovsmose, 2013) ou de leitura e escrita do mundo (Gutstein, 2006, 2009). Por meio da observância dessas dimensões é possível impulsionar a reflexão sobre a aplicação dos conceitos matemáticos em diferentes contextos, bem como seus efeitos, tornando o aprendizado da matemática mais ético e responsável (Ernest, 2021).

Considerar a Educação Matemática Crítica (EMC) como alternativa teórico-metodológica para o ensino de matemática na educação básica, satisfaz a necessidade dessa formação mais abrangente, marcada inclusive nos documentos orientadores da educação nacional, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Nela está explicitado que

Segundo Atweh (2011), ampliar as oportunidades formativas dos estudantes em matemática possibilita, inclusive, a superação de um elitismo excludente, tornando-a mais igualitária e acessível, tanto para aqueles que intentem seguir os estudos na área, como para aqueles a quem os conhecimentos acadêmicos têm sido historicamente negados. Isso é possível ao tratarmos a educação matemática de modo a possibilitar aos estudantes a compreensão do mundo que os cerca, por meio do conhecimento matemático. Pensar a educação matemática nesse sentido significa reconhecê-la como um recurso para a ação. Conforme aponta Skovsmose (2007), situações das mais diversas presentes no cotidiano podem desencadear processos investigativos que utilizam o raciocínio hipotético, bem como reflexões acerca dos usos e potenciais usos da matemática.

A EMC, segundo Skovsmose (2014), é entendida também em termos de preocupações em relação à natureza crítica do conhecimento matemático. Nos últimos anos, no Brasil e no mundo, essas preocupações dizem respeito às mais diversas questões: a estratificação, seleção e exclusão de pessoas; as relações de poder envolvidas dentro e fora da sala de aula; os conhecimentos de povos e grupos marginalizados; as iniquidades e a justiça social, dentre outros.

Embora se reconheça que os educadores possam encontrar inúmeras dificuldades nesse percurso, como as condições de trabalho e as pressões da vida diária, ênfase na quantificação de resultados (como aquela promovida pelas avaliações externas), falta de controle sobre o currículo (separando concepção de execução), falta de momentos de diálogo com os pares, experiências e pesquisas das mais diversas têm apontado a intersecção da EMC com tais questões, evidenciando a efervescência da pesquisa e da preocupação com uma educação matemática que seja mais significativa para os alunos da educação básica e para a formação de professores.

Este trabalho constitui um recorte de um projeto de Iniciação Científica do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sudeste de Minas Gerais, Campus Santos Dumont (IF Sudeste MG-Santos Dumont), realizado por alunos do curso de graduação em Licenciatura em Matemática. O objetivo da pesquisa é investigar os limites e potencialidades do trabalho com projetos em contextos de Educação Matemática Crítica (EMC) para o desenvolvimento de competências de leitura e escrita do mundo com a matemática de alunos dos cursos técnicos integrados do IF Sudeste MG-Santos Dumont. Dentre os objetivos específicos do projeto encontra-se mapear os trabalhos relativos à EMC e o trabalho com projetos, presentes em periódicos da área de Educação Matemática. Sendo assim, pretende-se responder à pergunta: quais os caminhos percorridos pelas pesquisas em educação matemática crítica no Brasil nos últimos 22 anos?

Esta etapa, importante para o desenvolvimento do restante da pesquisa, visou mapear as produções já publicadas e divulgadas nos periódicos, de modo a possibilitar tendências e lacunas de pesquisa que serão descritas nas seções seguintes, bem como o percurso metodológico utilizado para a obtenção dos resultados.

Metodologia

Dessa forma, conforme destacado por Gil (2008) buscou-se realizar um levantamento bibliográfico e, a partir dele, proceder com uma revisão sistemática da literatura. Segundo Gil (2008, p. 50), a pesquisa bibliográfica é “desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos”. Já a revisão sistemática da literatura

o É uma modalidade de pesquisa que segue protocolos específicos, e que busca entender e dar alguma logicidade a um grande corpus documental, especialmente verificando o que funciona e o que não funciona num dado contexto [...] apresentando de forma explícita as bases de dados bibliográficos que foram consultadas, as estratégias de busca empregadas em cada base, o processo de seleção dos artigos científicos,

os critérios de inclusão e exclusão dos artigos e o processo de análise de cada artigo. Explicita ainda as limitações de cada artigo analisado, bem como as limitações da própria revisão. (Galvão & Ricarte, 2020, p. 58-59)

No A revisão sistemática constitui, de acordo com esses autores, uma pesquisa em si, diferente de uma revisão de literatura de conveniência – utilizada para introduzir um assunto maior, por exemplo. Ademais, esta revisão sistemática de literatura justifica-se pelo fato de possibilitar a realização de uma meta-análise qualitativa, que busca “[...] sintetizar estudos qualitativos sobre um tópico a fim de localizar temas, conceitos ou teorias-chave que forneçam novas ou mais poderosas explicações para o fenômeno sob análise” (Siddaway, Wood, & Hedges, 2019 como citado em Galvão & Ricarte, 2020, p. 60).

Delimitada a questão a ser tratada na revisão, nesse caso, quais os caminhos percorridos pelas pesquisas em educação matemática crítica no Brasil nos últimos 22 anos, definimos as bases de dados a serem consultadas para a busca de artigos. Utilizamos, inicialmente, a busca em alguns periódicos da área, de circulação nacional e internacional, sendo complementada com o acesso ao Portal de Periódicos CAPES. Salientamos que não foram considerados teses e dissertações, pois, os artigos, em grande medida, são produzidos a partir de recortes ou resultados dessas produções acadêmicas. A estratégia de busca utilizada envolveu a busca pelas palavras-chave: Educação Matemática Crítica; Matemática para Justiça Social; Ensino com Projetos; Trabalho com Projetos; Pedagogia com Projetos.

Callahan (2014) ressalta que as revisões sistemáticas devem apresentar como características os “cinco C”: ser concisa (apresentando uma síntese concisa de um a grande variedade de trabalhos acerca de um tópico), clara (demonstrar a clareza do processo de coleta dos dados), crítica (incluir uma reflexão e análise críticas do material pesquisado), convincente (após analisar criticamente os trabalhos, deve-se apresentar uma discussão racional dos achados da pesquisa) e contributiva (isto é, deve contribuir com a construção do conhecimento em questão, inclusive revelando pontos que precisam de maior aprofundamento e pesquisas futuras).

Para atender a esses critérios, Callahan (2014, p. 273, tradução nossa) sugere que contemple os “seis W”: Who (quem conduziu a pesquisa), When (quando os dados foram coletados), Where (onde os dados foram coletados), hoW (como os dados foram encontrados), What (o que foi encontrado) e Why (porquê foram selecionados os trabalhos incluídos na análise final). Essas informações estão apresentadas no quadro a seguir:

Quem	A pesquisa foi conduzida pelos pesquisadores
Quando	A busca e revisão iniciou-se no dia 10 de novembro de 2022, finalizando no dia 4 de janeiro de 2023.
Onde	Inicialmente: Bolema (UNESP – Rio Claro); Educação Matemática Pesquisa (PUC – SP); Educação e Sociedade (Cedes – Unicamp); Educação e Pesquisa (USP); Acta Scientiae (ULBRA); Revemat (UFSC); Educação em Revista (UFMG); Perspectivas em Educação Matemática (UFMS); Em Teia (UFPE); RPEM (UTFPR); Zetetiké (Unicamp); Quadrante (Lisboa); Educação (UFMS); REMAT (SBEM); e, complementarmente, o Portal de Periódicos CAPES.
Como	Delimitou-se um período de 22 anos (2000 – 2022) como critério para busca exclusiva de artigos, feita com base em palavras-chave. São elas: Educação Matemática Crítica; Matemática para Justiça Social; Ensino com Projetos; Trabalho com Projetos; e Pedagogia com Projetos. A partir dos resultados obtidos, leu-se os resumos dos trabalhos para realização de um resumo contendo o objetivo da pesquisa, assim, possibilitou-se sua catalogação. Além disso, construiu-se uma planilha eletrônica por meio

	do programa Planilhas Google, contendo todos os trabalhos separados por catalogação, cada uma em uma aba. Outrossim, cada tabela contém: título do trabalho; ano de publicação; autor(es); periódico de publicação; palavras-chave; link de acesso; referência conforme as normas da ABNT; e resumo. Vale destacar que um mesmo trabalho pôde ser classificado em duas categorias diferentes, por exemplo: Educação Matemática Crítica e TICs. E, por isso, um mesmo trabalho pode estar alocado em duas abas diferentes da planilha.
O que	As categorias encontradas, e seus respectivos números de trabalhos, foram: Análise de livro didático (8); Educação Financeira (16); Currículo (10); Formação de Professores (22); Trabalho com Projetos (10); Etnomatemática (6); Avaliação (5); Educação Estatística (2); Modelagem Matemática (8); EMC e Cidadania (21); TICs (2); Metodologias Ativas (17); Meta-análise (3).
Porquê	Esses trabalhos foram incluídos visto que satisfazem o critério de busca, isto é, têm relação com a Educação Matemática Crítica e/ou o ensino com Projetos.

Quadro 1: Componentes da revisão sistemática de literatura. Fonte:Elaborado pelos autores (2023)

Após a seleção do material, composto por 129 artigos, submetemos os dados à análise de conteúdo (Bardin, 2016) que desenvolve-se em três etapas, a saber: pré-análise caracterizada pela fase de organização do material, seguida da formulação de hipóteses e a sua preparação para análise; exploração do material que tem como objetivo administrar sistematicamente as decisões tomadas na pré-análise, referindo-se fundamentalmente às tarefas de codificação que envolve o recorte, a enumeração e a classificação; tratamento dos dados, inferência e interpretação que têm por objetivo tornar os dados válidos e significativos. Oliveira (2008, p. 570) diz tratar-se

[...] de uma descrição analítica, segundo procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens. [...] A análise de conteúdo é um recurso metodológico que pode servir a muitas disciplinas e objetivos, uma vez que tudo o que pode ser transformado em texto é passível de ser analisado com a aplicação desta técnica ou método.

A análise de conteúdo teve suas categorias estabelecidas a posteriori, isto é, após a leitura do material de análise e identificação de possíveis agrupamentos e núcleos comuns aos trabalhos. Nesse sentido, as categorias representam temas, conferindo um caráter de análise categorial temática (Bardin, 2016), onde o tema desprende-se do corpo de análise após sucessivas leituras. As 13 categorias temáticas encontradas foram aquelas apresentadas no quadro anterior. Na seção seguinte apresentamos os passos envolvidos na revisão sistemática da literatura, bem como os resultados dessa pesquisa, que além das categorias identificou lacunas/vácuos em determinados temas

Resultados e Discussão

A partir da organização inicial e aplicando as técnicas da análise de conteúdo, conseguimos sistematizar os dados em categorias temáticas, bem como subcategorias, e os trabalhos referentes a cada uma delas. A partir dessa organização, apresentaremos a seguir as categorias e a síntese crítica dos trabalhos analisados. Vale destacar que, caso o leitor queira acessar os trabalhos aqui expostos, pode encontrá-los através deste link: <https://docs.google.com/document/d/11g5FuxfTvDITFGVJs9iVZCLpK5yy26qPx-qpy2jAkkc/edit?usp=sharing>. O qual possui as referências bibliográficas por categoria temática.

Categoria: análise de livro didático. Essa categoria aborda os trabalhos dedicados à análise de livros-texto e materiais apostilados utilizados na Educação Básica, levando em consideração aspectos teoricamente fundamentados por meio da leitura de artigos, teses, dissertações e livros de pesquisadores. Os artigos são de natureza majoritariamente qualitativa, apenas o trabalho de Campos e Pavan (2021) utiliza tanto a pesquisa qualitativa, quanto quantitativa. No entanto, um ponto central é adoção da EMC como aporte teórico para as análises, buscando propor a reflexão sobre atitudes e crenças em relação à Matemática e à sociedade (Schio & Mazzi, 2021) e a promoção de ambientes de aprendizagem (Luna & Carvalho, 2022).

Categoria: Educação Financeira. Os artigos dessa categoria estão em consonância quanto à promoção de uma Educação Financeira baseada em preocupações da Educação Matemática Crítica e/ou o trabalho por meio de projetos. Desse modo, os artigos contemplados têm diversos objetos de estudo, por exemplo, análise de livros didáticos (Silva & Selva, 2020), Educação Financeira (Silva et al., 2021; Santo, 2022; Oliveira, 2021; Santos & Pessoa, 2016) e o conhecimento tecnológico e pedagógicos de professores (Santos, 2016).

Salientamos que, devido a esses trabalhos possuírem a EMC como preocupação, utilizam-se de cenários para investigação, questões de consumo (Oliveira, 2021; Silva et al., 2021), o papel da Matemática Financeira no mundo e o Imposto de Renda Pessoa Física –IRPF (Santo et al., 2022), e dentre outros, como abordagem para o desenvolvimento da Educação Financeira. Outrossim, prevalece a pesquisa do tipo qualitativo.

Categoria: Currículo. Esses artigos, de cunho qualitativo, têm como preocupação o currículo de Matemática não só na Educação Básica, mas também em cursos de formação de professores (Curry & Basso, 2001). A partir da organização do currículo de Matemática no Brasil (Pires, 2008), as pesquisas vêm problematizando além da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o ensino de Matemática em uma abordagem transdisciplinar (Giordano et al., 2019), o Novo Ensino Médio (Kistemann et al., 2022). Em que, defende-se a participação efetiva dos discentes, o uso de cenários para investigação e trabalhos de projetos (Olgin et al., 2021) que relacionam ciência, tecnologia e a sociedade nas disciplinas matemáticas (Curry & Baso, 2001).

Dentre os trabalhos que atendiam os critérios de busca e seleção, apenas dois trabalhos discutiam uma área específica da Educação Matemática correlacionada à EMC: Educação Financeira (Kistemann et al., 2022) e Educação Estatística (Giordano et al., 2019). Logo, constitui-se como uma necessidade mais pesquisas que envolvam um trabalho melhor focado em determinadas áreas componentes do atual currículo, assim como também são necessárias mais pesquisas envolvendo a importante seleção e construção dialógica do conhecimento, pois, conforme Freire (1987, p. 39), “ambos, assim, se tornam sujeitos do processo em que crescem juntos e em que os ‘argumentos de autoridade’ já, não valem.”

Categoria: Formação de professores. Esses estudos, variando entre o método qualitativo e método misto, visam discutir aspectos da formação inicial (Oliveira e Fernandes, 2013; Pereira et al., 2019) e continuada (Silva et al., 2020; Lopes et al., 2022; Oliveira & Kaiber, 2008) de professores de Matemática, abarcando não só características relevantes ao conhecimento teórico da profissão, como também as concepções que os profissionais detêm, investigando a inserção de novas práticas.

Além disso, há uma relativa presença de trabalhos voltados à Educação do Campo (Costa & Carvalho, 2022; A. S. Lima e I. M. S. Lima, 2019; Silvino, Silva, & Oliveira, 2002), em contraste com poucos específicos da Educação Indígena (Carvalho et al., 2019; Bernardi & Santos, 2019). Alinhado a Skovsmose (2001, p. 18), “se queremos desenvolver uma atitude democrática por meio da educação, a educação como relação social não deve conter aspectos fundamentalmente não democráticos.” Por isso, faz imperiosa uma maior contingência de trabalhos - não só preocupados com a Educação Indígena, mas também com a Educação Quilombola, dos marginalizados, pessoas com deficiência, etc. - empenhados em estudar e defender uma formação inicial e continuada de professores de forma a proporcionar de fato um ensino democrático, não neutro e problematizador de contradições sociais, tal qual preconiza a EMC.

Categoria: Trabalho com projetos. Os trabalhos dessa categoria, realizados por meio da pesquisa participante e qualitativa, trazem experiências de utilização de projetos de trabalhos para a promoção da construção do currículo (Olgin et al., 2021; Seibert & Groenwald, 2005; Oliveira & Araújo, 2018; Rodrigues & Peralta, 2020) e o ensino de Matemática.

Apesar de contemplar outras tendências, como o uso de TICs (Feitosa & Dias, 2021), Educação Ambiental (Rheinheimer & Farias, 2003) e Ética (Aguiar & Karnopp, 2014), ainda há uma lacuna considerável no ensino de Matemática por meio de Temas Transversais (Multiculturalismo, Gênero, etc.). Os quais, podem se mostrar como uma rica fonte de discussão acerca de inclusão e exclusão social, colonização, valorização e proteção cultural, assim como diversos outros importantes temas de preocupação social.

Categoria: Etnomatemática. Esses artigos buscam explorar a Matemática presente em diferentes contextos culturais emergindo da necessidade de uma nova abordagem no ensino da disciplina, buscando entender o fazer matemático ao longo da história e apontando a necessidade de uma posição crítica dentro das pesquisas científicas, fugindo da neutralidade, formalismo e universalidade no ensino que foi estabelecida nesse campo.

Vale ressaltar que há somente três trabalhos desenvolvidos em contextos reais, mais especificamente, em duas escolas indígenas (Carvalho et al., 2019; Voltolini & Kaiber, 2017; 2020). Desse modo, concordamos com Rosa e Orey (2010) no quesito de haver a necessidade de mudar o paradigma de pesquisa e, nas palavras dos autores, parar de dançar e ir para o balcão. Ou seja, não é mais suficiente apenas teorizar sobre os modos de saber e fazer das várias culturas (D’ambrosio, 2008) ou como as atividades comerciais e financeiras se mostram e produzem sentidos e significados etnomatemáticos em diferentes contextos socioculturais (Pinheiro et al., 2021), mas precisamos de fato buscar dentro dessas comunidades, com indivíduos nativos à ela, como esse conhecimento se constituiu. Ademais, há a falta de investigações envolvendo a formação inicial e continuada de professores com base na negação de um ensino neutro, universalista e colonial.

Categoria: Avaliação. Nesta categoria encontram-se os trabalhos relativos à intersecção entre avaliações (externas em larga escala ou aquelas realizadas em sala de aula pelos professores de matemática) e a EMC, todos com abordagens qualitativas. Nesse sentido, os trabalhos de Jürgensen (2017) e Jürgensen (2022) buscam trazer perspectivas que aproximam os temas: o primeiro, enquanto ensaio teórico, traça as possibilidades de se avaliar ao utilizar os cenários para investigação (Skovsmose, 2014), visto que para a diversidade de ambientes de aprendizagem propostas por essa teoria deveria haver múltiplas formas de se avaliar. O autor, nesse sentido, indica caminhos que desafiam o ensino tradicional, bem como as formas hegemônicas de se avaliar e que se associam a essa corrente de ensino da matemática. O segundo trabalho trata da análise da produção e manifestações dos alunos do 7º ano do ensino fundamental que foram avaliados por meio do portfólio em um projeto em contexto de EMC, apontando para os potenciais de tal instrumento para avaliar o aprendizado dos alunos. O trabalho de Jürgensen e Sordi (2017) volta-se para a questão das avaliações em larga escala e suas conexões com a EMC. Tendo como base a revisão da literatura a respeito do tema, buscou-se apontar a EMC como uma forma de resistência dos professores de matemática em busca de processos mais democráticos de avaliação dentro e fora da escola, já que os interesses mercantis têm se sobreposto aos educacionais e influenciado o delineamento de políticas públicas voltadas para a educação, com forte lastro nas políticas avaliativas de redes de ensino.

Essa categoria nos revela a incipiência de publicações relativas à junção dos temas (avaliação e EMC), sendo esta uma lacuna e um possível caminho para que se compreenda melhor a tríade ensino-aprendizagem-avaliação em contextos de EMC.

Categoria: Educação Estatística. Essa categoria abarca os trabalhos preocupados em desenvolver a Educação Estatística nos moldes da EMC (Campos & Coutinho, 2019; Sá, Milli, & Chiabai, 2021) e através de projetos de trabalho (Samá & Fonseca, 2019). Vale apontar que temos unicamente o artigo de Carvalho et al. (2019) com uma investigação da Educação Estatística aliada à EMC e à

Etnomatemática. Utilizando a observação participante, ou autores buscaram analisar as possibilidades de promoção do Letramento Estatístico no contexto intercultural do povo Xukuru do Ororubá, para fundamentar a ação docente e estimular o conhecimento matemático dos estudantes por meio de práticas reflexivas manifestadas pela EMC.

Vale evidenciar que, mesmo a Estatística sendo uma importante área detentora de conhecimentos indispensáveis à vida cotidiana, temos um baixo número de trabalhos cujo objetivo é a efetivação de uma alfabetização estatística (statistical literacy), entendida, nas palavras de Wallman (1993, p. 1, como citado em Cazorla, 2002, p. 12), como a habilidade “[...] para entender e avaliar criticamente resultados que permeiam nossas vidas, conjugada com a habilidade para apreciar contribuições que o pensamento estatístico pode fazer nas decisões pública e privada, profissional e pessoal.” Ou seja, há a carência de trabalhos empenhados em, além de investigar, praticar a Educação Estatística com base na leitura e escrita do mundo, a fim de, de fato, impulsionar a reflexão sobre a aplicação dos conceitos estatísticos em diferentes contextos, bem como seus efeitos, tornando o aprendizado da matemática mais ético e responsável.

Categoria: Modelagem Matemática. Os artigos que estão nesta categoria buscam relacionar a Modelagem Matemática (MM) com a Educação Matemática crítica. Assim, apresentam oficinas de MM, na Educação Básica, seguindo perspectivas da EMC (Araújo & Martins, 2020), e explorações de cunho teórico da MM em concepções da EMC (Mesquita & Ceolim, 2020; Araújo, 2009; Jacobini & Wodewotzki, 2006; Almeida & Silva, 2010; Melo & Chrispino, 2013), trazendo, por meio de pesquisa qualitativa, a interação presente entre essas tendências.

Ademais, temos trabalhos envolvendo situações de MM no ensino de Estatística (Campos & Coutinho, 2019; Trainotti & Sant’ana, 2021). Com isso, percebe-se uma defasagem em estudos envolvendo discussões sobre a viabilidade do uso da MM, aliada à EMC, para aprendizagem de diversos outros conceitos pertinentes não só à Educação Básica, mas também à Educação Superior. Outrossim, destaca-se a falta de divulgação de oficinas já realizadas, a fim de servir de apropriação para outros professores interessados, para que possam aprimorá-las conforme desejam e, conseqüentemente, avançar a MM alinhada à EMC enquanto uma linha de pesquisa em Educação Matemática.

Categoria: EMC e Cidadania. Os artigos apresentados nesta seção buscam a utilização da EMC com trabalhos voltados à formação de cidadãos críticos e democráticos, capazes de entender sua posição para desenvolvimento da sociedade, além de identificar a importância da reflexão sobre a equidade e justiça social (Silva et al., 2020). Também apresentam a EMC através da análise de trabalho de alguns pesquisadores como Eric Guststein (Moura & Fausto, 2020) e Arthur Powell (Torisu, 2020), empenhados na utilização da matemática para a construção de uma sociedade mais justa.

Desse modo, há investigações acerca de conceitos matemáticos em contextos sociais, carregados de significados valiosos à vida na sociedade (Rodrigues et al., 2021; Torisu, 2020; Skovsmose, 2009; Abreu & Fernandes, 2015). Além disso, destacamos haver um número considerável de pesquisas qualitativas desta temática (18 no total e 7 apenas em 2020) devido a publicação em 2020 da edição de número 12 e volume 6, da Revista Paranaense de Educação Matemática (RPEM) dedicada exclusivamente à EMC. Entretanto, esse fluxo de trabalhos esmoreceu e desse ano à frente não houve um grande número de produções com essa temática.

Categoria: TICs. Essa seção é dedicada aos trabalhos que teorizam, ou colocam em prática, o uso de tecnologias (softwares, calculadoras, programas, etc.) no processo de ensino de Matemática, à luz da EMC, como ferramentas pedagógicas relevantes. Todavia, há apenas dois trabalhos desta categoria: Borba et al. (2018) propõem o uso de vídeos para promoção do ensino; e Bennemann e Allevato (2014) analisam o uso das TICs que um grupo de professores de Matemática constrói no decorrer de uma experiência de formação continuada.

Por conseguinte, há uma clara defasagem em pesquisas que visam aplicar e/ou teorizar sobre a utilização das TICs no ensino de Matemática por meio da EMC. O que constitui uma problemática, visto que nossa

sociedade é essencialmente tecnológica e, por decorrência a isso, o uso da tecnologia dentro das salas de aula também deveria aumentar.

Categoria: Metodologias ativas. É uma das categorias com o maior número de trabalhos (17), os quais refletem sobre o emprego de situações-problemas, tarefas investigativas, trabalho com projetos e sequências didáticas - todos sustentados na EMC. Variam desde artigos de cunho teórico (Silva & Moura, 2015; Franzoni & Quartieri, 2020; Almouloud, 2016; Marinho & Sruchiner, 2013, Ilha et al., 2017) realizados por meio de pesquisa qualitativa, revisão de literatura (Rezende, Carrasco, & Silva-Salse, 2022), até a relatos de experiências envolvendo as mais diversas áreas.

Dentre essas áreas, temos: Educação Financeira (Oliveira, 2021; Santo et al., 2022; Franzoni & Quartieri, 2020; Dias & Olgin, 2020), Estatística (Samá & Fonseca, 2019), Educação Ambiental (Liel & Bayer, 2016), materiais paradidáticos (Vinholi & Gobara, 2017; Rezende, Carrasco, & Silva-Salse, 2022; Neri & Ogliari, 2021) e projetos de trabalho (Ninow & Kaiber, 2016; Vasconcelos & Francisco, 2015). Então, percebe-se que as Metodologias Ativas, no viés da EMC, possuem potencial para serem utilizadas de diversos modos. Vale ressaltar que estes trabalhos são recentes, indicando uma possível necessidade que os professores-pesquisadores vêm notando com relação à Educação Matemática.

Categoria: Meta-análise. As produções elencadas nesta classificação realizaram a busca sistemática de trabalhos com o tema EMC, a fim de fazer um levantamento do quadro de estudos publicados. Somente três pesquisas atenderam aos critérios de busca e seleção do presente trabalho, indicando uma lacuna de repertórios que apontam as possíveis tendências de pesquisas em EMC e o ensino por meio de projetos, ou seja, há um vácuo com relação ao atual cenário de produções acadêmicas com essa temática.

A pesquisa de Carvalho e Vinholi (2021) buscou montar um panorama de trabalhos publicados apenas em 2020, usando como critério para seleção aqueles que discutem a Educação Matemática Crítica como possível solução para atenuar a problemática da aprendizagem de Matemática. Silva e Nicolli (2011), por sua vez, preocupou-se com a temática da articulação teoria-e-prática no ensino como proposta de ensino. Através da pesquisa bibliográfica, estudaram e analisaram vários livros, artigos, dissertações, assim como consideraram as experiências e reflexões advindas do processo de formação de professores que os autores conheciam. Por fim, mas não menos importante, o trabalho de Pessoa et al. (2018) apresenta uma síntese de pesquisas que investigaram as relações entre as atividades de livros didáticos com temática financeira e a prática de professores dos anos iniciais. Todos esses trabalhos, para análise dos materiais obtidos, consideraram aspectos da EMC.

Considerações finais

Os caminhos percorridos pelas pesquisas na EMC, no Brasil, nos últimos 22 anos foram diversos. Utilizando-se palavras chaves dos temas EMC e Trabalho com Projetos, realizou-se a busca sistemática em 14 periódicos de circulação nacional e internacional para, em seguida, complementar com o Portal de Periódicos CAPES. Foram selecionados um total de 129 artigos, classificados em 13 categorias diferentes, com diversas interseções entre elas. Apesar disto, cabe ressaltar que, houve a constatação de lacunas/vácuos em determinados temas, como ocorreu com as categorias: Avaliação, Educação Estatística, TICs e Meta análise, principalmente.

Esta pesquisa, inclusive, adequa-se naturalmente à última categoria citada. Assim, adquire importância, por contribuir não só com o preenchimento desta modalidade de pesquisa, mas também com os direcionamentos das possíveis tendências em EMC e o ensino por meio de projetos, apontando os principais caminhos tomados pelos professores-pesquisadores brasileiros. Além disso, constatou-se um grande número de trabalhos preocupados com a formação de professores, EMC e cidadania, Metodologias ativas e Educação financeira.

Outra lacuna perceptível diz respeito a trabalhos que englobam a educação matemática para a justiça social, tema ainda incipiente no Brasil. Nesse sentido, há poucos registros de trabalhos que contemplem

projetos voltados para, por exemplo, a leitura e escrita do mundo com a matemática, de forma a subsidiar a prática dos professores da educação básica.

Disso, conclui-se que, apesar de esforços para levar essa discussão à cabo na formação de professores e termos experiências exitosas, dada a categorização realizada, tais trabalhos parecem restritos ao ambiente acadêmico, com pouco lastro nas escolas públicas. Em decorrência disso, parece natural a falta de trabalhos voltados para a avaliação do aprendizado de conteúdos matemáticos nesses contextos. Compreendemos a limitação desse trabalho, pois como pretendemos construir projetos voltados para o ensino de matemática, nosso olhar estava dirigido para esta temática. Além disso, pretende-se, como caminho futuro, proceder com a leitura e pesquisa nos anais dos principais eventos da área realizados no Brasil, de modo a complementar esse levantamento.

Referências

Atweh, B. (2011). Quality and equity in mathematics education as ethical issues. IN: Atweh, B.; GRAVEN, M.; SECADA, W.; VALERO, P. (eds). *Mapping equity and quality in mathematics education*. London: Springer.

Bardin, L. (2016). *Análise de conteúdo*. São Paulo: Edições 70.

BRASIL. (2017). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC. <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>

Callahan, J. L. (2014). Writing literature reviews: a reprise and update. *Human Resource Development Review (HRDR)*, *Minnesota*, 13(3), 271-275. <https://journals.sagepub.com/doi/pdf/10.1177/1534484314536705>

Cazorla, I. M. (2002) *A relação entre a habilidade viso-pictórica e o domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos*. Orientadora: Márcia Regina F. De Brito. 2002. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo. https://www.psiem.fe.unicamp.br/pf-psiem/cazorla_irenemauricio_d.pdf

Ernest, P., & da Cruz (tradutora), D. B. (2021). Privilégio, poder e performatividade: a ética da matemática na sociedade e na educação. *Pesquisa E Ensino*, 2(2), 1-34. <https://doi.org/10.37853/pqe.e202103>

Freire, P. (1987). *Pedagogia do oprimido*. Paz e Terra <https://docs.google.com/a/fcarp.edu.br/viewera=v&pid=sites&srcid=ZmNhcnAuZWR1LmJyfG51cGVkaXxneDpmMzFhOWM0YzA3YTg2OWE>

Galvão, M. C. B.; Ricarte, I. L. M (2019). Revisão sistemática da literatura: conceituação, produção e publicação. *LOGEION: Filosofia da informação*, 6(1), 57-73. <https://doi.org/10.21728/logeion.2019v6n1.p57-73>

Gil, A. C. (2008). *Métodos e técnicas de pesquisa social*. (6ªed) Atlas.

Gutstein, E. (2006). *Reading and writing the world with mathematics: toward a pedagogy for social justice*. New York: Routledge.

Gutstein, E. (2009). Possibilities and challenges in teaching mathematics for social justice. In: Ernest, P.; Greer, B.; Sriraman, B. (eds) *Critical issues in mathematics education*. Charlotte, NC: IAP, INC, 351-374.

Jürgensen, B. D. d. C. P. (2019). "Lendo e escrevendo o mundo" com Matemática: estudando trigonometria com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. *Bolema*. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n65a20>.

Oliveira, D. C. de. (2008). Análise de conteúdo temático-categorial: uma proposta de sistematização. *Rev. Enferm., UERJ*, 16(4), 569-576.

Skovsmose, O. (2001). *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia*. Campinas, SP: Papirus, (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

Skovsmose, O. (2007). *Educação crítica: incerteza, matemática, responsabilidade*. São Paulo: Cortez.

Skovsmose, O. (2013). *Educação matemática crítica: a questão da democracia*. (6ªed.) Campinas: Papirus, (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

Skovsmose, O. (2014). *Um convite à educação matemática crítica*. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo. Campinas, SP: Papirus. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

Tanko, M.G. (2015), "'Reading and writing the world' with mathematics in a Middle Eastern context", *Learning and Teaching in Higher Education: Gulf Perspectives*, 12 (2),51-73. <https://doi.org/10.18538/lthe.v12.n2.181>

A EDUCAÇÃO DE SUPERDOTADOS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA
DISCRIMINAÇÃO OU INCLUSÃO?

EDUCATION OF GIFTED IN CRITICAL MATHEMATICS EDUCATION
Discrimination or inclusion?

LA EDUCACIÓN DE SUPERDOTADOS EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA
¿Discriminación o inclusión?

Heloísa Gabriela Paterno

(Instituto Federal Catarinense Campus Rio do Sul, Brasil)
helopaterno@gmail.com

Kauane Ferrari

(Instituto Federal Catarinense Campus Rio do Sul, Brasil)
kauane.ferrari09@gmail.com

Larissa Hang

(Instituto Federal Catarinense Campus Rio do Sul, Brasil)
larissahang123@gmail.com

Paula Andrea Grawieski Civiero

(Instituto Federal Catarinense Campus Rio do Sul, Brasil)
paula.civiero@ifc.edu.br

Recibido: 02/07/2022

Aprobado: 02/07/2022

RESUMO

O presente artigo deriva de uma pesquisa qualitativa de cunho propositivo que busca levantar questões relacionadas à diferenciação e os atendimentos voltados para estudantes com Altas Habilidades ou Superdotação, à luz da educação matemática crítica. Para tal, é necessário compreender a definição, características, dificuldades e necessidades educacionais dos educandos com altas habilidades. Dentre estas necessidades estão o estímulo intelectual, o contato com pares, menos tempo em espera e desafios à altura de seu nível cognitivo, fatores que implicam na premência da provisão de atendimento. A educação matemática tem grande impacto no resultado desse atendimento, pois participa da efetivação de ações de enriquecimento, aceleração e diferenciação que são direcionadas para os alunos superdotados. Nesse contexto, a partir dos conceitos de ‘empowerment’ e ‘disempowerment’ descritos por Skovsmose, discute-se o processo de diferenciação para compreender se ele implica no desempoderamento de certas comunidades, em especial de alunos não superdotados. Sendo a diferenciação um processo necessário para atender as necessidades dos educandos com Altas Habilidades, ela não pode ser rapidamente descartada como sendo discriminação por habilidades. Há, entretanto, atitudes e aspectos desse processo que são capazes de levar a formas de discriminação. Esta reflexão é necessária para compreender a

interseccionalidade entre a educação de superdotados e a educação matemática crítica e fundamentar o trabalho dos educadores matemáticos, avançando a Educação Inclusiva e Especial.

Palavras-chave: educação matemática crítica. superdotados. inclusão. discriminação.

ABSTRACT

This article derives from a qualitative research of propositional nature that seeks to raise questions related to differentiation and services aimed at gifted students, in the light of critical mathematics education. For this, it is necessary to understand the definition, characteristics, difficulties and educational needs of students with high abilities. Among these needs are intellectual stimulation, contact with peers, less waiting time, and challenges at their cognitive level, factors that speak to the urgency of providing care. Mathematical education has a great impact on the results of this service, as it participates in the implementation of enrichment, acceleration and differentiation directed towards gifted students. In this context, based on the concepts of 'empowerment' and 'disempowerment' presented by Skovsmose, the differentiation process is discussed to understand whether it implies the disempowerment of certain communities, especially non-gifted students. Since differentiation is a necessary process to meet the needs of gifted students, it cannot be quickly dismissed as being a discrimination by abilities. There are, however, attitudes and aspects of this process that are capable of leading to forms of discrimination. This reflection is necessary to understand the intersectionality between gifted education and critical mathematics education and to base math educator's work, advancing Inclusive and Special Education.

Keywords: critical mathematics education. gifted students. inclusion. discrimination.

RESUMEN

Este artículo se deriva de una investigación cualitativa de carácter propositivo que busca plantear cuestiones relacionadas con la diferenciación y los servicios dirigidos a estudiantes con Altas Capacidades o Superdotación, a la luz de la educación matemática crítica. Para ello, es necesario comprender la definición, características, dificultades y necesidades educativas de los alumnos con altas capacidades. Entre esas necesidades se encuentran la estimulación intelectual, contacto con pares, menor tiempo de espera y desafíos a la altura de su nivel cognitivo, factores que implican la urgencia de brindar cuidados. La educación matemática tiene un gran impacto en el resultado de este servicio, ya que participa en la puesta en marcha de acciones de enriquecimiento, orientación y diferenciación que van dirigidas a los alumnos superdotados. En este contexto, a partir de los conceptos de 'empoderamiento' y 'desempoderamiento' presentados por Skovsmose, se discute el proceso de diferenciación para entender si implica el desempoderamiento de ciertas comunidades, especialmente de los estudiantes no superdotados. Dado que la diferenciación es un proceso necesario para satisfacer las necesidades de los estudiantes con Altas Habilidades, no puede descartarse rápidamente como una habilidad reconocida. Hay, sin embargo, actitudes y aspectos de este proceso que son capaces de conducir a formas de comprensión. Esta reflexión es necesaria para comprender la interseccionalidad entre la educación para superdotados y la educación matemática crítica y para apoyar el trabajo de los matemáticos, avanzando en la Educación Especial e Inclusiva.

Palabras clave: educación matemática crítica. superdotados. inclusión, discriminación.

Introdução

A educação de superdotados frequentemente é deixada de lado no debate educacional, inclusive em políticas educacionais, sob argumentos de que programas para superdotados representam uma suposta elitização, favorecimento de um grupo de alunos, ou mesmo de que é desnecessário prover apoio para esta população (Borland, 2005; Gallagher, 2015; Subotnik et al, 2011). Essas falhas justificativas advêm de mitos populares e de um não-entendimento da condição de superdotação (Subotnik et al, 2011), e representam um perigo para o pleno desenvolvimento dos superdotados – especialmente quando utilizadas para diminuir e coibir os esforços para a educação dos superdotados.

Segundo Gallagher (2015), um grande problema é a falta de políticas educacionais que guiem a construção de boas práticas e um sistema de apoio para a população superdotada, um problema causado pela falta de “vontade para agir” e a falta do “mecanismo para implementar a ação necessária”. Percebemos, no entanto, que o problema vai muito além: não há apoio da população para programas de educação de superdotados, pois há um desconhecimento geral da condição e dos motivos para que o atendimento a superdotados seja necessário. As próprias definições de superdotação apontando para crianças com “potencial elevado”, e as defesas para a educação de superdotados pautadas no “potencial econômico, social e científico” que essa população pode ter, são causadoras de mitos, estereótipos e expectativas deturpadas, que causam um distanciamento entre a população e o tema. Quando isso ocorre, prevalece uma ideia de que as necessidades dos superdotados são menos importantes ou menores que as dos demais alunos, e que os superdotados “se viram sozinhos” e “não precisam de apoio”, e que então a educação de superdotados é discriminatória e que apenas “privilegia” um grupo.

Estes falsos argumentos são infelizmente utilizados diariamente para desqualificar o atendimento aos estudantes superdotados. Estes alunos passam pelo cuidado e ensino de profissionais da educação que, muitas vezes, compartilham dessa visão de que superdotados não precisam de atendimento educacional; por este motivo, é extremamente importante que seja debatida a tal “discriminação por habilidades” – começando pelo debate sobre sua própria existência – para que então se possa pensar em como pode e deve ser a educação especial e inclusiva quanto aos estudantes superdotados. Em especial, esse debate é feito à luz da educação matemática crítica, pensando-se no contexto da sala de aula de matemática e do desenvolvimento dos estudantes, sejam eles superdotados ou não, quanto à matemática.

Trazemos à discussão, a partir de uma pesquisa qualitativa de cunho propositivo, duas formas de enxergar a educação de superdotados: como discriminação, ao que se identifica uma parcela dos alunos para que recebam “mais” ou “melhor” educação; ou como inclusão, ao que se reconhece os superdotados como sujeitos com necessidades educacionais específicas, e que por conta da sua neurodivergência necessitam de adaptações ao currículo educacional para que possam continuar seu desenvolvimento na escola.

A Educação Matemática Crítica

O movimento da educação matemática crítica (EMC) começou a se expandir na década de 1980, tendo como maior nome Ole Skovsmose. A EMC é “a expressão de preocupações a respeito da educação matemática” (Skovsmose, 2014, p. 11), preocupada com o papel sociopolítico da educação matemática, buscando analisar criticamente o papel da educação matemática na sociedade (Skovsmose, 2015).

Um dos tópicos da EMC abordado por Skovsmose é o empowerment e o disempowerment que a educação matemática pode significar, criando situações de inclusão ou de exclusão de populações a depender do acesso (ou a falta dele) e da qualidade de ensino e aprendizagem de matemática que cada comunidade tem. Em seu livro “Desafios da reflexão em educação matemática crítica”, Skovsmose aponta que a educação matemática é inerentemente política, e então “pode significar empowerment, mas também submissão” (Skovsmose, 2015, p. 103). Outros autores estão em consonância com essa visão, apontando que a matemática é uma prática cultural e política e que a educação matemática é governada por interesses neoliberais e imperialistas (Gutiérrez, 2013; Pais & Valero, 2012).

Saber matemática carrega um peso decisivo no potencial de desenvolvimento econômico de um grupo e as oportunidades que ele terá. A educação matemática, então, pode ser utilizada para atender diferentes interesses, seja para empoderar ou para retirar poder e subjugar outros grupos, para promover ideais democráticos e cidadania crítica ou para dominar outros povos – como ocorreu na Alemanha nazista dos anos 1930. O ensino de matemática tem uma atuação política, quer que isso seja feito de modo proposital e crítico ou que seja involuntário e irrefletido – deixado ao acaso ou manifestando a dominação pensada pelos outros atores do sistema educacional, social e político.

Nesse sentido, Skovsmose (2015) descreve como a educação matemática pode significar empoderamento e desempoderamento para as populações. Uma dessas formas é pela falta de recursos, sobretudo financeiros, uma vez que a educação matemática demanda e pode ser beneficiada por investimentos como em tecnologias, softwares educacionais e outros recursos para estudo (Skovsmose, 2015). O autor coloca muito bem que “a distribuição desigual de recursos gera discriminação das oportunidades de aprendizagem”, e, por este motivo, é fundamental considerar os aspectos sociais e a pobreza nas pesquisas – e ações – de educação matemática (Skovsmose, 2015, p. 119). Ele também aponta o contexto socioeconômico do aluno como um fator de aprendizagem, tal que “uma preocupação da educação matemática crítica é reconhecer a diversidade de condições nas quais o ensino e aprendizagem de matemática acontecem no mundo” (Skovsmose, 2014, p. 33).

Outro motivo de desempoderamento, segundo Skovsmose (2015) são barreiras linguísticas enfrentadas por crianças que frequentam a escola em um idioma que não sua língua materna, uma vez que isso causa um grande impacto na qualidade do aprendizado de matemática, bem como a discriminação racial e de gênero. Seja de forma direta – como a proibição de meninas a frequentar a escola ou o apartheid – ou por expressões indiretas e microagressões sofridas, estes fatores impactam o aprendizado de matemática e podem significar desempoderamento.

Além dessas, uma última forma de desempoderamento é abordada pelo autor dinamarquês, e que motiva este trabalho: a discriminação por conta das habilidades.

Um certo tipo de elitismo toma forma na educação matemática quando ocorre discriminação por causa de habilidades. Tem-se afirmado que é importante diferenciar os alunos de acordo com suas, assim chamadas, “habilidades” (a noção de habilidade é problemática, sem dúvida). A diferenciação pode cair no elitismo quando grupos de alunos são tratados de maneira diferenciada, de acordo com suas aparentes capacidades de aprender matemática, e os melhores recebem mais recursos. Tal elitismo pode ser “justificado” em termos financeiros, alegando-se que é mais lucrativo investir nos alunos aparentemente mais dotados. Mas, se consideramos a educação como um direito humano, então o argumento da produtividade econômica como princípio subjacente à distribuição desigual de oportunidades de aprendizagem parece absurdo (Skovsmose, 2015, p. 121).

Entendemos que os estudantes com ‘maior habilidade’ a que Skovsmose se refere são, em grande parte, superdotados na área da matemática e, dessa forma, esta ‘diferenciação’ por níveis de habilidades trata-se, na verdade, de uma forma de atendimento para estudantes superdotados. Destarte, é necessário compreender o que é a condição de superdotação, quais as necessidades educacionais dos estudantes superdotados, e quais os processos pelos quais estas necessidades podem vir a ser atendidas, para que a partir disso possa-se discutir se a diferenciação nas aulas de matemática é sinal de discriminação ou de inclusão, tomando como caminho de pensamento o que a EMC propõe para análise e objetivos da educação.

As Altas Habilidades/Superdotação e a Educação de Superdotados

Subotnik et al (2011) falam sobre a ironia que é que uma das maiores questões do campo da educação de superdotados seja como definir superdotação: há uma grande dificuldade em se chegar a um consenso sobre a condição, não por causa de uma escassez de definições, mas sim, porque há um número desconcertante delas.

Surtem divergências no campo quanto a quais são as causas subjacentes do desempenho superdotado, onde deve ser traçada a linha entre o desempenho superdotado e o desempenho que não é rotulado como tal, qual deve ser a melhor maneira de transformar o potencial da infância em realizações notáveis na idade adulta e se o desenvolvimento da eminência deve ser até mesmo um objetivo da educação de superdotados (Subotnik et al, 2011, p. 8, tradução nossa).

Os autores supracitados dividem as concepções de superdotação em cinco grupos: alto QI, fragilidade emocional, superdotação criativo-produtiva e desenvolvimento de talento em domínios variados, desigualdade de oportunidades, e superdotação decorrente da prática. Diferentes autores adotam diferentes concepções de quem é o superdotado, dificultando um consenso e mesmo a criação de políticas educacionais para atender ao público. Outros autores, como Borland (2005) defendem que sequer se tenha uma concepção de superdotação. Segundo Gallagher (2015), são as políticas sociais que determinam quem recebe recursos, quais são, e como isso ocorre – portanto, são as políticas sociais e educacionais que determinam quem é superdotado. A legislação brasileira, por exemplo, conceitua os estudantes com Altas Habilidades ou Superdotação (AH/SD) na Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva:

Alunos com altas habilidades/superdotação demonstram potencial elevado em qualquer uma das seguintes áreas, isoladas ou combinadas: intelectual, acadêmica, liderança, psicomotricidade e artes. Também apresentam elevada criatividade, grande envolvimento na aprendizagem e realização de tarefas em áreas de seu interesse (Brasil, 2008, p.15)

Essa visão conversa com referenciais como Joseph Renzulli (1997), que conceitua a superdotação como um comportamento resultante da intersecção e interação de três “anéis”: a) habilidade acima da média; b) motivação, que representa a concentração e persistência nas áreas de interesse; e c) criatividade.

Esta própria visão de superdotação demonstra como a educação de superdotados é vista como *produto*. O superdotado não precisa ser atendido porque tem necessidades educacionais especiais, mas sim porque pode trazer bons frutos em seu futuro profissional. Apaga-se o indivíduo, ignora-se o direito a desenvolvimento pleno, e enxerga-se apenas o desempenho, o “talento”, o “potencial”. Infelizmente esta visão é predominante nas concepções de superdotação. Para Gallagher (2015), os argumentos políticos para priorizar a educação de superdotados se baseiam nas contribuições científicas, sociais e econômicas que esse grupo pode ter. Esta justificativa vem sendo usada desde pelo menos 1817, por Thomas Jefferson no “Elementary School Act” (Gallagher, 2015), e continuam sendo utilizadas até hoje, como é exemplo das normativas brasileiras. Embora Subotnik et al (2011) tragam cinco formas de enxergar a superdotação, ainda consideram a eminência como o resultado almejado da educação de superdotados, a superdotação como manifestação do desempenho superior, e a realização como medida da superdotação. E o superdotado? Quem é e por que o é? Para além da visão positiva do potencial, como fica seu desenvolvimento e suas dificuldades? O que é ser superdotado, atípico, neurodivergente?

As concepções de superdotação apontam para traços vistos como benéficos: inteligência, criatividade, eminência, potencial, realização. Ao mesmo tempo, identifica-se nos superdotados diferenças nos âmbitos sociais e emocionais, para além do cognitivo: traços como a intensidade emocional e sensorial, perfeccionismo, empatia e senso de justiça elevados, problemas de conduta, tendência a questionar regras e dificuldade de relacionamento com colegas (Webb et al., 2005; Ourofino; Guimarães, 2007; Neumann, 2021). Esses fatores demonstram como a condição de superdotação vai muito além do desempenho escolar, atestando para a necessidade de apoio educacional, afetivo e psicológico para o superdotado.

Então, em que lugar fica a justificativa de que superdotados necessitam de atendimento por causa das possíveis contribuições futuras que podem ter? Se eles também possuem inúmeras dificuldades – que podem afetar seu desempenho atual e futuro – por que o foco apenas no desenvolvimento de seu talento? Num contexto em que a educação de superdotados é deixada de lado, tanto pelos profissionais da educação ao assumir que estes alunos não necessitam de ajuda como pelas políticas públicas (Gallagher, 2015; Subotnik et al, 2011), será que adotar tais concepções aproxima ou afasta a sociedade da luta pela educação de superdotados?

Para atender às necessidades educacionais dos estudantes com AH/SD, algumas formas de atendimento e intervenção podem ser adotadas. McClure e Piggott (2007) classificam três formas de gerenciar as aulas de Matemática para atender as necessidades dos alunos superdotados: o enriquecimento, extensão e a aceleração, que podem ocorrer dentro ou fora da sala de aula regular e de modo individual, em grupo, ou com toda a turma. Algo que vem ganhando popularidade é a “diferenciação” na sala de aula (Pereira & Sanches, 2013; Latz & Adams, 2011), uma concepção pedagógica no qual as necessidades acadêmicas, sociais, emocionais e psicológicas de cada aluno devem ser respeitadas no processo individual de aprendizagem. O professor articula e adapta a aula para que todos os alunos tenham oportunidades de aprendizagem, ou seja, faz uma “modificação e diversificação de atividades, estratégias e metodologias de ensino, de modo a fornecer respostas adequadas às especificidades e necessidades de todos os alunos” (Pereira; Sanches, 2013, p. 122), promovendo um ambiente em que todos possam realmente ter a oportunidade de aprender.

Quando utilizada em sala de aula, a diferenciação garante os estudantes superdotados sejam continuamente desafiados, de modo a não gerar o tédio e desinteresse que tantas vezes geram desmotivação, frustração e baixo desempenho escolar (Ourofino; Guimarães, 2007; McClure; Piggott, 2007), e faz isso dentro da sala de aula em um modelo inclusivo (Maia; Freire, 2020).

A postura positivista sobre a superdotação precisa ser problematizada, infundindo lentes teóricas não utilizadas anteriormente, para que o campo da educação de superdotados possa crescer (Latz & Adams, 2011, p.774). É isso que se propõe neste trabalho, a partir da educação matemática crítica, propondo reflexões e discussões que avancem tanto o campo de educação de superdotados como o da educação matemática

Pensando a educação de superdotados por meio da educação matemática crítica

Para discutirmos a discriminação por habilidades à luz da condição de superdotação, é necessário primeiro compreender qual a conexão que se faz entre a habilidade em matemática e a superdotação. É importante deixar claro que ser habilidoso em matemática e ser superdotado não são sinônimos, e também que ser um desses itens não é requisito para ser o outro. Existem pessoas superdotadas na área da matemática; existem os superdotados na área da matemática, mas que não desenvolveram suas habilidades na área; existem os superdotados exclusivamente em outras áreas; assim como existem alguns poucos alunos típicos ou não-superdotados que se desenvolveram mais na matemática a ponto de terem desempenho acima da média sem serem superdotados. Ainda assim, na maioria das vezes são os estudantes superdotados, que têm “potencial elevado” ou que demonstram “talento” na área da matemática, a que nos referimos quando falamos de estudantes altamente habilidosos em matemática.

São esses estudantes, também, que irão *precisar* de adaptações apenas para que possam se desenvolver tanto quanto os demais. Por exemplo: o estudante que aprende rápido e passa metade das aulas esperando os colegas terminarem a tarefa para que então possa aprender algo novo não está aprendendo tanto quanto os colegas, por mais que tenha um desempenho superior. Para aprender em todas as aulas, como seus colegas, esse estudante precisa de flexibilizações curriculares que o atenda. O papel da diferenciação, então, é de realizar essas adaptações de modo que o estudante tenha suas necessidades atendidas dentro da sala de aula regular (Borland, 2005; Ourofino; Guimarães, 2007; McClure; Piggott, 2007; Latz & Adams, 2011; Pereira & Sanches, 2013; Gallagher, 2015). Atender as necessidades educacionais dos estudantes é o cerne da Educação Especial, e é por isso que vários países, como é o caso do Brasil e da Áustria, Espanha, Hungria, Suíça (Boettger & Reid, 2015), incluem os estudantes superdotados como parte do público-alvo da Educação Especial.

O estudante receber adaptações não significa – e não deve significar – que está recebendo uma educação “melhor” ou melhores recursos para sua aprendizagem. Skovsmose afirma que a diferenciação se torna elitismo “quando grupos de alunos são tratados de maneira diferenciada, de acordo com suas aparentes capacidades de aprender matemática, e os melhores recebem mais recursos” (Skovsmose, 2015, p. 121). De fato, os alunos superdotados podem ser tratados de maneira diferente, entretanto isso se trata de um processo de atendimento às suas necessidades. Skovsmose coloca que a distinção se dá porque “os

melhores recebem mais recursos”, no entanto o que se observa é que os atendimentos e os programas para superdotados recebem pouco financiamento e poucas políticas públicas são alocadas para este fim (Subotnik et al, 2011; Gallagher, 2015). O próprio desenvolvimento dos profissionais na área da superdotação tem que se dar por interesse próprio, e sem subsídios, porque não houve apoio em políticas sociais para essa área (Gallagher, 2015). Borland (2005, pp. 1-2) afirma que os estudantes com altas habilidades ou alto desempenho estão entre aqueles que são mais mal atendidos quando o currículo e a instrução não são diferenciados. Defensores da área veem os programas para superdotados como meio de ajudar a alcançar o objetivo de uma educação apropriada para todas as crianças, como uma reparação de um erro, como uma forma de fazer o sistema educacional atender às necessidades legítimas de uma minoria (Borland, 2005, p.11).

É fato que diversas formas de discriminação tomam espaço dentro da educação para superdotados. Um exemplo disso é o caso da cidade de Nova Iorque, que vem sendo centro de amplas disputas para mudanças e até mesmo para a extinção dos programas para superdotados. Autores da área vêm amplamente falando sobre discriminações quanto a status socioeconômico, gênero e raça dentro de programas para superdotados. Borland (2005) diz que a educação de superdotados espelha, e talvez perpetue, as desigualdades da sociedade. Desigualdades raciais na identificação de alunos superdotados têm sido uma constante ao longo da história nos Estados Unidos, e há amplas evidências de que alunos de famílias mais ricas têm mais chances de estar em programas para alunos superdotados do que alunos de famílias mais pobres (Borland, 2005). Ainda, há evidências de que programas para superdotados são projetados para os superdotados de alto desempenho, enquanto os superdotados com baixo desempenho são deixados de fora (Boettger & Reid, 2015). Latz & Adams (2011) vão ainda mais longe e apresentam o conceito de “duplamente oprimidos” para descrever crianças que sofrem com a pobreza e a superdotação: a primeira opressão pode anular a identificação da segunda e, portanto, a extensão da luta da criança pode nunca ser totalmente identificada. Em geral, observa-se que combater o favorecimento de alguns grupos em detrimento de outros dentro da educação de superdotados é uma preocupação forte e recorrente da área. Como aponta Borland (2005), os estudiosos acreditam que programas educacionais apropriados para alunos identificados como superdotados podem ser implementados sem serem elitistas, racistas, sexistas ou prejudicados por desigualdades socioeconômicas.

Equalizar o atendimento a superdotados com elitismo é uma simplificação de um amplo debate que ocorre até mesmo dentro do campo da educação especial e da educação de superdotados. Infelizmente, muita da argumentação contra a educação de superdotados se dá sem conhecimento e compreensão das necessidades dos superdotados, assumindo que eles não necessitam de apoio educacional e “podem se virar sozinhos”. Mara Sapon-Shevin (1994), por exemplo, afirma que programas para superdotados criam uma “perturbação” na comunidade escolar, quando separam um grupo de alunos dos demais. Segundo Cross (1997), no entanto, este argumento ignora todas as pesquisas que apontam os benefícios e as necessidades dos estudantes superdotados de estarem juntos; alunos superdotados são reunidos para que seja possível sanar uma necessidade educacional sua de conviver com seus pares. Mesmo que a existência de classes especiais para superdotados seja debatível, é necessário promover alguma forma apropriada de atender a estudantes superdotados. Se fosse amplamente adotado um processo de diferenciação dentro das salas de aula, faria sentido almejar que os superdotados fossem novamente atendidos na sala de aula regular (Cross, 1997).

Por fim, resta o argumento de que tal elitismo na educação de superdotados se dá “‘justificado’ em termos financeiros”, sob “argumento da produtividade econômica” (Skovsmose, 2015, p. 121). De fato, argumentos desta natureza são muito utilizados para justificar a educação de pessoas com Altas Habilidades/Superdotação, até mesmo por teóricos da educação para superdotados. Segundo Gallagher (2015, p. 78, tradução nossa), “os Estados Unidos precisam de todo e eficiente desempenho dos seus estudantes mais capazes para competir eficientemente a nível mundial”. Outros autores escrevem sobre as “necessidades sociais” como motivo para se dar atenção aos superdotados:

Uma das principais razões para estudar a superdotação e entender como o talento pode ser desenvolvido é a necessidade da sociedade de que futuros inovadores criem produtos e serviços que irão melhorar nossas vidas; de que pensadores criativos gerem novas ideias e soluções para os principais problemas

sociais, econômicos e ambientais que assolam o mundo; de que jovens líderes lidem com as prioridades nacionais; e de que artistas criativos entretenham, animem, inspirem e acalmem nossas almas. [...] Se acreditamos que crianças superdotadas podem ser uma fonte de nossos futuros líderes nacionais, cientistas, empreendedores e inovadores, precisamos investir na compreensão de como podemos cultivar deliberadamente seus talentos (Subotnik et al, 2011, p. 11).

Tais tentativas de convencimento para promover a educação de superdotados revelam uma perspectiva mercadista da superdotação, em anuência de que promover o atendimento para estes alunos serve apenas para promover talentos, para produzir para a sociedade. Esta visão representa mais uma ameaça para o campo da educação de superdotados: uma desumanização do indivíduo superdotado, numa visão capacitista que o enxerga como máquina, e não mais como pessoa. Como afirma Skovsmose (2015), educação é direito humano. Pessoas superdotadas têm direito à educação e, pela sua condição humana, têm direito de serem vistas por completo, e não apenas por fins mercadológicos. Sua educação não pode ser valorizada apenas pelo seu “potencial”, como se o indivíduo fosse uma “coisa”, com tempo de maturação e motivo futuro para uso. O aprendizado de ninguém deveria ser pautado por seu “potencial”, mas sim para seu desenvolvimento.

Entretanto, apesar de o argumento da produtividade econômica ser esta a justificativa mais utilizada para promover a educação de superdotados, ainda assim esta área recebe pouca atenção, poucas políticas e poucos recursos, demonstrando a inefetividade deste argumento.

Considerações finais

A tal “discriminação por habilidades” se trata na verdade de um atendimento necessário a estudantes superdotados. A visão de que a diferenciação – ou qualquer outra forma de atendimento – é discriminação quando aplicada a estudantes com Altas Habilidades/Superdotação advém da falta de conhecimento sobre a condição e o tamanho das suas necessidades educacionais. Muitas vezes, ainda, reflete um capacitismo que apaga o indivíduo superdotado e ignora suas dificuldades, para enxergar apenas o talento e como pode servir à sociedade.

Assim como os estudantes com deficiência, com transtornos de aprendizagem ou com dificuldades, os estudantes superdotados também precisam de atendimento educacional adequado, o que não pode e não deve ser uma educação melhor ou com mais recursos. A ideia de que o processo de diferenciação seria uma “educação melhor” ou “mais avançada” para pessoas com altas habilidades, ao invés de uma estratégia da educação inclusiva, é outro motivo (incorreto) pelo qual alguns professores não oferecem as flexibilizações necessárias no currículo, ambiente escolar e sala de aula, para os estudantes nessa condição. E, como aponta Borland (2005), os estudantes superdotados estão entre os que são mais mal atendidos quando o currículo e a instrução não são diferenciados.

A educação de superdotados não é elitista por si só, mas dentro dela os mecanismos criados podem ser discriminatórios – especialmente em quesitos de gênero, raça e status socioeconômico. Isso vai ao encontro do que Skovsmose coloca como as outras formas de *disempowerment*. Todas elas podem estar presentes ao que se realiza o atendimento de superdotados – e todas elas precisam ser combatidas.

É importante discutir sobre a educação de alunos com Altas Habilidades/Superdotação dentro da educação matemática crítica, uma vez que a educação matemática exerce tanto poder no desenvolvimento individual e coletivo e se faz tão presente no processo de escolarização de todas as crianças. Ao que se faz uma leitura da educação especial para superdotados em união à educação matemática, contribui-se para o crescimento das duas áreas. Os educadores matemáticos precisam conhecer a condição de AH/SD e saber como atuar com estes alunos, para contribuir com seu desenvolvimento e efetuar um atendimento adequado às suas necessidades.

Como colocam Pentead & Skovsmose (2009, p. 34), para considerarmos a educação para justiça social mais do que um lema, as escolas precisam oferecer oportunidades socialmente relevantes para seus

alunos. Isso precisa incluir o apoio pedagógico e emocional, inclusão escolar e social, e oportunidades adequadas e que suprem as necessidades educacionais dos superdotados.

Referências

- Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. (2008). *Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva*. Brasília, SEESP.
- Boettger, E. R. H., & Reid, E. (2015). Gifted education in various countries of Europe. *Slavonic pedagogical studies journal*, 4(2), 158-171.
- Borland, J. H. (2005). Gifted education without gifted children. Conceptions of giftedness, 1-19.
- Cross, J. R. (1997). Book Review: Playing Favorites: Gifted Education and the Disruption of Community. *Journal of Advanced Academics*, 9(1), 35.
- Gallagher, J. J. (2015). Political Issues in Gifted Education. *Journal For The Education Of The Gifted*, [S.L.], 38(1), 77-89. SAGE Publications. Recuperado de <http://dx.doi.org/10.1177/0162353214565546>.
- Gutiérrez, R., (2013). The sociopolitical turn in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(1), 37–68. Recuperado de <https://doi.org/10.5951/jresematheduc.44.1.0037>.
- Maia, V. O., & Freire, S. (2020). A diferenciação pedagógica no contexto da educação inclusiva. *Revista Exitus*, 10.
- McClure, L & Piggott, J. (2007). *Meeting the Needs of Your Most Able Pupils: Mathematics*. David Fulton Publishers.
- Neumann, P. (2020). Altas habilidades/superdotação e desenvolvimento socioemocional: responsabilidade da educação e da psicologia. *Revista Educação Especial em Debate*, 5(10), 15-36.
- Ourofino, V. T. A. T., & Guimarães, T. G. (2007). Características intelectuais, emocionais e sociais do aluno com altas habilidades/superdotação. A construção de práticas educacionais para alunos com altas habilidades/superdotação. *Orientação a professores*, 41-52.
- Pais, A. & Valero, P. (2012). Researching research: Mathematics education in the political. *Educational Studies in Mathematics*, 80(1), 9–24.
- Penteado, M. G. & Skovsmose, O. (2009). How to drag with a worn-out mouse? Searching for Social Justice through Collaboration. In Skovsmose, O. (2009). *Critique as uncertainty*. Information Age Publishing. 21-36.
- Pereira, M., & Sanches, I. R. (2013). *Aprender com a diversidade: as metodologias de aprendizagem cooperativa na sala de aula*. Nuances: estudos sobre Educação, '24(3), 118-139.
- Renzulli, J. S., & Reis, S. M. (1997). *The schoolwide enrichment model: A how-to guide for educational excellence*. Creative Learning Press, Inc., PO Box 320, Mansfield, CT 06250.
- Sapon-Shevin, M. (1994). *Playing favorites: Gifted education and the disruption of community*. State University of New York Press.
- Skovsmose, O. (2015) *Desafios da reflexão em educação matemática crítica*. (142 p). Papirus Editora.
- Skovsmose, O. (2014). *Um convite à educação matemática crítica*. Papirus Editora.

Subotnik, R. F., Olszewski-Kubilius, P., & Worrell, F. C. (2011). Rethinking giftedness and gifted education: A proposed direction forward based on psychological science. *Psychological science in the public interest*, 12(1), 3-54.

Webb, J. T., Amend, E. R., Webb, N. E., Goerss, J., Beljan, P. & Olenchak, F. R. (2005). *Misdiagnosis and dual diagnoses of gifted children and adults: ADHD, bipolar, OCD, Asperger's, depression, and other disorders*. Great Potential Press, Inc.

ALTERNATIVE CURRICULAR EXPERIENCES FOR YOUNG PRISONERS

DEVELOPING (HIDDEN) MATHEMATICAL IDEAS INSIDE PRISON

EXPERIÊNCIAS CURRICULARES ALTERNATIVAS PARA JOVENS RECLUSOS

Desenvolvendo ideias matemáticas (ocultas) dentro da prisão

EXPERIENCIAS CURRICULARES ALTERNATIVAS PARA JÓVENES RECLUSOS

Desarrollando ideas matemáticas (ocultas) dentro de la prisión

Vasiliki Chrysikou

(University of Thessaly, Greece)
vchrysikou@gmail.com

Roula Kitsiou

(University of Thessaly, Greece)
roulakit@gmail.com

Maria Karazanou

(University of Thessaly, Greece)
mgkarazanou@gmail.com

Peter Appelbaum

(Arcadia University, United States)
appelbap@arcadia.edu

Charoula Stathopoulou

(University of Thessaly, Greece)
hastath@uth.gr

Recibido: 13/07/2023

Aprobado: 13/07/2023

ABSTRACT

Despite the rhetoric of the Strategic Framework for European Cooperation in Education and Training (ET2020) concerning prison education – in particular, the learning needs of people excluded from policy and the recent research that emphasizes the crucial role of education for young prisoners' personal development, and for their rehabilitation reducing the chances of recidivism (e.g., Jonck et al., 2015) in the Greek context, it seems that educational policies do not meet young prisoners' educational needs (Petsas, 2017). We report on a project that directly addressed the inappropriate curricula and texts, and teachers' lack of preparation for

this population's needs. The project ACTinPRISON (actinprison.sed.uth.gr)¹ pursued empowerment of young prisoners by creating common spaces between “insiders” --young prisoners-- and “outsiders” --the academic team and students/prospective teachers. Our “common spaces” framework mitigated the dominant, disciplinary, prison discourse with the perspective and techniques of Critical Communicative Methodology (CCM) for developing mathematics and language literacy. This challenged symbolic boundaries separating the two groups by using co-creation of mathematics to foster equal participation and interaction. The initial needs analysis phase of the project introduced young prisoners to the idea and practice of research as a matter of participatory practice and incorporated important mathematics concepts and skills within jointly constructed community-building activities. Likewise, moments of open-ended discussion were effective as emergent language and mathematical literacy events. The second project phase applied that experience to the preparation of university students for entering the prison, followed by the university students and young prisoners working together in the common spaces inside prison. Again, mathematical activities evolved as extensions of the information regarding their funds of knowledge. Work sometimes integrated this knowledge into theatrical play, at other times the group exploited mathematics contexts as here-and-now moments of group development. These experiences afforded the expression of situated mathematical concepts through informal mathematical language as the young prisoners were exposed to the idea of a mathematics register. We report on our persistent pursuit of a transition to scientific language use in this educational context despite the complexity of this challenge. (Resource limitations combined with super-diverse sociolinguistic repertoires and literacy backgrounds of the participants were treated as opportunities rather than obstacles). The ACTinPRISON project extends previous action creating common spaces with young prisoners and prospective teachers (<http://cospirom.sed.uth.gr>) that identified the need for new participatory practices to challenge typical research protocols. This new work responds through joint mathematically-rich activity to post-colonial critiques of research with marginalized populations. Such critiques often describe research as a “dirty word” (Thambinathan & Kinsella, 2021), because it perpetuates forms of hierarchy and injustice. We counteracted this concern by inviting young prisoners to be co-researchers of their experiences. The examples we present here result from bottom-up extra-curricular experiences involving mathematical ideas. We discuss how such an atypical “school framework” challenges together numerous expectations of both traditional mathematics education and commonsense discourse of prison life. Based on this project experience, we propose in our conclusion the potential for co-constructed needs analysis research to set the stage for informed curriculum development when working with disenfranchised learners who research their own needs. We also discuss the challenges of making this kind of work sustainable and institutionalized.

Key words: prison education. mathematics education. curricula. young prisoners. participatory research.

RESUMO

Apesar da retórica do Quadro Estratégico para a Cooperação Europeia em Educação e Formação (ET2020) à educação prisional – em particular, as necessidades de aprendizagem das pessoas excluídas da política e a pesquisa recente que enfatiza o papel crucial da educação para o desenvolvimento pessoal dos jovens reclusos, e por sua reabilitação reduzir



The research project was supported by the Hellenic Foundation for Research and Innovation (H.F.R.I.) under the “2nd Call for H.F.R.I. Research Projects to support Faculty Members & Researchers” (Project Number: 4164).

as chances de reincidência (por exemplo, Jonck et al., 2015) no contexto grego, parece que as políticas educacionais não atendem às necessidades educacionais dos jovens presos (Petsas, 2017). Relatamos um projeto que abordou diretamente os currículos e textos inadequados e o despreparo dos professores para as necessidades dessa população. O projeto ACTinPRISON (actinprison.sed.uth.gr) procurou o empoderamento de jovens reclusos através da criação de espaços comuns entre os “insiders” --jovens reclusos-- e os “outsiders” --a equipa académica e os alunos/possíveis professores. Nossa estrutura de “espaços comuns” mitigou o discurso dominante, disciplinar e prisional com a perspectiva e as técnicas da Metodologia Comunicativa Crítica (CCM) para o desenvolvimento da alfabetização matemática e linguística. Isso desafiou as fronteiras simbólicas que separavam os dois grupos, usando a cocriação da matemática para promover participação e interação iguais. A fase inicial de análise das necessidades do projeto apresentou aos jovens presos a ideia e a prática da pesquisa como uma prática participativa e incorporou importantes conceitos e habilidades matemáticas em atividades de construção comunitária construídas em conjunto. Da mesma forma, momentos de discussão aberta foram eficazes como eventos emergentes de linguagem e alfabetização matemática. Novamente, as atividades matemáticas evoluíram como extensões da informação sobre seus fundos de conhecimento. O trabalho às vezes integrou esse conhecimento no jogo teatral, outras vezes o grupo explorou contextos matemáticos como momentos aqui e agora de desenvolvimento do grupo. Essas experiências permitiram a expressão de conceitos matemáticos situados por meio da linguagem matemática informal, à medida que os jovens prisioneiros eram expostos à ideia de um registro matemático. Relatamos nossa busca persistente por uma transição para o uso da linguagem científica neste contexto educacional, apesar da complexidade desse desafio. (Limitações de recursos combinadas com repertórios sociolinguísticos superdiversos e histórico de alfabetização dos participantes foram tratados como oportunidades e não como obstáculos). O projeto ACTinPRISON estende ações anteriores criando espaços comuns com jovens presos e futuros professores (cospirom.sed.uth.gr) que identificaram a necessidade de novas práticas participativas para desafiar protocolos de pesquisa típicos. Este novo trabalho responde por meio de atividades matematicamente ricas conjuntas a críticas pós-coloniais de pesquisa com populações marginalizadas. Tais críticas costumam descrever a pesquisa como uma “palavra suja” (Thambinathan & Kinsella, 2021), porque perpetua formas de hierarquia e injustiça. Contrariamos essa preocupação convidando jovens presos a serem co-pesquisadores de suas experiências. Os exemplos que apresentamos aqui resultam de experiências extracurriculares ascendentes envolvendo ideias matemáticas. Discutimos como uma “estrutura escolar” tão atípica desafia inúmeras expectativas tanto da educação matemática tradicional quanto do discurso de senso comum da vida na prisão. Com base nessa experiência de projeto, propomos em nossa conclusão o potencial para a pesquisa de análise de necessidades coconstruída para preparar o terreno para o desenvolvimento curricular informado ao trabalhar com alunos desprivilegiados que pesquisam suas próprias necessidades. Também discutimos os desafios de tornar esse tipo de trabalho sustentável e institucionalizado.

Palavras-chave: educação prisional. educação matemática. currículos. jovens reclusos. investigação participante.

RESUMEN

A pesar de la retórica del Marco Estratégico para la Cooperación Europea en Educación y Formación (ET2020) a la educación penitenciaria – en particular, las necesidades de aprendizaje de las personas excluidas de la política y la investigación reciente que enfatiza el papel crucial de la educación para el desarrollo personal de los jóvenes presos, y debido a que su rehabilitación reduce las posibilidades de reincidencia (por ejemplo, Jonck et al., 2015) en el contexto griego, parece que las políticas educativas no satisfacen las necesidades educativas de los jóvenes presos (Petsas, 2017). Informamos sobre un proyecto que abordó

directamente los currículos y textos inadecuados y la falta de preparación de los maestros para las necesidades de esta población. El proyecto ACTinPRISON (<https://actinprison.sed.uth.gr>) buscó empoderar a los jóvenes reclusos a través de la creación de espacios comunes entre "insiders" --jóvenes reclusos-- y "outsiders" -el equipo académico y los estudiantes /posibles profesores. Nuestro marco de "espacios comunes" mitigó el discurso dominante, disciplinario y carcelario con la perspectiva y las técnicas de la Metodología Crítica Comunicativa (MCC) para el desarrollo de la alfabetización matemática y lingüística. Desafió los límites simbólicos que separaban a los dos grupos, usando la co-creación matemática para promover la participación e interacción equitativas. La fase inicial de análisis de necesidades del proyecto presentó a los jóvenes reclusos la idea y la práctica de la investigación como una práctica participativa e incorporó importantes conceptos y habilidades matemáticas en actividades de construcción comunitaria construidas en conjunto. Asimismo, los momentos de discusión abierta fueron efectivos como eventos emergentes de lenguaje y alfabetización matemática. prisi3n. Nuevamente, las actividades matemáticas evolucionaron como extensiones de informaci3n sobre su fondo de conocimiento. El trabajo integraba a veces este conocimiento en el juego teatral, en otras ocasiones el grupo exploraba contextos matemáticos como momentos aqu3 y ahora del desarrollo del grupo. Estas experiencias permitieron la expresi3n de conceptos matemáticos situados a trav3s del lenguaje matemático informal, ya que los jóvenes presos fueron expuestos a la idea de un registro matemático. Reportamos nuestra b3squeda persistente por una transici3n al uso del lenguaje cient3fico en este contexto educativo, a pesar de la complejidad de este desaf3o. (Las limitaciones de recursos combinadas con repertorios sociolingüísticos súper diversos y antecedentes de alfabetizaci3n de los participantes se trataron como oportunidades en lugar de obstáculos). El proyecto ACTinPRISON amplía acciones anteriores mediante la creaci3n de espacios comunes con jóvenes reclusos y futuros docentes (<http://cospirom.sed.uth.gr>) que han identificado la necesidad de nuevas prácticas participativas para desafiar los protocolos típicos de investigaci3n. Este nuevo trabajo responde a trav3s de actividades conjuntas matemáticamente ricas a las críticas poscoloniales a la investigaci3n con poblaciones marginadas. Tales críticos a menudo describen la investigaci3n como una "palabra sucia" (Thambinathan & Kinsella, 2021), porque perpetúa formas de jerarquía e injusticia. Contrarrestamos esta preocupaci3n invitando a los jóvenes presos a ser co-investigadores de sus experiencias. Los ejemplos que presentamos aqu3 provienen de experiencias extracurriculares ascendentes que involucran ideas matemáticas. Discutimos cómo una "estructura escolar" tan atípica desafía numerosas expectativas tanto de la educaci3n matemática tradicional como del discurso de sentido común de la vida en prisi3n. Basándonos en esta experiencia de diseño, proponemos en nuestra conclusi3n el potencial de la investigaci3n de análisis de necesidades construida conjuntamente para preparar el escenario para el desarrollo curricular informado cuando se trabaja con estudiantes desfavorecidos que investigan sus propias necesidades. También discutimos los desaf3os de hacer que este tipo de trabajo sea sostenible e institucionalizado.

Palabras clave: educaci3n penitenciaria. educaci3n matemática. currículos. jóvenes reclusos. investigaci3n participativa.

What it means to be a prisoner

Prisons are no longer places of torture, yet imprisonment expresses a political technology of the body (Foucault, 2012). Like other categories of people, 'prisoners' are produced by constellations of knowledge, institutions, expertise and practices (Hacking, 2007) to be subjects of governmentality. Limited control over bodies enclosed and restrained away from society characterizes prison life. Boundaries symbolic of degradation, violence (Saleh-Hanna, 2008) and dehumanization perpetuate myth and fear. Michel Foucault (1978) characterizes prison as an institution that constructs both itself and its 'inhabitants' as outside of society. Similarly, Goffman (1961) describes prison as a totalitarian

institution—a place defined by boundaries, both physical and symbolic, distinguishing insiders from outsiders, cutting off residents from society for a long time. A strong policy emphasis on education as the way to bring prisoners ‘back’ into society (Mertanen & Brunila, 2018) buttresses these boundaries, through discourses and practices of control structured by a rhetoric of care. The ‘prisoner’, a generalized, imaginary entity (simulacrum), is designated ‘offender’, associated with ‘danger’ and treated bureaucratically—an entity ‘to be dealt with’. So: a) Prisoners are defined through deficits; rehabilitation is based on correcting these deficits and normalizing them, b) Prison education (PE) policy interprets education as an intervention primarily concerned with correcting problem behaviours.

What education means for *young* prisoners: Which education and mathematics education matter?

We consider the above posture a feature of coloniality and adopt the contrasting perspective that education can provide skills and knowledge aimed at personal growth, future development, and successful reintegration. We also take seriously the socialization of many young prisoners into a culture of failure, exhibiting low self-concept and lacking self-confidence (Hirschfield, 2014) stemming from their status as refugees and immigrants. They commonly display school denial, poor academic preparation (Pytash & Li, 2014), low academic self-esteem and a lack of motivation—promulgated by the absence of evident meaning-making and connections between academic work and their everyday lives (Liebling, 2011); they have high rates of school dropout (Ochoa, 2016), contributing to the ‘school-to-prison pipeline’ (Heitzeg, 2016). These people will perhaps return to their unchanged, home communities, affording the same (lack of) opportunities; whether their lives are then characterized as ‘delinquent’ could potentially be influenced by the type of education they experience during incarceration (<http://reentrypolicy.org>). So, despite a common view of prison in which the state locks up offenders and ‘throws away the key’, the reality is that most prisoners will eventually be released. The challenge for PE in general and for mathematics education within prison education in particular, is to create opportunities for empowerment and for a better life after release.

Research literature justifies participation in educational programs during a detention period by reference to numerous positive outcomes, such as decreasing recidivism, transforming lives, retaining a sense of agency within the controlled and coercive prison environment, and creating a regime of dynamic security (Behan, 2014). A worthwhile version of PE shifts from a crime-centered orientation to the creation of environments that foster the emotional security necessary for active students, that is, citizens of the present and future, who critically perceive their world (Warr, 2016). This vision, accomplished through pedagogical approaches grounded in metacognition, thinking skills, emotional intelligence and narrative change through empowerment and community collaborations (Pike & Hopkins, 2019; Inside-Out Center, liberalarts.temple.edu/research/labs-centers-and-institutes/inside-out-center), would be transformative. Nevertheless, PE confront numerous challenges.

Current educational practices do not meet the specific needs of this population. Greek prisons reflect the general European experience of an increase in the proportion of foreign nationals serving prison sentences with little to no change in their PE policies (Petsas, 2017; Brosens et al., 2020). Despite arguments that curriculum revision should move beyond basic literacy and numeracy and incorporate strands such as personal development, social skills, the arts and new technologies (e.g. Hawley et al., 2013), the conventional prison curriculum ignores the age of learners, their cultural backgrounds and prior negative school experiences. Inadequate teacher preparation for working with non-mainstream communities belies the correlation between quality training and student achievement (Jenkins, 2016; Wright, 2020). Effective, appropriate methods of combining different student groups and promoting literacies through interdisciplinary methods in prison contexts would include arts-based practices and ICT, demonstrated to successfully challenge negative identities, and stimulate self-reflection leading to sustainable transformations and decreased levels of anger (Davey et. al, 2015). In other words, there is unrealized potential to enhance prisoners’ lives while keeping them connected to the outside world, preserving autonomy and mastery; achieving purpose through educational attainment would provide an

alternative perspective on an otherwise life of misery—controlled, stagnant, and self-absorbed (Wright, 2020).

Since academic success is closely tied to math achievement, the development of mathematical literacy is a critical challenge for PE (Terry, 2010). Yet international studies consistently demonstrate prisoners' disproportionately poor level of basic skills (Creese, 2016). Compounding the challenge, PE tends to give more attention to general literacy than to mathematics (Byrne 2015). Career pathways to prison teaching have been postulated as responsible. Striving for a pleasant and nurturing experience as a platform to restart learning, some caring prison educators wrongly believe that this is more easily accomplished within creative arts than in the sterile and austere subject they have defined for themselves as mathematics. Naïve educators sometimes believe that literacy is distinct from and does not include mathematics, or that mathematics is too difficult for their students. Most appreciate the value of reading and writing, while a common misconception is that mathematics can be relegated to calculators. The learners themselves may collude with this misunderstanding, admitting more readily to having problems with mathematics than with reading, writing or speaking, and therefore contentedly avoiding direct study of mathematics.

Of course, mathematics can be both a gateway subject for entry to basic education and a path to lifelong learning. Contrary to the common misconceptions, we have confirmed in the ACTinPRISON project that people tend to have more mathematics skills than they realise, making progress easy and rapid. Small class sizes in prison make it possible to personalize learning and to identify together the as-yet-invisible skills. Mathematics at every level has similar strands (e.g. Number, Data, Algebra, Shape and Measure, Problem Solving), and deep understanding at the basic level gives a strong foundation for further learning. Adults and older adolescents often have acquired understanding and skills in many of these strands through life experience, without seeing it as mathematics. Instructional strategies centered on storytelling from life experiences outside of school can reveal such surprisingly sophisticated mathematical understanding, facilitate its recognition as 'mathematics', and build upon this knowledge to develop new skills and concepts. Due to the often-shared expectation that a learner's as-yet-invisible mathematics skills are best developed when working with real-world mathematics, this can provide a platform for exploring real-world applications of mathematics. Yet older learners think with complex reasoning and cognitive skills honed through many life challenges, and often enjoy and excel at more abstract and less obviously concrete mathematics. Costelloe and Langelid (2011) stress the need to explore their experience with mathematics as a child or adult together with what brought them back to education in prison now (family, friends or some other motivation/ reasons). This can reduce the impact of negative memories commonly carried into the present, including past tedium and boredom with school mathematics. Yet this negativity is not universal; a teacher in prison should expect the unexpected, and never assume that there is nothing left to learn about teaching this population. Although negativity and frustration in PE can be challenging, it is often the preamble to startling self-discovery for both teacher and student. Remembering the successes helps --the times when a student gets it, when he (usually prisoners are men) turns and teaches another, when he can talk about what he has learnt and how he learnt it.

The research setting: Space, time, participants

Space and duration. The prison, located in a rural area of central Greece, designates within the larger prison campus a building separated from the rest of the prison as its ‘school’. An HFRI (Hellenic Foundation for Research and Innovation) grant supports our (an academic team together with prospective teachers) working together with young prisoners. The duration of the entire project is 30 months. Our interaction with young prisoners in both phases is about 2-3 hours each week.

Participants. The 15 prisoners in our project, 18-23 years old, the majority recent refugees or immigrants, and Roma (the majority Greek Roma), are serving sentences for a variety of offences related to illegal status within Greece traceable to the need to survive in a marginal existence on the fringes of society. Their facility to communicate and learn in Greek varies; all speak multiple languages; some are attending school for the first time in prison, while others bring extensive school backgrounds. Together with 12 prospective teachers we are creating curricular experiences with both populations.

The procedure. Before the two populations (university prospective teachers and prison students) were brought together, they each participated in a preparation phase. Focus group interviews identified training needs and guided development of training materials. The university prospective teachers were introduced to the background on the prison system, to PE, curriculum theory and design, (mathematics, language, ICT) literacies, and Drama in Education through 8 workshops.

The beginning needs analysis with the young prisoners used drama in education techniques to learn more about their life experiences and to invite them into participating as co-researchers of the mathematics in their everyday lives and beyond. Personal statements articulated during these drama activities indicated a majority of the young prisoners had limited prior school education experience, in contrast with their expansive and challenging life experiences. As D. said, for him, “*The best school is on the streets*”. We learned that previous school mathematics, as well as current lessons during incarceration, was unrelated to their lives and interests. The curricula followed and the books used assumed very different life experiences and were designed for primary school children rather than young adults. How challenging is it for them to add 5 red and 3 blue pencils? Such ‘problems’ are alienating. They described teachers as complaining about their lack of participation; but the students are disconnected from the (school) mathematics.

Actions in prison/ Research while refusing research?

Among several perceptions and constructions of prisoners, we adopted one grounded in social justice that understands them as in need of help and support. This perception dictated to us participatory approaches such CCM. Being aware of the potential for research to take on characteristics warranting its reception as a “dirty” word, we understood that work with a marginalized population often perpetuates practices of coloniality. We designed the project to avoid typical field-based research methods, with serious and ongoing self-critique that kept our attention on potential pitfalls of coloniality practices, and worked to void positioning young prisoners as subjects of our gaze. Ideally, collaboration should do something other than create stories about ‘others’ to feed the stratification of knowledge within academia and public discourse. The drama techniques at the beginning helped to establish a collaboration with the prisoners as authorities on their own experience, authors of their own stories, and decision-makers about what knowledge needs to be discovered--the skills that need to be mastered, and the reports that need to be written.

This paper is not an analysis of ‘rich’ pragmatological data, but a consciously selected sample of ‘snapshots’ characterizing our approach and demonstrating opportunities for starting the negotiation of mathematical ideas. Taken together, the snapshots create a collage of overlapping and interlacing contributions to a social movement (Tuck & Yang, 2014), rather than ‘a story to pass on’. We don’t restrict our interest on mathematics, but we expand to interactions with the young prisoners, sharing important questions that give opportunities for interaction and empowerment. How a young prisoner has

been constructed, by whom and why, are central to this work; these considerations matter more than any particular demographic details. Their stories that emerged pointed to conditions placing someone on one or another side of the abyssal line (de Sousa Santos, 2007)-- the line where one side is ruled by regulation and emancipation, and the other side by appropriation and violence. Mathematics in our work with the young prisoners is a collection of strategies for confronting the ways that this abyssal line has been producing the knowledges and values of the prisoners as irrelevant or non-existent. The mathematics that we created in collaboration with these young men is a response to those ways in which the abyssal line has consistently and persistently framed their lived systems of knowing and learning, along with their different ways of thinking-feeling and feeling-acting, as inferior and inept. We adopt arts-based practices as a matter of “epistemological respect and reciprocity rather than epistemological assimilation or colonization” (Tuck & Yang, 2014), to reclaim ‘research’ from a history of exploitation and abuse of marginalized communities as ‘subjects of research’. Our work positions ourselves as secondary to the young prisoners, the researchers of their own lives; as consultants in mathematics education and curriculum development, we become resources to be exploited.

Snapshots from our interaction—the emergence of mathematical ideas

Even during the needs analysis phases, we tried to explore any opportunity for developing mathematical literacy in a natural way, respecting all the peculiarities of their life in prison while taking into consideration both their mood depending on the problems they were facing (family, courts, etc.) and their interests and desires. We began by asking the young prisoners if they would be interested in pursuing the project, making clear that this would be a special part of their school day, while the majority of their time would continue to be spent with the more traditional, compulsory, National Curriculum. Once we reached mutual understanding, we introduced the idea of the learners as researchers through a general introduction to research as a specialized pursuit of certain types of questions. We asked, “What do you think research is?” Responses included: *Police are looking for (offenders) at houses; Police are looking for drugs; We are looking for shoes (to buy); We are looking on the internet.* We asked the students/prisoners to choose a question to pursue, as the beginning of a critical communicative methodology (Gómez et al., 2011). This first experience led the young men to ask among their group, How many are married (9 yes, 7 no); How did we get here (by the police); and so on. About 25 questions emerged. As co-researchers we facilitated a discussion of the content of these questions, their categorization and classifications, with the following results: family, school, work/professional, general, and personal. The context made sense to the students, who were actively engaged, agreeing or disagreeing. A discussion ensued through a Venn diagram on the floor of the school space (See Fig. 1, Questions), initiated by one of the researcher facilitators. The students themselves joined in, readily placing questions on small papers into what they deemed appropriate circles. This took the form of a negotiation, generating not only a correctly constructed Venn diagram, but also the opportunity to discuss the content of the questions, elaborating upon the relationships among the questions, their possible common categories, and the nature of the questions themselves. Unfortunately, cameras are in general forbidden inside the prison; but on this day a prison officer that happened to be with us took the picture, Fig.1.

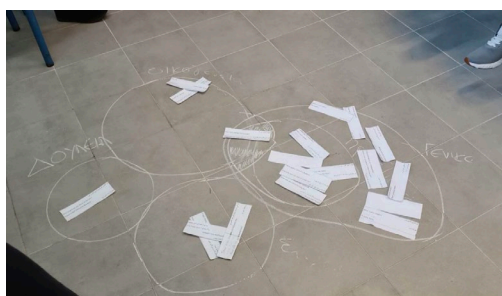


Fig. 1: Questions

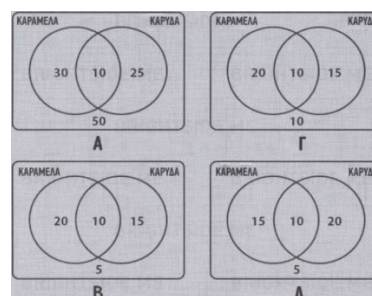


Fig. 2: Select the right Venn diagram

We asked students to think of other examples of sets, and to find sets, intersections and unions, as well as subsets. (Note that the word ‘set’ was not understood, but the concept was readily employed after we used the word ‘group’.) They suggested examples like ‘the members of my family’ and ‘the children’ as subset, or the set of ‘all prisoners’ with ‘young prisoners attending school’ as a subset. Continuing the apprenticeship of co-researchers, we shared samples of charts and graphs from other researchers, the majority quantitative data concerning smoking (i.e., the evolution of smoking in various countries over the past twenty years, a comparative study of women and men smoking, etc.). In groups of three, with those who could better understand the graphs explaining to the others, they discussed health habits. After discussion we had the opportunity to create our own graphs depicting similar brief research topics. Using mental calculations, mostly the Roma students who had extensive experience with monetary transactions, could not only depict frequencies on the graphs, but also relative frequencies, inventing their own strategies. We closed this activity posing this problem and sharing the graph (Fig. 2), asking of the students to select the correct one.

A third snapshot developed in response to their complaint of not understanding division facts, referring to the standard algorithm. (The typical school emphasis is practice in applying the standard algorithm). To challenge their misconception, we presented the following: “You have 172 kg of beans to put in boxes of 20 kg. How many boxes do you need?”. The majority replied 8 boxes, but we need 9 to put all in boxes. A Roma with extensive work experience said: 8 boxes, explaining that he would put extra beans in the 8 boxes. Discussions of this kind helped the students develop confidence based on the acceptance of their solutions, and on the value placed on their outside-of-school experiences. This changed the nature of mathematics from tasks to be endured into opportunities to talk about life and to imagine possibilities.

Recently, an activity afforded the opportunity to listen to their narrations of the different sense of time inside and outside prison. This took place during the collaborative preparation of a theatrical play in the common space by the young prisoners and university students, and led to the creation of interesting strategies for transforming time.

Reflection and Discussion

Our action in the framework of this project is a matter of social justice. We support people who experience discrimination and marginalization, and even more so when we work with young prisoners who experience more than one form of marginalization. It is challenging to create cracks in the ‘abyssal line’ that separates people as a result of where they were born. Although ACTinPRISON addresses literacy issues (mathematics and language) of young prisoners, we respect the situation in which our work takes place, the result of geopolitical, economic and post-colonial forces that criminalize these people well before they arrive in our educational program.

Following six months of bridging the ‘inside’ with ‘outside’, the academic team and young prisoners together constituted the project research team within a common space of participants and contributors mitigating disciplinary discourse practices. Weekly workshops of 2-3 hours focused on the development of curricular experiences. Each week, the academic team worried in anticipation: How many young prisoners will appear, in what mood? They were often preoccupied with waiting for the court, or with anxiety about an issue with a family member. During Ramadan, participation was low since they stayed up all night and could not be in class the next day. While we hoped for active participation, we needed to keep in mind that this time away from the guarded prison areas was a time of relative freedom, which meant that they could not concentrate as well as we might have wished. Our meetings, held in their formal school space, challenged the school’s everyday practice through physical rearrangement to accommodate our very different pedagogy. The young prisoners described our meetings as, “*We see different ways of thinking. We have a beautiful bond and cooperation. We are all one team*” or “*...We have realized that we can do many things we didn’t know we could.*” In a way our collaborations functioned as a window to the world outside of prison.

Considering the special situations of PE (e.g. Inappropriate curricula), our efforts had two main pillars: (1) An alternative conception about curriculum grounded in dynamic processes across local and cultural borders; challenging knowledge as a skill set and replaced standardized tests and the ‘global marketplace’ with interrogation of the ‘life journey’ (Pinar, 2006), (2) A methodological approach, creating an environment of mitigating disciplinary practices within a collaborative community. Reflecting on our work, on the powerful experiential learning for both populations of the others, we started to worry about the future of these young prisoners. The continuation of this kind of interaction, the expectations set up by the co-construction of knowledge, create potential problems. It is easy to imagine consequences for these young adults: Have we opened a door only to violently slam it shut? Does life now seem worse? It is imperative to go ahead. Just now we succeed to convince University principals for the necessity of a structure that could address this situation and the structure “Bridges between UTH and SUDF” is almost prepared.

References

- Behan, C. (2014). Learning to escape: Prison education, rehabilitation and the potential for transformation. *Journal of Prison Education and Reentry*, 1(1), 20-31.
- Brosens, D., De Donder, L., Smetcoren, A. S., & Dury, S. (2020). Exploring educational opportunities for foreign national prisoners in Europe. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 64(3), 389-407.
- Byrne, C. P. (2015). Maths in prison. *Journal of Prison Education and Reentry*, 2(2), 33-37.
- Gómez, A., Puigvert, L., & Flecha, R. (2011). Critical communicative methodology: Informing real social transformation through research. *Qualitative Inquiry*, 17(3), 235-245.
- Costelloe, A., & Langelid, T. (2011). *Prison education and training in Europe: A review and commentary of existing literature, analysis and evaluation*. Birmingham: GHK.
- Davey, L., Day, A., & Balfour, M. (2015). Performing desistance: how might theories of desistance from crime help us understand the possibilities of prison theatre?. *International journal of offender therapy and comparative criminology*, 59(8), 798-809.
- Foucault, M. (1978). *The history of sexuality: Vol. 1. An introduction* (R. Hurley, Trans.). New York: Pantheon.
- Foucault, M. (2012). *Discipline and punish: the birth of the prison*. Vintage Books. (Original work published 1977). New York: Vintage.
- Creese, B. (2016). An assessment of the English and maths skills levels of prisoners in England. *London Review of Education*, 14(3), 13-30.
- Goffman, E. (1961). *Asylums. essays on the social situation of mental patients and other inmates*. New York: Anchor Books.
- Hacking, I. (2007, April). Kinds of people: Moving targets. In *Proceedings-British Academy* (Vol. 151, p. 285). Oxford University Press Inc.
- Hawley, J., Murphy, I., & Souto-Otero, M. (2013). *Prison education and training in Europe. Current state-of-play and challenges*. GHK.
- Heitzeg, N. A. (2016). *The school-to-prison pipeline: Education, discipline, and racialized double standards*. ABC-CLIO.
- Hirschfield, P. J. (2014). Effective and promising practices in transitional planning and school reentry. *Journal of Correctional Education* (1974), 65(2), 84-96.

-
- Jenkins, R. (2016). *Landscaping in lockup: The effects of gardening programs on prison inmates* [Graduate Theses & Dissertations, Paper 6]. Arcadia University.
- Jonck, P., Goujon, A., Testa, M. R., & Kandala, J. (2015). Education and crime engagement in South Africa: A national and provincial perspective. *International Journal of Educational Development*, 45, 141-151.
- Liebling, A. (2011). Moral performance, inhuman and degrading treatment and prison pain. *Punishment & Society*, 13(5), 530-550.
- Mertanen, K., & Brunila, K. (2018). Prison Break. Education of young adults in closed prisons-building a bridge from prison to civil society? *Education Inquiry*, 9(2), 155-171.
- Ochoa, T. A. (2016). Improving transition support for juvenile offenders with disabilities through a collaborative approach. *Intervention in School and Clinic*, 52(1), 44-50.
- Petsas, I. (2017). *Characteristics and values of the prison population of Special Youth Detention Centers and education provided* [Doctoral dissertation]. University of Peloponnese, Greece. <https://www.didaktorika.gr/eadd/handle/10442/41270>
- Pike, A., & Hopkins, S. (2019). Transformative learning: positive identity through prison-based higher education in England and Wales. *International Journal of Bias, Identity and Diversities in Education (IJBIDE)*, 4(1), 48-65.
- Pinar, W. F. (2006). *The synoptic text today and other essays: Curriculum development after the reconceptualization*. Peter Lang.
- Pytash, K. E., & Li, J. (2014). The writing dispositions of youth in a juvenile detention center. *The Journal of Correctional Education*, 65(3), 24-42.
- Rosário, P., Núñez, J. C., Vallejo, G., Azevedo, R., Pereira, R., Moreira, T., & Valle, A. (2017). Promoting Gypsy children's behavioural engagement and school success: Evidence from a four-wave longitudinal study. *British Educational Research Journal*, 43(3), 554-571.
- Saleh-Hanna, V. (2008). Penal coloniality. In V. Saleh-Hanna (Ed.), *Colonial systems of control: Criminal justice in Nigeria*. Ottawa: Ottawa University Press
- de Sousa Santos, B. (2007). Beyond abyssal thinking: From global lines to ecologies of knowledges. *Review (Fernand Braudel Center)*, 45-89.
- Thambinathan, V., & Kinsella, E. A. (2021). Decolonizing methodologies in qualitative research: Creating spaces for transformative praxis. *International Journal of Qualitative Methods*, 20, 16094069211014766.
- Terry, C. L. (2010). Prisons, pipelines, and the president: Developing critical math literacy through participatory action research. *Journal of African American Males in Education*, 1(2).
- Tuck, E., & Yang, K. W. (2014). R-words: Refusing research. *Humanizing research: Decolonizing qualitative inquiry with youth and communities*, 223, 248.
- Warr, J. (2016). Transformative dialogues: (Re)privileging the informal in prison education. *Prison Service Journal*, 225, 18-25.
- Wright, K. A. (2020). Time well spent: Misery, meaning, and the opportunity of incarceration. *The Howard Journal of Crime and Justice*, 59(1), 44-64.

QUESTÕES DE GÊNERO E FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

FOTOGRAFIAS DE UMA DISSERTAÇÃO

GENDER ISSUES AND TEACHER TRAINING

A cut of a master's thesis

CUESTIONES DE GÉNERO Y FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS

Fotografías de una disertación

Livia Godinho Simião

(Universidade Federal de São Paulo, Brasil)
lgodinhosimiao@gmail.com

Patricia Rosana Linardi

(Universidade Federal de São Paulo, Brasil)
linardi@unifesp.br

Recibido: 12/07/2023

Aprobado: 12/07/2023

RESUMO

Este artigo evidencia algumas breves fotografias de uma dissertação de mestrado realizada entre 2020 e 2022 na Universidade Federal de São Paulo. A pesquisa objetivou buscar traços da produção de significado de alunos de um curso de licenciatura em matemática em relação às questões de gênero e apresentar uma leitura plausível dos documentos oficiais desta mesma licenciatura de uma instituição pública do estado de São Paulo. Para a produção de dados realizamos conversas com dois alunos e uma aluna da respectiva licenciatura e, também, desenvolvemos uma análise documental deste curso através da grade de disciplinas, ementas e projeto político pedagógico. Para este artigo apresentaremos uma síntese da discussão teórica entre gênero, educação matemática e formação de professores; um pequeno recorte das conversas que realizamos com os três estudantes e algumas conclusões; a leitura dessas conversas foi realizada por meio do Modelo dos Campos Semânticos e este trecho será apresentado no formato de narrativas, assim como consta na pesquisa original.

Palavras-chave: questões de gênero. formação de professores. educação matemática. modelo dos campos semânticos.

ABSTRACT

This article brings up some parts of a masters thesis produced between the years of 2020 and 2022 at the Federal University of São Paulo. This research had the goal to find tracks of the production of meaning from students of a math bachelors degree from a public university from São Paulo state. To produce data, we've interviewed three students from this course and also developed a documental analysis of this course through analyzing its syllabus and pedagogic-political project. In this article we will present a synthesis of the theoretical discussion around gender, math education and teacher training; a small piece of the three

interviews we have made with the students and some conclusions we had; the reading of these conversations was made using the Semantic Fields Model and this snippet will be presented as a narrative, as done on the original research.

Keywords: gender issues. teacher training. math education. model of semantic fields.

RESUMEN

Este artículo destaca algunas breves fotografías de una tesis de maestría realizada entre 2020 y 2022 en la Universidad Federal de São Paulo. La investigación tuvo como objetivo buscar pruebas de la producción de significado por los estudiantes de una carrera de matemáticas en relación con las cuestiones de género y presentar una lectura plausible de los documentos oficiales de esa misma carrera de una institución pública del estado de São Paulo. Para la recogida de datos, llevamos a cabo conversaciones con tres estudiantes, dos chicos y una chica, de dicha carrera y, además, desarrollamos un análisis documental de este curso a través del calendario de disciplinas, programas y proyecto político pedagógico. Para este artículo presentaremos una síntesis de la discusión teórica entre género, educación matemática y formación docente; un pequeño recorte de las conversaciones que tuvimos con los tres alumnos y algunas conclusiones; estas conversaciones fueron leídas utilizando el Modelo de Campos Semánticos y este extracto se presentará en forma de narraciones, como se muestra en la investigación original.

Palabras clave: cuestiones de género. formación de profesores. educación matemática. modelo de campos semánticos.

Introdução

Para inaugurar essa escrita escolhemos delimitar importantes espaços para a discussão que estamos propondo. Desta forma pontuamos que entendemos gênero como:

[...] todas as formas de construção social, cultural e linguística implicadas com processos que diferenciam mulheres de homens, incluindo aqueles processos que produzem seus corpos distinguindo-os e nomeando-os como corpos dotados de sexo, gênero e sexualidade (Meyer & Ribeiro, 2004, p. 6, apud Souza & Fonseca, 2009, p. 38).

Adotamos o trecho anterior como definição para gênero por entender este como uma caracterização que abrange muitos elementos, pois o termo está presente na construção completa do indivíduo, sendo uma construção social, cultural e linguística.

Ainda aos redores do termo gênero, Louro (1997, p. 81) afirma que “a sexualidade está na escola porque ela faz parte dos sujeitos, ela não é algo que possa ser desligado ou algo do qual alguém possa se despir”, podemos inferir, a partir da afirmação de Louro (1997), que o gênero também se refere a um elemento que é parte dos sujeitos, haja vista que questões acerca dessa temática também acompanham os alunos dentro da sala de aula. Ou seja, não é porque não conversamos em sala de aula sobre questões que envolvem o tema que ele não estará presente na escola. Nesta direção nos emergem as perguntas: como os professores, em específico aqueles que ensinam matemática, lidam com as questões de gênero em suas aulas? Ou ainda, como esses são preparados, durante o processo de formação inicial, no que diz respeito a tais questões?

São muitos caminhos que devemos percorrer para conseguir responder tais perguntas, mas algo que pontuamos é justamente sobre a relevância da discussão na formação inicial de professores, para Reis (2011):

[...] investir na formação docente e promover a discussão sistematizada das teorias desconstrucionistas seria uma alternativa para a desocultação da ideologia androcêntrica, dos preconceitos sexistas presentes no

conhecimento, na linguagem, no currículo escolar, nas práticas pedagógicas que compõem a dinâmica do processo ensino aprendizagem. Enfim, incluir a discussão de gênero nesse processo é promover a formação de sujeitos mais críticos e reflexivos, promotores de uma educação mais igualitária, mais humana na qual a equidade de gênero, o respeito à diversidade e a valorização da diferença se tornem princípios norteadores de toda práxis educativa. (Reis, 2011, pp. 94-95).

Por concordarmos com o trecho que evidencia uma formação docente mergulhada em tais discussões é que pontuamos que neste artigo articulamos sobre as questões de gênero e educação matemática através de um curso de licenciatura em matemática de uma instituição pública do Estado de São Paulo e de conversas com dois alunos e uma aluna deste mesmo curso.

Para construir a dissertação, na qual o presente trabalho se baseia, utilizamos o Modelo dos Campos Semânticos (MCS) proposto por Romulo Lins (1999), em específico o conceito de leitura plausível, que entendemos como:

Toda tentativa de se entender um autor deve passar pelo esforço de olhar o mundo com os olhos do autor, de usar os termos que ele usa de uma forma que torne o todo de seu texto plausível, e é aqui que devemos prestar atenção às definições que um autor propõe. (Lins, 1999, p. 93).

Nós analisamos as conversas com os alunos e os documentos oficiais da instituição (grade curricular, ementas e projeto político pedagógico) através da leitura plausível, onde buscamos estabelecer coerências, compreender o contexto cultural e nos aproximarmos das vozes dos autores.

Portanto, este artigo trata-se de um recorte de uma dissertação de mestrado que objetivou buscar traços da produção de significado de alunos de um curso de licenciatura em matemática em relação às questões de gênero e apresentar uma leitura plausível dos documentos oficiais desta mesma licenciatura de uma instituição pública do estado de São Paulo. Iremos apresentar importantes aspectos teóricos da pesquisa e um pequeno trecho de cada uma das três conversas que realizamos, pois neste artigo escolhemos evidenciar o olhar dos alunos do curso.

Gênero, Educação Matemática e formação de professores: interlocuções camufladas

Entendemos que para propormos as reflexões que caminham nos entrelaços das discussões a respeito das questões de gênero e a formação de professores de matemática temos que seguir o seguinte caminho: visualizar que as questões de gênero estão na escola; entender que aspectos sociais estão presentes em todas as aulas, incluindo as de matemática; e olhar para formação de professores como um espaço favorável para discutir tal tema.

[...] gênero é mais do que uma identidade aprendida, é uma categoria imersa nas instituições sociais (o que implica admitir que a justiça, a escola, a igreja, etc. são “genericadas”, ou seja, expressam as relações sociais de gênero). Em todas essas afirmações está presente, sem dúvida, a ideia de formação, socialização ou educação dos sujeitos (Louro, 1995, p. 103).

Esse trecho nos mostra que o gênero é uma categoria interna nas instituições sociais, ou seja, não podemos pensar a escola, sem pensar que nela existem “relações sociais de gênero”. Neste contexto apontamos a seguinte reflexão: uma vez que o gênero é parte do sujeito e, portanto, está imerso nas instituições sociais, as problemáticas envoltas nele também não serão barradas pelos muros das escolas. Mas e as aulas de matemática? Pois bem, entendemos que a lógica é a mesma, uma vez que as questões de gênero estão inevitavelmente na escola, estas estão presentes na sala de aula de matemática e por isso voltamos à reflexão: como os professores de matemática são preparados para lidarem com tal tema durante o processo de formação inicial?

Sobre este processo corroboramos com Madureira e Branco (2015) que nos dizem:

[...] é de suma importância na formação de educadores/as a promoção de discussões críticas sobre argumentos voltados para legitimação de desigualdades sociais, a partir de uma apropriação equivocada e de generalizações distorcidas de conhecimentos produzidos pela Biologia. No combate às diversas formas

Pontuamos, assim, através do trecho anterior, a crença de que ao combatermos discursos como esses, na formação de professores, podemos evitar o compartilhamento de argumentos preconceituosos e sexistas por partes dos professores em sala de aula, ao mesmo tempo em que se forma um docente com repertório para desconstruir argumentos como esses por partes dos alunos. Como afirma Rizzato (2010, p. 7), no que diz respeito às questões de gênero e sexualidade, “[...] entender gênero e sexualidade como construções sociais abre caminho para a desconstrução de estereótipos e a desnaturalização de práticas sociais”, portanto, compreender as questões de gênero pode ser visto como um avanço para desconstruir argumentos que reverberam e reafirmam tais questões.

Entendemos que o principal espaço em que ocupa a licenciatura em matemática dentro dessa esfera de questões de gênero e formação de professores é o de sensibilização do futuro docente. Pois nem sempre a violência decorrente do gênero acontece de maneira explícita, na verdade na maioria das vezes acontece de forma implícita, justamente por esta se tratar primeiramente de uma violência estrutural, que para Boulding (1981) é uma violência do comportamento em que se negam direitos a certos grupos, deixando-os mais vulneráveis ao sofrimento.

A sensibilização docente como um caminho para discutir o tema, deriva-se do argumento de Louro (1997) que nos diz:

Os sentidos precisam estar afiados para que sejamos capazes de ver, ouvir, sentir as múltiplas formas de constituição dos sujeitos implicadas na concepção, na organização e no fazer cotidiano escolar. O olhar precisa esquadrihar as paredes, percorrer os corredores e salas, deter-se nas pessoas, nos seus gestos, suas roupas; é preciso perceber os sons, as falas, as sinetas e os silêncios; é necessário sentir os cheiros especiais; as cadências e os ritmos marcando os movimentos de adultos e crianças. Atentas/os aos pequenos indícios, veremos que até mesmo o tempo e o espaço da escola não são distribuídos nem usados — portanto, não são concebidos — do mesmo modo por todas as pessoas. (Louro, 1997, p. 59).

Em nosso trabalho, discutimos teoricamente a necessidade de estar de olhos abertos para enxergarmos aquilo que não é explícito no ambiente escolar, desta forma, não é apenas a nossa voz que fala, mas todas as nossas ações, até as menos intencionais podem reverberar as questões de gênero, por este motivo, entendemos que a sensibilização docente no que diz respeito ao tema deve ser desenvolvida ainda no curso de licenciatura.

Dos nossos olhos através da lente do Modelo dos Campos Semânticos

Para realizar o estudo referente às discussões sobre questões de gênero e a formação inicial de professores de matemática fizemos a escolha de conversar com alunos de um curso de licenciatura e de analisar os documentos oficiais deste mesmo curso, para tal utilizamos o Modelo dos Campos Semânticos (Lins, 1999) como ferramenta para analisar esses dados.

O Modelo dos Campos Semânticos é uma teoria do conhecimento que se pauta na diferença dos indivíduos e na produção de significados. Este que se consolida como um instrumento teórico que busca encontrar e estabelecer coerências (Linardi, 2006).

As noções de leitura plausível/leitura positiva têm sido, por vezes, usadas como equivalentes, mas eu prefiro fazer uma distinção. A leitura plausível de modo geral aos processos de produção de conhecimento e significado; ela indica um processo no qual o todo do que eu acredito que foi dito faz sentido. Outra maneira de dizer que faz sentido em seu todo, é dizer que o todo é coerente¹ (nos termos de quem eu constituo como um autor do que eu estou lendo). (Lins, 2012, p. 23).

¹ “Isto não quer dizer que ‘toda fala é coerente’. Assim com o há situações nas quais eu não consigo produzir significado para um resíduo de enunciação, há falas para as quais eu não consigo produzir uma coerência plausível. Mais ainda, o MCS não se interessa em saber

Vale pontuar que estamos levando em consideração que para o MCS conhecimento é “uma crença afirmação junto com uma justificação que me autoriza a produzir aquela enunciação” (Lins, 1999, p. 88), ou seja, para o autor conhecimento é uma afirmação na qual o indivíduo realmente acredita e que possui uma justificação e por isso a enuncia.

Como dito anteriormente dentro dos possíveis olhares através do MCS, escolhemos realizar uma leitura plausível, tanto das conversas, quanto dos documentos. Pois tivemos por objetivo detalhar as fotografias desses dados buscando estabelecer coerências através da aproximação da produção de significados dos autores.

Para realizar a conversa com os três alunos do curso (Clara, David e Pietro) elaboramos casos de ensino a respeito das questões de gênero na escola, e na parte final do diálogo fizemos algumas perguntas sobre a licenciatura que estavam cursando. Desta forma, como recorte para este artigo, apresentamos nossa leitura somente deste último momento das conversas.

As conversas

Para simplificar a escrita, vamos apresentar primeiramente o recorte com as perguntas que fizemos a Clara, Pietro e David, posteriormente, apresentamos a leitura plausível de suas respostas em forma de narrativa.

1. Você realizou discussões sobre as questões de gênero em alguma disciplina que cursou ou cursa na licenciatura em matemática? Se sim, como?
2. Você realizou essas discussões em algum outro momento de sua formação inicial dentro da universidade?
3. Em sua opinião essas discussões devem aparecer na formação inicial do professor de matemática? Por quê?

A escolha de apresentar essas conversas em formato de narrativas derivou-se da tentativa de olha-las através da leitura plausível, ou seja, quanto mais narrássemos aqueles momentos, acreditamos que mais facilmente iríamos nos aproximar da produção de significado de Clara, Pietro e David.

Pietro

— Tem uma disciplina que cursei, na verdade estou cursando ainda, que é anual, e ao longo do ano tiveram vinte encontros e sei lá três deles foram... tem um projeto que lida com essas questões. E a gente teve situações que traziam essa discussão, então um encontro foi falando das questões de gênero e a matemática e o outro uma introdução mesmo, explicando a diferença de gênero e sexualidade e também teve um sobre relatos que a gente teve que recolher.

— Qual o nome dessa disciplina?

— Projetos de estágio.

— Professor ou professora?

— Professora!

— E como surgiu esse tema? A professora elencou para ser tema de alguns encontros?

qual das situações é um acidente e qual é a norma (como em uma discussão entre J. Derrida e J. Austin sobre sucesso e fracasso na comunicação. (Lins, 2012, p. 23)

— Assim, ela participa desse projeto, ela é uma das coordenadoras ou alguma coisa assim.

Então o questioneei sobre a temática específica do projeto.

— Eu não sei se é exatamente focado para a escola, mas ele traz também o tema de gênero no cenário universitário. Mas assim como é uma matéria de estágio ela traz situações assim, que realmente vão acontecer em sala de aula.

Neste momento respirei fundo como uma espécie de alívio, pois ouvir que situações como essas “vão aparecer em sala de aula” me revela a possibilidade de que existe um espaço na educação matemática para fazermos esse tipo de discussão.

— Agora eu não sei se isso está na ementa da disciplina ou se foi algo que minha professora trouxe. Mas como ela faz parte desse grupo, sempre que possível traz eles para debaterem com a gente. Só que esse foi o único momento que tive isso em uma matéria.

Me movimenteiei com a intencionalidade de fazer uma pergunta, mas imediatamente Pietro me disse que não participara de nenhuma atividade da faculdade que não fossem as obrigatórias, tanto no presencial, quanto no online, e desta forma não realizou discussões sobre gênero em outro momento que não na disciplina de estágio.

Então com fisionomia reflexiva, continuou:

— E eu acho que sim, que deveria estar dentro da faculdade, é que assim, a gente tem muita coisa pra falar dentro de uma licenciatura, iria dar muito mais que quatro anos de curso... Porque em quatro anos não dá pra ter uma base sólida matemática, não dá para tratar dessas questões.

Pietro me reforçou:

— A faculdade não vai formar um professor, vai habilitar, professor se forma na prática externa, no estudo que ele vai desprender do tempo dele. Acho que o professor se forma no diálogo entre o professor e a pessoa que ocupa o espaço desse professor. De qualquer forma, eu acho que é necessária essa pauta.

Pietro colocou sua voz como tom de despedida, mas nesse momento fiquei pensando nas vivências que ele tivera na faculdade para tirar tais conclusões. A todo momento em que me falava sobre seu curso de licenciatura em matemática, me repetia que a faculdade não forma professor, levantei a hipótese de que talvez sua vivência de estágio na Educação Básica tenha revelado as lacunas do curso, digo isso pois quando estive na mesma situação que ele, vivenciei diariamente surpresas através da experiência em sala de aula. De qualquer forma, minha trajetória fez com que eu fosse capaz de acolher a fala de Pietro sem o caracterizar como um aluno bom ou ruim, de um grande curso ou mediano, apenas encarei que as experiências dele o fizeram pensar assim.

Nos despedimos e encerramos a chamada.

David

— Eu ia contar de uma experiência: na licenciatura, logo no começo, minha professora de cálculo 1, no dia da aula estava tendo uma manifestação que seria sobre amamentação e locais de amamentação na universidade e aí foi a primeira coisa que ela falou antes de começar a aula, problemas relacionados a servidoras públicas durante o período de lactação.

David me disse que a turma participou da breve discussão. Contou também, que nos dois primeiros anos de licenciatura teve muitas professoras mulheres e que achava isso importante.

— Assim, são iniciativas isoladas de algumas professoras, não é nada partindo da Instituição ou do curso em si.

Ele continuou...

— Eu vou contar de uma experiência pessoal: lá na faculdade tem disciplina de gênero como optativas.

— Você sabe o nome da disciplina?

— Gênero no Ensino Superior. Atualmente ela tá fechada só lá pra faculdade de economia e administração, mas eles vão abrir para todos os cursos no semestre que vem.

— Então ela ainda não está disponível como optativa para vocês da licenciatura em matemática, ela estará somente no semestre que vem?

— Sim, só que isso também faz parte de iniciativas isoladas de professores que pesquisam em algo desses temas aí eles propõem optativas. Só que se não vier deles, não vem de ninguém e isso é um problema.

Retomando as perguntas iniciais, o questionei sobre sua opinião referente a pergunta 3. Então David argumentou:

— Ah, com certeza. Não só o professor de matemática né?! Mas qualquer cidadão que em algum momento passa pela escolarização. Não dá pra cobrar essa formação da família, mas dentro de um processo de escolarização, isso deve ser tratado com certeza.

David utilizando um tom mais incisivo me disse novamente que se recusava a acreditar que alguém que tivesse passado pelo Ensino Superior pudesse ter qualquer tipo de discurso preconceituoso. Sistematizou:

— Então eu acho sim que tem que estar na formação inicial do professor de matemática e na formação de qualquer pessoa que passar pela escolarização.

Essa foi sua última resposta quanto às questões propostas. Pouco depois disso encerramos a chamada.

Clara

— Assim, eu não me lembro de ter tido esse tópico em aula não, posso estar enganada, mas realmente não me lembro de ter. É porque no curso de licenciatura em matemática é lógico que a gente tem as disciplinas de educação, mas nas de matemática os professores não vão entrar nesse mérito, sabe?!

Clara fez uma breve pausa e seguiu:

— Eu acho que um caminho pra gente ter essas discussões seria nas disciplinas de educação. Mas eu não tive nenhuma não.

— Entendi.

— Olha, eu me lembro que teve alguma coisa no dia das mulheres... A gente estava tendo aula de cálculo online aí um menino mandou no chat “feliz dia das mulheres”. E aí a professora ficou brava, na verdade não brava, mas ela se expressou de forma muito firme, foi algo tipo “ah brigada, mas eu não queria que tivesse dia das mulheres, porque eu queria que a gente fosse tratada igual os homens são tratados”. E aí começou uma discussão sobre isso e fizeram perguntas para ela sobre isso.

Como a Clara ficou em silêncio, assumi que ela não se lembrava da última pergunta, então a questionei:

— E você acha que essas discussões devem aparecer na formação inicial do professor de matemática? Por que?

— Ah, com certeza, deveria ter, sei lá, uma matéria sobre isso na faculdade de educação. Eu com certeza pegaria essa matéria porque acho uma discussão muito válida. E querendo ou não, diante de todas as situações que você colocou os professores acabam não sabendo lidar com isso em sala de aula. Ficam chocados, não fazem nada...

— E às vezes tem algumas situações que é necessário uma sensibilidade, porque são coisas do dia - a - dia que...

— Sim, exatamente... Acho que uma matéria sobre isso seria pra abrir um pouco a cabeça das pessoas. Pra não ser mais coisas naturais, acho que com uma matéria seria possível distinguir o que deveria acontecer e o que não deveria em sala de aula.

— Sim, entendi.

Após essa última pergunta nos despedimos e encerramos a chamada.

Considerações

Este artigo apresentou um recorte de uma dissertação de mestrado que objetivou buscar traços da produção de significado de alunos de um curso de licenciatura em matemática em relação às questões de gênero e apresentar uma leitura plausível dos documentos oficiais desta mesma licenciatura de uma instituição pública do estado de São Paulo. Para desenvolver a pesquisa conversamos com alunos do curso e analisamos os documentos oficiais da licenciatura. Porém, para este artigo, optamos por trazer uma discussão teórica sobre gênero, Educação Matemática e formação de professores.

De acordo com os referenciais apresentados entendemos que o gênero, e consequentemente suas questões, estão presentes em todas as instituições sociais, pois trata-se de uma categorização na qual o indivíduo não consegue se despir. Por isso concluímos que as questões de gênero estão também na escola, e em todas as aulas independentemente de disciplina, ou seja, o professor de matemática não está livre de ter que administrar essas questões.

Essa problemática social nem sempre é facilmente percebida, por estarmos imersos nesses conjuntos de violências sistêmicas, podemos não nos atentar às pequenas agressões do cotidiano, por isso entendemos que um caminho para olhar a formação de professores de matemática é justamente através da sensibilização para o tema. Afinal, se o docente precisará lidar com essas questões durante a sua prática, precisamos garantir que este tenha adquirido repertório durante seu processo de formação inicial.

Ao conversarmos com os estudantes de um curso de licenciatura, entendemos que estes tiveram discussões pontuais sobre o tema, que foi alavancada por alguma personagem que considerava importante o debate sobre questões de gênero, porém essas iniciativas não ocorreram de forma institucionalizada, ou seja, pela Universidade ou pelo curso de Licenciatura em Matemática. Os futuros professores ainda pontuaram que enxergam a relevância do tema para o processo de formação inicial de professores de matemática.

Referências

Boulding, E. (1981). Las Mujeres y la Violencia. In *La Violencia y Sus Causas* (pp. 265-279). Paris: Editorial UNESCO.

Linardi, P. R. (2006). *Rastros da formação matemática na prática profissional do professor de matemática*. Tese de doutorado, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, Brasil.

Lins, R. C. (1999). Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: Bicudo, M. A. V. (Org.), *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas* (pp. 75-94). São Paulo: Editora da UNESP.

Lins, R. C. (2012). O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. In: Angelo, C. L. et al. (Orgs.), *Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de História*. (pp. 11-30). São Paulo: Midiograf.

Louro, G. L. (1995). Gênero, história e educação: construção e desconstrução. *Educação & Realidade*, 20(2), 101-132.

Louro, G. L. (1997). *Gênero, sexualidade e educação: Uma perspectiva pós-estruturalista*. Petrópolis, RJ: Vozes.

Madureira, A. F. A. & Branco, A. U. (2015). Gênero, sexualidade e diversidade na escola a partir da perspectiva de professores/as. *Temas em Psicologia*, 23(3), 577-591.

Reis, G. L. (2011). *O gênero e a docência: uma análise de questões de gênero na formação de professores do Instituto de Educação Euclides Dantas*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal da Bahia, Salvador, Brasil.

Rizzato, L. K. (2010). Professores, professoras e as questões de gênero, sexualidade e homofobia na escola: articulações com formação docente continuada. *Seminário Internacional Fazendo Gênero*, 9(1).

Souza, M. C. R. F. & Fonseca, M. C. F. R. (2009). Conceito de gênero e educação matemática. *Bolema-Boletim de Educação Matemática*, 22(32), 29-45.

CULTIVATING MATHEMATICAL PROFICIENCIES AND IDENTITIES THROUGH CULTURALLY AND COMMUNITY INSPIRED ACTIVITIES

*CULTIVANDO PROFICIÊNCIAS MATEMÁTICAS E IDENTIDADES ATRAVÉS DE
ATIVIDADES INSPIRADAS NA CULTURA E NA COMUNIDADE*

*CULTIVANDO COMPETENCIAS E IDENTIDADES MATEMÁTICAS A TRAVÉS DE
ACTIVIDADES INSPIRADAS EN LA CULTURA Y LA COMUNIDAD*

Jessica V. Forrester

(University of Virginia, United States)

jvf7fs@virginia.edu

Lesa M. Covington Clarkson

(University of Minnesota, United States)

covin005@umn.edu

Recibido: 12/07/2023

Aprobado: 12/07/2023

ABSTRACT

Utilizing culturally-conscious teaching promotes instruction that values the cultural knowledge and experiences of ethnically diverse students. This qualitative study centers culturally responsive teaching (Gay, 2002) and community cultural wealth (Yosso, 2005) to contextualize mathematics learning for an after-school tutoring program in North Minneapolis, Prepare2Npsire. The aim of this research was to use a community-based participatory action research approach to: 1) explore the culture wealth of North Minneapolis, 2) create culturally responsive mathematics activities for Prepare2Npsire. Two activities were developed to center community assets and youth empowerment. The goal of these activities was to strengthen community, curriculum, and classrooms by intentionally connecting students' multidimensional identities with mathematical learning. Specially, Muhammad's (2020) culturally and historically responsive literacy framework was adapted using a mathematical lens to: 1) Create tasks that build mathematical proficiencies and 2) Create tasks that cultivate mathematical identities. The emphasis on participatory, community-based, and action-oriented practices in this study encouraged the disruption of deficit-based assumptions of communities while also creating joy-filled learning opportunities for Prepare2Npsire attendees.

Keywords: culturally responsive teaching. math learning. Prepare2Npsire.

RESUMO

Utilizar o ensino culturalmente consciente promove a instrução que valoriza o conhecimento cultural e as experiências de estudantes etnicamente diversos. Este estudo qualitativo centra o ensino culturalmente responsivo (Gay, 2002) e a riqueza cultural da comunidade (Yosso, 2005) para contextualizar a aprendizagem da matemática para um programa de tutoria extracurricular em North Minneapolis, Prepare2Npsire. O objetivo desta pesquisa foi usar

uma abordagem de pesquisa-ação participativa baseada na comunidade para: 1) explorar a riqueza cultural de North Minneapolis, 2) criar atividades matemáticas culturalmente responsivas para o Prepare2Nspire. Duas atividades foram desenvolvidas para centralizar os bens da comunidade e o empoderamento juvenil. O objetivo dessas atividades era fortalecer a comunidade, o currículo e as salas de aula, conectando intencionalmente as identidades multidimensionais dos alunos com o aprendizado matemático. Especialmente, a estrutura de alfabetização cultural e historicamente responsiva de Muhammad (2020) foi adaptada usando uma lente matemática para: 1) Criar tarefas que desenvolvam proficiências matemáticas e 2) Criar tarefas que cultivem identidades matemáticas. A ênfase nas práticas participativas, baseadas na comunidade e orientadas para a ação neste estudo encorajou a ruptura das suposições baseadas no déficit das comunidades, ao mesmo tempo em que criou oportunidades de aprendizado cheias de alegria para os participantes do Prepare2Nspire.

Palavras-chave: ensino culturalmente responsivo. aprendizagem matemática. Prepare2Nspire.

RESUMEN

El uso de la enseñanza culturalmente consciente promueve la instrucción que valora el conocimiento cultural y las experiencias de estudiantes étnicamente diversos. Este estudio cualitativo se centra en la enseñanza culturalmente sensible (Gay, 2002) y la riqueza cultural de la comunidad (Yosso, 2005) para contextualizar el aprendizaje de las matemáticas para un programa de tutoría extracurricular en el norte de Minneapolis, Prepare2Nspire. El objetivo de esta investigación fue utilizar un enfoque de investigación de acción participativa basada en la comunidad para: 1) explorar la riqueza cultural del norte de Minneapolis, 2) crear actividades matemáticas culturalmente receptivas para Prepare2Nspire. Se desarrollaron dos actividades para centrar los activos comunitarios y el empoderamiento de los jóvenes. El objetivo de estas actividades era fortalecer la comunidad, el currículo y las aulas conectando intencionalmente las identidades multidimensionales de los estudiantes con el aprendizaje matemático. Especialmente, el marco de alfabetización cultural e históricamente receptivo de Muhammad (2020) se adaptó utilizando una lente matemática para: 1) Crear tareas que desarrollen competencias matemáticas y 2) Crear tareas que cultiven identidades matemáticas. El énfasis en las prácticas participativas, basadas en la comunidad y orientadas a la acción en este estudio alentó la interrupción de las suposiciones basadas en el déficit de las comunidades y al mismo tiempo creó oportunidades de aprendizaje llenas de alegría para los asistentes de Prepare2Nspire.

Palabras clave: enseñanza culturalmente sensible. aprendizaje de matemáticas Prepare2Nspire.

Introduction

Utilizing culturally-conscious mathematics teaching practices promotes instruction that values the experiences of ethnically diverse students while also making learning more situated, contextualized, and interactive (Bonner & Adams, 2012; NCTM, 2000; Razfar, 2012). Specifically, re-centering mathematics education around culture changes the image of math from one that is rigid, traditional, and oppressive to one that is transformative and inclusive (Nasir & de Royston, 2013). This study aimed to contextualize mathematics teaching and learning by highlighting a community filled with history and culture. North Minneapolis is an urban community not always seen through an asset-based lens because of high crime rates and a large percentage of residents living below the poverty line (Mannix & Hargarten, 2011). In order to address these shortfalls, a number of individuals and organizations are doing transformative work to change the narrative from a community filled with deficits to a community full of assets (Du, 2022; Duxter, 2022a; Duxter, 2022b). Re-framing the lens from deficit-based to asset-

based is not meant to ignore the social issues occurring within the community, but rather highlight resources in North Minneapolis and find ways to utilize those resources to create social change.

This qualitative study centered culturally responsive teaching (Gay, 2002) and community cultural wealth (Yosso, 2005) to contextualize mathematics learning for an after-school tutoring program in North Minneapolis, Prepare2Npsire. The mathematics activities created for this study will contribute to literature surrounding asset-based and culturally-responsive approaches to mathematics teaching by centering mathematical proficiency and identity development. This study will address the following research questions:

1. How can asset-based community knowledge inspire culturally responsive mathematics activities?
2. In what ways can culturally responsive mathematics activities cultivate mathematical proficiency and mathematical identity?

Research Motivation

Prepare2Npsire (P2N), a weekly after-school mathematics tutoring and mentoring program, recently celebrated its tenth year of serving the North Minneapolis community. P2N tutoring sessions are held at The University of Minnesota's Robert J. Jones' Urban Research and Outreach – Engagement Center (UROC) in North Minneapolis where a majority of P2N participants reside or attend school. P2N not only acts as an extracurricular outlet for in-school mathematics learning but also provides students of color social support from adult mentors. Within the P2N program, participants are divided into learning communities. Typically, these communities are created by assigning four to six eighth grade students and three to four eleventh grade students to one undergraduate mentutor (mentor + tutor). This is a layered, near-peer framework where the undergraduates model tutoring and mentoring for the high school students who in turn mentor and tutor the middle school students. The learning communities collaborate on homework assignments and test preparation as well as share time and space to build relationships.

During this time, we (the authors) held a number of roles, including researchers, educators, and mentors. These experiences have given us first-hand knowledge of P2N's strengths as well as the educational and cultural gaps. One key asset of the program that remains consistent is the emphasis on relationship building and intentional collaboration. Students feel supported both socially and academically and tutors gain skills that they can apply in their next positions after graduating from the university (Covington Clarkson et al., 2023). There is no denying the impact P2N has on those directly involved as well as the North Minneapolis community at large.

In order to continue this profound legacy, actions were initiated to evolve the program into a space that intentionally links mathematical learning and students' cultural identities. When reflecting on the next logical steps, we wanted to explore the role of mathematics materials used in P2N. Typically, students bring homework assignments from school and receive assistance from undergraduate tutors. There are weeks, however, that students come to P2N without any assignments due to testing schedules or school vacations. In order to keep students engaged, we frequently photocopy practice problems from math textbooks. This is a convenient solution; however, this is also a limitation and we believe there are better options for supplemental materials that are directly catered to the cultural identities of P2N participants.

Theoretical Framework

Geneva Gay (2002) defined culturally responsive teaching as “using the cultural characteristics, experiences, and perspectives of ethnically diverse students as conduits for teaching them more effectively” (p. 106). An example of a culturally responsive approach is Gholdy Muhammad's (2020, 2023) framework for culturally and historically responsive literacy. Muhammad's framing includes five

distinct learning pursuits – identity development, skill development, intellectual development, criticality, and joy – in order to redesign the next generation of educators and respond to the limitations of traditional curricula (see Figure 1). The goal of this framework and associated learning pursuits is to “cultivate the genius” that lies within students, which “calls for reaching back into students’ histories and deeply knowing them and their ancestries to teach in ways that raise, grow, and develop their existing genius” (Muhammad, 2020, p. 13).

Figure 1: Historically Responsive Literacy (HRL) Framework, Muhammad (2020)

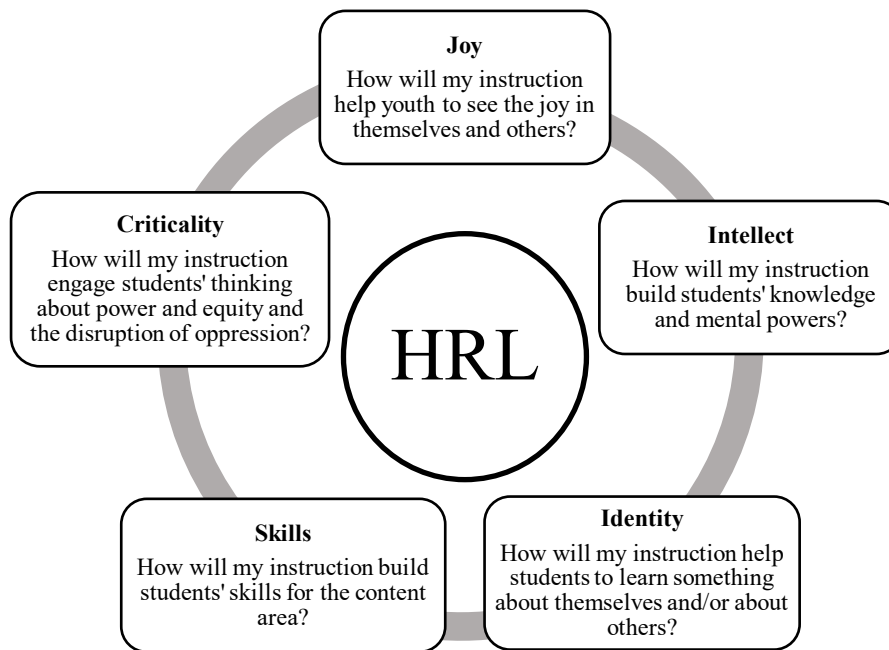
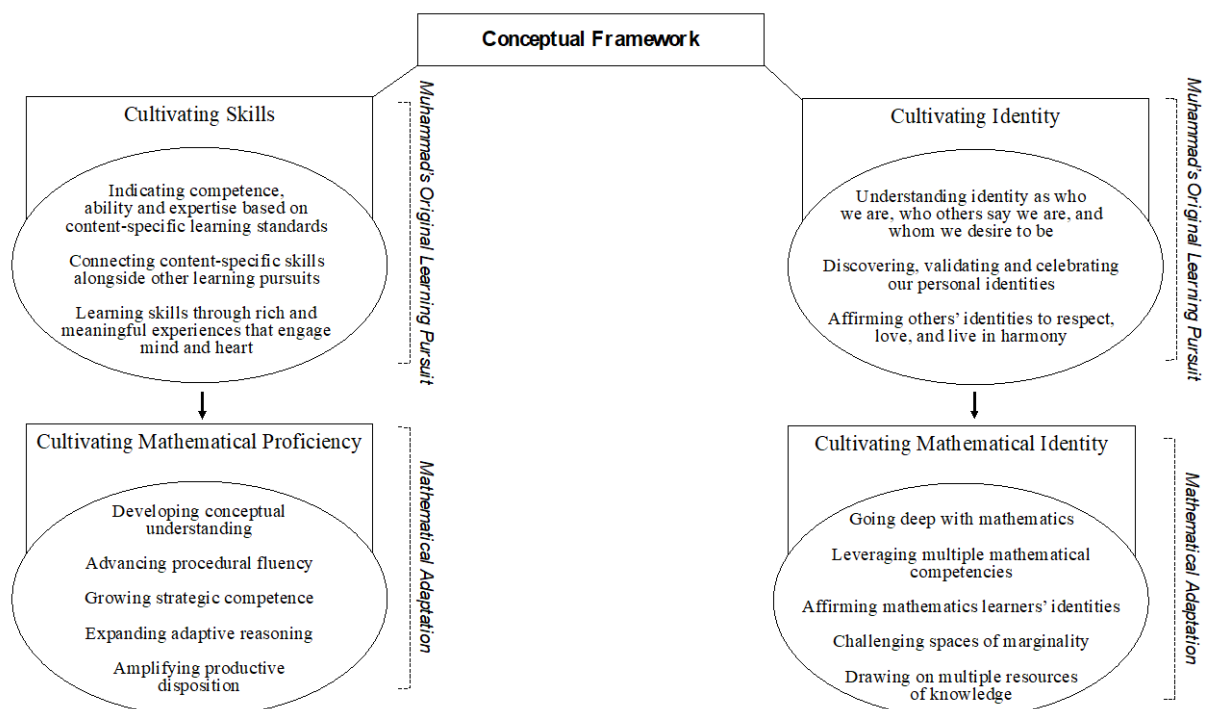


Figure 2: Conceptual Framework Model



Although the framework centers literacy, Muhammad notes that these five learning pursuits can be used and layered with other content areas, including mathematics. The conceptual framework developed for

this study views Muhammad's learning pursuits through a mathematical lens. Specifically, adaptations were considered with two key goals in mind: 1) Creating tasks that build mathematical proficiencies and 2) Creating tasks that cultivate mathematical identities (see Figure 2).

Mathematical Proficiency

To adapt Muhammad's framework for mathematics education research, the National Council of Research's (2001) strands of mathematical proficiency were considered in relation to skill development. These strands included procedural fluency (*skill in carrying out procedures flexibly, accurately, efficiently, and appropriately*), productive disposition (*a habitual inclination to see mathematics as sensible, useful, and worthwhile, coupled with a belief in diligence and one's own efficacy*), conceptual understanding (*comprehension of mathematical concepts, operations, and relations*), strategic competence (*the ability to formulate, represent, and solve mathematical problems*), and adaptive reasoning (*the capacity for logical thought, reflection, explanation, and justification*) (Aguirre et al., 2013; Thames & Ball, 2013). Developing mathematical skills does not depend on these strands as individual indicators but rather the combination of the five. Ideally, the developed community-inspired tasks will engage students in all strands to advance and amplify mathematical skills and literacy.

Mathematical Identity

Identity is an actively shifting contributor to mathematical persistence and learning due to one's sense of connection and belonging (Nasir & Shah, 2011). Educators have a powerful role in influencing mathematical identity by strategically crafting their teaching practices to connect students' lived experiences with mathematical learning. Additionally, Aguirre et al. (2013) included five equity-based practices to not only strengthen mathematical learning but also cultivate positive mathematical identities: 1) Going deep with mathematics, 2) leveraging multiple mathematical competencies, 3) affirming mathematics learners; 4) challenging spaces or marginality, and 5) drawing on multiple resources of knowledge. The combination of culturally relevant and equity-based practices gives educators intentional, although complex, ways to acknowledge mathematics as a subject full of opportunities for students to personally connect with.

It's also important to note that the study's conceptual framing of cultivating mathematical proficiency and mathematical identity does not ignore Muhammad's original conceptualization of skills and identity development. Instead, both work together to creating mathematical learning opportunities that allow students to visualize themselves as capable of doing mathematics, thus validating and celebrating individual strengths while learning.

Research Methodology

This research study used a community-based participatory action research approach to: 1) explore the culture wealth of North Minneapolis and 2) create culturally responsive mathematics activities for Prepare2Nspire. This route was chosen because of its participatory nature which emphasizes doing research *with* others instead of doing research *on* others. Study participants are true co-researchers and communicate as equals, actively contributing to the research process (Maiter et al., 2008; Pope, 2020). The twelve participants of the study, referred to as the study's research collective, had varying levels of connection with the North Minneapolis community and/or the Prepare2Nspire program (e. g. mothers of previous P2N students, a UROC employee, a former P2N tutor, two youth researchers and current North Minneapolis residents, and five K-12 students attending the P2N program). This is important to this research study because although we are the lead researcher, we are not the only individuals who influences P2N students' learning experiences. Therefore, we included as many voices as possible to draw on a wide range of knowledges and identities.

In order to create culturally responsive and community inspired mathematics activities, ethnographic practices were included to better understand the social and cultural underpinnings of the North Minneapolis community. For this study, qualitative methods included visits to local businesses and landmarks, observations at community events, document analysis of community new sources, and contextual interviews to gain insight on how residents of North Minneapolis understand the complexities of their community. Next, mathematical content was combined with community knowledge to create collaborative and conversation-based activities. Specifically, each activity included a “Launch”, “Explore”, and “Summarize” portion to review mathematics content, push student thinking, facilitate discourse on mathematics content and community understanding, and allow students to consider their multi-dimensional identities. In addition to the overall structure of the activities, it was imperative to include pedagogical practices that cultivated mathematical skills and proficiencies as well as mathematical identities. Those practices are detailed in the findings section.

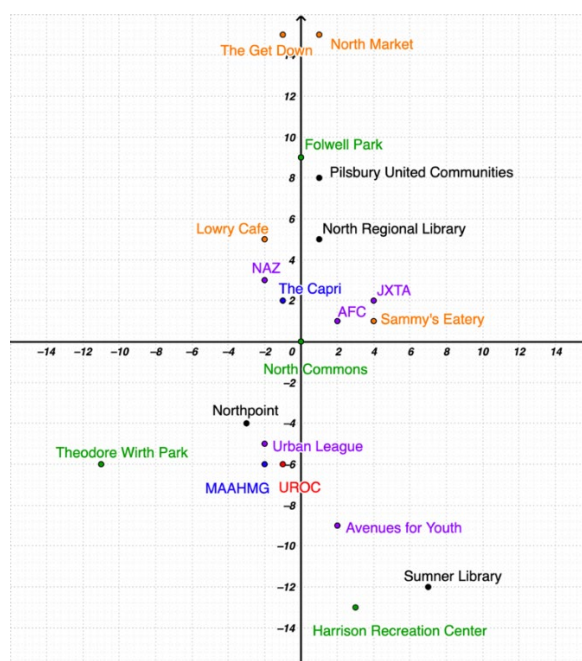
Findings/ Interpretation of Data

The following sections present two culturally responsive, community inspired mathematics activities that intentionally connect students’ multidimensional identities with content-specific skills: 1) an asset-based coordinate plane and 2) a circle graph depicting the youth programs in North Minneapolis. In the following sections, the motivation for each activity is described, followed by the development process in terms of community influence and cultivation of mathematical proficiency and identity.

Activity 1: Asset-based Coordinate Plane

The purpose of the asset-based coordinate plane activity was to introduce young people, especially P2N students, to the beauty and brilliance engrained in North Minneapolis. Twenty community assets, mainly local institutions and citizens’ associations, were mapped onto a coordinate grid (see Figure 3). These assets were chosen because of their contribution to positive community development, potential opportunities for positive youth development, and relatability for P2N attendees. The included assets are color coordinated: 1) Blue assets represent museums and theaters, 2) Red assets represent university buildings, 3) Orange assets represented local businesses, 4) Green assets represent local parks, 5) Purple assets represent non-profit and/or social services organizations, and 6) Black assets represented other local institutions.

Figure 3: Asset-based Coordinate Plane



Cultivating Mathematical Proficiency

The goals of the asset-based coordinate plane activity were for P2N students to practice mathematical proficiencies surrounding plotting coordinate points, recognizing key features of a coordinate plane, calculating slope, and finding distance between two coordinate points. Throughout this activity, students will be able to practice conceptual understanding and procedural fluency (see Table 1).

Table 1: Mathematical Proficiencies for the Asset-based Coordinate Plane

Tenet	Mathematical Benchmark	Activity Task
Conceptual understanding	Graph proportional relationships, interpreting the unit rate as the constant of proportionality of the graph. Compare two different proportional relationships represented in different ways.	Students will discuss the connection between concepts of slope and proportional relationships.
Procedural fluency	Identify graphical properties of proportional relationships including slope. Know that the slope equals the rate of change and that the y-intercept is zero when the function represents a proportional relationship.	Students will plot points on the coordinate plane and calculate slope. <i>Example questions: What is the coordinate point for UROC? What asset is at (-11, -6)? Pick two assets on the map. What is the slope between those points?</i>

Cultivating Mathematical Identity

One equity-based practice incorporated into the asset-based coordinate plane activity was leveraging multiple mathematical competencies. This works toward cultivating mathematical identity by creating multiple entry points for all learners depending on their current understanding of coordinate planes. P2N learning communities included students from various grade levels, ranging from seventh grade to seniors in high school. It was key in the development process that the mathematical tasks were scaffolded so all learning levels were able to engage depending on their previous knowledge and willingness to collaborate with other students.

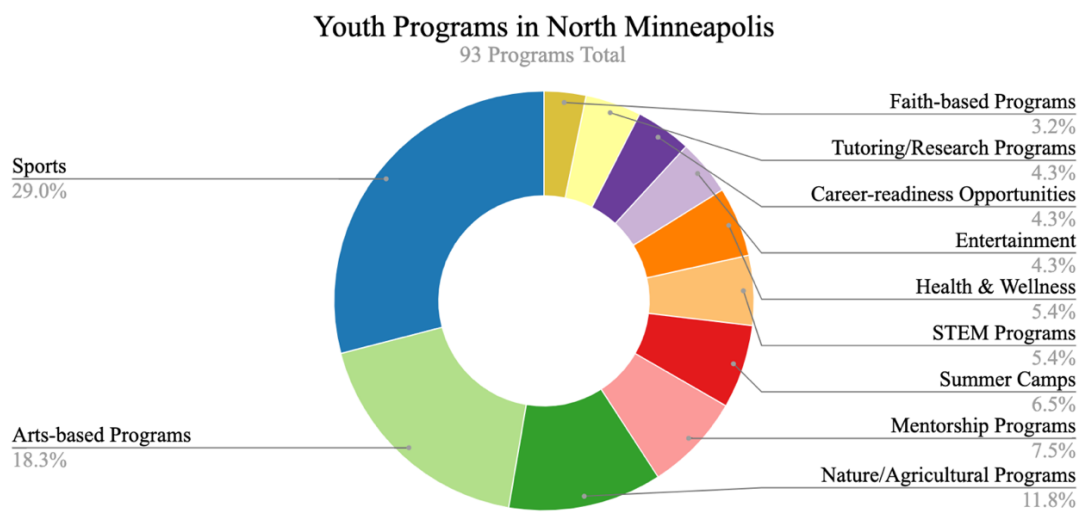
Additionally, the asset-based coordinate plane activity was strategically designed to connect previously learned mathematics topics with experiences within the North Minneapolis community and new learning benchmarks. P2N students will be able to draw on multiple resources of knowledge, mainly mathematical and community knowledge, to complete tasks. For instance, during the “Launch” portion of the activity, questions will allow students to share joyful stories about their experiences in the North Minneapolis (e.g. *What different businesses, restaurants or activities have you been to in North Minneapolis?*). Additionally, students will use previous mathematics knowledge (e.g. concepts of proportional relationships) as a bridge to promote new understanding (e.g. slope).

Activity 2: Youth Programs Circle Graphs

To highlight the number and variety of available youth programs in North Minneapolis, a pictorial representation of eleven categories of programs was created (see Figure 4). The purpose of this activity was to highlight youth-centered programs and career apprenticeship that are positive, affirming spaces in the community where young people can feel safe, love, and supported. This is a particularly important

outlet for positive youth development and potential shelter from increasing gun violence incidences in North Minneapolis.

Figure 4: Youth Programs Circle Graph



Cultivating Mathematical Proficiency

The goal of the youth programs circle graph was for P2N students to practice mathematical proficiencies surrounding percentages, finding total number of programs in each category, and using multiple strategies to compare and contrast different program genres. Throughout this activity, students will be able to practice conceptual understanding, procedural fluency, and strategic competence (see Table 2).

Tenet	Mathematical Benchmark	Activity Task
Conceptual understanding	Demonstrate an understanding of the proportional relationship between the diameter and circumference of a circle and that the unit rate (constant of proportionality) is π .	Students will discuss the connection between concepts of pi, circles, and percentages.
Procedural fluency	Solve problems involving percentages as a rate per 100, such as finding the part, given a whole and the percentage and find the percentage given the part and the whole.	Students will find the total number of programs in each category and compare/contrast. <i>Example questions: What category has the most programs? How do you know?</i>
Strategic competence	Create an infographic about a data set, organizing and presenting the data in appropriate ways, including in tables, circle graphs and histograms and incorporating any other relevant information that helps to tell a story about the data	Students will collaborate with one another to discuss different ways to visually represent youth programs in North Minneapolis instead of a circle graph. <i>Example question: I did this as a circle graph. How else could you represent this data?</i>

Table 2: Mathematical Proficiencies for the Youth Programs Circle Graph

Cultivating Mathematical Identity

One equity-based practice incorporated into the youth programs circle graph activity was challenging spaces of marginality. This works toward cultivating mathematical identity by encouraging student-to-student interaction and various ways for participation. The goal behind creating a conversation-based mathematics activity was to promote higher-level thinking skills by collaborating with peers and boosting students' self-confidence in their ability to do math.

Similar to the asset-based coordinate plane, the youth programs circle graph drew on multiple resources knowledge to cultivate mathematical identity. This included making intentional connections to multiple knowledge resources to support mathematical learning. For instance, during the "Launch" section of the circle graph activity, questions will be asked to examine their knowledge about and interest in youth programs (e.g. What different youth programs or activities have you participated in North Minneapolis? What did you enjoy? What kind of activities would you like to do? Out of all the categories, which one would you want to do more of?). These engaging conversations will allow small groups to celebrate individual strengths and passions while also validating the perspective that North Minneapolis is a warm and welcoming community where youth are able to enhance their talents and connect those talents to future career opportunities.

Discussion and Future Directions

According to Nasir (2002), identity development involves identifying as a member of a community of practice and negotiating ownership and agency within those social structures. This combination of identification and negotiation turns the learning process into an empowering and situated experience for students, thus contributing to their understanding of self in various settings. An important aspect of culturally relevant education is creating opportunities for students to learn about themselves and their intersectional identities. The overarching goal of combining community assets and mathematical learning in the two activities highlighted in this study is to: 1) Engage students academically by valuing their situated knowledge and 2) Cultivate their identity development by making math an approachable subject that affirms their multidimensional ways of knowing. In addition to promoting mathematical proficiency and identity, the collaborative activities were created to validate the narrative that North Minneapolis has assets and resources to offer community members, especially to youth.

The next research stage will document P2N students as they engage with the two activities. Observational field notes will record instances of mathematical discourse, interactions between peers, critical conversations, connections between activities and typical schoolwork, and productivity, as well as create activities that address all tenets of the conceptual framework. In addition, student observations will serve as feedback for the creation of new activities. For this research, the two culturally responsive mathematics activities largely represented the procedural fluency and conceptual understanding strand of mathematical proficiency (National Research Council, 2001). Additional activities will better address the remaining strands (productive disposition, strategic competence, and adaptive reasoning). Future work will continue to provide examples of culturally responsive mathematics teaching in order to affirm the talents, beauty, and brilliance students naturally possess.

References

Aguirre, J., Mayfield-Ingram, K., & Martin, D. B. (2013). *The impact of identity in K-8 mathematics: Rethinking equity-based practices*. The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Bonner, E. P. & Adams, T. L. (2012). Culturally responsive teaching in the context of mathematics: A grounded theory case study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15(1), 25-38. 10.1007/s10857-011-9198-4

Covington Clarkson, L. M., Forrester, J., & Contreras Gullickson, E. A. (2023).

Prepare2Nspire: A community engaged social justice mathematics project. In J. Etim & A. Etim (Eds.), *Handbook of Research on Solutions for Equity and Social Justice in Education* (pp. 246-262). IGI Global. <https://doi.org/10.4018/978-1-7998-9678-4.ch014>

Du, S. (2022, March 1). *Sign-up begins for Minneapolis park programs in a year of historic spending to counter youth violence*. StarTribune. <https://www.startribune.com/sign-up-begins-minneapolis-park-programs-in-a-year-of-historic-spending-to-counter-youth-violence/600151830/>

Duxter, A. (2022a, June 19). *West Broadway Block Party celebrates Juneteenth, makes push for Black economic development*. CBS Minnesota. <https://www.cbsnews.com/minnesota/news/west-broadway-block-party-celebrates-juneteenth-makes-push-for-black-economic-development/>

Duxter, A. (2022b, August 20). *North Minneapolis block party places emphasis on physical, mental health*. CBS Minnesota. <https://www.cbsnews.com/minnesota/news/north-minneapolis-block-party-places-emphasis-on-physical-mental-health/>

Gay, G. (2002). Preparing for culturally responsive teaching. *Journal of Teacher Education*, 53(2), 106-116. <https://doi.org/10.1177/0022487102053002003>

Maiter, S., Simich, L., Jacobson, N., & Wise, J. (2008). Reciprocity: An ethic for community based participatory action research. *Action Research*, 6(3), 305-325. <https://doi.org/10.1177/1476750307083720>

Mannix, A. & Hargarten, J. (2021, September 11). *Minneapolis' bloody summer puts city on pace for most violent year in a generation*. FRONTLINE. <https://www.pbs.org/wgbh/frontline/article/minneapolis-bloody-summer-puts-city-on-pace-for-most-violent-year-in-a-generation/>

Muhammad, G. (2020). *Cultivating genius: An equity framework for culturally and historically responsive literacy*. Scholastic Inc.

Muhammad, G. (2023). *Unearthing joy: A guide to culturally and historically responsive teaching and learning*. Scholastic Inc.

Nasir, N. I. S. (2002). Identity, goals, and learning: Mathematics in cultural practice. *Mathematical Thinking and Learning*, 4(2-3), 213-247.

Nasir, N. S. & de Royston, M. M. (2013). Power, identity, and mathematics practices outside and inside school. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(1), 264-287. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.44.1.0264>

Nasir, N. S. & Shah, N. (2011). On defense: African American males making sense of racialized narratives in mathematics education. *Journal of African American Males in Education*, 2(1), 24-45.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

National Research Council (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. (J. Kilpatrick, J. Swafford, & B. Findell, Eds.). National Academy Press.

Pope, E. M. (2020). From participants to co-researchers: Methodological alterations to a qualitative case study. *The Qualitative Report*, 25(10), 3749-3761. <https://doi.org/10.46743/2160-3715/2020.4394>

Razfar, A. (2012). ¡Vamos a jugar counters! Learning mathematics through funds of knowledge, play, and the third space. *Bilingual Research Journal*, 35(1), 53-75.

Thames, M. H. & Ball, D. L. (2013). Making progress in U. S. mathematics education: Lessons learned – past, present, and future. In K. R. Leatham (Ed.), *Vital Directions for Mathematics Education Research* (pp. 15-44). Springer-Verlag.

Yosso, T. J. (2005). Whose culture has capital? A critical race theory discussion of community cultural wealth. *Race Ethnicity and Education*, 8(1), 69-91. <https://doi.org/10.1080/1361332052000341006>

“O MÉRITO DA SUA NOTA ALTA ESTÁ NA SUA COR DO PECADO”

MICROAGRESSÕES RACIAIS NO ENSINO SUPERIOR

"THE MERIT OF YOUR HIGH GRADE IS IN YOUR COLOR OF SIN"

Racial microaggressions in higher education

"EL MÉRITO DE TU ALTO GRADO ESTÁ EN TU COLOR DE PECADO"

Microagresiones raciales en la educación superior

Edson Aparecido da Silva Júnior

(Universidade Federal de Alfenas, Brasil)

edson.junior@sou.unifal-mg.edu.br

Guilherme Henrique Gomes da Silva

(Universidade Estadual Paulista e Universidade Federal de Alfenas)

guilherme.hg.silva@unesp.br

Recibido: 13/07/2023

Aprobado: 13/07/2023

RESUMO

Microagressões raciais são degradações e humilhações sutis, veladas, inócuas, feitas muitas vezes de forma intencional, proferidas contra indivíduos em nível local e individual. No Ensino Superior, pesquisas destacam que experiências com microagressões têm levado estudantes a abandonarem seus cursos. Nesse estudo, buscamos compreender a forma como estudantes cotistas negros e negras de cursos de Ciências Exatas vivenciam microagressões raciais em sua trajetória universitária. Para isso, apresentamos resultados relacionados a uma das categorias de análise de uma pesquisa em andamento, que se relaciona às vivências de 40 estudantes com microagressões raciais dentro de um contexto acadêmico. Os respondentes sofreram microagressões raciais em salas de aula, laboratórios, em atividades de campo, e com docentes, demonstrando sentimentos de desmerecimento, exclusão, desconsideração, invalidez e invisibilidade. Diante dos relatos, os estudantes combateram ou não tal fenômeno por meio de enfrentamento individual, enfrentamento em grupo, por representatividade, por apoio profissional e por silenciamento.

Palavras-chave: microagressões. ensino superior. educação matemática.

ABSTRACT

Racial microaggressions are subtle, veiled, and indirect degradations and humiliations that are often unintentionally or not directed towards individuals at a local and individual level. Research in higher education highlights that experiences with microaggressions have caused students to abandon their programs. In this study, we aim to understand how Black students, beneficiaries of affirmative action in Science, Technology, Engineering, and Mathematics (STEM) programs, experience racial microaggressions during their university journey. To achieve this, we present results related to one analytical category of an ongoing research

project, focusing on the experiences of 40 male and female Black STEM students with racial microaggressions within an academic context. The respondents encountered racial microaggressions in classrooms, laboratories, field activities, and interactions with faculty, which led to feelings of belittlement, exclusion, disregard, invalidation, and invisibility. When faced with these experiences, the students either confronted or did not confront this phenomenon through individual confrontation, group confrontation, representation, professional support, or silence.

Keywords: microaggressions. university education. math education.

RESUMEN

Las microagresiones raciales son degradaciones y humillaciones sutiles, veladas e indirectas que, a menudo, no son intencionales o no están dirigidas a personas a nivel local e individual. La investigación en educación superior destaca que las experiencias con microagresiones han provocado que los estudiantes abandonen sus programas. En este estudio, nuestro objetivo es comprender cómo los estudiantes negros, beneficiarios de programas de acción afirmativa en Ciencias, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas (STEM), experimentan microagresiones raciales durante su viaje universitario. Para lograr esto, presentamos los resultados relacionados con una categoría analítica de un proyecto de investigación en curso, centrándonos en las experiencias de 40 estudiantes negros STEM masculinos y femeninos con microagresiones raciales dentro de un contexto académico. Los encuestados se encontraron con microagresiones raciales en las aulas, laboratorios, actividades de campo e interacciones con el profesorado, lo que generó sentimientos de menosprecio, exclusión, desprecio, invalidación e invisibilidad. Frente a estas experiencias, los estudiantes enfrentaron o no enfrentaron este fenómeno a través de la confrontación individual, la confrontación grupal, la representación, el apoyo profesional o el silencio.

Palabras clave: microagresiones. enseñanza superior. educación matemática.

Introdução

Nas pesquisas em Educação Matemática, tradicionalmente, raça tem sido utilizada como uma variável para medir desigualdades educacionais (Carlone & Johnson, 2007; Oppland-Cordell, 2014; McGee, 2016; Ryan, 2018; Lee, Collins, Harwood, Mendenhall, & Hunt, 2020; Leyva, McNeill, Marshall, & Guzmán, 2021; Silva & Powell, 2016; Passos, Alencar, & Silva, 2021). Este fato pode ser identificado, por exemplo, em estudos no âmbito de cursos superiores voltados a Ciências, Tecnologias, Engenharia e Matemática, oferecidos, em grande maioria, por universidades historicamente brancas fora do Brasil. Algumas exceções, por exemplo, são os trabalhos de Silva e Powell (2016), Martin (2019), e Leyva *et al.* (2021) que discutem raça como elemento central em relação à produção das desigualdades educacionais e não apenas como uma mera variável.

No contexto dos Estados Unidos, Martin (2019) fundamentou uma análise racial crítica da Educação Matemática para discutir os motivos pelos quais estudantes negros e negras ainda vivenciam formas desumanas e violentas de educação matemática. Para isso, o autor utilizou o conceito de antinegitude para chegar a reflexões mais profundas acerca da condição negra dentro de um contexto de total desprezo, e especialmente de aceitação da violência contra o negro. Martin (2019) salientou, por exemplo, que, até recentemente, os estudos voltados às crianças negras, na pesquisa em Educação Matemática, eram sobre como elas se diferenciavam das crianças brancas, sem trazer nada sobre suas potencialidades. Isso indica que a especificidade da pessoa negra surge apenas por meio de descrições estatísticas que retratam seu analfabetismo matemático. Além disso, o autor destacou estudos que mostram a negligência de negros e negras em cursos avançados, mesmo com notas satisfatórias, e a dificuldade de acesso à matemática de nível superior.

Já Leyva *et al.* (2021) exploraram as percepções de 18 estudantes negros e latinos sobre situações desencorajadoras com professores e professoras em salas de aula de Pré-Cálculo e Cálculo em uma universidade de pesquisa pública e historicamente branca no nordeste dos Estados Unidos. Em destaque, os entrevistados relataram o sentimento de vulnerabilidade associada à correção de um professor como a figura de autoridade matemática, e os momentos em que os professores os convidavam a evadir das disciplinas quando não conseguiam executar as atividades com rapidez. Essas situações produziam desconforto, abatiam a confiança e os desencorajavam a permanecer nos cursos. Segundo os autores, esses eventos produzem um mecanismo institucional racializado a fim de comunicar que estudantes negros e latinos não podem pertencer a estes cursos e não tem habilidade para produzir matemática.

No Brasil, Silva e Powell (2016) trouxeram reflexões sobre o conceito de microagressões e suas implicações nas universidades. Além disso, eles apresentaram as experiências com microagressões, especialmente àquela relacionada ao conteúdo matemático, de estudantes beneficiários de ações afirmativas de cursos superiores da área de Ciências Exatas. Este estudo se desenvolveu com 15 estudantes e cinco docentes da área de Matemática em uma universidade federal brasileira. De acordo com os entrevistados, não dominar o conteúdo matemático, muitas vezes os colocava em situações de desconforto e intimidação, principalmente nas disciplinas de Cálculo. Além disso, algumas perguntas ou questionamentos eram atribuídos por professores e colegas como triviais e infantis para a disciplina. Essas situações, segundo os autores, influenciavam negativamente no percurso acadêmico dos estudantes.

Ainda no Brasil, é importante ressaltar que estudantes negros e negras têm acessado com maior intensidade universidades públicas e prestigiadas a partir da implementação das ações afirmativas (Passos *et al.*, 2021). O termo ação afirmativa refere-se a “um conjunto de políticas públicas para proteger minorias e grupos, que em uma determinada sociedade, tenham sido discriminados no passado” (Oliven, 2007, p. 30). Ele foi criado durante o governo de John Fitzgerald Kennedy no início da década de 1960 nos Estados Unidos para nomear um conjunto de políticas que objetivavam combater a discriminação racial. No entanto, nos anos de 1949 e 1950 no Brasil, já existia um movimento liderado por Abdias do Nascimento e seu grupo, direcionado à introdução de ações de caráter reparatório para a população negra. Uma das publicações desse grupo já trazia ideias que visavam propiciar o acesso de pessoas negras na educação em todos os níveis de ensino, tendo em vista as graves consequências decorrentes da escravidão e do racismo explícito existente na sociedade brasileira daquela época (Sousa & Portes, 2011). Nesse período, havia um abismo entre brancos e negros no que diz respeito às questões de trabalho e de educação.

Atualmente, embora o cenário brasileiro seja diferente da década de 1950, esse abismo ainda persiste, principalmente se analisarmos os atuais relatórios do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, 2022), que mostram como a população negra brasileira continua liderando índices de analfabetismo, apresentando renda inferior, ocupando em menor proporção os cargos de gestão e possuindo índices mais baixos de escolaridade. Em outras palavras, a população negra brasileira continua sendo sub-representada em diversos contextos da sociedade, principalmente em empregos, cargos e posições que demandam tomadas de decisão (Silva, 2016b). O acesso ao Ensino Superior brasileiro segue a mesma tendência de sub-representação da população negra. Após o início dos anos 2000, algumas universidades, como a Universidade do Estado do Rio de Janeiro (Silva, 2016b), começaram a reservar parte de suas vagas para os estudantes negros egressos de escolas públicas. Após quase uma década da primeira ação afirmativa de acesso às universidades públicas brasileiras, em 2012, com uma grande pressão de movimentos sociais, o governo promulgou uma lei que ficou conhecida como Lei de Cotas. Essa lei estabelece que as instituições de ensino técnico e superior reservem, no mínimo, 50% de suas vagas a egressos da rede pública de ensino, sendo metade das vagas reservadas para estudantes com renda per capita familiar de até 1,5 salário mínimo. Há ainda um percentual de vagas reservadas aos estudantes pretos, pardos e indígenas respeitando o percentual desta população no Estado onde a instituição de ensino superior se localiza (Lei n. 12.711, de 29 de agosto de 2012, 2012). Vale ressaltar que, em 2016, a lei passou a reservar vagas também para estudantes com deficiência (Lei n. 13.409, de 28 de dezembro de 2016, 2016).

Dentro deste contexto, discutimos neste artigo resultados de uma pesquisa em andamento que pretende ampliar as discussões em relação à compreensão de aspectos pós-ingresso de estudantes público-alvo da Lei de Cotas em cursos da área de Ciências Exatas. Mais especificamente, buscamos compreender a forma como estudantes cotistas negros e negras de cursos de Ciências Exatas vivenciam microagressões raciais em sua trajetória universitária. Apresentaremos, neste artigo, resultados relacionados a uma das categorias de análise da pesquisa, que se relaciona às vivências destes estudantes com microagressões raciais dentro do contexto acadêmico.

Metodologia

Para alcançar o objetivo do estudo, estamos aplicando um instrumento de pesquisa, no formato eletrônico, que passou pelo processo de adaptação e validação relacionada ao conteúdo, com o intuito de usá-lo na cultura brasileira, conforme orienta Borsa, Damásio e Bandeira (2012) e Souza, Alexandre e Guirardello (2017). O instrumento indaga as experiências racistas, os sentimentos e reações tanto dentro, quanto fora dos campi universitários. Ele é composto por 45 questões em escala do tipo *Likert*, quatro questões discursivas, 20 questões baseadas no campo de pesquisa, e 15 questões demográficas. O instrumento foi aplicado a estudantes autodeclarados negros(as) matriculados(as) em cursos da área de Ciências Exatas de oito universidades públicas brasileiras e duas universidades privadas brasileiras. As respostas obtidas foram organizadas em planilhas eletrônicas e seguidamente passaram por análises descritivas caracterizando a amostra sob os aspectos estudados. O primeiro extrato de dados contou com 40 respondentes. A Tabela 1 mostra uma descrição dos respondentes quanto à universidade e ao gênero.

Universidade	Gênero		
	Mulher	Homem	Não binário
UNIFAL-MG	18	12	0
USP	1	0	1
UFSCar	0	1	0
UFLA	1	0	0
UNEB	1	0	0
UFRN	1	0	0
IFSP	1	0	0
IFES	1	0	0
UNIFAE	1	0	0
UNIFACS	0	1	0
Total	25	14	1

Tabela 1: Descrição dos respondentes com base nas universidades e na autodeclaração de gênero.

Quanto à caracterização da amostra, a Tabela 1 mostra que ela foi composta por 25 estudantes mulheres, 14 estudantes homens e um estudante do gênero não binário. Quanto à autodeclaração racial, identificamos uma maioria de estudantes pretos (22), além de estudantes pardos (17) e indígenas (1). Sobre o pré-ingresso, 92,5% dos estudantes vieram de escolas públicas e 7,5% dos estudantes vieram de

escolas privadas. Vale ressaltar que 45% dos respondentes declararam que a composição racial majoritária da sua escola de Ensino Médio era de brancos. Entre os demais, 32,5% declararam que essa composição racial majoritária era de pardos, 20% para pretos e 2,5% para indígenas. Para organizar a análise descritiva dos dados, nos baseamos em Lee *et al.* (2020), que em seu estudo sobre a incidência de microagressões raciais, construiu três categorias para refletir sobre a trajetória acadêmica dos estudantes da amostra: (1) experiências no campus em geral; (2) experiências em ambientes acadêmicos; (3) interações com colegas. Neste artigo, como já mencionado, apresentaremos resultados referentes aos ambientes acadêmicos. Isso será feito a partir da análise das respostas obtidas por meio das questões discursivas do instrumento de pesquisa. Optamos por trazê-las aqui pelo fato de considerarmos oportuno dar voz aos estudantes negros beneficiários ou não de ações afirmativas, especialmente aos grupos sub-representados no Brasil.

Referencial teórico

Bonilla-Silva (2015) descreveu a ordem racial da América na era pós-Direitos Civis. Para isso, discutiu o significado de racismo e novo racismo, descreveu a ideologia do racismo daltônico e explicou como todas as coisas formam a estrutura do racismo. De acordo com a abordagem do sistema social racializado de Bonilla-Silva (2015, p. 1359-1360, tradução nossa), o racismo é “a crença de que algumas pessoas são melhores do que outras por causa de sua raça, sendo um produto de projetos de dominação racial (por exemplo, a escravidão, a migração e o colonialismo) e de raças de povos”. A raça, por sua vez, é concebida como “a base presumida de todas as desgraças do mundo, principalmente como uma categoria biológica ou cultural fácil de ler através do fenótipo ou das práticas culturais de grupos, sendo uma categoria socialmente construída”.

Portanto, o racismo se configura diante de comportamentos e práticas que produzem uma estrutura racial, que é “uma rede de relações sociais nos níveis social, político, econômico e ideológico que molda as chances de vida das várias raças” (Bonilla-Silva, 2015, p. 1360, tradução nossa). Sendo assim, essa estrutura é responsável pela produção e reprodução de vantagens raciais (o grupo racial dominante) e desvantagens raciais (as raças subrepresentadas), fazendo com que o racismo se configure como um construto social que coloca os sujeitos em lugares sociais comuns. Conforme estes indivíduos experienciam situações semelhantes, ou seja, quando se atribui significado a estes povos, eles desenvolvem uma consciência e a raça torna-se então uma categoria real de associação e identidade de grupo (Bonilla-Silva, 1997).

Os ideais de Bonilla-Silva (2015) vão de encontro com a discussão do atual Ministro de Estado dos Direitos Humanos e Cidadania (Decreto n. 11.341, de 1 de janeiro de 2023, 2023) do Brasil, Sílvia Almeida (Almeida, 2019). A tese central da sua obra é a de que o racismo é estrutural, integrando e se desenvolvendo por meio da organização econômica e política da sociedade. Almeida (2019) discutiu inicialmente os conceitos fundamentais que englobam raça para logo depois estabelecer a relação do racismo com quatro aspectos centrais das estruturas sociais: a ideologia, a política, o direito e a economia.

Para Almeida (2019), existem pelo menos três concepções a respeito do racismo: a individualista, a institucional e a estrutural. A concepção individualista é frágil e limitada. Ela está ligada ao comportamento e é concebida como uma espécie de anormalidade, se propagando principalmente na forma de discriminação direta. A concepção institucional parte da tese de que a desigualdade racial é uma característica da sociedade. Logo, os conflitos raciais também são parte das instituições. Sendo assim, as instituições são colocadas como dominantes pelos grupos raciais que utilizam de seus mecanismos para impor interesses políticos e econômicos. O racismo institucional é tratado então em termos de dominação, uma vez que trata o poder como elemento central da relação social. Este domínio se dá pelo estabelecimento de critérios discriminatórios baseados em raça, que servem para manter a supremacia do grupo racial no poder. Este é o caso do domínio de homens brancos em instituições públicas como, por exemplo, nas reitorias de universidades, no ministério público, no supremo tribunal federal, entre outras (Almeida, 2019).

Sendo assim, o racismo individual é aquele que pode ser notado no momento em que ocorre. Já o racismo institucional é mais nebuloso, já que se origina na operação de forças estabelecidas e respeitadas na sociedade. Já a concepção estrutural parte da tese de que “as instituições são racistas porque a sociedade é racista” (Almeida, 2019, p. 47), ou seja, o racismo faz parte de uma ordem social. As instituições que venham a expressar tal racismo tem sua atuação meramente condicionada a uma estrutura social, que por sua vez engloba essa discriminação. Portanto, as instituições que não tratam a desigualdade racial como um problema continuam por reproduzir as práticas racistas. Este é o caso especialmente das universidades onde as relações do cotidiano de muitos negros reproduzem estas práticas, em especial o racismo na forma de microagressões raciais (Almeida, 2019).

Desse modo, pode-se enfatizar que

o racismo é uma decorrência da própria estrutura social, ou seja, do modo ‘normal’ com que se constituem as relações políticas, econômicas, jurídicas e até familiares, não sendo uma patologia social e nem um desarranjo institucional. O racismo é estrutural. Comportamentos individuais e processos institucionais são derivados de uma sociedade cujo racismo é regra e não exceção. O racismo é parte de um processo social que ocorre ‘pelas costas dos indivíduos e lhes parece legado pela tradição’ (Almeida, 2019, p. 50).

Na atualidade, o racismo explícito e direto é amplamente condenado, contudo práticas nebulosas e muitas vezes praticadas de forma não intencional pelos agressores ainda persistem, trazendo consequências negativas para quem as experienciam. Na década de 1970, o psiquiatra, médico e acadêmico afro-americano Chester Pierce foi o primeiro a abordar a ideia da existência de um racismo sutil e velado, instaurado na sociedade, definindo o conceito de microagressão racial. Segundo Pierce (1995, p. 281, tradução nossa),

o mais grave dos mecanismos ofensivos proferidos às vítimas de racismo e sexismo são microagressões. Estas são humilhações e degradações sutis, inócuas, pré-conscientes, ou inconscientes, muitas das vezes cinéticas, mas que também pode tomar uma forma verbal e/ou cinética. Em si, uma microagressão pode parecer inofensiva, mas a carga cumulativa de uma vida de microagressões pode, teoricamente, contribuir para diminuir o tempo de vida, aumentar a morbidade e enfraquecer a confiança.

As microagressões raciais se manifestam nas relações intersubjetivas e é uma consequência do racismo estrutural. No âmbito de cursos superiores das Ciências Exatas, mostram-se como mais um obstáculo a ser enfrentado pelos estudantes que as vivenciam, além dos tradicionais desafios acadêmicos que cursos universitários dessa área possuem.

Resultados e discussões preliminares: Microagressões em ambientes acadêmicos no âmbito das Ciências Exatas

Com a implementação da Lei de Cotas, as universidades públicas brasileiras avançaram no sentido da inclusão racial. Entretanto, como destacamos, esse ambiente, que esperava-se ser racialmente inclusivo, acaba gerando práticas de microagressões raciais que podem levar, de forma violenta, a microexclusões de estudantes negros e negras no âmbito acadêmico. Vamos concentrar as discussões em quatro momentos: (a) comentários com conotação racista; (b) formas sutis de expressar crenças estereotipadas; (c) formas de exclusão universitária; (d) formas de enfrentamento.

Sobre comentários com conotação racista, a análise dos dados indicou que estudantes negros e negras experienciaram microagressões raciais em vários contextos acadêmicos, como em salas de aula, em laboratórios, e atividades de campo. Os estudantes foram ridicularizados por conta de acharem que não eram capazes de ganhar boas notas, de realizar atividades acadêmicas, e de realizar seminários. A seguir, elencamos três declarações que exemplificam essas situações:

Um professor, que não acostumava dar notas altas para os alunos, me deu uma nota alta. Logo, algumas alunas começaram a insinuar que o mérito da minha nota alta estava na minha "cor do pecado". Eu me senti péssima diante das risadas da turma inteira e fiquei sem reação (Mulher, parda).

Uma situação em que me senti bem mal foi quando estava com outros dois alunos brancos, que estavam na mesa do laboratório comigo realizando uma atividade, e em determinado momento quando tive dificuldade em realizar uma das atividades, um deles riu e me tratou de uma forma como se eu não fosse capaz de fazer aquilo. Quando o outro aluno da mesa também teve dificuldade de realizar a atividade, ele não reagiu da mesma forma. Fiquei bem desconfortável com a situação, mas continuei a atividade e tentei ignorar a reação do aluno (Homem, preto).

Isso ocorreu quando eu estava no campus e foi após uma apresentação. Alunos me disseram que eu deveria procurar outra área, pois não me encaixava devido a ter dificuldades em falar. Achei estranho, pois havia outros alunos com as mesmas dificuldades, mas não foram questionados por isso (Mulher, parda).

O desmerecimento dos estudantes acerca de suas capacidades foi também verificado no estudo de Solórzano, Ceja e Yosso (2000) e Lee *et al.* (2020). Além disso, no âmbito das salas de aulas os estudantes experienciaram microagressões raciais de cunho docente e com relação a comentários sobre seus cabelos (Silva & Powell, 2016), como podemos ver nas declarações a seguir:

Em uma aula presencial o tema debatido era liberdade e influência, e um colega de aula disse que o estilo do meu cabelo (crespo/afro) era "modinha" entre as mulheres e que daqui uns anos quando essa moda acabar voltaremos a usar o cabelo liso. Achei desrespeitoso ele dizer que o cabelo afro/crespo (que é o cabelo natural da mulher negra normalmente) é moda entre as mulheres (Mulher, preta).

Uma professora fez um comentário racista dizendo que sua família nunca se misturou com negros (Homem, preto).

A vivência com essas microagressões pode levar os estudantes a acreditarem que não pertencem ao curso (Silva & Powell, 2016). A literatura tem mostrado que muitos estudantes acabam deixando o curso e muitas vezes migrando para cursos de áreas nas quais sentem-se mais aceitos racialmente. Essa forma de racismo tem sido violentamente vivenciada por estudantes brasileiros e de outras partes do mundo pela população negra.

Formas sutis de expressar crenças estereotipadas têm sido uma forma de microagressão racial vivenciada pelos participantes do estudo. Os estudantes declararam se sentir excluídos quando o restante dos colegas compartilhavam informações do curso. Os grupos faziam piadas racistas somente entre eles, e evitavam se misturar com negros e negras:

Beneficiando apenas seu grupo, ao compartilhar informações de estágio, cursos ou por indicação. Fazendo piadas racistas só entre si, evitando serem corrigidos ou aprender quando estão com pessoas negras (Não binária, preta).

Os estudantes também relataram que suas colocações em sala de aula eram desconsideradas e inválidas. Estas situações podem levar a sentimentos negativos em relação à própria capacidade matemática dos estudantes. Por exemplo, em um contexto europeu, Ryan (2018) forneceu descobertas sobre como a apreciação normativa da precisão em conceitos matemáticos evoca microagressões raciais. Para isso, ele analisou a interação de quatro alunos, sendo um deles palestino, durante a aplicação de uma atividade de desenho de ângulos, parte de uma aula de Matemática em uma instituição suburbana no sul da Suécia. O autor usou a teorização dos jogos de linguagem de Wittgenstein para notar as transformações na fala do estudante palestino. Com base no relato, no começo da aula o professor referiu a ele como um estudante acima da média em Matemática, fazendo com que ele sentisse confiança com relação à atividade. Entretanto, no decorrer da aula, quando seus colegas buscavam por precisão matemática, o estudante experienciou microinvalidações, alterando criticamente sua confiança, seus sentimentos e pensamentos. Logo, foi notável a substituição de sentimentos positivos sobre si mesmo ao produzir matemática, por sentimentos e pensamentos de subordinação e participação marginalizada em grupos acadêmicos.

No estudo de Lee *et al.* (2020) também se destacaram relatos de estudantes que se sentiram ridicularizados por não saberem fazer algo (sobreposição de estudantes inteligentes), de asiáticos humilhados por professores, e de negros estereotipados como despreparados para a instituição

(microinsulto). As autoras destacaram ainda relatos de estudantes negros que mudaram de curso por conta destas situações.

Formas de exclusão universitária também têm marcado a trajetória destes estudantes. Muitos participantes relataram situações em que se sentiam deslocados por não terem tido as mesmas oportunidades e experiências que os demais colegas. Além disso, quando estudantes negros alcançavam resultados, os demais demonstravam descrença. O recorte a seguir exemplifica essa situação:

Fazendo com que me sentisse deslocada por não ter as mesmas experiências ou oportunidades de aprendizagem por onde eu vim não ter acesso (Não binária, preta).

Além disso, os estudantes enfatizaram a ocorrência de microinsultos, muito citados na literatura (Sue *et al.*, 2007; Silva & Powell, 2016), com relação à sua inserção na universidade, por meio da Lei de Cotas (Lei n. 12.711, de 29 de agosto de 2012, 2012).

Sempre dizem que estamos ali por causa das cotas (Homem, preto).

Segundo Lee *et al.* (2020), essas formas de exclusão contribuem para a evasão dos cursos, além de causarem impacto nas emoções, na redução da motivação acadêmica e na confiança destes estudantes. O mesmo ocorreu em Solórzano *et al.* (2000). Os estudantes afro-americanos entrevistados por Solórzano declararam que se sentiam na defensiva e esgotados pelo recorrente escrutínio vivenciado no cotidiano universitário. Sue *et al.* (2007) ainda inferiram que as microagressões não são minimamente prejudiciais.

Com relação às *formas de enfrentamento*, os/as estudantes declararam ter ou não combatido os incidentes raciais de cinco formas: enfrentamento individual, enfrentamento em grupo, por representatividade, por apoio profissional e por silenciamento. Alguns estudantes relataram que muitas das vezes se afastavam dos agressores, rebatiam e questionavam. Segundo eles, esse combate garante, às vezes, a não repetição:

Fechei minha expressão deixando claro que não gostei do comentário e me afastei da pessoa (Homem, preto).

Grupos de estudantes também se uniram para tentar combater as microagressões raciais, seja por meio de organizações estudantis, ou por meio da ajuda de colegas próximos.

Criando a Include USP RP, organização estudantil voltada para diversidade e inclusão de todos os grupos marginalizados, onde nosso objetivo é disseminar oportunidades para estes grupos, e conscientização para grupos privilegiados (Não binária, preta).

Com a ajuda de outros amigos do campus que conversaram comigo e me ajudaram na questão da timidez e de não dar atenção a essas pessoas (Mulher, parda).

Alguns estudantes se inspiraram em Luiz Gama e em suas trajetórias para combater tais incidentes. Outros procuraram apoio médico psicológico. Além desses, vários estudantes que participaram da pesquisa (22,5%) se silenciaram perante as discriminações isolando-se até mesmo dos docentes. Algo semelhante foi notado no estudo de Santos (2009).

Segundo Silva e Powell (2016), o desenvolvimento de estratégias de sobrevivência são importantes no sentido de favorecer a permanência destes estudantes na universidade. Muitas universidades, de forma institucional ou não, têm criado espaços que auxiliam estudantes negros e negras a desenvolver formas de enfrentamento às microagressões raciais que vivenciam na universidade. No Brasil, os Núcleos de Estudos Afro-Brasileiros (Neabis) têm sido espaços importantes nesse sentido. Entretanto, como apontaram Silva e Powell (2016), estudantes negros de cursos da área de Ciências Exatas muitas vezes não sabem ou mesmo não se envolvem em tais projetos.

Considerações finais

A literatura no campo da Educação Matemática tem mostrado que as microagressões raciais não são incidentes isolados, mas estão sistematicamente inseridos na cultura universitária (Lee *et al.* 2020). Tradicionalmente, esta área já se mostra complexa, apresentando altos índices de desistência e reprovação, principalmente nas disciplinas de Matemática. As microagressões raciais mostram-se como mais um elemento que estudantes negros precisam lidar diariamente, além da própria pressão da área e da tradicional dificuldade das disciplinas de matemática (Silva & Powell, 2016).

A estratégia de enfrentamento mais citada pelos estudantes participantes do estudo foi o silenciamento. Com o estudo ainda em andamento, podemos notar que, na coleta de dados, esta estratégia ocorre tanto como invisibilidade diante da não manifestação de negros e negras sobre sua intenção de participar da pesquisa, quanto do seu silenciamento mesmo quando aceitaram preencher o instrumento. Dentre os respondentes, sete negros (sendo cinco pretos) não quiseram compartilhar suas experiências com microagressões raciais.

Embora não seja um objetivo neste estudo discutirmos sobre ações formativas nesses cursos superiores, via matemática, que possam contribuir para que estudantes se sintam acolhidos pelos cursos, podemos destacar, por fim, que algumas ações poderiam ser desenvolvidas na dimensão da permanência das ações afirmativas. Por exemplo, Silva (2016a) elencou algumas delas. De cunho pedagógico, podem-se realizar cursos de nivelamento em matemática, reforços escolares, acompanhamentos individuais dos estudantes mais necessitados pelos departamentos de matemática, suporte pedagógico, monitorias acadêmicas, e iniciação científica. Já de cunho institucional, podem existir setores dentro da universidade que possam dar suporte aos estudantes, oferecendo projetos, seminários, e palestras de inserção universitária, podem existir laboratórios de ensino de Matemática, ou centros de estudos afrodescendentes e indígenas. Silva (2016a) sugeriu também que os estudantes criem grupos de estudos referentes às disciplinas matemáticas, a fim de se apoiarem. Como enfatizado no estudo de Silva (2016a), estas ações não necessariamente são voltadas para cotistas, mas podem contribuir para o empoderamento destes estudantes. Além disso, Silva (2016a) trouxe evidências de que refletir sobre aspectos institucionais é um fator importante para a questão da permanência dos estudantes.

Para finalizar, consideramos importante a existência de novas pesquisas que busquem compreender práticas de microinclusões raciais no âmbito de cursos de Ciências Exatas. Particularmente, consideramos que na formação inicial e continuada de professores de Matemática, estas práticas devem ser desenvolvidas, pois favorecem a quebra da visão da Matemática como algo neutro, em relação a essas questões.

Referências

Almeida, S. L. (2019). *Racismo Estrutural*. São Paulo: Editora Jandaíra.

Bonilla-Silva, E. (1997). Rethinking racism: Toward a structural interpretation. *American Sociological Review*, 62, 465-480.

Bonilla-Silva, E. (2015). The structure of racism in color-blind, “post-racial” America. *American Behavioral Scientist*, 59(11), 1358-1376.

Borsa, J. C., Damásio, B. F., & Bandeira, D. R. (2012). Adaptação e validação de instrumentos psicológicos entre culturas: algumas considerações. *Paidéia*, 22(53), 423-432.

Carlone, H. B., & Johnson, A. (2007). Understanding the science experiences of successful women of color: Science identity as an analytic lens. *Journal of Research in Science Teaching*, 44(8), 1187-1218.

Decreto n. 11.341, de 1 de janeiro de 2023 (2023). Aprova a Estrutura Regimental e o Quadro Demonstrativo dos Cargos em Comissão e das Funções de Confiança do Ministério dos Direitos Humanos e da Cidadania e remaneja cargos em comissão e funções de confiança. Brasília, DF.

Recuperado em 20 janeiro, 2023, de http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2023-2026/2023/decreto/D11341.htm

Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (2022). *Desigualdades Sociais por Cor ou Raça no Brasil*, 48. Rio de Janeiro: Coordenação de População e Indicadores Sociais.

Lee, M. J., Collins, J. D., Harwood, S. A., Mendenhall, R., & Hunt, M. B. (2020). “If you aren’t White, Asian or Indian, you aren’t an engineer”: racial microaggressions in STEM education. *International Journal of STEM Education*, 7(1), 1-16.

Lei n. 12.711, de 29 de agosto de 2012 (2012). Dispõe sobre o ingresso nas universidades federais e nas instituições federais de ensino técnico de nível médio e dá outras providências. Brasília, DF. Recuperado em 20 janeiro, 2023, de http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2012/lei/l12711.htm

Lei n. 13.409, de 28 de dezembro de 2016 (2016). Altera a Lei nº 12.711, de 29 de agosto de 2012, para dispor sobre a reserva de vagas para pessoas com deficiência nos cursos técnico de nível médio e superior das instituições federais de ensino. Brasília, DF. Recuperado em 20 janeiro, 2023, de https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2016/lei/l13409.htm

Leyva, L. A., McNeill, R. T., Marshall, B. L., & Guzmán, O. A. (2021). “It seems like they purposefully try to make as many kids drop”: An analysis of logics and mechanisms of racial-gendered inequality in introductory mathematics instruction. *The Journal of Higher Education*, 92(5), 784-814.

Martin, D. B. (2019). Equity, inclusion, and antiblackness in mathematics education. *Race Ethnicity and Education*, 22(4), 459-478.

McGee, E. O. (2016). Devalued Black and Latino racial identities: A by-product of STEM college culture? *American Educational Research Journal*, 53(6), 1626-1662.

Oliven, A. C. (2007). Ações afirmativas, relações raciais e política de cotas nas universidades: uma comparação entre os Estados Unidos e o Brasil. *Educação*, 30(61), 29-51.

Oppland-Cordell, S. B. (2014). Urban Latina/o undergraduate students’ negotiations of identities and participation in an Emerging Scholars Calculus I workshop. *Journal of Urban Mathematics Education*, 7(1), 19-54.

Passos, F. L. C. G., Alencar, M. F. S., & Silva, E. J. L. (2021). Uma análise do perfil aluno cotista e sua permanência em cursos de engenharia na UACSA-UFRPE. *Revista Cocar*, 15(32), 1-21.

Pierce, C. (1995). Stress analogs of racism and sexism: Terrorism, torture, and disaster. In C. Willie, P. Rieker, B. Kramer, & B. Brown (Eds.), *Mental health, racism, and sexism* (pp. 277-293). Pittsburgh, PA: University of Pittsburgh Press.

Ryan, U. (2018). From “How Good I Am!” to “Forgive Me... Please Trust Me” - Microaggressions and Angles. In *42nd Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (PME 42), Umeå, Sweden (2018) (pp. 75-82). International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Santos, D. B. R. (2009). *Para além das cotas: a permanência de estudantes negros no ensino superior como política de ação afirmativa*. Tese de doutorado, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal da Bahia, Salvador.

Silva, G. H. G. (2016a). Engajamento da Educação Matemática nas Dimensões das Políticas de Ações Afirmativas no Ensino Superior. *Perspectivas da Educação Matemática*, 9(21), 1209-1236.

Silva, G. H. G. (2016b). *Equidade no acesso e permanência no ensino superior: o papel da educação matemática frente às políticas de ações afirmativas para grupos sub-representados*. Tese de doutorado, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

Silva, G. H. G., & Powell, A. B. (2016). Microagressões no ensino superior nas vias da educação matemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 9(3), 44-76.

Solorzano, D. G., Ceja, M., & Yosso, T. J. (2000). Critical race theory, racial microaggressions, and campus racial climate: The experiences of African American college students. *Journal of Negro Education*, 69(1-2), 60-73.

Souza, L. P., & Portes, E. A. (2011). As propostas de políticas/ações afirmativas das universidades públicas e as políticas/ações de permanência nos ordenamentos legais. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, 92(232), 516-541.

Souza, A. C., Alexandre, N. M. C., & Guirardello, E. B. (2017). Propriedades psicométricas na avaliação de instrumentos: avaliação da confiabilidade e da validade. *Epidemiologia e Serviços de Saúde*, 26(3), 649-659.

Sue, D. W., Capodilupo, C. M., Torino, G. C., Bucceri, J. M., Holder, A. M. B., Nadal, K. L., & Esquilin, M. (2007). Racial microaggressions in everyday life: implications for clinical practice. *Am Psychol*, 62(4), 271-286.

EDUCAÇÃO PELA EXPERIÊNCIA

PROJETOS DE PROGRAMAÇÃO ENTENDIDOS COMO UM PROPÓSITO EM UMA
EXPERIÊNCIA MATEMÁTICA EDUCATIVA

EDUCATION BY EXPERIENCE

Coding projects as a purpose within an educational experience in mathematics

EDUCACIÓN POR LA EXPERIENCIA

*Proyectos de programación entendidos como un propósito en una experiencia matemática
educativa*

Luciana Leal da Silva Barbosa

(Instituto Federal do São Paulo, Brasil)

luciana.leal@ifsp.edu.br

Marcus Vinicius Maltempi

(Universidade Estadual Paulista, Brasil)

marcus.maltempi@unesp.br

Recibido: 13/07/2022

Aprobado: 13/07/2022

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo apresentar e discutir a filosofia da experiência de John Dewey, enfatizando suas concepções sobre experiência, experiência educativa e propósito. Além disso, apresentar e discutir como os projetos de programação desenvolvidos por crianças no Scratch podem ser entendidos como um propósito no contexto de sua filosofia, o que nos levou a relacionar o conceito de propósito construído por Dewey à ideia de projeto pessoal desenvolvida por Papert, no âmbito do construcionismo. Tal relação se torna importante para ampliar as investigações que tratam problemáticas relacionadas ao ensino de programação na educação básica. A fim de exemplificar as possíveis relações, apresentamos um projeto de programação desenvolvido por um aluno do quinto ano do ensino fundamental, reconhecendo nele os pressupostos teóricos da teoria de Dewey discutidos no texto, relacionando-os às ideias de Papert.

Palavras-chave: experiência. Dewey. construcionismo. Scratch.

ABSTRACT

This work aims to present and discuss John Dewey's philosophy of experience, emphasizing his conceptions about experience, educational experience, and purpose. In addition, to present and discuss how the programming projects developed by children in Scratch can be understood as a purpose in the context of his philosophy, which led us to relate the concept of purpose constructed by Dewey to the idea of a personal project developed by Papert, within constructionism. Such a relationship becomes important to expand the investigations

that deal with problems related to the teaching of programming in basic education. To exemplify the possible relationships, we present a programming project developed by a K-5 school student, recognizing in it the theoretical assumptions of Dewey's theory discussed in the text, relating them to Papert's ideas.

Keywords: experience. Dewey. constructionism. Scratch.

RESUMEN

Este trabajo tiene como objetivo presentar y discutir la filosofía de la experiencia de John Dewey enfatizando sus concepciones sobre la experiencia educativa y el propósito. Además, presentar y discutir cómo Los proyectos de programación desarrollados por niños en Scratch presente entenderse como un propósito en El contexto de su filosofía, lo que nos llevó a relacionar el concepto de propósito construido por Dewey con la idea de proyecto personal desarrollado por Papert, dentro del construccionismo. Tal relación se torna importante para ampliar las investigaciones que aborden problemas relacionados con la enseñanza de la programación en la educación básica. Para ejemplificar las posibles relaciones, presentamos un proyecto de programación desarrollado por un estudiante de quinto año de primaria, reconociendo en él los supuestos teóricos de la teoría de Dewey discutidos en el texto, relacionándolos con las ideas de Papert.

Palabras clave: experiencia. Dewey. construccionismo. Scratch.

A Filosofia da Experiência de Dewey

Em Dewey (1976), o autor busca compreensões sobre a ideia que parecia à época ser de consenso entre os educadores da escola progressiva, de que “há conexão orgânica entre educação e experiência pessoal, estando, portanto, a nova filosofia de educação comprometida com alguma espécie de filosofia empírica e experimental” (Dewey, 1976, p. 13). Para tanto, *experiência* é concebida por Dewey pelo dinamismo reativo de acontecimentos, de modo que cada ação vivida, experienciada, tem efeito para agir e reagir sobre outras relacionadas. Anísio Teixeira (Westbrook, 2010) toma para si essa concepção ampla afirmando que “Nosso conceito de experiência, longe, pois, de ser atributo puramente humano, alarga-se à atividade permanente de todos os corpos, uns com os outros” (Westbrook, 2010, p. 33). Assim, o conceito de experiência contempla a própria ação, que pode ser humana ou da natureza, e o dinamismo produzido por ela, o que inclui as reações provenientes de outras ações relacionadas que sofrem e reagem a seus efeitos (Westbrook, 2010). No entanto, quando se refere às experiências humanas

[...] o agir e reagir ganham mais larga amplitude, chegando não só à escolha, à preferência, à seleção, possíveis no plano puramente biológico, como ainda à reflexão, ao conhecimento e à reconstrução da experiência. [...] Experiência é uma fase da natureza, é uma forma de interação, pela qual os dois elementos que nela entram – situação e agente – são modificados. (Westbrook, 2010, p. 34)

Dado que as experiências acontecem no curso da vida, pois enquanto se vive, se vivencia experiências, ou são a própria vida, a filosofia da experiência de Dewey enfatiza aquelas que produzem um efeito educativo, e que, portanto, podem ser desenvolvidas e aproveitadas no ambiente escolar. Neste contexto, precisamos discorrer sobre o conceito de *experiências educativas*, o qual será construído em torno de dois princípios que o fundamentam: o princípio do *continuum* experiencial e o princípio da interação.

Experiências educativas

Acreditar que toda educação acontece através de uma experiência não é o mesmo que afirmar que toda experiência educa, pois experiência e educação não são termos equivalentes. Ao contrário, algumas experiências são consideradas deseducativas. Tendo em mente a ideia fundamental de que se aprende

através da experiência, surge então a pergunta: Quais experiências têm potencial educativo? Quais deseducam?

A filosofia da experiência de Dewey não se limita a propor uma educação que proporcione experiências quando não se cuida de seu caráter, pois o importante é a qualidade da experiência, a qual possui um aspecto imediato de ser agradável ou desagradável, e um aspecto mediato que procura reconhecer sua influência sobre experiências posteriores.

O primeiro é óbvio e fácil de julgar. Mas, em relação ao efeito de uma experiência, a situação constitui um problema para o educador. Sua tarefa é a de dispor as coisas para que as experiências [...] não sejam apenas imediatamente agradáveis, mas o enriqueçam e, sobretudo, o armem para novas experiências futuras (Dewey, 1976, p. 16).

Considerando que, “toda experiência vive e se prolonga em experiências que se sucedem” (Dewey, 1976, p. 17), fica então instanciado o problema: a seleção das experiências presentes. Como construir experiências educativas que irão influenciar de modo frutífero e criativamente sobre as experiências subsequentes? Nessa missão, cabe à escola considerar dois princípios que fundamentam a educação baseada na experiência: o princípio do continuum experiencial (PCE) e o princípio da interação.

O PCE se aplica para discriminar entre experiências educativas e experiências sem valor educativo. Significa que “toda e qualquer experiência toma algo das experiências passadas e modifica de algum modo as experiências subsequentes” (Dewey, 1976, p. 26). Esse efeito se explica, pois, toda experiência transforma quem participa dela, e essa pessoa transformada, sendo diferente daquela que passou pela experiência anterior, agora passa por uma nova experiência. Logo, a transformação anterior impacta tanto a pessoa pela qual passa, quanto às experiências futuras, pois é outra quem passará por elas. Um exemplo poderia ser o de educar uma criança com excesso de mimo, pois quando se torna contínuo, cria nela “uma atitude, que opera como um mecanismo automático para exigir de pessoas e coisas a satisfação, no futuro, de seus desejos e caprichos” (Dewey, 1976, p. 29)

Como resultado, temos uma pessoa educada para resistir situações que impõem qualquer tipo de esforço, ou exijam perseverança para vencer obstáculos. Portanto

Não há paradoxo no fato, que cumpre reconhecer, de poder o princípio da continuidade da experiência operar de modo a imobilizar a pessoa num baixo nível de desenvolvimento, de sorte a limitar sua capacidade de crescimento (Dewey, 1976, p. 29).

Daí temos que o PCE atua também em experiências que deseducam, produzindo o efeito de imobilizar ou limitar o crescimento ou educação do aprendiz. Ou seja, o modo de aplicação do PCE para expandir ou limitar o desenvolvimento ou crescimento do aprendiz vai depender da qualidade da experiência presente. Por outro lado, se o PCE age de modo a despertar “curiosidade, fortalece a iniciativa e suscita desejos e propósitos suficientemente intensos para conduzir uma pessoa aonde for preciso no futuro” (Dewey, 1976, p. 29). E neste caso, entendemos que sua aplicação resulta numa expansão ou crescimento do desenvolvimento (educação) do aprendiz. Experiências em que o PCE age dessa forma são consideradas experiências educativas (Dewey, 1976).

Paralelamente ao aspecto subjetivo da experiência, aquele que se passa no interior do sujeito, o qual sofre transformações de atitudes, desejos e propósitos, temos o aspecto objetivo e que tem efeito sobre as condições objetivas em que as experiências se passam. As condições objetivas são aquelas externas ao sujeito e que fazem parte de sua experiência, contemplando o ambiente, os recursos e as relações sociais.

A fim de estabelecer as relações entre as condições subjetivas e objetivas em uma experiência, surge o *princípio da interação*, que define o modo como as duas classes de condições interagem dentro de uma experiência. Ele define uma relação interativa equilibrada, atribuindo direitos de ação e reação iguais a ambas, que em conjunto formam uma *situação*. Sabe-se que o sujeito que aprende vive num mundo concreto participando de diferentes situações, nas quais interage com outras pessoas e objetos no mundo.

Logo, situação e interação são conceitos indissociáveis, de modo que é no ambiente em que a experiência acontece que a situação se constrói, através da qual as interações acontecem (Dewey, 1976).

De outra forma, o ambiente inclui as condições externas ao sujeito e proporciona a interação entre elas e as necessidades, desejos, aptidões e projetos do aprendiz que constrói a experiência em curso. Dessa forma, uma experiência assim o é pois um processo interativo está acontecendo entre um indivíduo e tudo que é externo e o cerca. E quando se diz que as experiências acontecem através de situações vividas no mundo concreto, entende-se que essa situação se faz concreta para o sujeito no mundo físico ou imaginário, pois “Mesmo quando a pessoa imagina castelos no ar, está em interação com os objetos que sua fantasia constrói” (Dewey, 1976, p. 37).

Isso significa que é possível construir experiências educativas em ambientes virtuais fazendo uso de recursos computacionais para a construção de micromundos digitais, como as apresentadas por Papert (1985; 2008) por meio dos micromundos do tipo *Mathland* no ambiente Logo, ou em outros ambientes de programação. De fato, um ambiente de programação de computadores como o Logo¹ ou o Scratch² contempla uma série de elementos: linguagem, objetos, programas, funções, atores e cenários; que em conjunto com os sujeitos, alunos e professores, formam as condições objetivas do meio. Considerando que esses alunos, ao colocarem em prática seus projetos pessoais externam seus desejos e intenções, temos então as condições subjetivas interagindo com as condições objetivas, criando assim uma situação sobre a qual se pode aplicar o princípio da interação.

Os princípios da continuidade e interação são inseparáveis, de modo que sua articulação pode ser assim compreendida:

Diferentes situações sucedem umas às outras. Mas, devido ao princípio de continuidade, algo é levado de uma para a outra. Ao passar o indivíduo de uma situação para outra, seu mundo, seu meio ou ambiente se expande ou se contrai. [...] O que aprendeu como conhecimento ou habilitação em uma situação torna-se instrumento para compreender e lidar efetivamente com a situação que se segue (Dewey, 1976, p. 37).

É em cada situação que o princípio da interação deve ser observado, ou seja, quando condições objetivas e internas ao sujeito que aprende interagem para construir uma experiência válida. Além disso, quando o princípio da continuidade também é observado, algo da situação presente é levado para as situações posteriores, transformando assim a pessoa e as próprias situações subseqüentes. O aprendiz transforma-se e se instrumentaliza para agir sobre situações futuras. A essa unidade do processo Dewey chama de *experiência*, formada por cada situação individual, e que depende da qualidade de cada situação, da aplicação sobre ela do princípio da interação, e da observância do princípio da continuidade sobre o processo para possuir ou não a qualidade de educativa. A articulação ativa entre os princípios da interação e continuidade garantem o valor educativo da experiência, de modo que só é educativa a experiência que satisfaz essa integração (Dewey, 1976).

Diante dessa concepção, fica evidente que cabe à escola, enquanto comunidade de professores, coordenadores e gestores, pensar em possíveis maneiras de construir e regular todo o ambiente físico e social para garantir que as interações e continuidades aconteçam e uma experiência educativa seja desenvolvida. Cuidando para promover uma cultura de aprendizagem pela experiência, o que também é abordado por Dewey em sua filosofia, considerando que “A maior maturidade de experiência do adulto, como educador, o coloca em posição de poder avaliar cada experiência do jovem de modo que não pode fazê-lo quem tenha menos experiência” (Dewey, 1976, p. 29).

Para os propósitos deste artigo, consideramos os ambientes computacionais como meios férteis em termos de condições objetivas, onde experiências educativas podem ser desenvolvidas e os alunos poderão pensar e desenvolver ideias, projetos e propósitos, através da construção de um programa para modelar e resolver um determinado problema de seu interesse. Dessa forma, vamos apresentar como

¹ Linguagem de programação desenvolvida por Papert e colaboradores com o objetivo de ensinar programação de computadores a crianças.

² Linguagem de programação em blocos desenvolvida pelo grupo Lifelong Kindergarten do Massachusetts Institute of Technology. Disponível em scratch.mit.edu.

projetos de programação de alunos desenvolvidos no Scratch podem servir como propósitos através dos quais experiências matemáticas educativas podem acontecer.

O projeto de programação concebido como um propósito

Alguns trabalhos encontrados na literatura já apresentam as relações entre as ideias de Papert e Dewey, e como este se faz presente na teoria construcionista. Ferreira e Duarte (2012) relacionam o construcionismo à ideia de Dewey sobre aprender pela prática, afirmando que a teoria construcionista abarca de modo explícito o modelo de aprendizagem baseado no *do-it-yourself*, “oriundo da pedagogia de John Dewey” (p. 1). Martins e Teixeira (2015, p.1) fazem “uma relação do continuum experiencial de Dewey e o micromundo de Papert”, aplicando ambos os conceitos no contexto da Informática na Educação. Esses autores afirmam que para Papert o computador se mostrava como uma máquina poderosa para materializar o continuum experiencial de Dewey, com o objetivo de viabilizar a construção de conceitos pelas crianças.

Em sua dissertação, Ghidoni (2020) busca compreender as potencialidades e desafios da educação *maker*, que se apoia na metodologia de aprendizagem baseada em projetos. Para tanto, articula as ideias de diversos autores que tratam desses dois temas, dentre eles Papert e Dewey, afirmando que os argumentos sobre uma aprendizagem a partir de experiências pessoais impactaram as ideias de Papert, as quais sofreram a influência da filosofia da experiência de Dewey (Ghidoni, 2020).

Campello (2001) desenvolveu seu projeto com o objetivo de promover a formação de professores de artes visuais, por meio da criação de uma comunidade virtual de aprendizagem. Para fundamentar a proposta, optou pela utilização dos princípios construcionistas, com base no conceito do continuum experiencial de Dewey, afirmando que diversas “fontes conceituais devem ser citadas para o procedimento de uma análise dos pressupostos conceituais construcionistas” (p. 146), dentre elas, o método por descoberta e a ação reflexiva de Dewey.

Para os propósitos deste artigo, estabelecemos as relações entre o conceito de propósito de Dewey e de projeto pessoal de Papert. Para tanto, como surge e como funciona um propósito numa experiência? Como um projeto de programação no Scratch pode ser concebido como um propósito em uma experiência matemática educativa?

Um propósito se inicia com um impulso, que se converte em desejo quando contido logo que surge. Nem um nem outro é um propósito, o qual é entendido como *um fim em vista quando se considera e planeja as consequências resultantes de ações impulsivas*. As consequências são previstas pela operação da inteligência após a observação e identificação das condições objetivas da situação. Isso é o que fazemos, quando, por exemplo, desejamos atravessar uma avenida: temos que parar, olhar e ouvir (Dewey, 1976).

Além da observação temos que compreender os significados do que é percebido, a fim de entender as consequências de determinadas ações. Um exemplo da construção de significados do que é percebido seria: uma criança, quando vê uma tomada elétrica, pode ser atraída e sua curiosidade levá-la a colocar o dedo em seu interior. Qual a consequência dessa ação? Levar um choque elétrico. Logo, o significado da tomada (o que é visto) é seu poder de causar o choque elétrico (consequência), como resultado da ação de tocá-la (ação por impulso).

Tomar consciência sobre as consequências sem a necessidade da ação que as produzem só é possível a partir de experiências anteriores. Quando essas são muitas a ponto de tornar a experiência em curso comum, não precisamos recorrer à memória para lembrar e refletir sobre elas com o objetivo de buscar apoio para a construção da significação. Já em situações incomuns, o aprendiz precisará recorrer a sua memória buscando experiências similares para refletir sobre elas, para a partir da reflexão construir as consequências para a experiência atual (Dewey, 1976).

Temos então um pressuposto claro do modelo de educação por experiência em torno do conceito de *propósito*: aquele que consegue “o adiamento da ação imediata em face do desejo, até que a observação e o julgamento intervenham e façam o seu trabalho” (Dewey, 1976, p. 68). Esse seria o papel da inteligência no decurso de uma experiência. Existe, então, uma clara distinção entre impulso ou desejo e propósito, pois não há propósito “senão quando a ação é adiada até à previsão das conseqüências de se levar avante o impulso — previsão que não é possível sem observação, informação e conclusão ajuizada” (Dewey, 1976, p. 68). Nessa perspectiva, o desejo ainda é importante para impulsionar o aprendiz rumo a um objetivo pretendido, o que tornará seu árduo trabalho significativo, importante, fazendo valer a pena seu esforço. O que corrobora a compreensão de Papert sobre a importância de um projeto pessoal, pois ao

[...] prover tecnologias e ambientes colaborativos adequados para desenvolver projetos pessoais, espera-se que o aprendiz trabalhe de modo árduo e que produza resultados significativos para si próprio e para o grupo (Papert, 2008. p. 11)

Assim, o propósito é a mistura do desejo pessoal sobre algo que o motiva com a previsão, reflexão, planejamento do trabalho intelectual e racional com base no que se vê, observa, sente, e no conhecimento anterior. Um exemplo da construção de um propósito é o desejo de construir um jogo, história ou animação por meio da programação no Scratch. A ideia surge, o que dá origem ao desejo e, “A intensidade do desejo dá a medida do vigor com que se farão os esforços” (Dewey, 1976, p. 69). O desejo provoca o engajamento do aluno em seu projeto, o que inclui perceber quais conhecimentos são novos e precisam ser aprendidos, pois “como os meios são objetivos, têm eles de ser estudados e compreendidos para que se venha a constituir verdadeiro e genuíno propósito (Dewey, 1976, p. 69).

E sob a perspectiva da prática docente, surge aqui mais uma demanda: orientar e suscitar momentos de reflexão durante o desenvolvimento de experiências, com o objetivo de ensinar e estimular a construção de propósitos. Momentos estes que, de início, precisam ser deliberadamente pensados e estimulados pelo professor a fim de ensinar seus alunos a prática da reflexão, contribuindo para a construção do hábito de desenvolver experiências educativas inteligentes.

Em suma, a construção de um propósito é um processo que envolve: observar as condições objetivas e circunstâncias atuais da situação; obter conhecimento sobre situações similares e passadas através da memória ou solicitando a partir de terceiros ou em outras fontes (por exemplo, o professor); reunir o que se tem disponível para construir a significação da situação através da aplicação da inteligência (reflexão) e assim construir o plano de ação. Na seção seguinte iremos apresentar e discutir os projetos de programação desenvolvidos no Scratch concebidos como propósitos a serem desenvolvidos no contexto de uma experiência matemática educativa.

Possíveis relações entre a programação de computadores e a educação pela experiência projeto de programação concebido como um propósito

Para que pensar ou usar a inteligência se não há desafios ou problemas a serem vencidos pelos alunos? O que estimula o seu pensar? Para Dewey (1976, p. 81) “o crescimento mental depende da presença de dificuldades a serem vencidas pelo exercício da inteligência”. Podemos chamar tais dificuldades de problemas a serem resolvidos. Tendo em mente que a fonte que instiga e engaja o aluno em sua experiência de aprendizagem está nos problemas, os quais surgem como fruto de seus propósitos em ação, podemos pensar nos projetos de programação de computadores como propósitos através dos quais diversos problemas poderão ser formulados, modelados e resolvidos. Tomemos como exemplo um dos projetos desenvolvidos durante nossa pesquisa, a qual foi desenvolvida junto a uma turma de crianças de 10 a 12 anos que frequentavam uma ONG de Birigui (SP) que oferece atividades de formação extracurricular e lazer no período de contraturno. Para a produção dos dados, oferecemos um curso de programação no Scratch durante os meses de junho a dezembro de 2022. A Figura 1 mostra como um desses projetos começou.

Diante do desafio solicitado pela professora de construir uma animação sobre algum tema de seu interesse, o aluno escolheu o tema Universo. Sua ideia era construir uma animação sobre o sistema solar, incluindo os planetas, o sol e seus movimentos. Criou um cenário inicial que incluía o planeta Terra e o sol, e para dar movimento ao planeta, programou o ator Terra conforme o código apresentado na Figura 1, o que produziu o efeito de um movimento giratório ininterrupto no sentido horário. Insatisfeito com o efeito produzido, decide alterar a “velocidade” do giro, de 100 para 1, suscitando o seguinte diálogo entre ele e a professora:

Professora: Como você fez para a Terra girar?

Aluno: Usei o comando SEMPRE.

Professora: Está girando rápido ou devagar?

Aluno: Devagar.

Professora: Por quê?

Aluno: Porque eu coloquei 1 grau.

Professora: E se você colocar um número maior, o que vai acontecer?

Aluno: Ele vai girar mais rápido.

Professora: Você testou isso?

Aluno: Não.

Professora: Então como você sabe que isso vai acontecer?

Aluno: Por causa do número que é maior

Professora: Então vamos testar pra ver?

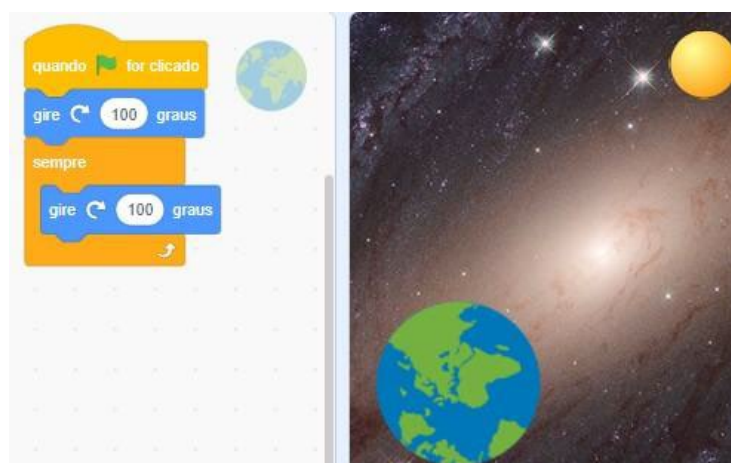


Figura 1: Programa e Tela inicial da animação do projeto Sistema Solar. Fonte: Autores.

A criança decide colocar 9 graus como parâmetro do comando GIRE, e acontece exatamente o que ele previra: o planeta gira com maior velocidade. A intuição do aluno se confirma. Ele observou as condições objetivas do ambiente, elaborou uma hipótese e um plano e o testou, verificando que sua intuição estava correta. Um detalhe importante chama a atenção da professora no decorrer da conversa. Questionado se sabia o que significava a palavra *grau*, ou se já havia aprendido sobre isso na escola,

respondeu negativamente. No entanto, isso não o impediu de usar o que já conhecia, de observar as condições presentes na experiência em curso, aprender e aplicar novos conhecimentos adquiridos manipulando os recursos do ambiente Scratch para, diante de um problema, identificá-lo, construir uma hipótese de solução, elaborar um plano e testá-lo, validando ou refutando suas ideias. Os testes continuaram, levando-o a definir 100 como a “velocidade” ideal para seu projeto.

Em outro momento, a professora pergunta por que a Terra estava girando mais rápido que o sol. Sua resposta foi: “porque o número da Terra é maior e o do sol é menor”. Uma vez certo de que suas hipóteses funcionam e atingem o efeito desejado, possui segurança para colocá-las em prática para expandir seu projeto rumo ao propósito inicial. Nessa situação percebemos que o aluno, em suas experiências anteriores, construiu um conhecimento que relaciona o número escolhido à velocidade de rotação do ator, conhecimento esse que se tornou um importante instrumento para a resolução de problemas similares, permitindo-lhe antecipar as consequências de uma ação enquanto constrói novos planos em novas experiências mais amplas e complexas. Papert também fala sobre a importância das ideias intuitivas, e como as atividades de programação podem contribuir para proporcionar um ambiente em que podem ser externalizadas, formuladas, testadas, e remodeladas quando necessário.

Vejo o computador ajudando de dois modos. Em primeiro lugar, o computador permite ou obriga a criança a externalizar expectativas intuitivas. Quando a intuição é traduzida num programa, ela se torna mais evidente e acessível à reflexão. Em segundo lugar, ideias computacionais podem ser tomadas como materiais para o trabalho de remodelação do conhecimento intuitivo. (Papert, 1985, p. 176)

Nesse exemplo fica evidente que o aluno consegue estabelecer uma relação de causa e efeito entre suas escolhas ou ações e os efeitos obtidos para a animação. Essa é uma relação que está presente na vida cotidiana de qualquer criança, por exemplo, que consegue aproximar-se do fogo o suficiente para não se queimar, mas apenas para se aquecer. Quando adota esse comportamento está aplicando o princípio científico de causa e efeito de modo intencional através de sua inteligência. Se as crianças desde cedo conseguem construir essas relações, por que não as usar para se ensinar a pensar? Ou, de outra forma, para construir e desenvolver propósitos de forma inteligente?

Assim, reconhecemos nessas situações a possibilidade de fazer o uso adequado das relações científicas clássicas de causa e efeito para propósitos educacionais que contemplam uma aprendizagem para além do conteúdo e que inclua o ensinar e aprender a pensar e aplicar a inteligência na resolução de problemas e construção de propósitos, pois

O especialista em lógica dá os nomes de “análise e síntese” às operações por meio das quais os meios são selecionados e organizados em relação a um propósito. Este princípio determina o fundamento último, básico, para a utilização de atividades na escola. [...] A atividade inteligente distingue-se da atividade dispersa e sem sentido pelo fato de envolver seleção de meios – análise – dentro de uma variedade de condições existentes e seu arranjo e disposição – síntese – para alcançar determinado intento ou propósito (Dewey, 1976, p. 88).

A proposta apresentada por Dewey pode ser reconhecida na atividade de programação discutida anteriormente. Nela, o aluno teve a oportunidade de identificar relações de causa e efeito entre suas escolhas e os efeitos produzidos pelo programa. Para isso precisou praticar e desenvolver sua capacidade de análise para selecionar quais recursos dentre os disponíveis atenderiam suas necessidades. Também, organizar suas ideias aplicando o raciocínio lógico necessário para construir e fazer o programa funcionar corretamente (síntese). Colocou suas ideias, desejos e projetos em interação com as condições disponíveis no ambiente de programação a fim de alcançar seu propósito. E, suas primeiras experiências educativas o transformaram e o instrumentalizaram para as próximas, de modo que suas hipóteses se transformaram em conhecimento testado, aprendido e útil para ser aplicado na resolução de outros problemas similares. Suas aprendizagens, por meio dessas experiências que se sucederam, transformaram, ampliaram e aprofundaram seu mundo e sua ação no mundo.

Paralelamente a isso, destacamos o árduo trabalho do aluno para estudar e aprender os conhecimentos envolvidos em todas as condições objetivas de seu ambiente de programação. Quando ele concebe sua

ideia, precisou considerar quais conhecimentos seriam necessários para alcançar esse propósito: aprender sobre o ambiente de programação, a linguagem e seus recursos; buscar por ideias e conhecimentos relacionados ao tema universo; aprender a organizar suas ideias de acordo com um raciocínio lógico necessário à construção de um programa de computador; e por fim, aprender a matemática necessária à modelagem dos eventos que dariam vida e forma a seu projeto. Tais são as condições objetivas do ambiente em questão que deveriam ser observadas e manipuladas de forma inteligente durante a experiência, que ao entrarem em contato com as condições subjetivas produziram a interação necessária para o desenvolvimento de uma experiência educativa rica em diversas aprendizagens, a qual foi motivada e movida pelo desejo de alcançar sucesso em seu projeto pessoal.

E sobre o conhecimento matemático envolvido na experiência? O aluno precisava fazer uso do conceito de grau para alcançar seu intento. Mesmo não tendo sido ensinado na escola, reconheceu no comando GIRE um tipo de comportamento já experimentado em sua vida cotidiana. O que significava girar para ele? Certamente isso o levou a buscar em suas experiências anteriores situações em que objetos ou corpos realizaram movimentos giratórios, pois é fato que muitas das brincadeiras infantis fazem uso desse estilo de movimento: jogos com bola, brincadeiras corporais como cambalhotas, brincadeiras de roda etc. Fez as devidas conexões entre esse conhecimento e o comando GIRE. Ao testá-lo pela primeira vez, percebeu que fazia sentido, e que de fato, produzia um movimento giratório sobre o ator, levando-o a conjecturar sobre o significado do número utilizado como parâmetro.

A matemática ali presente fazia sentido. Não foi necessário aprender a teoria referente ao conceito de grau para utilizar o comando de maneira correta.

Percebemos, então, que situações como essas podem servir como contextos para um estudo mais formal e teórico sobre a matemática envolvida nesse conceito, corroborando as ideias de Papert (2008) que considera o potencial dos computadores para “criar um ambiente no qual todas as crianças [...] pudessem aprender álgebra, geometria, ortografia e história de maneiras mais próximas à aprendizagem informal da criança pré escolar” (p. 28). Outro ponto é que o aluno também foi capaz de relacionar o movimento giratório ao tempo gasto para realizá-lo, construindo seu próprio conceito de velocidade através da relação matemática entre a quantidade de graus e o tempo em que essa distância é percorrida. Em situações assim a matemática pode ser estudada dentro de contextos em que conceitos da física podem ser explorados de modo significativo. Dessa forma, a ideia de graus surge antes do seu formalismo matemático, antes de sua teorização, conectada à própria experiência de vida do aluno, o que também é estudado por Papert quando faz menção à geometria corporal (Papert, 2008). Logo, é responsabilidade daquele que melhor conhece seus alunos, o professor,

O [...] primeiro, que o problema surja das condições da experiência presente e esteja dentro da capacidade dos estudantes; e, segundo, que seja tal que desperte no aprendiz uma busca ativa por informação e por novas ideias. Os novos fatos e novas ideias [...] se fazem campo para novas experiências, em que novos problemas vêm a surgir. O processo é uma contínua espiral (Dewey, 1976, p. 82).

Conclusões

Neste texto apresentamos e discutimos algumas das ideias da filosofia da experiência de Dewey, sobretudo aquelas contidas em Dewey (1976) e Westbrook(2010), relacionando-as a algumas ideias de Papert (1985; 2008). Tal relação surgiu a partir da ideia de conceber um projeto de programação como um propósito dentro de uma experiência educativa, conforme proposto por Dewey em sua filosofia. Isso se tornou possível graças à sinergia existente entre o conceito de propósito de Dewey (1976) e a ideia de projeto pessoal concebida por Papert (2008).

Tendo Papert desenvolvido esse conceito enquanto investigava a aprendizagem de crianças engajadas em projetos de programação na linguagem Logo, percebemos que existia sinergia entre sua ideia sobre um projeto pessoal e o conceito de propósito de Dewey, o que nos levou a reconhecer nos projetos de programação desenvolvidos no Scratch possibilidades para delinear propósitos para experiências

educativas, conforme a filosofia da experiência de Dewey (1976). O projeto de programação apresentado, embora simples em termos de código, possui todas as características necessárias a uma experiência educativa fundamentada nos princípios de continuidade e interação, servindo como um projeto pessoal que sustenta um propósito movido por um desejo.

Esperamos assim trazer à discussão possibilidades de identificar os pressupostos teóricos da filosofia Dewey no ensino e aprendizagem de programação de computadores na educação básica, contribuindo com pesquisas e práticas docentes que tenham como objetivo desenvolver e trazer ao ambiente escolar perspectivas inovadoras de educação e aprendizagem, diferentes da tradicional. Contribuir também para ampliar e aprofundar as pesquisas que buscam compreender como o ensino de programação de computadores a crianças pode servir como estratégia para se ensinar matemática, e ensinar a pensar.

Por fim, apresentar aos professores novas oportunidades para reconceituar sua concepção de projeto, migrando do que seria apenas um impulso ou desejo para alcançar em seus alunos uma ação planejada e inteligente, desenvolvendo neles a capacidade de observar, lembrar, relacionar conhecimentos e refletir. Enxergar em seus desejos fonte para motivação, e a partir de então agir como orientador, mediador de ideias, sugestões, fonte de conselhos, direção e conhecimento mais maduro, para orientar a liberdade de ação e reflexão dada ao aluno. A transformar suas aulas em momentos de troca social de experiências e comunicação, nas quais “o desenvolvimento se fará por meio de um dar e receber recíprocos, o professor recebendo, mas não tendo medo de dar também. O essencial é que o propósito cresça e tome forma por meio do processo de comunicação e inteligência social” (Dewey, 1976, p. 72)

Referências

Campello, S. M. C. R. (2001). Educação em arte: uma proposta de formação continuada dos professores de artes visuais por meio da utilização das tecnologias de informação e comunicação. [Dissertação de mestrado]. Universidade de Brasília. Brasília. Brasil.

Dewey, J. (1976). *Experiência e Educação*. Trad: Anísio Teixeira. (2nd ed). Nacional.

Dewey, J. (1979). *Como pensamos: como se relaciona o pensamento reflexivo com o processo educativo, uma reexposição*. Trad: Haydée Camargo Campos. (4nd ed). Nacional.

Ferreira, B. J. P., & Duarte, N. (2012). *O lema aprender a aprender na literatura de informática educativa*. Educ. Soc., Campinas, v. 33, n. 121, p. 1019-1035, out.-dez.

Ghidoni, A. V. (2020). Contribuições da educação maker no contexto da aprendizagem baseada em projetos. [Dissertação de mestrado]. Universidade Presbiteriana Mackenzie. São Paulo. Brasil.

Martins, A. R. Q. & Teixeira, A. C. (2015). Educação através da Informática Educativa: De John Dewey a Seymour Papert. *Atas do XVII Simpósio Internacional de Informática Educativa*. (pp. 53-60).

https://www.researchgate.net/publication/299552470_Atas_do_XVII_Simposio_Internacional_de_Informatica_Educativa.

Papert, S (1985). *Logo: computadores e educação*. Trads: José Armando Valente, Beatriz Bitelman, Afira Vianna Ripper. Brasiliense.

Papert, S (2008). *A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática*. Trad: Sandra Costa. Artmed.

Westbrook, R. B (2010). John Dewey. Anísio Teixeira, José Eustáquio Romão, Verone Lane Rodrigues (org.). Massangana.

MATHEMATICS CURRICULA IN FRANCOPHONE COUNTRIES

POLITICAL INEQUITIES AND IMPLICATIONS FOR GRADE 1 AND GRADE 2

CURRICULOS DE MATEMÁTICA NOS PAISES FRANCÓFONOS

Desigualdades políticas e implicações para grau 1 e grau 2

CURRICULOS MATEMÁTICOS EN PAISES FRANCOFONOS

Desigualdades políticas e implicaciones para grado 1 y grado 2

Annie Savard

(McGill University, Canada)

annie.savard@mcgill.ca

Alexandre Cavalcante

(University of Toronto, Canadá)

alexandre.cavalcante@utoronto.ca

Recibido: 13/07/2022

Aprobado: 13/07/2022

RESUMO

Este artigo apresenta um estudo qualitativo de quatro currículos nacionais de matemática de 1º e 2º anos do ensino fundamental provenientes de países francófonos: Costa do Marfim, Djibuti, Canadá (Québec) e França. Uma análise comparativa foi realizada para identificar diferenças que podem, possivelmente, se tornar inequidades entre esses países. Identificamos todos os conceitos presentes no currículo de matemática dos 1º e 2º anos usando a estrutura de alfabetização matemática desenvolvida pela OCDE por meio de sua avaliação PISA: quantidade, variações e relações, incerteza e dados, e espaço e forma. Em seguida, cruzamos a análise dos países para encontrar as principais diferenças entre eles. Os resultados mostram três categorias de possíveis inequidades entre os diferentes currículos: alguns conceitos matemáticos não se aproximam de aspectos culturais relevantes para os alunos, alguns conceitos presentes nos currículos de matemática não são conceitos matemáticos, e alguns conceitos matemáticos importantes não fazem parte dos currículos de matemática. Nossos resultados mostram que essas inequidades aparecem nos quatro países analisados. Em vez disso, elas aparecem em todos os quatro currículos analisados aqui. Essas descobertas destacam a necessidade de questionar as inequidades políticas e globais entre os currículos de matemática, a fim de proporcionar a todos os alunos a oportunidade de aprender matemática de maneira forte e significativa

Palavras-chave: países francófonos. currículos em matemática. inequidades. OCDE.

ABSTRACT

This paper presents a qualitative study of four Grade 1 and Grade 2 national mathematics curricula coming from francophone countries: Côte d'Ivoire, Djibouti, Canada (Québec), and France. A comparative analysis was performed to identify differences that potentially

lead to inequities among the countries. We identified all the concepts present in the Grade 1 and Grade 2 mathematics curriculum using the mathematical literacy framework developed by the OECD through its PISA assessment: quantity, change and relationship, data and uncertainty, and space and shape. Then we looked across countries to find the major differences among them. The findings show three categories of possible inequities among the different curricula: some mathematical concepts are not presented in culturally relevant ways to students, some concepts present in the mathematics curricula are not mathematical concepts, and some important mathematical concepts are not part of the mathematics curricula. Our results show that these inequities appear in all four national curricula analysed here. Those findings highlight the need to question the political inequities among mathematics curricula around the world in order to give a chance for all students to learn strong and meaningful mathematics.

Keywords: francophone countries. mathematics curriculum. inequities. OCDE

RESUMEN

Este artículo presenta un estudio cualitativo de cuatro currículos nacionales de matemáticas para el 1° y 2° año de educación primaria de países francófonos: Costa de Marfil, Yibuti, Canadá (Québec) y Francia. Se realizó un análisis comparativo para identificar las diferencias que eventualmente podrían convertirse en inequidades entre estos países. Identificamos todos los conceptos presentes en el currículo de matemáticas de 1° y 2° grado utilizando el marco de competencia matemática desarrollado por la OCDE a través de su evaluación PISA: cantidad, variaciones y relaciones, incertidumbre y datos, y espacio y forma. A continuación, realizamos un análisis entre países para encontrar las principales diferencias entre ellos. Los resultados muestran tres categorías de posibles desigualdades entre los diferentes currículos: algunos conceptos matemáticos no se acercan a aspectos culturales relevantes para los estudiantes, algunos conceptos presentes en los currículos de matemáticas no son conceptos matemáticos, y algunos conceptos matemáticos importantes no forman parte del planes de estudios de matemáticas. Nuestros resultados muestran que estas desigualdades aparecen en los cuatro países analizados. En cambio, aparecen en los cuatro currículos revisados aquí. Estos hallazgos resaltan la necesidad de cuestionar las desigualdades políticas y globales entre los currículos de matemáticas para brindar a todos los estudiantes la oportunidad de aprender matemáticas de manera sólida y significativa.

Palabras clave: países francófonos. currículos de matemática. inequidades. OCDE

Background of the study

Over the years, our work brought us to study different mathematics national curricula in elementary and secondary schools. These curricula are official government documents that present the content expected to be taught, as well as the major orientations regarding teaching and learning mathematics (Schoenfeld, 2014). They also could be considered as frameworks or standards (Hjalmarson, 2008). Each time we looked at a different curriculum, we were very surprised by the major differences we observed between them such as the numbers students have to learn in Grade 1. We wondered about the social and political implications of these differences regarding equity for students to access mathematics. This paper is an opportunity to get a deeper look at those possible inequities for students to learn mathematics. The research questions are: What are the possible inequities present in Grade 1 and Grade 2 national curricula and what are the implications for students?

Inequities in Mathematics Education

Inequity in teaching and learning mathematics is not new. According to Zhu (2018), some members of the mathematics education community raised concerns at least four decades ago. In the 70's, questions about gender equity were raised. Twenty-five years later, back in 2002, Gutiérrez questioned inequity in students' mathematics achievement and participation. These inequities are based on students' characteristics such as "race, class, ethnicity, sex, beliefs and creeds, and proficiency in the dominant language" (2002, p. 153). Weissglass (2002) also raised important questions for educators on how attitudes, beliefs, values, and emotions affect inequities in mathematics education. More specifically, he raised questions about how racism, gender, sexual orientation, and culture affect student learning. He highlighted the role of the curriculum developer in engaging students and challenging inequalities. Another source of inequity, the income environment and the social and cultural capital have also been questioned by Boaler, Altendorff and Kent (2011) and more recently by Wright, Fejzo and Carvalho (2022). Burkhardt and Schoenfeld (2018) highlighted the fact that equity is also about having equal opportunities to engage with rich mathematical content and practices. As pointed out by the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)¹, equity requires high expectations for all students, which means to bring challenging mathematical concepts and processes for all students in a way that makes them accessible. We noticed that accessibility is, under some circumstances, restricting students to learn complex mathematical ideas. Therefore, it is so important to us to delve deeper into the phenomenon. In this paper, we define inequity as curriculum which are not providing rich mathematical concepts and processes for students to learn.

The organization of mathematics content

We acknowledge that the organization of mathematics content varies across different countries. To operationalize a comparison of the national curricula of countries who share a common language outside of the anglosphere, we looked for frameworks of mathematical content. Among international studies in mathematics, two major assessment frameworks stand out: the Programme for International Student Assessment (PISA), and the Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS).

The framework of TIMSS (Mullis & Martins, 2017) for early grades of elementary school is composed of three categories of mathematical content: number, measurement and geometry, and data. These categories are rather limited as they have a strict and rigid set of concepts in the assessment, not allowing a comparison of different content. For example, we know some of the countries in our study had elements of algebraic thinking or relational reasoning in their curricula, which is not considered in the TIMSS framework.

The PISA framework, on the other hand, is composed of four categories of mathematical content that are flexible and open to different concepts: quantity, change and relationship, data and uncertainty, and space and shape (OECD, 2018). These content categories enable a comparative perspective by ensuring consistency in the analysis given that some concepts can be allocated into different domains (e.g., in some curricula, measurement concepts are located in geometry while others are located in arithmetic).

Assessments such as the PISA reflect a global trend toward internationalization and globalization in mathematics curricula. According to Cai and Howson (2012), the characteristics of such a trend include common learning goals (related to formal knowledge, skills and higher-order thinking), common emphasis (particularly algebra and statistics/probability), influence of public examinations (in the form of graduation exams or university entrance exams), and common issues associated with mathematics pedagogy (which include creativity vs. critical thinking, conceptual understanding vs. procedural fluency, and mathematics for all vs. differentiation for gifted students). The authors also mention critiques of such a trend of internationalization and globalization of mathematics curricula. Arguments against this trend emphasize the lack of relevance to local communities as well as the reproduction of

¹ <https://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Principles-and-Standards/Principles,-Standards,-and-Expectations/>

neoliberal discourses associated with mathematics as a gatekeeping science and necessity for economic development (Ahn et. a., 2021; Dogan & Haser, 2014; Cai and Howson, 2012). In this paper, we acknowledge both trends of internationalization and cultural relevance and interpret the tensions arising from differences in elementary mathematics curricula as a product of these two forces in education policy making.

Methodology

We selected four national curricula from francophones countries, where French is an official language. We assume here that the language used to write the official documents has cultural implications of the conceptualisation of mathematics. For instance, France has a long tradition of having famous mathematicians such as Descartes, Fermat, Pascal, Poincaré and Poisson. Therefore, French country speaking might be strongly inspired by mathematics curricula coming from France. In addition to that, countries are usually inspired by other countries to write their documents. Sharing the same language makes them more accessible. Within the Francophonie, we selected three curricula (Côte d'Ivoire, Djibouti and Canada) where the first author was asked to work on these curricula with officials of the Ministries of Education, and one curriculum easily accessible (France). Canada does not have one unique national curriculum; each province and territory has its own. We selected the Québec curriculum because it was conceptualized and written in French at first, it is not a translation of an English document.

Three of the selected countries were former French colonies. As pointed out by Nwanosike & Onyije (2011), colonialism affects education system in a quite negative way that “perpetuate their underdevelopment and dependency” (p. 45). For instance, French is the language of instruction in Côte d'Ivoire and Djibouti, even if it is not the mother tongue of the majority of students. In this paper, we wish to learn from each curriculum, so that it might create learning conditions to empower students in those four countries in meaningful ways.

The Côte d'Ivoire curriculum was launched around 2016, while the Djibouti curriculum was launched in 2008. For each country, the curriculum was presented by grade levels. France' curriculum was launched in July 2020. The document presents the mathematical content to be taught in Grade 1 to Grade 3 (Cycle 2). However, the content is not associated with a specific grade, it is written generally. Québec curriculum was launched in 2001. The content is presented by cycles: Grade 1 and Grade 2 are Cycle 1. In all countries, students enter in Grade 1 at 6 years-old and Grade 2 at 7 years-old.

For each of the four curricula selected, we first write the mathematical domain and an overview of the content within each domain. In some curricula, another name was given to a mathematical domain. For example, Space and Geometry was used in France for Geometry. For each mathematical domain, we compared the mathematical concepts and processes presented. We identified the differences and the possible inequities within these differences, and the implications for students.

We present the findings under each of the four content areas in the PISA framework: quantity, change and relationship, data and uncertainty, and space and shape. For each content area, we present which concepts and processes are presented in the curricula, along with the possible inequities and the implications for students.

Findings

Change and Relationships

Change and Relationships are presented in the four curricula under different forms. In Québec and France, mathematical concepts about the change and relationship are part of quantity, mainly about equality (such as $a + ? = c$) or about solving word problems. In those two countries' curricula, patterns

are part of the space and shape domain. The focus is on visual objects. However, in the Djibouti Grade 1 curriculum, there is another mathematical subdomain: rhythms. Rhythms involve patterns using visual objects, sounds and gestures. Côte d'Ivoire also has rhythm in Grade 1, but it falls within the domain titled Before numerical. Such rhythms can be an effective culturally responsive way for students to learn about patterns. In the Djibouti Grade 1 curriculum, structuring time is also part of this mathematical domain. Students learn about time patterns by exploring the idea of "the day before" and "the day after".

Difference #1- We noticed that some national curricula (namely Québec and France) do not present mathematical concepts close to cultural aspects relevant for students when it comes to change and relationships. The implication for students is that they might not have the opportunity to learn about the mathematical practice of identifying patterns in a culturally relevant way. Therefore, it is a possible inequity for students living in those countries.

Quantity

Under this domain, each of the four curricula present mathematical concepts in different facets: Before numerical, Arithmetics/numbers and operations, and Measurement.

Before numerical

In Djibouti and Côte d'Ivoire, this domain appears only in Grade 1. The reason for such a domain is the ongoing effort to implement kindergarten for all students nationwide. Consequently, most students do not have any schooling experience when starting Grade 1 at 6 years old. The mathematical concepts and processes presented in this domain are meant to develop reasoning through categorization of different objects. No numbers are presented here; students should use figures, objects, and colours. While categorization can be seen as a mathematical practice (particularly without the use of number systems), in Djibouti, colours are also taught as part of the mathematics curriculum. Instead of using colours to establish categories of objects, the curriculum expects students to learn colours as mathematical concepts in their mathematics class.

Difference #2- One national curriculum presents concepts that are not mathematical concepts. The implication for students that we identified is the risk of occupying the mathematics classroom time with concepts that are not mathematical or do not promote mathematical reasoning. Consequently, the time spent on doing mathematics is reduced, which is possibly inequitable for students living in those countries.

Arithmetic/numbers and operations

This domain appears in all four curricula under different names, but it overall refers to the development of number sense arithmetic operations. In Djibouti and Côte d'Ivoire, students in Grade 1 learn numbers from 0 to 20 and in Grade 2 from 0 to 100. In Québec and France, students learn numbers from 0 to 1 000 in both Grades 1 and 2. This is a major difference, because developing number sense using only units and tens limits understanding of the numeration system (particularly in countries whose currencies use thousands). In addition to that, Djibouti and Côte d'Ivoire dedicate space and time in their curricula for students to learn how to write numbers in French. Therefore, students spend a certain amount of time writing numbers in letters instead of reasoning about those numbers.

Another major difference relates to the learning of arithmetic operations. In Côte d'Ivoire, the Grade 1 curriculum presents addition only, while there is no operation at all in the Grade 1 Djibouti curriculum. In other words, these curricula represent the arithmetic operations through the operational paradigm (Polotskaia et al, 2022). Through this paradigm, the four operations are taught and learned based on their algorithms and developing number sense is quite limited. Developing number sense goes along with developing understanding of operations: how to compose and decompose a number is an important element of understanding quantities. In fact, developing the meaning of operations is not explicitly

presented in these two countries' curricula while it is explicitly done in Québec and France. Thus, relationships among quantities and their representations in words problems are explicitly addressed. In our previous work (Cavalcante et al, 2019), we have argued that working with multiple representations of quantities provides students the opportunity to learn and show their understanding in mathematical problem solving. But that process takes time. Hence, by introducing all operations from Grade 1, Québec and French students seem to have more time to develop conceptual and procedural fluency with operations and their respective algorithms.

	Côte d'Ivoire	Djibouti	Canada (Québec)	France
Numbers	G1: 0 to 20 G2: 0 to 100	G1: 0 to 20 G2: 0 to 100	G1 & G2: 0 to 1,000	G1 & G2: 0 to 1,000
Addition	G1 & G2	G2	G1 & G2	G1 & G2
Subtraction	G2	-	G1 & G2	G1 & G2
Multiplication	G2	G2	G1 & G2	G1 & G2
Division	-	-	G1 & G2	G1 & G2

Table 1: Arithmetic concepts in each curriculum.

Difference #3- We noticed that some curricula do not present mathematical concepts needed to develop a robust understanding of number sense and operations. The implication for students is that they might not have the opportunity to develop a deep understanding of mathematics in later grades. We see this as an inequity, because in those countries, students in Grade 1 and Grade 2 use bigger numbers in their daily life, such as money to buy snacks at the recess. Their currencies allow the use of big numbers like 1000 to buy inexpensive things and young students have opportunities to manipulate money on a regular basis. For example, a Grade 2 student can have 150 FDJ to buy his snack (Savard, 2018). In this case, those curricula restrain students to learn mathematics and could be seen as an effect of colonialism.

Measurement

Measurement is presented in all four curricula, but not in both grades. In Côte d'Ivoire and Djibouti, this content area is only presented in Grade 2. Particularly with regards to specific subdomains of measurement, length is presented in all four curricula; time is presented in three; capacity and mass in two; and price in one curriculum. Table 2 presents the units of measurement presented in each curriculum.

	Côte d'Ivoire	Djibouti	Canada (Québec)	France
Length	G2	G2	G1 & G2	G1 & G2
Time	-	G2	G1 & G2	G1 & G2
Capacity	G2	-	-	G1 & G2

Mass	-	G2	-	G1 & G2
Price	-	-	-	G1 & G2

Table 2: Measurement concepts in each curriculum.

It is important to notice that, while price only appears in the French curriculum, money is a measurement concept (Savard et al, 2020). It refers to the measure of economic value of a product or service. Unlike other measures, it is not physical but pragmatic (it depends on a variety of factors). Broadly speaking, time, capacity, mass, and price are used in daily life to provide information about objects, ideas and social activities. For instance, capacity, mass, and price are used at the market for buying food. Most students face situations where they need those mathematical concepts in economic activities. Yet, in only one of these countries (France) do students have opportunities to learn about and make sense of such economic activities in mathematics classes. Consequently, the opportunities for developing financial numeracy (Savard & Cavalcante, 2021) are limited to these students. As we have argued in our work, different types of mathematical reasoning are necessary for authentic participation in economic activity, hence students should be afforded those opportunities from an early age.

Difference #4- Some curricula do not present mathematical concepts that are necessary for making sense of the world around students. The implication is that students might not have the opportunity to develop an understanding of economic activities (among others) from an early age, which is a possible inequity.

Space and shape

The content area of space and shape is presented in all four curricula using various terminologies such as geometry, space, or structuring the milieu. All four curricula present concepts associated with space, lines, solids, and figures. Again, because of ongoing efforts to implement kindergarten classrooms for all students, Côte d'Ivoire and Djibouti focus the content of Grade 1 on lines and location in space: above, below, behind, left, etc. That is done at the expense of other concepts such as solids and polygons. In addition to that, in Côte d'Ivoire and Québec, grids and paths are part of both Grade 1 and Grade 2 curricula. Students are introduced to the coordinate system of a cartesian plane (first quadrant). Finding a path on a grid and locating objects using code or algorithms is important for learning coding subsequently in school. In France, coding appears more explicitly in the curriculum for both grades. Students learn about creating a pathway and coding it so another student (or a robot) can follow instructions and develop the same path.

Difference #5- We noticed that some curricula do not present mathematical concepts necessary for learning coding. Although this research focused only on the first two years of elementary school, the implication for students is the lack of opportunity to develop foundations for coding for a prolonged amount of time (which is typically required to galvanize their understanding of the nature of coding). This is a possible inequity for students living in those countries.

Data and Uncertainty

The content area of data and uncertainty is only present in Québec under its Probability and Statistics strand. In the first two grades, concepts of descriptive statistics include formulating questions of a survey, collecting data, representing, and interpreting data. Probability, on the other hand, includes experimenting, predicting, and enumerating events. Together, these two areas develop probabilistic thinking, which is reasoning under uncertainty (Savard, 2014). This type of reasoning is complex and takes time to develop because it is very different from deterministic reasoning, which is mainly used in other mathematical content areas (Savard, 2014).

Difference #6-Some national curricula do not present mathematical concepts on probability and statistics in Grades 1 and 2. The implication for students is that they don't have the opportunity to develop probabilistic and statistical reasoning from an early age, which can create a learning obstacle regarding variability and uncertainty later in life. This is a possible inequity.

Discussion

Our findings show three categories of inequities: some mathematical concepts might not be culturally relevant for students, some concepts present in the mathematics curricula are not mathematical concepts, and some important mathematical concepts are not part of the mathematical curricula. It is interesting to note that these categories are coming from developing countries and also from developed countries. We can learn from all of them. Table 3 presents the three categories of differences among the four national curricula studied

Possible inequities	Difference	Côte d'Ivoire	Djibouti	Canada (Québec)	France
Cultural relevance	Difference #1			X	X
Non-mathematical concepts	Difference #2		X		
Absence of some mathematical concepts	Difference #3	X	X		
	Difference #4			X	
	Difference #5		X		
	Difference #6	X	X		X

Table 3: The Differences into the four Grade 1 and Grade 2 national curricula.

Our findings suggest that possible inequities emerging from national curricula impact students at a country level. For instance, within the same country using the same national curriculum, it seems to have the same opportunities for all students to learn in Grade 1 and in Grade 2. That is because these possible inequities are about the mathematics presented in the curricula and not about students. Consequently, these are three categories of possible inequities across countries instead of being possible inequities within countries. Therefore, we can say that these possible inequities are political because they are coming from national curricula.

It is worth mentioning two limitations in this study. Firstly, the low number of curricula analysed in this paper have generated four preliminary categories, but we recognize that other categories of possible inequities are possible. In order to gather more data and potentially generate new categories, we intend to compare these findings with the analysis of anglophone countries' mathematics curriculum coming from other countries.

Secondly, we recognize that curriculum is just one factor to impact student learning. Many other factors have an (sometimes bigger) impact: resources, textbooks, technology, teacher training, infra-structure, socioeconomic status, gender, race/ethnicity, etc. The analysis we proposed here focused on an external force that fosters or constrains the mathematics practices in class.

Concluding remarks

These findings highlight the necessity to have an equitable mathematics curriculum for each country around the world. Thus, we recommend to stakeholders to take in consideration the cultural relevance of the mathematical concepts and processes. We also recommend making critical decisions regarding the mathematical content in the mathematics curricula: each concept should be a mathematical concept and challenging mathematical concepts should be presented to all Grade 1 and Grade 2 students, in an accessible way.

References

- Ahn, A., Brown, J., Coles, A., Le Roux, K., Mellone, M., Ng, O. L., & Solares, A. (2021). Researching mathematics curriculum innovation in complex, changing, uncertain times. In Inprasitha, M., Changsri, N., & Boonsena, N. (Eds). *Proceedings of the 44th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.1). Khon Kaen, Thailand: PME.
- Boaler, J., Altendorf, L., & Kent, G. (2011). Mathematics and science inequalities in the United Kingdom: When elitism, sexism and culture collide. *Oxford Review of Education*, 37(4), 457–484.
- Burkhardt, H., & Schoenfeld, A. (2018). Assessment in the service of learning: Challenges and opportunities or Plus ça Change, Plus c'est la même Chose. *ZDM Mathematics Education*, 50(4), 1–15.
- Cai, J., Howson, G. (2012). Toward an International Mathematics Curriculum. In: Clements, M., Bishop, A., Keitel, C., Kilpatrick, J., Leung, F. (Eds.) *Third International Handbook of Mathematics Education. Springer International Handbooks of Education*, vol 27. (pp. 949-974). Springer, New York, NY.
- Cavalcante, A., Polotskaia, E., Savard, A., Fellus, O. (2019). Teacher noticing of student thinking: An analysis of a teacher's interpretation of mathematics problem solving. *Bulletin of The Transilvania University of Brasov*, 12(61), 9-18.
- Doğan, O., & Haser, Ç. (2014). Neoliberal and nationalist discourses in Turkish elementary mathematics education. *ZDM*, 46(7), 1013-1023.
- Gutierrez, R. (2002) Enabling the Practice of Mathematics Teachers in Context: Toward a New Equity Research Agenda, *Mathematical Thinking and Learning*, 4:2-3, 145-187, DOI: 10.1207/S15327833MTL04023_4
- Margret A. Hjalmarson (2008) Mathematics Curriculum Systems: Models for Analysis of Curricular Innovation and Development, *Peabody Journal of Education*, 83:4, 592-610, DOI: 10.1080/01619560802414965
- Mullis, I. V., & Martin, M. O. (2017). *TIMSS 2019 Assessment Frameworks*. International Association for the Evaluation of Educational Achievement. Herengracht 487, Amsterdam, 1017 BT, The Netherlands.
- Nwanosike, O. .F, & Onyije, L. E. (2011). Colonialism and Education. *Mediterranean Journal of Social Sciences*, 2(4), 41. Retrieved from <https://www.richtmann.org/journal/index.php/mjss/article/view/10879>
- OECD. (2018). *PISA 2022 Mathematics Framework*. OECD Publishing.
- Polotskaia, E., Fellus, O., Cavalcante, A., Savard, A. (2022). Student Problem Solving in the Transition from Numerical to Relational Thinking. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 22(2), 341-364.

Savard, A., Cavalcante, A. (2021). Financial Numeracy as Part of Mathematics Education. In: Savard, A., Cavalcante, A. (Eds) *Financial Numeracy in Mathematics Education*. Mathematics Education in the Digital Era, vol 15. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-73588-3_2

Savard, A., Cavalcante, A., Turineck, L., Javahepour, A. (2020). Epistemological considerations towards the concept of money: Money as a measurement. *For the Learning of Mathematics*, 40(3), 21-23.

Savard, A. (2018). Teaching Probability and Learning Financial concepts: How to empower elementary school students in citizenship. In K. S. Cooter & T. Lucey (Eds). *Financial Literacy for Children and Youth* (2nd edition). (p. 137- 152). New York, Peter Lang.

Savard, A. (2014). Developing probabilistic thinking: What about people's conceptions? In E. Chernoff & B. Sriraman (Eds). *Probabilistic Thinking: Presenting Plural Perspectives*. Vol. 2. (p. 283-298). Berlin/Heidelberg, Springer.

Schoenfeld, A.H. (2014). Reflections on Curricular Change. In: Li, Y., Lappan, G. (eds) *Mathematics Curriculum in School Education*. Advances in Mathematics Education. Springer, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/978-94-007-7560-2_4

Weissglass, J. (2002). Inequity in mathematics education: Questions for educators. *Mathematics Educator*, 12(2), 34-43.

Wright, P., Fejzo, A., & Carvalho, T. (2022) Challenging inequity in mathematics education by making pedagogy more visible to learners, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53:2, 444-466, DOI: 10.1080/0020739X.2020.1775320

Zhu, Y. (2018). Equity in Mathematics Education: What Did TIMSS and PISA Tell Us in the Last Two Decades?. In: Kaiser, G., Forgasz, H., Graven, M., Kuzniak, A., Simmt, E., Xu, B. (eds) *Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education*. ICME-13 Monographs. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-72170-5_43

FOREGROUNDING BLACK AFRICAN IMMIGRANTS IN MATHEMATICS EDUCATION RESEARCH

*LOS INMIGRANTES NEGROS AFRICANOS EN PRIMER PLANO EN LA INVESTIGACIÓN
SOBRE EDUCACIÓN MATEMÁTICA*

*DAR DESTAQUE AOS IMIGRANTES NEGROS AFRICANOS NA INVESTIGAÇÃO SOBRE
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*

Oyemolade Osibodu
(York University, Canada)
mosibodu@yorku.ca

Kwesi Yaro
(University of Alberta, Canada)
kyaro@ualberta.ca

Recibido: 13/07/2023

Aprobado: 13/07/2023

ABSTRACT

Generally, research with Black youth/population in mathematics education have largely focused on their mathematics experiences in the context of United States with a special focus on issues of race/racism, equity, and social justice. While these studies are important and have informed our understanding of the schooling experiences of Black youth, there is a dearth of research with specificity on the mathematics learning experiences of Black African immigrant youth. In this paper, using duoethnography, we analyze our previous projects with Black African immigrant youth/families to argue for more nuances in the theoretical and methodological lenses when engaging with this population.

Keywords: mathematics education. African immigrants. black youth. African indigenous knowledge.

RESUMEN

Por lo general, la investigación sobre la educación matemática de los jóvenes y la población negra se ha centrado en gran medida en sus experiencias matemáticas en el contexto de Estados Unidos, con especial atención a las cuestiones de raza/racismo, equidad y justicia social. Si bien estos estudios son importantes y han contribuido a nuestra comprensión de las experiencias de escolarización de los jóvenes negros, hay una escasez de investigaciones específicas sobre las experiencias de aprendizaje de las matemáticas de los jóvenes inmigrantes negros africanos. En este artículo, utilizando la duoetnografía, analizamos nuestros proyectos anteriores con jóvenes y familias inmigrantes negroafricanos para abogar por más matices en las lentes teóricas y metodológicas a la hora de trabajar con esta población.

Palabras clave: educación matemática. inmigrantes africanos. juventud negra. conocimiento indígena africano.

RESUMO

De um modo geral, a investigação sobre a juventude/população negra no domínio da educação matemática tem-se centrado, em grande medida, nas suas experiências matemáticas no contexto dos Estados Unidos, com especial incidência em questões de raça/racismo, equidade e justiça social. Embora estes estudos sejam importantes e tenham contribuído para a nossa compreensão das experiências de escolarização dos jovens negros, existe uma escassez de investigação específica sobre as experiências de aprendizagem da matemática dos jovens imigrantes negros africanos. Neste artigo, recorrendo à duoetnografia, analisamos os nossos projectos anteriores com jovens/famílias imigrantes negro-africanos para defender mais nuances nas lentes teóricas e metodológicas quando nos envolvemos com esta população.

Palavras-chave: educação matemática. imigrantes africanos. juventude negra. conhecimento indígena africano.

Introduction

Our relationship as emerging scholars stems from our common interest in researching with African immigrant populations in the context of mathematics education. We both draw on African centred perspectives in pursuing our research agenda. Specifically, Kwesi's work draws on Afrocentric perspectives characterised by Ubuntu philosophy to investigate and understand the role continental and diasporic African parents play in their children's mathematics learning. Molade's work, drawn from a decolonial perspective, seeks to disrupt inequities and disentangling coloniality in mathematics. In this paper, we draw on our respective research projects to offer both theoretical and methodological lenses inspired by African centred/Indigenous worldviews in researching African immigrants' mathematics learning experiences in Canada.

Generally, research with Black youth/population in the context of mathematics education have largely focused on mathematics experiences of Black youth in the United States with a special focus on issues of race/racism, equity, and social justice (e.g., Bullock, 2018; Gholson & Wilkes, 2017; Martin, 2012). While these studies are important and have informed our understanding of the schooling experiences of Black youth, there appears to be a dearth of research with specificity on the mathematics learning experiences of Black African immigrant youth.

In this paper, we use duoethnography (Norris, 2017) as a methodology to account and reflect on our previous projects with Black African immigrant youth and families to argue for more nuances in the theoretical and methodological lenses when engaging with this population. We begin first by describing the positioning of Black youth in Canada and then share our own experiences of being Black, immigrants, and Africans in North America. Through excerpts from our respective projects, we end by exploring African Indigenous Knowledges as a plausible theoretical and methodological lens for understanding mathematics learning experiences of African immigrants in Canada.

Duoethnography as Methodology

We frame this paper as a duoethnographic encounter between two mathematics education researchers who have interest in working with African immigrant youth/families. Duoethnographies "encourage educators and learners to undertake an autobiographical examination of themselves, using the researcher as the research site" (Rose & Montakantiwong, 2018, p. 91). According to Norris (2017), duoethnographies study how two or more individuals give similar and different meanings to a common

phenomenon. The confluence of our work lies with the population we work with, African immigrants. However, our methodological experiences working with this population are not the same. To this end, our personal experiences as researchers working with the African immigrant population constitutes the site and data for this paper in interrogating our theoretical and methodological approaches. To personalise our experiences, we use first person (I) to express our individual experiences while we use (we) to refer to our collective experiences as researchers.

Positioning Black/African Youth in the Canadian Education System

Currently, out of about 300 school boards across Canada, except for Toronto District School Board (TDSB), no school board collects race-based data. By not collecting data on race and other important socio-economic demographic factors of students, we fail to address systemic barriers to success in our educational system. Data from the TDSB provides a glimpse into some disparities that exist in our educational systems for racialized communities such as ¹Black youth. For instance, there has been growing concern about the opportunity to learn gaps that exist among Black students in terms of their successful completion of high school and the academic level of study in which students are enrolled in within Toronto District School Board. Between 2006-2011 for example, only 53% of Black students were placed in academic courses as compared to 81% and 80% for white students and other racialized groups, while Black students constituted 39% and 9% placed in applied and essentials respectively (James, & Turner, 2017). Academic courses are the most academically challenging and are required for University Preparation courses taken in Grades 11 and 12; applied courses are meant to prepare students for college in grade 11 and 12; and essentials help students to meet the basic credit requirements for high school graduation and prepares students to secure menial jobs but unable to enrol in college or university (James & Turner, 2017). According to a study conducted by People for Education (2014), students in Essential English and math classes were less likely to: meet the provincial standards on math and reading tests; graduate high school; and attend post-secondary education. The study also found that schools with more Applied and essential classes are attended by students from families with much lower incomes, predominantly Black students (Parekh, 2013). In most cases, test scores and other standardized measures are used as evidence of students' ability, skill level, and knowledge of educational material. In most cases, Black African immigrants students fall victim to being labelled as academically weak (James & Turner, 2017). Having a quantified race-based data will help expose the disparities in the educational sector, however, in most cases, race-based data are used as a basis for comparing Black students to their white counterparts. Such "race-comparative approach could have deleterious effects of helping to position Black children at the bottom of a racial hierarchy of mathematics ability" (Martin, 2012, p. 49).

As scholars, we believe there is a dire need for research that moves beyond racial comparative analysis of students' achievements. Hence our work as researchers in Canada focus on paying greater attention to the lived experiences of Black youth to expose the institutional and structural barriers inside and outside of school including issues of racial inequity while also documenting their resilience within the Canadian school system as Black mathematics learners (e.g., Gholson & Wilkes, 2017; Martin, 2012). In the context of the two provinces where we live and work (Alberta and Ontario), there has been an increase in immigrant population especially from Sub-Saharan Africa (SSA) countries. For instance, Statistics Canada (2019) identified Alberta province as having the fastest growing Black population with growth from 39,955 in 1996 to 174,655 in 2016. Similarly, Ontario is home to about 52.2% (Statistics Canada, 2019) of the Black population in Canada with most immigrants coming from SSA countries. Such growth in the Black immigrant population in these provinces indicates the urgency in educational research relating to SSA Africa immigrants. In our work, we are interested in interrogating how African Indigenous worldviews might help us better interpret SSA immigrant youth/family experiences of mathematics, in and out of school settings.

¹ The data from Toronto School District School Board does separate diverse Black population (e.g., Caribbean, Sub-Saharan African immigrants etc). The data reference Black population to include all people who self-identify as Black. This includes landed immigrants/permanent residents and Canadian citizens by naturalization (James, 2017).

Being Black, Immigrant, and African in Mathematics Education: Living in the in-between

In this section, we discuss our experiences of emigrating to North America, specifically the United States and Canada. We ground our conversations around being Black, Immigrant, and African in mathematics education. We end by discussing how these experiences influenced our doctoral research projects.

Molade's Experience Living the In-Between

I am a Nigerian mathematics educator who is also a recent immigrant living and working in Canada. As a scholar whose work). I moved to the United States in 2002 to begin my undergraduate degree in Computer Engineering. I chose an Engineering major because I loved mathematics and knew that a career in teaching was not open for me. Teaching is not a career one aspires to in Nigeria leaving me with two other career paths: either become a doctor or an engineer. My young 15-year-old mind loved numbers more than I loved words, so engineering seemed like a no-brainer. When I began my undergraduate degree, despite being accepted into the electrical engineering program, I was initially enrolled in a college algebra course instead of calculus I. I was told that it was a more appropriate course for me, but I advocated for myself and was placed into calculus I. I learned how much I loathed computer programming but loved my mathematics courses and thus wanted to switch my major to mathematical sciences. My parents completely disapproved and threatened to send me back to Nigeria. My only option was to switch to electrical engineering and double major in mathematical sciences. A few years later, I earned a master's degree in applied mathematics and then relocated to Johannesburg, South Africa to become a high school mathematics teacher at a diverse school filled with students from across the African continent. While there, I contemplated on the role mathematics played in effecting positive social change. This question lingered with me throughout my doctoral studies, specifically in my doctoral dissertation which I will speak about in subsequent sections. In my undergraduate and graduate degrees, I noticed how few Black students were in my courses. I also recognized even fewer numbers of Black and female students in my courses.

Kwesi's Experience Living the In-Between

I was born and raised in Ghana, West Africa and now living and working in Alberta, Canada. Similar to Molade, my decision to join the teaching force was also partly driven by the labour market landscape at the time. Mathematics teachers were high in demand. I graduated with a first degree in mathematics/education and accepted a job post in a public high school. Six years into my career as a math teacher, I began to reflect and question my own pedagogy and the exam driven school curriculum that I worked which I thought was devoid of context. I began to ponder on ways I could connect mathematics to children's experiences (funds of knowledge), and how communities and families might shape children's mathematics learning experience in and out of school. Becoming a professional educator involves our unique interaction between our past and present. My questioning led me to pursue graduate studies in Canada; first for master's degree and later for a PhD. My experience as an international graduate student in Canada could best be described with Giroux's (2005) metaphor of border crossing. Giroux posits that beyond crossing physical borders, immigrants encounter cultural borders, wherein social codes, experiences, and language differ. As an international student from Ghana, it was not only about the change in physical space (being in a new country), but it was also about navigating oppositional cultural and linguistic boundaries to ensure I thrive in the new context (Canada) (Raisinghani, & Yaro, 2021). Some of these cultural boundaries include teaching pedagogies used in graduate school and what knowledge is valorised in this new context. Until my third year in my PhD when I was studying for my comprehensive exams, I had always doubted my own cultural knowledge (AIK or Afrocentricity) as a frame of reference both in classroom discourse and in scholarship. My encounter with literature on AIK and Afrocentricity was the turning point in my scholarship as a graduate student and now as an emerging scholar. Perhaps, exposing me earlier to different (non-western) theories would have offered me more possibilities to conceptualise and develop my understanding of my research.

Molade and Kwesi's journey matters for a variety of reasons. It sheds light on barriers to advanced mathematics course enrolment, nuancing African immigrants STEM interests, becoming "Black" in mathematics/STEM, African immigrants in teacher education, and experiencing racialization as a mathematics tutor and student. The most prominent is to challenge the narrative of the "model immigrant" which tends to cite Africans (Nigerians in particular) as being very successful in receiving countries (Ukpokodu, 2018). This adds a different dimension to the success narrative of African immigrants as we elucidate barriers many African immigrants encounter in the host country in quest for better education. That is, when the quest for success is largely tied to parental wishes and parental pressures.

While there are frequent headlines around success narratives of African immigrants, there is scant research of African immigrant experiences in K-12 schools and even fewer focused on their mathematics experiences particularly at the secondary level. Ukpokodu's (2018) research examining the academic achievement of African immigrant students (AIS) found no substantial evidence to the "model minority claim" in U.S. K-12 schooling. She further asserted that the African immigrant youth are not a monolithic group. For example, experiences of voluntary and involuntary immigrants would necessarily be different and will have implications for the ways they navigate the education system. In addition, Ukpokodu (2018) indicated that the "model minority" label "carries the implication that AIS can easily negotiate the school system and achieve high-level academic success" (p. 84) leading to little support from schools.

In Ihejirika and colleagues (2020) scoping review of scholarship conducted in Canada focused on SSA immigrants, of the 48 articles that fit the criteria, we note that only one (Schroeter & James, 2015) was centred in an educational context. Schroeter & James's (2015) research explored the experiences of nine students in a specialized program offered at a French school. Of the nine students, six were Black African-born students with refugee backgrounds. Their study revealed the ways this specialized program was a form of streaming for these students. Further, the needs of these students were dismissed because their experiences were conflated with students who are disengaged.

Other studies with African immigrant students have largely focused on those in postsecondary contexts (Wilson-Forsberg et al., 2020), issues related to language and literacy (Kiramba et al., 2020), and racial socialization (Mwangi, 2014). In Wilson-Forsberg and colleagues (2020) for example, we note how the young African men in the study reflecting on their high school education were discouraged from taking academic mathematics (the top level in mathematics in Ontario) in grade 11. A participant in the study, Mohammad shared, "They did the same thing to me when I wanted to take academic math in grade 11. They told me I wouldn't pass it and that I should stick to applied math or data management" (p. 700). Mohammed's comment resonates with Molade's undergraduate mathematics learning experience in the United States. While these experiences are worth sharing, as scholars with strong roots in SSA, we wonder how we might use AIK as both a theoretical and methodological lens to better understand mathematics schooling experiences of African immigrant youth in Canada.

Centering African Indigenous Knowledges in Mathematics Education Research

Problems related to education are culturally and place specific hence it is important that interpretative work draws on culture-centric perspectives both theoretically and methodologically. Patel (2016) challenged, "many theories can be used to explain experiences and data, but they do not do so equally" (p. 60). All theories and methodologies draw on a particular lens that are consequential in guiding how one designs and interprets the data generated in the research. James (2017) argued that taking a specific cultural stance provides insights into the complexities of peoples' lives in a given context. Indeed, our previous works indicate that SSA immigrants' mathematics experiences are (re)shaped by their African centred worldviews and values (Osibodu, 2020; Yaro, 2021). To this end, our work with the African immigrant population draws largely on African Indigenous Knowledges (AIK) as we use this as both a

theoretical and methodological lens to investigate mathematics learning and participation experiences of African immigrant youth and their parents in the Canadian/US contexts.

AIK refers to the traditional norms, social values, and mental constructs that guide, organize, and shape African ways of living in making sense of the world (Chilisa, 2020). These worldviews are clearly distinct regarding their unique African cultural and historical traits. Asante (1990) used the term Afrocentricity to describe hosts of AIK such as beliefs, and philosophies that guide inquiry and analysis. In this section, we focus on describing the major tenets of AIK by drawing on aspects of our work to elucidate theoretical and methodological applications.

What characterises AIK can be articulated in axiological terms. Axiologically, AIK in research takes into consideration values and ethics in search for truth and advancement of knowledge. In the context of an AIK paradigm, questions of axiology interrogate the African values, which one holds and applies throughout the research processes. AIK is deeply entrenched in interdependence and interconnectedness of all things, and this translates to the social lives of African people. The individual is a non-existent being without the community or the collective society. In other words, within the African value system, communalism prevails as opposed to individualism. The most common maxim which characterises this axiological system is “Ubuntu” (a Zulu word) which translates; “I am because you are: You are because I am”. Specifically, Ubuntu is a traditional African philosophy, defined as communicating, caring, and sharing with humans in harmony with all of creation. Tutu (2000) argues that it is about the essence of being human; it is part of the gift that Africa will give the world. It embraces hospitality, caring about others, being willing to go the extra mile for the sake of another. Without essentializing Africa as a continent, it is worth to indicate that the philosophical thought and meaning of Ubuntu transcends where it originated (Zulu – South Africa). For instance, in Ghana, Ubuntu could mean **Nkonsonkonson** (a "chain link" as in Adinkra symbol – a traditional symbol from the Akan tribe in Ghana) which literally means unity and human relations. Again, the concept of **Ebi** in Yoruba (Ethnic group from Southwestern Nigeria), articulates the philosophical thought of Ubuntu and is well expressed in many African proverbs across the continent. Ubuntu as a philosophical thought has many implications for research with the African immigrant population but here, we will only focus on a few in relation to our research.

Diasporic and Continental African families support for children’s mathematics learning – Kwesi’s project

I (Kwesi) worked on “African immigrant support for children’s mathematics learning” (Yaro, 2021). In this study I employed the concept of cultural capital framework and Afrocentric worldviews to understand the experiences of African immigrant parents in supporting their children’s mathematics learning at the upper elementary and middle grade levels (Grades 4 - 8) in Canada. Prominent among the findings of this study is the manifestations of African value orientation of oneness and communalism (Ubuntu) in parents’ participation in their children’s mathematics learning. For instance, African immigrant parents in the study were aware of the gatekeeping function of mathematics and its role in reproducing or disrupting race or class hierarchies hence they leveraged on various social networks and sense of community through frequent meetings to discuss issues relating to their children’s learning broadly, and collaboratively offer mathematics support to each other’s child. This sense of community support is an indicator of African value orientation of communalism (Ubuntu), succeeding together. Viewing parents’ participation in children’s mathematics learning through an Afrocentric lens allows me to see ways in which the African value system shapes these immigrant parents' involvement practices in Canada. Similar findings were reported in my study with parents with low formal education in rural Ghana (Yaro, 2015) and African immigrant families in Canada (Yaro, 2021)

Again, the spirit of communalism (Ubuntu) among these participants shaped my understanding of the concept of family as going beyond the nuclear to include extended members (uncle, aunt, nephews, niece, nannies, grandparents, elders in the community, etc.). Furthermore, the sense of communalism from the AIK lens translates to Africans’ participation in a research process as subjects and human agents rather than objects (Mkabela, 2005). Methodologically, participatory work should be built on trusted

relationship building with collaborative partners and individuals within the African immigrant community and these actors should be integral part of every stage of the research process, from planning to dissemination of the research findings; hence community members must be the final authority in determining what is true and therefore the final arbiter of the validity of the research about their experiences (Reviere, 2001). This will require building trusted relationships with the African immigrant communities. For instance, my ongoing collaborative work with Edmonton Mennonite Center for Newcomers (EMCN) espouses the role of community, relationship building and cultural immersion in research with African immigrants. In this research I am interested in African immigrant families' (parents & children) mathematics learning experiences in the Canadian context. Thus far, I have spent about 16 months building relationships with African immigrant communities in Edmonton through attending cultural gatherings and volunteering activities with immigrant community centres. Such a relationship is key to understanding the community I research to ensure that I am culturally and socially immersed as opposed to scientific distance (Asante, 1990). Such immersion will enable me to have a fuller grasp of the ethical and moral sense of judgements pertaining to the researched community.

Critical Mathematics Education with SSA Youth - Molade's Project

I (Molade) highlight a prior project where I engaged in with five Sub-Saharan African (SSA) youth where we explored critical mathematics education to unpack how they envisioned a social justice focus on mathematics education (see Osibodu, 2020). Guiding this project were theoretical and methodological approaches that allowed for AIK to flourish. Decolonial theory, particularly from the work of Zimbabwean decolonial theorist Sabelo Ndlovu-Gatsheni was particularly instrumental. For Ndlovu-Gatsheni (2015), decolonial theory disrupts the impact of coloniality within the spheres of power, knowledge, and being.

Decolonizing methodologies build from decolonial theories as an approach to engage in research that centers the worldviews of the colonized Other and that is relational (Chilisa, 2020; Patel, 2016; Smith, 1999; Wilson, 2008). In other words, decolonizing methodologies shifts from a western way of conducting research by foregrounding and elevating multiple knowledges. Building from decolonial theory and decolonial methodologies, I drew on Ubuntu, Sankofa, and Fela-Anikulapo Music (FAM) methodology (FAM). Ubuntu (Tutu, 2000) is a Southern African philosophy emphasizing that I am because we are. Sankofa (Dei, 2012) is from the Twi people in Ghana and asserts, that we must look into our past before reflecting on the future. Lastly, I coined FAM from the late Nigerian artist Fela Anikupalo-Kuti's music which I theorised as embedding three facets including co-learning, disruption, and joy (Osibodu, 2022).

In the project, we co-learned, reflected on prior experiences and prehistoric African education, become consciously aware of multiple ways of knowing, valued these multiple ways of knowing, disrupted power within colonial discourses, and exhibited joy in the process. Youth showed how, through looking at cultural artifacts and reflecting on prior experiences, we were able to value Indigenous [mathematics] knowledge. Moreover, there was an assertion that if young children are given the opportunity to see the multiplicity of knowledges within their communities, perhaps they will enter formal mathematics spaces with more confidence and belief in their abilities. In the process, we also disrupted colonial discourses that led to deep insights into multiple ways of knowing. These included African Indigenous knowledges, elder knowledge, and embodied knowledges typically absent in western education. This then led to valuing these multiple ways of knowing even in the context of mathematics as was evident in the social issue exploration around traditional and manufactured medicines.

Conclusion

We end by turning to an African elder Dei (1994) who remarks that African youth "need to be active generators of their own knowledge...[through] a language of possibility" (p. 19). This language of possibility includes a search for "self-rule, self-regeneration, self-understanding, self-definition, self-

knowing, and self-articulation of African issues after centuries of domination and silencing” (Ndlovu-Gatsheni, 2018, p. 26). Essentially, it is important that African youth be given the space and opportunity to discuss social issues from their own experiences. However, we have learned from our previous works that experiences of African immigrants are not detached from their socio-cultural contexts and worldviews as African people living in the diaspora. Therefore, we find it imperative to push the boundaries in our works by drawing on epistemological and methodological orientations grounded in AIK to make sense of the mathematics educational experiences of African immigrant youth/families.

References

- Abdi, A. A. (2002). *Culture, education, and development in South Africa: Historical and contemporary perspectives*. Westport, CT & London: Bergin & Garvey.
- Asante, M. K. (1990). *Kemet, Afrocentricity and knowledge*. Trenton, NJ: Africa World Press.
- Boutte, G., Johnson, G., & Muki, A. (2019). Revitalization of indigenous African knowledges among people in the African diaspora. In L. L. Johnson, G. Boutte, G. Greene, & D. Smith (Eds.), *African Diaspora Literacy: The Heart of Transformation in K–12 Schools and Teacher Education* (pp. 13–42). Lanham: Maryland.
- Bullock, E. C. (2018). Intersectional analysis in critical mathematics education research: A response to figure hiding. *Review of Research in Education*, 42(1), 122-145.
- Chilisa, B. (2020). *Indigenous Research Methodologies*. Sage.
- Dei, G. J. S. (1994). Afrocentricity: A cornerstone of pedagogy. *Anthropology & Education Quarterly*, 25(1), 3-28.
- Dei, G. S. (2012). Indigenous anti-colonial knowledge as ‘heritage knowledge’ for promoting Black/African education in diasporic contexts. *Decolonization: Indigeneity, Education & Society*, 1(1).
- Gholson, M. L., & Wilkes, C. E. (2017). (Mis) taken identities: Reclaiming identities of the “collective Black” in mathematics education research through an exercise in Black specificity. *Review of Research in Education*, 41(1), 228-252.
- Giroux, H.A. (2005). *Border crossings: Cultural workers and the politics of education*, New York, NY: Routledge.
- Greene, G. (2019). A call for “work woke” educators: Actuating diaspora literacy to raise critical consciousness. In L. L. Johnson, G. Boutte, G. Greene, & D. Smith (Eds.), *African Diaspora Literacy: The Heart of Transformation in K–12 Schools and Teacher Education* (pp. 91–106). Lanham: Maryland.
- James, C. E., & Turner, T. (2017). Towards race equity in education: The schooling of Black students in the Greater Toronto Area. *Toronto, Ontario, Canada: York University*.
- Kiramba, L. K., Onyewuenyi, A. C., Kumi-Yeboah, A., & Sallar, A. M. (2020). Navigating multiple worlds of Ghanaian-born immigrant adolescent girls in US urban schools. *International Journal of Intercultural Relations*, 77, 46-57.
- Martin, D. (2012). Learning mathematics while Black. *The Journal of Educational Foundations*, 26(1–2), 47–66.
- Mkabela, Q. (2005). Using the Afrocentric method in researching indigenous African culture. The qualitative report, 10(1), 178-189.

- Mwangi, C. A. G. (2014). Complicating Blackness: Black immigrants & racial positioning in US higher education. *Journal of Critical Thought and Praxis*, 3(2).
- Ndlovu-Gatsheni, S. J. (2015). Decoloniality as the future of Africa. *History Compass*, 13(10), 485-496.
- Ndlovu-Gatsheni, S. J. (2018). The dynamics of epistemological decolonisation in the 21st century: Towards epistemic freedom. *Strategic Review for Southern Africa*, 40(1), 16-45.
- Norris J (2017) Duoethnography. In: Given LM (ed.) The SAGE Encyclopedia of Qualitative Research Methods. Thousand Oaks, CA: SAGE Publications, 233–36.
- OECD (2022). Mathematics performance (PISA) <https://data.oecd.org/pisa/mathematics-performance-pisa.htm>
- Okeke-Ihejirika, P., Yohani, S., Muster, J., Ndem, A., Chambers, T., & Pow, V. (2020). A scoping review on intimate partner violence in Canada's immigrant communities. *Trauma, Violence, & Abuse*, 21(4), 788-810.
- Osibodu, O. (2020). Embodying Ubuntu, invoking Sankofa, and disrupting with Fela: A co-exploration of social issues and critical mathematics education with Sub-Saharan African youth (Publication No. 27962619) [Doctoral dissertation, Michigan State University]. ProQuest Dissertations Publishing.
- Osibodu, O. (2022). Researcher don't teach me nonsense: Engaging African decolonial practices in a critical mathematics education project. In C. Burkholder, F. Aladejebi, & J. Schwab-Cartas (Eds.), *Facilitating community research for social change: Case studies in qualitative, arts-based, and visual research* (pp. 48-62). Routledge.
- Parekh, G. (2013). Structured pathways: An exploration of programs of study, school-wide, and in-school programs as well as promotion and transference across secondary schools in the Toronto District School Board (No. 13/14, p. 03). Research report.
- Patel, L. (2016). Decolonizing educational research: From ownership to *answerability*. Routledge.
- People for Education (2014). *A progress report on anti-racism policy across*. Retrieved from Canada <https://peopleforeducation.ca/report/a-progress-report-on-anti-racism-policy-across-canada/>
- Raisinghani, L. & Yaro, K. (2021). *Living, learning, and teaching to (re)learn: What is responsive education?* In T. A. Flower, & W. S. Allen (Eds.), *Duoethnographic encounters: Opening spaces for difficult dialogue in times of uncertainty* (pp. 33-48). New York, USA: DIO Press.
- Reviere, R. (2001). Toward an Afrocentric research methodology. *Journal of Black Studies*, 31(6), 709-728.
- Rose, H., & Montakantiwong, A. (2018). A tale of two teachers: A duoethnography of the realistic and idealistic successes and failures of teaching English as an international language. *RELC Journal*, 49(1), 88-101.
- Schroeter, S., & James, C. E. (2015). "We're here because we're Black": the schooling experiences of French-speaking African Canadian students with refugee backgrounds. *Race Ethnicity and Education*, 18(1), 20-39.
- Smith, L. T. (1999). *Decolonizing methodologies: Research and Indigenous people*. London: Zed Books.
- Statistics Canada (2019). *Diversity of the Black Population in Canada: An Overview*. Retrieved from: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED605380.pdf>

Tutu, D. (2000). *No future without forgiveness*. New York, NY: Random House.

Ukpokodu, O. N. (2018). African immigrants, the “New Model Minority”: Examining the reality in US K-12 schools. *The Urban Review*, 50, 69-96.

Wilson-Forsberg, S., Masakure, O., Shizha, E., Lafrenière, G., & Mfoafo-M’Carthy, M. (2020). Disrupting an imposed racial identity or performing the model minority? The pursuit of postsecondary education by young African immigrant men in Southern Ontario, Canada. *Race Ethnicity and Education*, 23(5), 693-711.

Wilson, S. (2008). *Research is ceremony: Indigenous research methods*. Black Point, Nova Scotia: Fernwood.

Yaro, K. (2015). *Parental involvement in children's mathematics learning: a case of a rural community, Ghana* (Masters thesis, University of British Columbia).

Yaro, K. (2021). *Understanding African immigrant families' support for their children's mathematics learning in Canada* (Doctoral dissertation, University of British Columbia).

UNLOCKING THE GATE

UNDERGRADUATE TEACHING ASSISTANTS AND GATEKEEPER MATHEMATICS
COURSES IN THE HISTORICALLY BLACK COLLEGE AND UNIVERSITY SETTING

DESTRANCANDO O PORTÃO

*Assistentes de ensino de graduação e cursos de matemática porteiros no cenário universitário
e universitário historicamente negro*

DESBLOQUEO DE LA PUERTA

*Asistentes de enseñanza de pregrado y cursos de matemáticas de guardián en el entorno
universitario y universitario históricamente negro*

Monica B. Mitchell

(MERAssociates LLC, United States)
mmitchell@merassociates.com

Uzoma J. Chikwem

(Lincoln University, United States)
uchikwem@lincoln.edu

Olatokunbo S. Fashola

(American University, United States)
fashola@american.edu

Derrick J. Swinton

(Kean University, United States)
dswinton@kean.edu

Recibido: 17/07/2023

Aprobado: 17/07/2023

ABSTRACT

Mathematics continues to be a gatekeeper in limiting participation in the sciences especially among underserved, underrepresented, and racially minoritized students. The contribution of Historically Black Colleges and Universities (HBCUs) to broaden the participation of racially minoritized students in science, technology, engineering and mathematics (STEM) in the United States is significant. This paper reports the findings of a quasi-experimental study on the use of undergraduate teaching assistants (UTAs) in gatekeeper mathematics courses in the context of an HBCU. UTAs were assigned to gatekeeper mathematics courses to disrupt the individualized and deficit-oriented milieu commonly associated with learning mathematics. A total of 1,188 undergraduate students of African descent completed an end-of-semester survey on the use of UTAs in gatekeeper mathematics courses. Results reveal evidence of significant and positive effects of UTA use in gatekeeper mathematics courses on student outcomes. The significant positive results are attributed to the comparative proxies of UTAs who shared similar race and ethnicity with students enrolled in gatekeeper

mathematics courses. The significant results of UTA use in gatekeeper mathematics courses bode well for meaningful and practical application to HBCUs and other similar higher education settings seeking to increase STEM outcomes for students of African descent.

Keywords: gatekeeper mathematics courses. introductory undergraduate mathematics courses. undergraduate teaching assistants. historically black colleges and universities.

RESUMO

A matemática continua a ser um guardião na limitação da participação nas ciências, especialmente entre os estudantes carentes, sub-representados e racialmente minoritários. A contribuição das Faculdades e Universidades Historicamente Negras (HBCUs) para ampliar a participação de estudantes racialmente minoritários em ciência, tecnologia, engenharia e matemática (STEM) nos Estados Unidos é significativa. Este documento relata os resultados de um estudo quase experimental sobre o uso de assistentes de ensino de graduação (UTAs) em cursos de matemática de gatekeeper no contexto de uma HBCU. As UTAs foram designadas a cursos de matemática de porteiro para perturbar o meio individualizado e deficitário comumente associado ao aprendizado da matemática. Um total de 1.188 estudantes de graduação de origem africana completaram uma pesquisa de fim de semestre sobre o uso de UTAs em cursos de matemática de gatekeeper. Os resultados revelam evidências de efeitos significativos e positivos do uso de UTA em cursos de matemática de gatekeeper nos resultados dos alunos. Os resultados positivos significativos são atribuídos aos substitutos comparativos de UTAs que compartilharam raça e etnia semelhantes com estudantes matriculados em cursos de matemática de porteiro. Os resultados significativos do uso de UTA em cursos de matemática de gatekeeper são um bom presságio para aplicação prática e significativa em HBCUs e outros ambientes similares de ensino superior que buscam aumentar os resultados STEM para estudantes de descendência africana.

Palavras-chave: cursos de matemática porteiro. cursos introdutórios de matemática de graduação. auxiliares de ensino de graduação. faculdades e universidades historicamente negras.

RESUMEN

Las matemáticas siguen siendo un guardián en la limitación de la participación en la ciencia, especialmente entre los estudiantes marginados, subrepresentados y pertenecientes a minorías raciales. La contribución de los colegios y universidades históricamente negros (HBCU, por sus siglas en inglés) a la expansión de la participación de estudiantes de minorías raciales en ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas (STEM, por sus siglas en inglés) en los Estados Unidos es significativa. Este documento informa los resultados de un estudio cuasiexperimental sobre el uso de asistentes de enseñanza graduados (UTA) en cursos de matemáticas gatekeeper en el contexto de una HBCU. Las UTA se asignaron a cursos de matemáticas de guardianes para interrumpir el entorno individualizado y deficitario comúnmente asociado con el aprendizaje de las matemáticas. Un total de 1.188 estudiantes de pregrado afrodescendientes completaron una encuesta de fin de semestre sobre el uso de UTA en cursos de matemáticas gatekeeper. Los resultados revelan evidencia de efectos significativos y positivos del uso de UTA en cursos de matemáticas gatekeeper sobre los resultados de los estudiantes. Los resultados positivos significativos se atribuyen a los sustitutos comparativos de las UTA que compartían raza y etnia similares con los estudiantes inscritos en cursos de matemáticas para conserjes. Los resultados significativos del uso de la UTA en los cursos de matemáticas de gatekeeper son un buen augurio para la aplicación práctica y significativa en las HBCU y otros entornos de educación superior similares que buscan aumentar los resultados de STEM para los estudiantes afrodescendientes.

Palabras clave: cursos de matemáticas gatekeeper. cursos de introducción a las matemáticas de pregrado. auxiliares docentes de pregrado. colegios y universidades históricamente negros.

Purpose

Mathematics continues to function as a gatekeeper in the sciences especially among underserved, underrepresented, and racially minoritized students (Levy et al., 2021; Thompson, 2022; Fletcher et al., 2023). The contribution of historically Black colleges and universities (HBCUs) in broadening the participation of racially minoritized students in science, technology, engineering, and mathematics (STEM) in the United States is significant (Sampson, 2023). Drawing upon the historic mission and rich cultural experience of HBCUs, this paper reports the findings of a study on the use of undergraduate teaching assistants (UTAs) in gatekeeper mathematics courses to increase learning outcomes for undergraduate STEM majors at Lincoln University, an HBCU in the mid-Atlantic region of the United States. While part of a larger study, the focus on mathematics is purposeful given its central prerequisite role for students to matriculate as STEM majors. Reflective of the equity and social justice ethos of HBCUs (Franklin, Younge & Jensen, 2023), Lincoln University affirms the importance of Black identity and community wherein STEM majors have likened the context to an environment that feels like family (Mitchell & Fashola, 2021). Despite the supportive environment, performance outcomes in mathematics have persistently lagged behind introductory coursework in other fields required for STEM majors. Students of color are often subjected to racialized mathematics experiences which stigmatize learners, especially those of African descent, with stereotypical messaging, negative experiences, and microaggressions beginning in the precollege schooling context and continuing in the postsecondary setting (Martin, 2019; Davis, 2022; Roberts & Almeida, 2023). To counter the deficit-oriented narratives associated with learning mathematics as experienced by students of African descent, this study strategically deployed UTAs to gatekeeper mathematics courses. The use of UTAs can be regarded as a form of peer learning, widely used in higher education and defined as “the acquisition of knowledge and skills through active help and support among status equals or matched companions” (Topping, 2005, p.631). Information about the role of UTAs along with their recruitment and the selection process is described below.

Lincoln University received a \$2 Million grant from the National Science Foundation to conduct the *Lincoln’s Excellent Academic Program in Science – Transformation (LEAPS-T)* designed to increase the recruitment, retention and graduation rates of STEM majors (Chikwem, 2016). The gender balance of undergraduate enrolment at Lincoln reflects 66% females and 34% males; students’ racial and ethnic demographics are 85% Black or African American, 6% Hispanic/Latino, 3% two or more races, 3% non-resident noncitizen, 2% race/ethnicity unknown, and 1% white (NCES, 2022).

Theoretical Framework

In this study, the UTAs functioned in a collaborative role attending to the potential of students enrolled in gatekeeper mathematics courses. The UTA Coordinator held training sessions for all UTAs prior to their assignment in mathematics gatekeeper courses to support their understanding of serving in a collaborative role to fulfill their responsibilities. The coordinator was well-versed in training methodology in support of peer learning through previous STEM-intervention efforts supported by the National Science Foundation. The collaborative element of UTAs in focusing on student potential to master the subject material would thereby lead to successful student learning in gatekeeper mathematics courses.

We used the proxy model of social comparison based on the Theory of Social Comparison for Self-Assessment of Ability for the theoretical framework (Wheeler, Martin & Suls, 1997; Suls, Martin & Wheeler, 2002) as it aligns well with the collective community context of HBCUs. Recent research shows racialized minorities switch out as STEM majors at higher rates than their white peers, despite

having similar proportional interest in STEM upon college entry and controlling for students' prior secondary academic performance and socio-economic status (Riegle-Crumb, King & Irizarry, 2019). Students begin to self-assess their participation early as undergraduates determining whether they can "cut it" as STEM majors. The Theory of Social Comparison for Self-Assessment of Ability asserts that individuals constantly engage in assessing their own capabilities and potential in comparison to others in social proximity, and proxies serve as legitimate and effective self-assessment mechanisms for social comparison.

A social comparison proxy in the form of a UTA is similar to the function of a role model, shown to be particularly important for STEM retention of underrepresented students (Atkins et al., 2020; Gladstone & Soto, 2021). Having recently completed the same course and sharing similar racial and ethnic demographics, the UTAs in this study represented realistic and relatable proxies of comparison, able to identify with the background, culture and experience of students enrolled in gatekeeper mathematics courses. Proxy comparison with close affinity as STEM majors of similar race, ethnicity and culture would evoke a comparative affirming realization for students enrolled in gatekeeper mathematics courses to identify with their UTA (i.e., "If s/he can do it, then I can do it too") and allow them to gain greater perspective and confidence about their capability to successfully persist and remain in STEM. The affirmative and aspirational mission of HBCUs in educating students of African descent (Rankins, 2019) coupled with the cohesive nature of the STEM community at Lincoln University mitigates the potential of a meritocratic narrative in damaging the agency of racialized minorities as often experienced in a Predominantly White Institution (PWI) (Gasman & Nguyen, 2019). The strong mission of HBCUs to focus on the educational promise and advance of students of African descent contributes to fostering a sense of collective pride among students (Cook, 2022) and the opportunity to learn in an environment conducive to proxy STEM comparison due to the positive racial socialization of students of African descent inherent in the HBCU experience (Freeman et al, 2021).

The Research Study

This quasi-experimental study focuses on the use of UTAs in gatekeeper mathematics courses to effect positive student outcomes. A pilot was conducted in the spring semester of the project's first year (Spring 2017). Full implementation of UTAs continued each academic year (AY) thereafter until grant expiration in 2020.

The primary role of the UTA was to support the teaching and learning experience in gatekeeper courses to improve student success. As such, they were the first line of defence in the mission to improve passing rates and student retention. The UTA Coordinator, a STEM faculty member at Lincoln University, was responsible for recruiting students and requesting recommendations from mathematics faculty as part of the recruitment process. Due to the cohesiveness of the STEM community on campus, the UTA Coordinator knew most of the upper-level students majoring in STEM from other STEM-related activities (e.g., annual research fair, STEM student clubs). Students had to submit an application to be considered as a UTA and also had to either complete an interview or have a faculty member submit a recommendation on their behalf. Students were recruited directly by the UTA Coordinator and by faculty, as well as through word of mouth by students who had heard about the opportunity or had already applied. A GPA of 3.3 or above, and an interest in supporting other students in STEM, were also requirements for the UTA position. The UTA Coordinator, in consultation with a team of STEM faculty, selected the UTAs. Assignment of UTAs to specific mathematics gatekeeper courses was completed by the UTA Coordinator based on prior performance in the course and compatibility fit with the instructor. Performance in the mathematics sequence for the TA-assigned course was also factored into making UTA course assignments.

A manual provided further guidance on the role and function of UTAs in working effectively with faculty and students. The manual also served as a reference for faculty on the appropriate role of UTAs. Each UTA signed an agreement of mutual expectations to provide some level of performance accountability. Each semester, UTAs held weekly peer-to-peer 10-hour study sessions. They planned weekly meetings

with the course instructor, made announcements of their peer learning sessions to students in class, reviewed course materials and gathered supplemental resources to review weekly session topics, organized/designed weekly peer learning sessions, regularly communicated with students by group chats, and assisted with pre-test reviews and other responsibilities assigned by the faculty (e.g., assist in the lab and/or help grade quizzes).

Usually juniors and seniors, the racial and ethnic demographics of the UTAs were similar to students enrolled in the mathematics gatekeeper courses. The similar race, ethnicity, and cultural attributes of UTAs with the students enrolled in the assigned courses were essential to the psychological closeness principles that foster proxy comparison. Psychological closeness refers to making a connection or identification to the proxy.

Given the UTAs successful prior course completion, they were in many cases familiar with the teaching methods and instructional approach of faculty and could thereby leverage their prior course knowledge and experience to support students. Twenty-four UTAs were assigned to gatekeeper mathematics courses across five consecutive semesters beginning Spring 2017 through Spring 2019. Though UTA implementation was not mandated for gatekeeper mathematics courses, faculty were encouraged to participate.

Methodology

A quasi-experimental design was employed to examine summative effects of the UTA intervention on student outcomes associated with perceptions about the quality and benefit of UTAs, students' mathematics confidence, student achievement, and student retention. A two-tailed *t*-test was used to estimate the difference in means between treatment and comparison groups based on non-random assignment. The *p* value determined the extent to which the null hypothesis could be rejected based on the threshold value of 0.05. Effect size measures followed the convention established by Cohen (1988). Students enrolled in gatekeeper mathematics courses with relatively consistent UTA interaction (i.e., before exams/tests, monthly, every two weeks or weekly) were assigned to the treatment group. Students in gatekeeper mathematics courses with none to inconsistent UTA interaction (i.e., hardly ever or not at all) were assigned to the comparison group. Descriptive statistics provided additional context. The study includes the spring 2017 pilot of Year 1 (2016-17 AY) and full implementation in Years 2 (2017-2018 AY) through 3 (2018-2019 AY). The abrupt onset of the COVID-19 pandemic prevented the project's last two years from being included in the study.

The following research questions guided this study:

1. Did the use of UTAs as comparison proxies in gatekeeper mathematics courses lead to positive student perceptions of the quality and benefit of mathematics UTAs?
2. Did the use of UTAs as comparison proxies improve students' mathematics confidence and student outcomes in gatekeeper mathematics courses?

Participants & Setting

The gatekeeper mathematics courses in this study include College Algebra, Pre-Calculus, Elementary Statistics, Calculus I, and Calculus II. All students enrolled in the five gatekeeper mathematics courses with assigned UTAs were invited to participate in the study. The research team visited classes participating in the study and informed students about the nature of the study as well as the expectations for participation. An opportunity was provided for students to ask questions. Students who wanted to participate voluntarily signed consent forms. To serve as an incentive for participation and survey completion, a nominal raffle incentive of \$50 was awarded to a survey respondent randomly selected each semester.

Birthed out of necessity in resisting racism and segregation in the United States for the purpose of ensuring educational access to people of African descent in the diaspora, the HBCU setting is culturally relevant as it foregrounds equity, opportunity, and social justice in its institutional and educational mission (Toldson, 2018; Gasman & Nguyen, 2019; Sampson, 2023). We are intentional about using the term students of African descent to describe the demographics of study participants to be inclusive and more representative of the rich diversity and heritage inherent in blackness (e.g., Caribbean, Afro-Latinx, African, multi-racial, etc.), as recognized by Lincoln’s first Black president, Horace Mann Bond (class of 1923) as he appropriately characterized students enrolled at the university as ‘youth of African descent’ (Bond, 1976, p. 3).

Data Sources

To address the research questions, we used quantitative data from student surveys administered at the end of each semester. The instrument was adapted from a pre-existing end-of-semester survey ($\alpha=0.932$) widely used in higher education for Supplemental Instruction (Simmons et al. 2020). A total of 1,188 undergraduate students of African descent enrolled in gatekeeper mathematics courses completed the end-of-semester survey on the use of UTAs corresponding to the gatekeeper mathematics course of enrolment for that semester. In addition to survey items on demographics and frequency of interaction with the assigned UTA, the instrument also addressed five constructs: quality of UTA (e.g., *my UTA explained course concepts clearly*), benefit of UTA (e.g., *my UTA helped me understand the course material*), mathematics confidence (e.g., *I am more confident now doing well in my college mathematics than I was at the beginning of the course*), student achievement (*having a UTA helped me complete the course*), and student retention (*having a UTA helped me improve my grade in the course*). Survey items to measure the five constructs were formatted with a 5-point Likert scale (5=strongly agree to 1=strongly disagree). Exposure to treatment relied on self-report survey data about the frequency of attending the weekly peer-learning sessions. De-identified course grades were used to identify trends in pass rates. Four of the gatekeeper mathematics courses included in this study consistently used UTAs: College Algebra, Elementary Statistics (beginning Spring 2017), Pre-Calculus, and Calculus 1. The fifth course, Calculus II, was a late UTA adopter (Spring 2018).

Results

As shown in Table 1, pass rates in the four gatekeeper mathematics courses with consistent use of UTAs increased to 61.0% from 55.3% at baseline. Compared to baseline, Calculus I had the greatest pass rate gain (+12.0 percentage points), followed respectively by Elementary Statistics (+9.6 percentage points) and Pre-Calculus (+8.0 percentage points). Pass rates in College Algebra increased slightly.

Mathematics Gatekeeper Courses	2015-16 AY – Fall 2015 Baseline	Spring 2017	Fall 2017	Spring 2018	Fall 2018	Spring 2019	UTA Use Avg. Pass Rates
College Algebra	43.1%	30.0%	45.6%	50.5%	41.6%	53.8%	44.1%
Elementary Statistics	72.0%	90.3%	75.7%	81.7%	89.4%	80.7%	83.6%
Pre-Calculus	51.2%	49.0%	69.2%	43.1%	97.1%	45.8%	59.2%

Calculus I	47.0%	72.3%	80.9%	73.1%	46.2%	34.7%	59.0%
Avg Pass Rate	55.3%	60.4%	67.9%	62.1%	68.6%	53.8%	61.0%

Table 1. Pass Rates in Gatekeeper Mathematics Courses with UTAs compared to Baseline, Spring 2017 through Spring 2019

Descriptive data reveal positive student results in several areas. Among students enrolled in gatekeeper mathematics courses with assigned UTAs, 82.6% of survey respondents were aware of who their assigned UTA was, 85.7% knew the role of their UTA, and 84.8% knew how, when, and where to get UTA assistance. Students also possessed positive perceptions about faculty support for the use of UTAs with 80% reporting that their mathematics faculty introduced their UTAs to them directly in class, and 70.1% reporting encouragement from mathematics faculty to attend UTA sessions. A large majority felt that students who attended UTA sessions wanted to learn as much as possible to do well in class, evidenced by 82.8% in agreement. However, another 37.9% felt that students who attended UTA sessions were most likely *not good* in mathematics. We regard this negative association emblematic of a false stigma or shame narrative of not being *good* or *smart* enough to succeed in mathematics derived from racialized experiences in mathematics that advance persistent inferiority and deficit narratives among Black learners in the classroom and in society (Davis, 2022; Roberts & Almeida, 2023). The false stigma narrative associated with UTA use decreased concomitantly with increased exposure and familiarity of UTAs in gatekeeper mathematics classes. Those students not attending UTA sessions also encountered barriers to access due to scheduling conflicts and other obligations (e.g., work, athletics). As shown in Table 2, the retention mean scores of those in the comparison group with little to no attendance to UTA-sessions were significantly lower than the treatment group suggesting a greater risk of not passing the course and potentially dropping out of STEM. This study did not have access to institutional student-level data to delve further into this issue.

The *t*-test results reveal evidence of positive significant effects of UTAs in mathematics gatekeeper courses for the treatment group. As shown in Table 2, students who received UTA assistance in mathematics gatekeeper courses demonstrated significant better results than the comparison group across all constructs, and with large effect size in most constructs. The treatment group also demonstrated significant better results in their mathematics confidence with medium effect size. We would expect the self-reported mathematics confidence construct as a result of UTA session attendance to be responsive to the proxy comparison framework.

Construct	Treatment			Comparison			<i>df</i>	<i>t</i>	<i>P</i>	Cohen's <i>d</i>
	N	Mean	SD	N	Mean	SD				
Quality	293	4.3	1.2	410	2.0	1.8	701	18.3	<.001	1.4052
Benefit	293	3.9	1.3	410	1.9	1.8	701	16.6	<.001	1.2682
Confidence	293	3.8	1.4	410	2.7	1.8	701	9.0	<.001	0.6870
Retention	293	3.8	1.4	410	1.9	1.7	701	16.0	<.001	1.2206
Achievement	293	3.9	1.4	410	1.8	1.8	701	16.9	<.001	1.2961

Table 2. Treatment and Comparison *T*-test Results for UTA Use in Mathematics Gatekeeper Courses

As shown in Tables 3-7, disaggregation by gatekeeper mathematics course also demonstrated significantly better results for the treatment group across all constructs in all courses with sizable effect size.

Construct	<u>Treatment</u>			<u>Comparison</u>			<i>df</i>	<i>t</i>	<i>P</i>	Cohen's <i>d</i>
	N	Mean	SD	N	Mean	SD				
Quality	102	4.0	1.5	184	1.9	1.7	284	10.5	<.001	1.3080
Benefit	102	3.7	1.6	184	1.7	1.7	284	9.3	<.001	1.1532
Confidence	102	3.7	1.5	184	2.7	1.8	284	4.7	<.001	0.5861
Retention	102	3.7	1.6	184	1.7	1.7	284	9.9	<.001	1.2273
Achievement	102	3.7	1.6	184	1.7	1.7	284	9.9	<.001	1.2273

Table 3. College Algebra UTA Use Treatment and Comparison *T*-test Results

Construct	<u>Treatment</u>			<u>Comparison</u>			<i>df</i>	<i>t</i>	<i>P</i>	Cohen's <i>d</i>
	N	Mean	SD	N	Mean	SD				
Quality	67	4.0	1.5	113	2.2	1.7	178	7.1	<.001	1.0740
Benefit	67	3.6	1.4	113	1.9	1.7	178	6.7	<.001	1.0406
Confidence	67	3.5	1.6	113	2.6	1.8	178	3.2	<.001	0.4978
Retention	67	3.5	1.6	113	2.0	1.8	178	5.6	.0015	0.8563
Achievement	67	3.5	1.6	113	2.0	1.8	178	6.6	<.001	1.0160

Table 4. Elementary Statistics UTA Use Treatment and Comparison *T*-test Results

Construct	<u>Treatment</u>			<u>Comparison</u>			<i>df</i>	<i>t</i>	<i>P</i>	Cohen's <i>d</i>
	N	Mean	SD	N	Mean	SD				
Quality	60	4.4	0.8	68	2.1	1.9	126	8.5	<.001	1.5182
Benefit	60	3.9	1.0	68	2.0	1.8	126	7.2	<.001	1.2728
Confidence	60	3.8	1.2	68	2.4	1.8	126	4.8	<.001	0.8543
Retention	60	3.9	1.2	68	1.8	1.8	126	7.6	<.001	1.3511
Achievement	60	4.0	1.2	68	1.9	1.8	126	7.6	<.001	1.3443

Table 5. Pre-Calculus UTA Use Treatment and Comparison *T*-test Results

Construct	<u>Treatment</u>			<u>Comparison</u>			<i>df</i>	<i>t</i>	<i>P</i>	Cohen's <i>d</i>
	N	Mean	SD	N	Mean	SD				

Quality	43	4.9	0.3	38	1.8	2.0	79	9.9	<.001	2.2063
Benefit	43	4.4	0.7	38	1.7	1.9	79	9.1	<.001	1.9956
Confidence	43	4.2	1.2	38	2.8	2.0	79	3.6	.0005	0.8042
Retention	43	4.2	1.2	38	1.7	1.8	79	7.8	<.001	1.7378
Achievement	43	4.4	1.0	38	1.6	1.7	79	8.8	<.001	1.9572

Table 6. Calculus I UTA Use Treatment and Comparison *T*-test Results

Construct	<u>Treatment</u>			<u>Comparison</u>			<i>df</i>	<i>t</i>	<i>P</i>	Cohen's <i>d</i>
	N	Mean	SD	N	Mean	SD				
Quality	21	4.9	0.2	7	3.6	1.7	26	2.6	.0160	1.1246
Benefit	21	4.6	0.6	7	3.7	1.9	26	2.0	.0587	0.8629
Confidence	21	4.6	0.7	7	3.1	1.8	26	3.2	.0033	1.4147
Retention	21	4.6	0.7	7	3.7	1.9	26	1.9	.0662	0.8370
Achievement	21	4.6	0.6	7	3.7	1.9	26	2.0	.0579	0.8660

Table 7. Calculus II UTA Use Treatment and Comparison *T*-test Results

Discussion

A growing body of research has described the benefits of UTAs in higher education (Lukie et al., 2019). While some studies focus on STEM, research is sparse on the use of UTAs in gatekeeper mathematics courses and particularly in the context of HBCUs. This study produced positive and significant results on the use of UTAs in gatekeeper mathematics courses at Lincoln University evidenced by positive student perceptions of UTA quality and benefit, increased mathematics confidence, achievement and retention. The HBCU setting is designed to afford a cultural context of positive racial socialization and absence of marginalization particularly for students of African descent and one in which STEM is particularly conducive to proxy comparative associations (Freeman et al., 2021). Students enrolled in gatekeeper mathematics courses could associate their own growth potential for content mastery to the academic achievement of their UTAs. In the HBCU setting, the use of UTAs in mathematics gatekeeper courses functioned as a key in unlocking the potential for increased mathematics confidence, retention and achievement among those students of African descent who participated in the intervention.

Students not directly engaged in the intervention did not have access to this specific key of UTAs as a proxy comparison for promoting positive student outcomes. While many students experienced conflicts in their schedules with UTA sessions and had other obligations (e.g., work), 37.9% of survey respondents reported that they felt UTAs were for students who are *not good* in mathematics. This stigmatic association with the intervention stems from the insidious racialized context of mathematics education that perpetuates false inferiority and deficit-oriented narratives encountered by Black students (Martin, 2019; Davis, 2022; Roberts & Almeida, 2023). Although most students also felt that UTA sessions were indeed for students interested in performing at their best, the stigmatic association was a barrier to participation. The project saw a decline in stigma perceptions associated with the intervention as students gained more familiarity and exposure to UTAs. However, students in the first-year of study new to the HBCU setting were more likely to perceive a stigmatic association with UTA use. Freeman and

colleagues (2021) found that first-year students at HBCUs majoring in STEM begin to experience an absence of marginalization as they experience counter-narratives by engaging with a STEM teaching and learning culture that supports positive social comparison incorporating similar racial, ethnic, and cultural attributes. The racialized narratives specific to mathematics may take longer to dispel and require more intensive efforts to provide access to appropriate comparison proxies early on in postsecondary education. Concerted efforts to incentivize students to attend UTA sessions and other proxy comparison mechanisms in addition to UTAs may be needed to reach more students along with further research in dismantling the stigmatic associations that frustrate efforts to unlock the gate to mathematics for more students of African descent.

Limitations

The study relied on self-report measures from survey data as the primary data source. While the internal reliability of the end-of-semester survey was sound, opportunities for the occurrence of social desirability responses were present, though none were evident in the exposure to treatment survey item. UTA session attendance records were uneven or not uniformly kept, and therefore could not be used as a reliable data source. The use of covariates as control variables could have strengthened the analysis and will be integrated in further study of the intervention.

Conclusion

This study on the use of UTAs in gatekeeper mathematics courses with similar racial and ethnic background of the students enrolled in the courses demonstrated significant results in increasing student outcomes inclusive of mathematics confidence, achievement and retention. The use of UTAs in gatekeeper mathematics courses unlocked positive mathematics outcomes for students of African descent. Refinement of the implementation to mitigate stigmatic associations with UTA session attendance will be needed to reach more students and is suggested for further study. The significant results accompanied by substantive effect sizes bode well for meaningful and practical application to other HBCUs and similar settings in higher education seeking to increase mathematics outcomes for students of African descent.

This material is based upon work supported by the National Science Foundation under Grant No. 1623350. Any opinions, findings, and conclusions or recommendations expressed in this material are those of the authors and do not necessarily reflect the views of the National Science Foundation.

References

- Atkins, K., Dougan, B. M., Dromgold-Sermen, M. S., Potter, H., Sathy, V., & Panter, A. T. (2020). "Looking at Myself in the Future": How mentoring shapes scientific identity for STEM students from underrepresented groups. *International Journal of STEM Education*, 7, 42.
- Bond, H. M. (1976). *Education for freedom: A history of Lincoln University Pennsylvania*. Lincoln University, PA: Lincoln University.
- Chikwem, J. (2016). Implementation project: Lincoln's excellent academic program in science – transformation (LEAPS-T). Proposal submitted to the National Science Foundation.
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. New York, NY: Routledge Academic.
- Cook, B. J. (2022). Black students find greater satisfaction attending historically Black colleges and universities, *Urban Wire*. Urban Institute. <https://www.urban.org/urban-wire/black-students-find-greater-satisfaction-attending-historically-black-colleges-and-universities>

-
- Davis, J. (2022). Disrupting research, theory, and pedagogy with critical race theory in mathematics education for Black populations. *Journal of Urban Mathematics Education*, 15(1), 9-30.
- Fletcher, E. C., Hines, E. M., Moore, J. L., & Ford, D. Y. (2023). Equity perspectives of school stakeholders regarding the representation and access of black male students in an academy of engineering. *School Science and Mathematics*, 1– 12.
- Franklin, R., Younge, S., & Jensen, K. (2023). The role of historically Black colleges and universities (HBCUs) in cultivating the next generation of social justice and public service-oriented moral leaders during the racial reckoning and COVID-19 pandemics. *American Journal of Community Psychology*, 71(1-2), 22-32.
- Freeman, K. E., Winston-Proctor, C. E., Gangosff-Bailey, F., & Jones, J. M. (2021). Racial identity-rooted academic motivation of first-year African American students majoring in STEM at an HBCU. *Frontiers in Psychology*, 12, Article 669407.
- Gasman, M., & Nguyen, T.-H. (2019). *Making Black Scientists: A Call to Action*. Harvard University Press.
- Gladstone, J. R., & Soto, H. (2021). The role of role models in addressing diversity, equity and inclusion. In M. Voigt, J. E. Hagman, J. Gerhtz, B. Ratliff, N. Alexander, and R. Levy (Eds.) *Justice through the lens of Calculus: Framing new possibilities for diversity, equity, and inclusion*. Mathematical Association of America.
- Levy, L. A., Quea, R., Weber, K., & Battey, D. (2021). Detailing racialized and gendered mechanisms of undergraduate precalculus and calculus classrooms. *Cognition and Instruction*, 39(1), 1-24.
- Lukie, D. B., Mancini, B. W., Abdallah, N., Kadouh, A. K., Ungkuldee, A. C. P., & Hare, A. A. (2019). Undergraduate teaching assistants can provide support for reformed practices to raise student learning. *Advances in Physiological Education*, (44)1, 32-38).
- Martin, D. M. (2019). Equity, inclusion, and anti-blackness in mathematics education. *Race, Ethnicity and Education*, 22(4) 459-478.
- Mitchell, M. B., & Fashola, O. S. (2021). *Final Summative Evaluation Report: LEAPS-T at Lincoln University, an NSF-funded HBCU-UP Project* (NSF Award #HRD-1623350). Vienna, VA: MERA.
- National Council of Education Statistics (NCES) (2022). Lincoln University of Pennsylvania enrolment data. *Integrated Postsecondary Education System (IPEDS)*. Washington, DC.
- Rankins, C. (2019). HBCUs and Black STEM Student Success. *Peer Review*, 2(1-2).
- Riegle-Crumb, C., King, B., & Irizarry, Y. (2019). Does STEM stand out? Examining racial/ethnic gaps in persistence across postsecondary fields. *Educational Researcher*, 48(3), 133-144.
- Roberts, M. T., & Almeida, D. J. (2023). Rarely discussed and often ignored: Classroom factors affecting Black students' experiences in developmental mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 54(3), 183-201.
- Sampson, J. J. (2023). The contributions HBCUs continue to make in maintaining the nation's prominence in science and technology. *Acc Chem Res*.
- Simmons, S., Carraway, C., Jones, S., & Majs, F. (2020). Students' perceptions of supplemental instruction. *The Texas Journal of Agriculture and Natural Resources*, 33, 1-7.

Suls, J., Martin, R., & Wheeler, L. (2002). Social comparison: Why, with whom, and with what effect? *Current Directions in Psychological Science*, 11(5), 159-163.

Thompson, N. (2022). “Math cleverly disguised as/with string”: experienced weavers’ engagement with mathematics, *Research in Mathematics Education*, DOI: 10.1080/14794802.2022.2133005.

Toldson, I. A. (2018). Why Historically Black Colleges and Universities are successful with graduating black baccalaureate students who subsequently earn doctorates in STEM. *The Journal of Negro Education*, 84(2), 95-98.

Topping, K. J. (2005). Trends in peer learning. *Educational Psychology*, 25(6) 631-645.

Wheeler, L., Martin, R., & Suls, J. (1997). The proxy model of social comparison for self-assessment of ability. *Personality and Social Psychology Review*, 1, 54-64.

TOWARDS A CRITICAL EPISTEMOLOGY OF MATHEMATICS

HACIA UNA EPISTEMOLOGÍA CRÍTICA DE LAS MATEMÁTICAS

PARA UMA EPISTEMOLOGIA CRÍTICA DA MATEMÁTICA

David Kollosche

(University of Klagenfurt, Austria)

david.kollosche@aau.at

Recibido: 18/07/2023

Aprobado: 18/07/2023

ABSTRACT

This essay addresses a critical epistemology of mathematics as an investigation into the epistemic limitations of mathematical thinking. After arguing for the relevance of a critical epistemology of mathematics, I discuss assumptions underlying standard arithmetic and assumptions underlying standard logic as examples for such epistemic limitations of mathematical thinking. Looking into the work of philosophically interested scholars in mathematics education such as Alan Bishop and Ole Skovsmose, I discuss some early insights for a critical epistemology of mathematics. I conclude that these insights can only be the beginning, that we are yet far away from a proper understanding of the epistemic limitations of mathematics, and that more research is needed.

Keywords: mathematics education. philosophy of mathematics. critical theory. epistemology.

RESUMEN

Este ensayo aborda una epistemología crítica de las matemáticas como investigación de las limitaciones epistémicas del pensamiento matemático. Tras argumentar a favor de la relevancia de una epistemología crítica de las matemáticas, discuto los supuestos subyacentes a la aritmética estándar y los supuestos subyacentes a la lógica estándar como ejemplos de tales limitaciones epistémicas del pensamiento matemático. Analizando el trabajo de estudiosos de la educación matemática interesados por la filosofía, como Alan Bishop y Ole Skovsmose, discuto algunas de las primeras ideas para una epistemología crítica de las matemáticas. Concluyo que estas ideas sólo pueden ser el principio, que aún estamos lejos de una comprensión adecuada de las limitaciones epistémicas de las matemáticas y que se necesita más investigación.

Palabras clave: educación matemática. filosofía de las matemáticas. la teoría crítica. epistemología.

RESUMO

Este ensaio aborda uma epistemologia crítica da matemática como uma investigação das limitações epistémicas do pensamento matemático. Depois de defender a relevância de uma epistemologia crítica da matemática, discuto os pressupostos subjacentes à aritmética padrão

e os pressupostos subjacentes à lógica padrão como exemplos de tais limitações epistêmicas do pensamento matemático. Analisando o trabalho de estudiosos da educação matemática interessados em filosofia, como Alan Bishop e Ole Skovsmose, discuto algumas das primeiras ideias de uma epistemologia crítica da matemática. Concluo que essas ideias podem ser apenas o começo, que ainda estamos longe de uma compreensão adequada das limitações epistêmicas da matemática e que são necessárias mais pesquisas.

Palavras-chave: educação matemática. filosofia da matemática. teoria crítica. epistemologia.

Introduction

According to *The Shorter Routledge Encyclopedia of Philosophy*, epistemology “is concerned with the nature, sources and limits of knowledge” (Klein, 2005, p. 224). The philosophy of mathematics seems to be more interested in the nature and sources of mathematical knowledge: See, for example, the classic claim that the *nature* of mathematical knowledge is its certainty or the modern discussion which kind of proof and rigour is acceptable as *sources* for the validity of mathematical knowledge. In contrast, there appears to be little discussion about the *limits* of mathematical knowledge. See, for example, how Gödel’s incompleteness theorems destroyed Hilbert’s program to prove the consistency of mathematical theories, or rather the silence and ignorance which followed on this event in the philosophy of mathematics (Hersh, 1979).

All these examples and much of the research in the philosophy of mathematics are concerned with issues internal to mathematics and not with issues of applying mathematics. This is a problem, for, as Wittgenstein (1978) put it, “it is the use outside mathematics [...] that makes the sign-game into mathematics” (p. 257); or, in other words, the usefulness of mathematics is its *raison d’être* as an academic discipline. We may separate two different domains of knowledge, which could both be called “mathematical”: There is knowledge about mathematical concepts, structures and methods; and then there is knowledge which builds on the use of such structures, for example in physics or when prescribing an income tax. Somewhat misleading, these domains are often called “pure” and “applied” mathematics (Hacking, 2014). (Considering Wittgenstein’s thought above, “pure” mathematics cannot be all that pure. *Vice versa*, Maddy, 2008, argues that “applied” mathematics is often more theory- than empirically driven.) Despite Galilei’s (1610) popularised notion that the book of nature is written in the language of mathematics, there is clear evidence that a mathematical view on the phenomena of our world directs and limits our understanding of these phenomena, even in physics (Cartwright, 1983; Lindley, 2020). As a side note, see how little the research field on modelling in mathematics education is concerned with this issue (Kollosche, 2021, p. 482). In mathematics education research, Skovsmose (1994) coined the notion of the “formatting power” of mathematics (p. 43): Mathematics influences how we think, how we perceive our world, and how we mould it. Ever since, a part of Skovsmose’s work was concerned with explaining the ways in which mathematics formats our reality. I will return to the ideas of him and others in the next section of this paper.

Quite generally, we might raise the question why we, especially as researchers in mathematics education, should even care about epistemic limitations of mathematics. I argue that an understanding of the mechanisms in which mathematics offers, directs, beguiles, represses and displaces ways of understanding our world

1. should be an integral part of any mathematical literacy in order to be able to act as a self-determined and critically informed citizen (Skovsmose, 1985),
2. assists us in understanding cognitive obstacles in learning mathematics (Schneider, 2020),
3. allows us to understand the interest in or the rejection of mathematics (Kollosche, 2018),
4. enables us to identify epistemological biases that discriminate specific social groups (e.g, Mendick, 2006)

Given that these dimensions feature critical perspectives on mathematics, on learning mathematics, and on identifying with mathematics, and given that we now put a stronger emphasis on the epistemic *limits* of mathematics, I will talk about a *critical* epistemology of mathematics. One might think that developing such a critical epistemology of mathematics should be a task for the philosophy of mathematics, but, as Dörfler (2003) argued, the close proximity of mathematics education research to the meta-study of mathematics and the lack of a discipline that would feel responsible for this meta-study entail that it often has to take place within mathematics education research itself.

The relevance of a critical epistemology of mathematics can be seen at least in three domains: First, research shows that part of the popular aversion against mathematics is based on a critique of its epistemic premises (Kolloosche, 2019). Such critique has already been addressed in philosophy (e.g., Horkheimer & Adorno, 1944/1997) and in mathematics education research (Skovsmose, 2021), yet on the basis of a fragmented theory of a critical epistemology of mathematics. Second, the last decades have seen an increasing awareness for unwanted consequences of the use of mathematics (e.g., O’Neil, 2016; Porter, 1996; Skovsmose, 2005), but these discussions have to remain limited to the consequences alone as long as there is no robust theory of the epistemic limits of mathematics which could explain such consequences. Third, despite the fragmentation of the critical epistemology of mathematics, proponents, especially within mathematics education research, have proposed a reorientation of the epistemology of mathematics. I immediately recall Chapman’s (1993) and Burton’s (1995) call for a “feminist epistemology of mathematics”, but there might be more contemporary examples such as Gutiérrez’ (2012) attempt to reconcile mathematics with indigenous epistemologies. However, what these attempts lack is a reliable account of the epistemological limits of mainstream mathematics, against which such reorientations could be developed.

Two short examples

I want to give two short examples to make my theoretical remarks about epistemological limits of mathematics more concrete. Elsewhere, I discussed how the equation $2+2=4$ is taken as an absolute mathematical truth by some, while others try to find examples where $2+2=4$ does not hold true (Kolloosche, in press). On the one hand, there is no doubt that $2+2=4$ is a true statement that can be deduced from any axiom system of the arithmetic of natural numbers. On the other hand, there are limitations to the application of the arithmetic of natural numbers; for example, that any countable object stays one and one object (and does not merge with others, does not destroy others, does not create new objects as offspring, does not itself become less than one). *Vice versa*, this means that, applying the arithmetic of natural numbers on a phenomenon, we presume – consciously or not, justified or not – that this phenomenon has the required properties. This is how mathematics can format our perspective on reality.

The first example addresses only one limitation of one mathematical theory (although a central and elementary one). The more pressing question for the epistemology of mathematics is whether there are epistemological limitations that affect mathematics as a whole (or at least most of it). This task can quickly lead to the question what mathematics is – in an attempt to describe its epistemic nature and derive its limitations from that description. However, as we lack a consensus on the definition of mathematics (Hacking, 2014), it might be a pragmatic step to pick epistemic qualities that we agree mathematics to have, and to start from there. For example, even though there is a niche for experimental mathematics and for non-standard logics, mathematics is usually expected to prove its statements on the basis of a logic whose basics have been developed in Ancient Greece. This includes the laws of the excluded middle and of the excluded contradiction, which, taken together, hold that any statement is either true or not true (Kolloosche, 2013). But not all worldly statements subject to such a dichotomy: For some people, “Are you in a relationship?” is not a question that can easily be answered with “Yes” or “No”. The same might hold true for the question “Are you a woman?”. Note that a dating website might actually ask these questions and use the answers for a mathematical model to facilitate romantic relationships or sexual encounters. The last question also shows that the problem is not that the question

is underdefined: We could ask more specifically “Is your biological sex female?”, but medicine teaches us that even this question cannot in all cases simply be answered with “Yes” or “No”. Thus, again, mathematics, for example, that of our dating website, requires very specific epistemic presumptions in order to be applicable. And vice versa, wherever mathematics is applied, such epistemic presumptions have been made – consciously or not, justified or not. The interesting epistemological question then is: What are these epistemic presumptions of using mathematics? And, returning to my initial question: What are the epistemic limits of mathematics?

Some first answers

I have not yet found any comprehensive theory of the epistemic limits of mathematics, and I am afraid that there is none yet. However, there are answers scattered throughout the research literature in mathematics education and beyond. In this section, I will present and discuss some of these.

Bishop’s values of mathematical culture

In his seminal book *Mathematical Enculturation*, Bishop (1988) claimed that “*educating people mathematically [...] requires a fundamental awareness of the values which underlie mathematics*” (p. 3, original emphasis). He devoted a chapter of his book to the discussion of “the values of mathematical culture” and lists the following aspects:

1. Bishop claimed that *rationalism*, for him defined by “its focus on deductive reasoning as the only true way of achieving explanations and conclusions”, is “an ideological component of culture” and “at the heart of Mathematics” (p. 62). Given Bishop’s study of non-Western mathematics, which includes mathematical traditions that did without deduction, it is surprising how uncritical Bishop was about this ideology. Concerning the verb “rationalise”, he observed that it “seems to have developed some negative connotations” and found it “difficult to see clearly why this should be” (p. 63). Instead, he praised the “beauty of completeness and wholeness about logical argument, where the ‘loose ends are tied up’, where ‘fuzziness’ and imprecision are replaced by clarity and certainty, where greyness and shadowy half-truths are illuminated by the bright light of reason” (p. 64). However, if rationalism is an epistemic presumption of mathematics, then we should also ask for the epistemic limitations it induces.
2. Bishop used the term *objectism* to “characterise a world-view dominated by images of material objects” as opposed to a world-view “based on ‘processes’” (p. 65). He refers to the Pythagorean tradition to understand the world through its objects and not through its changes and flows. Bishop linked this thought to the observation that “the Westerner” strives to describe objects independent from their observers, while other cultures deemed that impossible and focused on our human and sometimes even subjective relations to these objects (*ibid.*). Mathematics then turns on itself by objectifying its abstractions “which enables them to be handled so precisely” (p. 66). Limitations came in sight when Bishop stated that rationalism and objectism are ideologies which are “in some sense dehumanised”, “divorced from their human creators” or “based on inanimate objects and not on animate phenomena” respectively (*ibid.*). Later, he added that “materialism developed a picture of reality as some kind of complex mechanism, with nature being composed of objects moving in ways akin to machinery”, which “has, as we know, brought its benefits and also its drawbacks” (p. 68).
3. Bishop described *control* as a “sentiment” of mathematics. For him, “knowledge is about control” in the sense of being able to predict (p. 70). He underlined that “Mathematics, through science, is again being used to further our control over the environment [...], and the idea of

Mathematics as a *tool* for gaining control is once again being strongly reinforced”, also in the social realm (*ibid.*, original emphasis). Indeed, already before any application, “Mathematics so clearly is about control”, for “facts are facts, theorems are proved”, that is, “the abstract objects under consideration behave predictably, [*sic*] and according to the well-formulated rules of the Mathematical game” (p. 71). Bishop acknowledged that “control, however, is a double-edged sword since, in order to control something, one’s behaviour also needs to be modified” (*ibid.*), yet his following thoughts are more concerned with the technological live-world we are thus trapped in and not with the epistemic perspectives we have thus subjected us to.

4. Bishop listed *progress* as another “sentiment” of mathematics (p. 72). However, although Bishop explained how there is progress in and through mathematics, he did not argue that progress is a sentiment that distinguishes mathematics from other epistemic perspectives. Therefore, I will skip this value in my discussion.
5. The next “value” that Bishop mentioned is *openness*, meaning that “Mathematical truths, propositions and ideas generally, [*sic*] are open to examination by all” (p. 75). What Bishop means is that mathematical truths come with an account of why they should hold true, and that the interested critic of such truths needs nothing but a sound mind to investigate them. Eventually, “you can convince *yourself* that any Mathematical principle is true, nobody has to persuade you” (p. 76, original emphasis). This appears to be more of an in-principle argument, as not many people dive into mathematical theories without having a fitting vocational background, and as access to mathematics is not as equally distributed as these philosophical considerations might suggest (Bishop et al., 2015). It is also an argument that is not limited to mathematics but again applies to all academic endeavours.
6. The last “value” that Bishop (1988) addressed was *mystery* (p. 77). He explained that much of mathematics was not understood by laypersons, maybe not even by most mathematicians, and that mathematicians are mysterious themselves. While the last claim is discussed on a polemic basis and problematic in my point of view, also the rest is not very enlightening, as it might be said about any highly specialised field of academic practice. Maybe Bishop hinted into an interesting direction when he addressed that “mystery in Mathematics is related to the act that one is dealing with abstractions”, adding that “the more abstract the ideas become, the less contextualised they will be and therefore the less meaningful also” (p. 80). However, there is no critical reflection of this special trait either.

All in all, Bishop’s (1988) explanations are sometimes too general and do not address mathematics specifically; and if they do, they are not discussed critically. The literature sources for his discussions are not very broad and the discussions stay short. To his defence, we have to admit that it was never Bishop’s intention to write a critical epistemology of mathematics.

Skovsmose’s limitations of the subject

The “limitations of the subject” have been in the focus of Skovsmose’s work since the very beginning of his academic work (Skovsmose, 1985, p. 341). Although he has never attempted to provide a comprehensive theory of the epistemic limits of mathematics, he has discussed such limits on several occasions. Here, I will restrict myself to discussing some ideas from his books *Travelling Through Education* (Skovsmose, 2005) and *In Doubt* (Skovsmose, 2009).

In *Travelling Through Education*, Skovsmose (2005) built on Herbert Marcuse when he addressed *instrumental reason* as “a way of thinking which [...] is linked to natural science, and which treats the objects of scientific investigation as simply *objects*” (p. 108, original emphasis). He reported that “Marcuse links mathematics with one-dimensionality” and that mathematics “establishes the

grammatical foundation for a projection into a one-dimensional universe, by means of which the ‘immediate experiences’ become stripped of ‘judgement’” (p. 109). This way of thinking is considered problematic when “imported by social science”, where it “gains an illegitimate power of suppression and social manipulation” (p. 108). Here, we see a theoretically more robust introduction to what Bishop (1988) called an ideology of objectism. In *In Doubt*, Skovsmose (2009) wrote about the ideology of a “mechanical world”, which was developed in early Modernity by Galilei and Descartes, and which thinks “of the world as operating like a machine, like clockwork, where all cogwheels [or objects, we may add] are connected and interacting” (p. 45). Here, Skovsmose succeeded to present an interesting twist to the idea of objectism, as not all phenomena, for example not gravity, fit easily into a mechanical world view, and as it then is the transition to a *mathematical-mechanical world view*, which allows to incorporate such phenomena into the theory of nature while preserving the primacy of its mechanical assumptions (*ibid*). Bringing Bishop’s (1988) idea that mathematics is objectifying its abstractions back into play, we may propose that the benefit of mathematics here is that it has no problems to objectify abstract ideas such as gravity, while natural science with a mechanical world view alone might have found this impossible. Thus, we arrive at the idea that mathematics and natural science might be in a state of interdependence when it comes to objectism. However, why and how this is so, and if it is necessarily so, remains unclear in both sources.

A new consideration about the epistemic limits of mathematics can be derived from Skovsmose’s (2009) discussion of Frege’s distinction between sense (*Sinn*) and reference (*Bedeutung*) (p. 46). Here, the sense of a concept such as “triangle” would be the full range of associations that come with this concept, while its reference would be its unambiguous logical identification, given for example by a definition or by naming the set of elements that fall under this concept. Statements about these concepts can be ‘made sense of’ from many different perspectives, but they have only one reference, namely their truth value (true or false). Frege’s service to the philosophy of mathematics was to point out that Modern mathematics is concerned with reference alone and must ignore questions of sense. This distinction can explain and justify the effectiveness of abstract mathematics, but obviously it cannot explain how mathematics is applied. Nevertheless, as Skovsmose pointed out, later Modernity saw the rise of a *formal world view*, where logic and mathematics have the task to study “all possible valid forms of reasoning” (p. 49), while any applications of such forms lie beyond the mathematical endeavour. If we subscribe to this view, then we face two different questions: First, what would be the epistemic limits of pure mathematical reasoning, and second, what would be the epistemic limits of applying mathematics? However, if we side with Wittgenstein’s (1978) notion that “it is the use outside mathematics [...] that makes the sign-game into mathematics”, implying that the epistemology of “pure” and “applied” mathematics cannot be understood separately, then we see that a formalistic view on mathematics has concealed this connection and may have hindered the analysis of epistemic limits of mathematics. For an example, just revisit the end of our discussion of objectism in the paragraph above: While the epistemic limits of objectism become all too obvious in applications of mathematics, it remains unclear if mathematics is inseparably bound to objectism, if it would be possible to do non-objectifying mathematics, or if mathematics already is a means to overcome objectism.

Conclusion and outlook

As the scattered answers above may exemplify, the idea of a critical epistemology of mathematics describes a complex and highly relevant field of inquiry. But these answers also show how random it yet seems who discusses which issues in the field on the basis on what references. Concerning the references, just note that Skovsmose does not even reference or discuss Bishop’s earlier ideas in this context. Concerning the randomness of the issues discussed, just consider the following (incomplete) list of additional questions that would fall under a critical epistemology of mathematics:

- Under which conditions (or for which price) can phenomena be counted and measured?
- Under which conditions (or for which price) do theories subject to the logic of either-or dichotomies and deduction?

- Under which conditions (or for which price) can practical questions be answered on the basis of a formalistic algorithm?
- Under which conditions (or for which price) can a concept become a concept in a mathematical theory?

How may we proceed? Apart from the fact that any beginning of a critical epistemology of mathematics deserves a more profound and comprehensive study of what we already know in mathematics education research than I can provide within the limits of this paper, and apart from the fact that a critical epistemology would benefit from establishing a line of discussion where relevant publications refer to each other, it may be fruitful to look for inspiration beyond the limits of mathematics education research, maybe in the philosophy of mathematics, but certainly in general philosophy. For the latter, I want to provide short teasers to three promising sources:

- Although Horkheimer and Adorno's (1944/1997) *Dialectic of Enlightenment* includes only short comments about the epistemic limits of mathematics and does not provide references to the sources of these comments, it has been a welcome source for the critical investigation of the epistemology of mathematics, also for some of the studies cited here (e.g., Porter, 1996; Skovsmose, 2009). By the way, note that Belenky et al. (1986) seem to rely heavily on the *Dialectic of Enlightenment* in their book *Women's Ways of Knowing*, which also appears interesting for our cause. A step forward in departing from the *Dialectic of Enlightenment* would be to systematically analyse its comments about mathematics and epistemology, and to trace these comments back to earlier philosophers.
- While Hegel built his philosophy on such basic concepts as identity and negation, which might be very close to our standard understanding of mathematics, Deleuze (1968/1994) started an attempt to replace these by the basic concepts of difference and repetition, which gives rise to a very different philosophy and has the potential to understand mathematics as a discipline that is built on such basic epistemic practices as repeating an action and marking a difference. I am grateful to Liz de Freitas for pointing my attention in this direction (and I hope that one day I will also have the time to fully explore this direction).
- It is due to Felix Lensing that I can also list the work of Husserl, a world-rank philosopher who goes strangely unnoticed by mathematics education research and the philosophy of mathematics, although he had a doctorate in mathematics and published extensively about philosophy and mathematics. In his early work, Husserl (1891/2003) developed an introduction to the natural numbers on the basis of descriptive psychology, thus identifying specific thought processes that precede the idea of the natural numbers and are inherent to the use of arithmetic. It might be able to reinterpret these thought processes as epistemic assumptions of arithmetic, and they could thus demarcate epistemic limits of mathematics.

Exploring these sources will allow to widen the theoretical background of a critical epistemology of mathematics, but will not provide the field with any structure. Therefore, a next step may be to elaborate further on epistemological limits in general, to devise a possible logic or structure for their study, only to then apply it to mathematics.

I hope that my theoretical considerations, my practical examples, and my insights into selected studies, have at least convinced the reader that such an endeavour is important, if not even motivated the reader to contribute to it.

References

Belenky, M. F., Clinchy, B. M., Goldberger, N. R., & Tarule, M. J. (1986). *Women's ways of knowing: The development of self, voice, and mind*. Basic Books.

- Bishop, A. J. (1988). *Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education*. Kluwer.
- Bishop, A. J., Tan, H., & Barkatsas, A. N. (Eds.). (2015). *Diversity in mathematics education: Towards inclusive practices*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-05978-5>
- Burton, L. (1995). Moving towards a feminist epistemology of mathematics. In P. Rogers & G. Kaiser (Eds.), *Equity in mathematics education: Influences of feminism and culture* (pp. 211–227). Falmer.
- Cartwright, N. (1983). *How the laws of physics lie*. Clarendon.
- Chapman, O. (1993). Women's voice and the learning of mathematics. *Journal of Gender Studies*, 2(2), 206–222. <https://doi.org/10.1080/09589236.1993.9960539>
- Deleuze, G. (1994). *Difference and repetition*. Columbia University Press. (Original work published 1968)
- Dörfler, W. (2003). Mathematics and mathematics education: Content and people, relation and difference. *Educational Studies in Mathematics*, 54(2), 147–170. <https://doi.org/10.1023/B:EDUC.00000006118.25919.07>
- Galilei, G. (1610). *Sidereus Nuncius* [Message from the stars]. Baglioni.
- Gutiérrez, R. (2012). Embracing Nepantla: Rethinking 'knowledge' and its use in mathematics teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 1(1), 29–56. <https://doi.org/10.4471/redimat.2012.02>
- Hacking, I. (2014). *Why is there philosophy of mathematics at all?* Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107279346>
- Hersh, R. (1979). Some proposals for reviving the philosophy of mathematics. *Advances in mathematics*, 31, 31–50. [https://doi.org/10.1016/0001-8708\(79\)90018-5](https://doi.org/10.1016/0001-8708(79)90018-5)
- Horkheimer, M., & Adorno, T. W. (1997). *Dialectic of enlightenment*. Verso. (Original work published 1944)
- Husserl, E. (2003). *Philosophy of arithmetic: Psychological and logical investigations*. Kluwer. (Original work published 1891)
- Klein, P. D. (2005). Epistemology. In E. Craig (Ed.), *The shorter Routledge encyclopedia of philosophy* (pp. 224–227). Routledge.
- Kollosche, D. (in press). 2+2=4? Mathematics lost between the pitfalls of essentialism and alternative truths. In *Proceedings of the Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*.
- Kollosche, D. (2013). Logic, society and school mathematics. In B. Ubuz, Ç. Haser, & M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1754–1763). Middle East Technical University.
- Kollosche, D. (2018). The true purpose of mathematics education: A provocation. *The Mathematics Enthusiast*, 15(1-2), 303–319. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1428>
- Kollosche, D. (2019). Reasons for auto-exclusion: Why students reject mathematics. In D. Kollosche, R. Marcone, M. Knigge, M. G. Penteado, & O. Skovsmose (Eds.), *Inclusive mathematics education: State-of-the-art research from Brazil and Germany* (449–465). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-11518-0_26

-
- Kollosche, D. (2021). Styles of reasoning for mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 107, 471–486. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10046-z>
- Lindley, D. (2020). *The dream universe: How fundamental physics lost its way*. Doubleday.
- Maddy, P. (2008). How applied mathematics became pure. *The Review of Symbolic Logic*, 1(1), 16–41. <https://doi.org/10.1017/S1755020308080027>
- Mendick, H. (2006). *Masculinities in mathematics*. Open University.
- O’Neil, C. (2016). *Weapons of math destruction: How big data increases inequality and threatens democracy*. Broadway Books.
- Porter, T. M. (1996). *Trust in numbers: The pursuit of objectivity in science and public life*. Princeton University Press.
- Schneider, M. (2020). Epistemological obstacles in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 276–279). Springer.
- Skovsmose, O. (1985). Mathematical education versus Critical Education. *Educational Studies in Mathematics*, 16, 337–354.
- Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Kluwer. <https://doi.org/10.1007/978-94-017-3556-8>
- Skovsmose, O. (2005). *Travelling through education: Uncertainty, mathematics, responsibility*. Sense. <https://doi.org/10.1163/9789087903626>
- Skovsmose, O. (2009). *In doubt – about language, mathematics, knowledge and life-worlds*. Sense. <https://doi.org/10.1163/9789460910289>
- Skovsmose, O. (2021). Mathematics and crises. *Educational Studies in Mathematics*, 108(1-2), 369–383. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10037-0>
- Wittgenstein, L. (1978). *Remarks on the foundations of mathematics*. Blackwell. (Original work published 1956)

INVESTIGATING RACE CONSCIOUSNESS WITHIN TEACHERS' AND LEADERS' VISIONS OF EQUITABLE MATHEMATICS INSTRUCTION IN THE U.S.

INVESTIGANDO A CONSCIÊNCIA RACIAL NAS VISÕES DE PROFESSORES E LÍDERES SOBRE O ENSINO IGUALITÁRIO DA MATEMÁTICA NOS EUA

INVESTIGANDO LA CONCIENCIA RACIAL DENTRO DE LAS VISIONES DE MAESTROS Y LÍDERES SOBRE LA INSTRUCCIÓN MATEMÁTICA EQUITATIVA EN LOS EE. UU.

Cara Haines

(University of Nevada-Las Vegas, United States)
cara.haines@unlv.edu

Charles Munter

(United States)
munterc@missouri.edu

Erica N. Mason

(University of Illinois Urbana-Champaign, United States)
enmason@illinois.edu

Recibido: 18/07/2023

Aprobado: 18/07/2023

ABSTRACT

We report on an effort to characterize (changes in) teachers' and school and district leaders' race consciousness within their visions of equitable mathematics instruction. We analyzed interviews conducted over multiple years within a project in an urban school district in the U.S. that focused on racism and racial equity in secondary mathematics and included multi-week professional learning opportunities for teachers during the months between school years. Our analysis yielded a 4-level trajectory modelling the development of race consciousness in participants' discourse. Distinctions across levels pertain to the presence of race in individuals' discourse, the directness with which they talk about race, and the extent to which they locate sources of an historical accumulation of racial inequity within systems.

Keywords: race consciousness. instructional vision.

RESUMO

Neste estudo, relatamos um esforço para caracterizar (mudanças na) consciência racial de professores e líderes escolares e distritais em suas visões de ensino igualitário de matemática. Analisamos entrevistas realizadas ao longo de vários anos dentro de um projeto em um distrito escolar urbano nos Estados Unidos que enfocou o racismo e a equidade racial na matemática do ensino médio. Também incluímos oportunidades de aprendizado profissional de várias semanas para professores durante os meses entre os anos escolares. Nossa análise resultou em um modelo de trajetória de 4 níveis que modela o desenvolvimento da consciência racial no discurso dos participantes. As distinções entre os níveis referem-se à

presença de raça no discurso das pessoas, à franqueza com que falam sobre raça e ao grau em que localizam fontes de acúmulo histórico de desigualdade racial dentro dos sistemas.

Palavras-chave: consciência racial. visão instrucional.

RESUMEN

En este estudio reportamos un esfuerzo para caracterizar (cambios en) la conciencia racial de los maestros y líderes escolares y de distrito en sus visiones de enseñanza de matemáticas equitativas. Analizamos entrevistas realizadas a lo largo de varios años dentro de un proyecto en un distrito escolar urbano en los EE. UU. que se centró en el racismo y la equidad racial en matemáticas secundarias. También incluimos oportunidades de aprendizaje profesional de varias semanas para los maestros durante los meses entre años escolares. Nuestro análisis dio lugar a un modelo de trayectoria de 4 niveles que modela el desarrollo de la conciencia racial en el discurso de los participantes. Las distinciones entre los niveles se refieren a la presencia de raza en el discurso de las personas, la directividad con la que hablan sobre la raza y el grado en el que localizan fuentes de acumulación histórica de desigualdad racial dentro de los sistemas.

Palabras clave: conciencia racial. visión instruccional.

Introduction

The importance of “equity” has been in mainstream mathematics education discourse in the U.S. for years—at least since 2000 when the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) identified it as one of its six “principles” for school mathematics (the others being curriculum, teaching, learning, assessment, and technology). More recently, scholars have asserted that such mainstream equity commitments have never really been about rectifying what Ladson-Billings (2006) referred to as an “education debt” to Black, Indigenous, Latina/o, and poor communities, but have instead promoted a kind of “mathematics for all” that works to benefit those who already most benefit from schooling systems (Martin, 2015).

Gutiérrez’s (2012) explanation is that most equity efforts have primarily pursued “dominant” dimensions of equity—trying to ensure that all students have *access* to high-quality learning opportunities and resources and that all students are experiencing *achievement*, but failing to also attend to more “critical” dimensions, which require re-shaping mathematics education by responding to matters of *identity* and shifting longstanding *power* structures (Valero & Zevenbergen, 2004). If limited to only the dominant dimensions, then equity discourses and efforts fail to attend to a number of social dimensions and, consequently, fail to counter sources of oppression (Calabrese Barton et al. 2020; Vithal, 2000).

Especially salient in the U.S. is the social dimension of race and its motivating source of oppression, racism (Painter, 2010). The effects of the country’s history of racism—on all aspects of social life and well-being—are well documented (e.g., APA, 2013; CDC, 2021). In education, racially minoritized and poor communities have consistently been excluded from the benefits of school mathematics—to the extent that Martin (2019) identified antiblackness as a defining feature of mathematics education. Unfortunately, progress in redressing that history is impeded by persistent “color-blind ideologies,” including *color evasion* (i.e., ignoring race and racial identity) and *power evasion* (i.e., denying that racism is structural and systemic) (Bonilla-Silva, 2006; Yi et al., 2022). Such ideologies (or discourses) shape how, why, and for whom mathematics education is constructed and enacted—from broad policy mandates to classroom-level interactions.

Tackling the education debt (and other consequences of racism) requires efforts at all levels of our education system and beyond. But the “frontline” remains teachers, and although they hold relatively little power in the larger system, they wield quite a lot in ways that matter for children’s opportunities

in school (Crozier, 1994). Because mathematics instruction is one of the arenas that can harbor and inflict antiblackness, it is important to attend to teachers' and others' race consciousness (Crenshaw, 1988):

an in-depth understanding of the racialized nature of our world, requiring critical reflection on how assumptions, privilege, and biases about race contribute to one's worldview (Haynes, 2013, p. 200).

Discursively, teachers' and others' race consciousness is reflected in their use of race words or direct racial language, as well as in the degree to which the meanings conveyed in their talk about race and racism align with *race cognizant ideologies* (DeFino, 2022). Alone, the former is limited in terms of what it implies about one's race consciousness, as it is possible to use direct racial language while invoking the aforementioned "color-blind" ideologies and other unproductive views on race and racism, such as essentialism (Frankenberg, 1993) and individualism (Bonilla-Silva, 2006). Likewise, while one may evade the use of direct racial language by, for example, employing coded or "race-proxy" language (Irby & Clark, 2018), they may also talk about issues of race and racism in ways that acknowledge the salience of race in understanding the world.

In this report we describe recent efforts to understand teachers' and others' race consciousness within their visions of equitable mathematics instruction, and how that consciousness might develop over time.

Methods

Our study was modelled after Munter's (2014) approach to capturing individuals' developing instructional visions,

the discourse that teachers or others currently employ to characterize the kind of ideal classroom practice to which they aspire but have not yet necessarily mastered (Munter & Wilhelm, 2021, p. 343).

We have identified multiple dimensions along which individuals may characterize equitable instruction: the role of the teacher, mathematical tasks, how group work is organized, and what counts as evidence of equity. Here, we share findings regarding the levels of race consciousness with which individuals might describe equitable mathematics instruction within any of those dimensions.

Project context

Our study was conducted in the context of a research-practice partnership aiming to decrease a racial opportunity gap in secondary mathematics in an urban school district in the Northeastern U.S. serving a student population that was approximately 55% Black, 30% white, and 60% designated economically disadvantaged. The project involved 5-week professional learning workshops in two consecutive summers that supported participating teachers in confronting sources of racial inequity in school mathematics, with follow-up monthly sessions in the school years. Workshop leaders worked to support teachers in reconceptualizing conventional notions of knowing and doing mathematics, interrogating instantiations of racism in the district and in school mathematics, considering the role of identity in mathematics teaching and learning, and pursuing ambitious instruction in culturally relevant ways. Given its context and foci, the project provided opportunity to observe changes in individuals' race consciousness.

Sample and data collection

The project's research team interviewed district leaders, principals, and teachers to understand how the project and other district initiatives were playing out in schools and classrooms. Of interest for this analysis were sections of interviews in which participants were asked *If you were asked to observe another teacher's math classroom for one or more lessons, what would you look for to determine*

whether the instruction is equitable? Also, if responses to that question were not framed specific to race, we asked *What would you look for to determine whether instruction is racially equitable?* The sample included 25 practitioners, 6 of whom were people of color, and yielded a total of 62 interviews, which were audio recorded and transcribed. The 25 practitioners included 20 teachers, 3 principals, and 2 district leaders.

Analysis

Our analysis focused on responses to the above prompts and any follow-up questions. In first identifying and coding the dimensions of practice listed above (i.e., role of the teacher, etc.), we noticed differences in whether and how individuals talked about race when describing those dimensions. To characterize those differences, we applied provisional codes drawn from literature on race consciousness, focusing on direct (or indirect) use of racial language and alignment of ideas with race cognizant ideologies (DeFino, 2022). To determine the degree to which individuals' ideas aligned with race cognizant ideologies, we coded the *rationales* they provided when justifying their descriptions of what they would expect to see in an equitable mathematics classroom and organized those rationales into categories that we established by drawing on the race consciousness literature. For example, if an individual said they would expect to see the teacher facilitating groupwork but suggested that lecturing is more appropriate for "minority" students, we would apply the code *indirect racial language* to account for the individual's use of the word "minority" to describe the students to whom they are referring, and the code *essentialism*, as their statement implies that all "minority" students require similar instructional supports (e.g., lecturing).

Next, we created a trajectory to model the development of individuals' race consciousness as reflected in their instructional visions. This involved creating levels within the race consciousness trajectory, with the top level representing instructional visions that include both direct racial language *and* explanations for why race matters for determining whether mathematics instruction is equitable that are well aligned with race cognizant ideologies. To create and order the levels, we identified changes in individuals' instructional visions over time and differentiated between those visions in terms of their degree of alignment with the top level. We then named each level and identified examples from interview data to illustrate the degree of race consciousness associated with them.

Results

We present the results in the form of the trajectory in Table 1, with the highest level (4) representing the greatest degree of race consciousness. Distinctions across levels pertain to the presence of race in individuals' discourse, the directness with which they talk about race, and the extent to which they locate sources of an historical accumulation of racial inequity within systems. In addition to characterizing four distinct levels, we also identified qualitative distinctions within two levels. At level 2, individuals begin to employ race talk (directly or indirectly), but (a) remain superficial with respect to sources of inequity; (b) *essentialize* entire racial groups; or (c) *individualize* experiences, downplaying the importance of race. At level 3, discourses either (a) become direct or (b) explain sources of inequity, but not both.

Level	Description	Examples
4	Productively explains why racial inequities might exist in classrooms or schools more broadly and/or alludes to how such inequities might be addressed. This includes instances in which individuals	• "Let's say we had a class that was half white and half African American, where a teacher had the African American kids passing out pencils and getting paper and stuff, and was asking the white kids questions about the lesson, having them lead groups and things like that. <i>[The teacher] should make sure a diverse</i>

attribute inequities between students of different racial groups to teacher bias or to systemic or structural factors such as the tracking and labeling of students (Battey & Leyva, 2016; Gutiérrez, 2017; Martin, 2013).

group of students are engaging in the same level of tasks and the same activities.”

- *“In an all-African American school, the equity comes in how [teachers] plan their lessons, what they expect that their kids can do...If you think that [students] can't do it, you tend to have low-level tasks. You give worksheets with the same thing. It's very much like they say, it goes back to drill and kill. Even when they do try letting students explore, it's still the one single path to one answer like they already know the answer.”*
- *“When I look at equity, my lens is around race and gender and how are minority students engaged in the learning? So are they not given the option to check out? Are they encouraged to participate, to talk, to question what's taking place in the classroom? Are they leaders in the class?”*

- 3 Without employing the kinds of discourses associated with Level 2, either (a) uses direct race talk (DeFino, 2022) that alludes to indicators of racial inequity but does not include an explanation for why such inequity exists, or (b) employs indirect race talk or “race-proxy” language (Irby & Clark, 2018) that includes a description of sources or indicators of inequity among students of different *social groups* and/or recommendations for how to address such inequity. The social groups to which individuals refer may be defined by students’ native language, culture or cultural practices, or class or socioeconomic status (Bertrand, 2010; Castagno, 2008; Stark 2014).

- (3a) When I go through my gradebook, [if] I’m seeing that the majority of my African American students are failing and all of my white students are passing, then there’s something that’s not equitable there.”
- (3a) “If the subgroups – African Americans, your non-language – or non-English-speaking students – are all trying to work on the math problem that you're trying to get kids to do, at whatever level it is.”
- (3b) “So if I had a student in my room that is of a different culture from someone else and I'm creating a lesson and I have to create the worksheets to go with the lesson, I would probably include something that is relevant to that culture...”
- (3b) “I would say anything that you could tie it into their world [would be equitable]. And often times our textbooks do not tie it into their world. And I know that there’s some problems that have to do with amusement parks, so we tie it into amusement parks that they are familiar with. I know a lot of our-the names that are in our problems...are names from all over the world. So I guess you could say [that’s equitable].”

Level	Description	Examples
2	Employs direct or indirect race talk (DeFino, 2022) that (a) does not allude to common sources or indicators of racial inequity such as recommendations of instructional practices that are superficial in that they are unlikely to address such inequity (e.g., organizing racially diverse small groups); (b) promotes essentialism (Frankenberg,	<ul style="list-style-type: none"> • (2a) “You know even just the seating. Are all girls clumped in an area and all boys clumped in another? Are, you know, the <i>ethnicities</i>? And I know here with ELL it is sometimes an advantage to put a number of the ELL kids together simply because someone who speaks better English is often a translator. Is their purpose when they’re – no matter what the group of students is, is it – was it thought through why students are where they’re at? Or is it convenient for many different reasons for the teacher to just have those kids, you know, wherever?”

1993), implying that students belonging to the same social or racial group have similar learning needs or require similar instructional supports; or (c) conveys a denial of or skepticism about the significance of race. The last of these includes cases in which individuals employ *individualism* discourse (Bonilla-Silva, 2006), which is often reflected in arguments that students are individuals with *unique* abilities, learning needs, or other characteristics and that such idiosyncrasies—and *not* students’ racial group membership—sufficiently explain students’ classroom experiences (Cavendish et al., 2014; Oakes et al., 1997).

- (2b) “Something I don’t like but I’m coming to believe is that if you lecture, it does seem to alienate some minorities.”
- (2c) “I think there’s a tendency to look at certain kids a different way like, “Oh, they’re from this type of life.” But [students’ type of life] doesn’t have any effect on their intelligence. *If we’re able to get the kid to focus, it doesn’t matter what walk of life they’re from.* So I think honestly, if I’m looking for someone that would be really having a good job with equity, it would be someone that really doesn’t focus on the race in the room at all... You want to incorporate things, to get things of their interest. But that comes more from just talking to the kid. *That has nothing to do with their race.*”

Characterizes equitable mathematics instruction without using direct or indirect race talk (DeFino, 2022) and without acknowledging inequities that may exist between students belonging to different *groups* defined by socially constructed characteristics often associated with race or ethnicity (e.g., class, language).

- “I feel that, um, I would see that the teacher is talking to all [small] groups. Questioning, the same way, not giving one group answers, and the other group questions. Calling on kids from all groups and not just the ones that we know are gonna give the answers that we’re hoping for.”
- “I look at, are all the kids comfortable in the classroom? Do they feel safe? Do they feel like they can answer or talk to the teacher when they need help?”

Table 1: Levels of race consciousness within visions of equitable instruction.

Discussion

The larger project from which this analysis emerged took up race and racism as explicit foci in professional learning settings with teachers (and in the research team’s broader efforts to situate the project institutionally). Thus, as alluded to previously, it provided an opportunity to observe changes with respect to individuals’ race consciousness. The trajectory presented here is one of a set intended to capture teachers’ and others’ visions of equitable mathematics instruction. In our analysis we considered embedding attention to race and racism within those others trajectories, but ultimately decided to model the development of this construct on its own as a starting interpretive framework for understanding other aspects of individuals’ equity-related discourse.

We imagine the trajectory we have developed could be helpful for others working to understand or support individuals’ development of race consciousness in (mathematics) education, including work with in- and pre-service teachers, leaders, or even policy analysis. While, in scope, “instructional vision” does not explicitly extend to structural and systemic aspects of schooling, our hope is that increased race consciousness might at least help move our field past the heretofore dominant equity discourses and push more critical dimensions in the mainstream.

References

- American Psychological Association [APA]. (2013). *Physiological & psychological impact of racism and discrimination for African-Americans*. <https://www.apa.org/pi/oema/resources/ethnicity-health/racism-stress>
- Battey, D., & Leyva, L. A. (2016). A framework for understanding whiteness in mathematics education. *Journal of Urban Mathematics Education*, 9(2), 49–80.
- Bertrand, M. (2010). Differing functions of deracialized speech: The use of place names to index race in focus groups with African American and White parents. *Text & Talk*, 30(5), 485–505.
- Bonilla-Silva, E. (2006). *Racism without racists: Color-blind racism and the persistence of racial inequality in the United States*. Rowman & Littlefield.
- Calabrese Barton, A., Tan, E., & Birmingham, D. J. (2020). Rethinking high-leverage practices in justice-oriented ways. *Journal of Teacher Education*, 71(4), 477–494.
- Castagno, A. E. (2008). “I don't want to hear that!”: Legitimizing whiteness through silence in schools. *Anthropology & Education Quarterly*, 39(3), 314–333.
- Cavendish, W., Artiles, A. J., & Harry, B. (2014). Tracking inequality 60 years after Brown: Does policy legitimize the racialization of disability? *Multiple Voices for Ethnically Diverse Exceptional Learners*, 14(2), 30–40.
- Centers for Disease Control and Prevention [CDC]. (2021). Racism and health. <https://www.cdc.gov/minorityhealth/racism-disparities/index.html>
- Crenshaw, K. (1988). Toward a race-conscious pedagogy in legal education. *National Black Law Journal*, 11, 1–14.
- Crozier, G. (1994). Teachers' power, anti-racist education and the need for pupil involvement. *International Studies in Sociology of Education*, 4(2), 213–228.
- DeFino, R. (2022). *Race evasion and race cognizance in elementary math teaching: A study of white teacher candidates' learning, discourse, and early practice* [Doctoral dissertation]. University of Michigan.
- Frankenberg, R. (1993). *White women, race matters: The social construction of whiteness*. University of Minnesota Press.
- Gutiérrez, R. (2012). Context matters: How should we conceptualize equity in mathematics education? In B. Herbel-Eisenmann, J. Choppin, D. Wagner, & D. Pimm (Eds.), *Equity in discourse for mathematics education: Theories, practices, and policies*. Springer.
- Gutiérrez, R. (2017). Political conocimiento for teaching mathematics: Why teachers need it and how to develop it. In S. Kastberg, A. M. Tyminski, A. Lischka, & W. Sanchez (Eds.), *Building support for scholarly practices in mathematics methods* (pp. 11–38). Charlotte, NC: Information Age.
- Haynes, C., (2013). *Restrictive and expansive views of equality: A grounded theory study that explores the influence of racial consciousness on the behaviors of White faculty in the class- room*. Unpublished doctoral dissertation, University of Denver, Denver, CO.
- Irby, D. J., & Clark, S. P. (2018). Talk it (racism) out: Race talk and organizational learning. *Journal of Educational Administration*, 56(5), 504–518.

-
- Ladson-Billings, G. (2006). From the achievement gap to the education debt: Understanding achievement in US schools. *Educational researcher*, 35(7), 3–12.
- Martin, D. B. (2013). Race, racial projects, and mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(1), 316–333.
- Martin, D. B. (2015). The collective Black and principles to actions. *Journal of Urban Mathematics Education*, 8(1), 17–23.
- Munter, C. (2014). Developing visions of high-quality mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 45(5), 585–636.
- Munter, C., & Wilhelm, A. G. (2021). Mathematics teachers' knowledge, networks, practice, and change in instructional visions. *Journal of Teacher Education*, 72(3), 342–354.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Author.
- Oakes, J., Wells, A. S., & Datnow, A. (1997) Detracking: The social construction of ability, culture, politics, and resistance to reform. *Teachers College Record*, 98, 482–510.
- Painter, N. I. (2010). *The history of white people*. WW Norton & Company.
- Stark, L. (2014). Naming giftedness: Whiteness and ability discourse in US schools. *International Studies in Sociology of Education*, 24(4), 394–414.
- Valero, P., & Zevenbergen, R. (Eds.). (2004). *Researching the socio-political dimensions of mathematics education: Issues of power in theory and methodology*. Springer US.
- Vithal, R. (2000). Re-searching mathematics education from a critical perspective. In J. F. Matos, & M. Santos (Eds.), *Proceedings of the Second International Mathematics Education and Society Conference* (pp. 87-116). Lisbon: CIEFC – Universidade de Lisboa.
- Yi, J., Neville, H. A., Todd, N. R., & Mekawi, Y. (2022). Ignoring race and denying racism: A meta-analysis of the associations between colorblind racial ideology, anti-Blackness, and other variables antithetical to racial justice. *Journal of Counseling Psychology*. <https://doi.org/10.1037/cou0000618>

- 1) Los artículos y reseñas remitidos deberán ser inéditos (esto incluye publicaciones digitales como blogs, actas online, etc.) y no podrán ser postulados de forma simultánea para su publicación en otros periódicos. Al someter a la plataforma de la Prometeica, el autor afirma su anuencia a esa exigencia.
- 2) Los artículos no deberán exceder los 40.000 caracteres. Las reseñas no deberán exceder los 10.000 caracteres.
- 3) Todos los artículos deberán estar acompañados de un resumen y un abstract equivalente en inglés, cada uno de no más de 1.500 caracteres, incluyendo tres palabras claves.
- 4) Los idiomas aceptados para los artículos serán:
 - a) español,
 - b) portugués,
 - c) inglés.
- 5) Los artículos deben ser enviados a la revista a través de lo que el acceso del usuario a la plataforma OJS. Las presentaciones deben estar en dos archivos con formatos doc, docx o.odt. La primera debe ser el artículo y el resumen, y sin los datos del autor. El segundo debe contener los datos del autor: un breve curriculum, afiliación académica e información de contacto. Los metadatos de los archivos deben ser borrados por el autor para garantizar una evaluación ciega, es decir, el autor no ve el nombre del parecerista y el parecerista no ve el nombre del autor.
- 6) Una vez enviado el artículo/reseña el autor recibirá un e-mail de Prometeica acusando recibo. Desde la recepción de ese mensaje el comité editorial tendrá un máximo de 4 meses para evaluar si el artículo/reseña será publicado/a en la revista. El tiempo máximo previsto entre el envío del artículo y su publicación, en caso de aceptación sin reformulaciones, es de 6 meses.
- 7) En cuanto al sistema de referencias Prometeica adopta las Normas APA – 2016 - 6ª edición, de la American Psychological Association.
- 8) Para las notas aclaratorias se empleará la referencia al pie. Preferentemente se sugiere no abusar de este recurso.
- 9) En el caso de artículos que incluyan imágenes, deben enviarse en un archivo separado. Las imágenes deben tener una resolución de 300 dpi, en formato *.jpg o *.tiff. El copyright de la imagen ya debe ser concedido, o el autor debe usar imágenes sin derechos de autor.
- 10) En cuanto a la evaluación de los artículos, los mismos serán remitidos al miembro del consejo editorial responsable del área del trabajo en cuestión. Los artículos serán enviados a dos especialistas externos y evaluados en el sistema de revisión doble ciega en que el autor no ve el nombre del evaluador y el evaluador no ve el nombre del autor. En el caso de haber desacuerdo entre ellos, un tercer árbitro podrá ser consultado, por decisión del consejo editorial.
- 11) Los trabajos pueden tener tres resultados posibles que constan en el formulario de evaluación que completará junto a otras observaciones el evaluador:
 - a) recomendado para su publicación sin alteraciones,
 - b) recomendado para su publicación con modificaciones,
 - c) no recomendado para su publicación.
- 12) En el caso 11 (b), la publicación del mismo quedará sujeta a que el autor esté dispuesto a realizar las modificaciones y las remita para su nueva evaluación.
- 13) Todos los trabajos aprobados serán publicados en un idioma aceptado por la revista. Si el original no está escrito en uno de estos idiomas y demandas de traducción, puede resultar en un retraso de la publicación.
- 14) El contenido de los originales publicados es responsabilidad exclusiva de sus autores.
- 15) Los artículos presentados a la revista deben ser escritos utilizando el **Modelo_Autor_Estilos.dotx** para seguir los estilos y formatos descritos en **Formato_Prometeica_2019.docx**
- 16) Prometeica adopta una política antiplágio sometiendo todos los artículos enviados a un primer análisis por el software Turnitin.